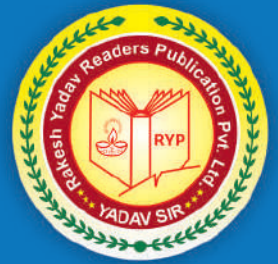


**SSC | BANK | RAILWAY |
DEFENCE | CSAT**



THE FORMULA BOOK

BILINGUAL

MATHEMATICS

All Formulas & Theorems | Smart Concept | Short Tricks

Arithmetic and Advance Maths

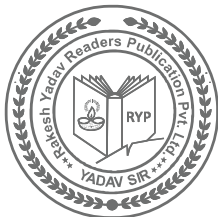
USEFUL FOR

SSC CGL, CHSL, CPO, CET, MTS,
Delhi Police, Head Constable, IBPS PO,
Clerk, SBI, RRB, CDS, AFCAT, CSAT,
ICAR, CAPF, Assistant exams, Other
State & One-day Competitive Exams.

RAKESH YADAV
Selected Excise Inspector



Rakesh Yadav Readers Publication Pvt. Ltd



Rakesh Yadav Readers Publication Pvt. Ltd.

A-16, CAREERWILL TOWER AZADPUR, DELHI-110033
Contact No. : 92-686-686-86, 93-105-900-20

THE FORMULA BOOK MATHEMATICS

First Edition : 2023–24

Editor-in-chief : Jagram Yadav

Editorial Team : Gaurav Azad, Ayush Yadav, Naman Bansal, Dinesh Kain, Akash Kumar, Sushil Pandey, Saurav Kumar, Ankush Gurjar & Jeetu Singh

Cover Designing, Page Layouting & Typesetter:

Pawan Kr. Sharma, Sandeep Kr. Sharma & Amita Rai

Typist : Dinesh Sharma, Santosh Kumar, Rajan Jha, Ramchandra & Chandani Gupta

Copyright © publisher :

No part of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means electronic, mechanical, photocopying, recording, scanning or otherwise or stored in a database or retrieval system without the prior written permission of the publishers.

Disclaimer :

Information contained in this work has been obtained by Rakesh Yadav Readers Publication Pvt. Ltd. from sources believed to be reliable. However, neither Rakesh Yadav Readers Publication Pvt. Ltd. nor its authors guarantee the accuracy or completeness of any information published herein and neither Rakesh Yadav Readers Publication Pvt. Ltd. nor its authors shall be responsible for any error, omissions or damage arising out of use of this information. This is published with understanding that Rakesh Yadav Readers Publication Pvt. Ltd. and its authors are supplying information but are not attempting to render engineering or other professional services. If such services are required, the assistance of an appropriate professional should be sought.

All disputes are subject to jurisdiction of competent courts in Delhi only.

PREFACE

Nothing thrills a writer more than the success of his book. With this book, I hope to reach a much wider section of the student community and others, who relentlessly compete for various Government jobs.

I am thankful to Almighty and my family (My parents, brother, wife, daughters and son), who extended their help in various invisible ways. I also express my thanks to the Mathematics Expert Team. I sincerely hope, the book "The Formula Book Mathematics " (Bilingual) will meet a good response. I would humbly appreciate suggestions, doubts etc. concerned with this book at the following.

Rakesh Yadav

Whatsapp @+91-966-766-777-2

E-mail:- rakesh.yadav0011@gmail.com

[Arithmetic]

1. Percentage (प्रतिशतता)	1-6
2. Profit and Loss (लाभ एवं हानि)	6-8
3. Discount (बट्टा)	8-9
4. Simple Interest (साधारण ब्याज)	9-11
5. Compound Interest (चक्रवृद्धि ब्याज)	11-13
6. Ratio and Proportion (अनुपात एवं समानुपात)	14-16
7. Age (आयु)	17-17
8. Partnership (साझेदारी)	17-18
9. Mixture and Alligation (मिश्रण एवं पृथक्करण)	18-20
10. Time and Work (समय एवं कार्य)	21-22
11. Work and Wages (कार्य एवं मजदूरी)	23-23
12. Pipe and Cistern (नल और टंकी)	24-24
13. Time, Speed and Distance & Train (समय, चाल और दूरी तथा ट्रेन)	24-28
14. Race (दौड़)	28-29
15. Boat and Stream (नाव और धारा)	30-30
16. Average (औसत)	31-34
17. LCM & HCF (लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्त्य)	34-36
18. Probability (प्रायिकता)	37-42
19. Statistics (सांख्यिकी)	42-55

[Advance]

20. Number System (संख्या पद्धति)	56-72
21. Power, Indices and Surds (घात, घातांक एवं करणी)	73-75
22. Simplification (सरलीकरण)	76-77
23. Algebra (बीजगणित)	77-84
24. Polynomial & Quadratic Equation (बहुपद और द्विघात समीकरण)	84-90
25. Trigonometry (त्रिकोणमिति)	90-111
• Circular Measurement of Angle (कोण का वृत्तीय माप) • Maximum and Minimum Value (अधिकतम और न्यूनतम मान) • Height and Distance (ऊँचाई एवं दूरी)	
• Geometry/ज्यामिति	
26. Line and Angle (रेखा और कोण)	112-114
27. Triangle (त्रिभुज)	115-125
28. Quadrilateral (चतुर्भुज)	125-130
29. Circle (वृत्त)	131-142
30. Polygon (बहुभुज)	143-144
31. Co-ordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)	145-151
32. Mensuration 2D (क्षेत्रमिति 2D)	152-162
33. Mensuration 3D (क्षेत्रमिति 3D)	162-169

Percentage: Percentage refers to “Per hundred” i.e.,

15% means 15 out of hundred or $\frac{15}{100}$. Percentage is denoted by ‘%’.

प्रतिशत:- प्रतिशत का शाब्दिक अर्थ 'प्रति सैकड़' या 'शतांश' अर्थात् प्रत्येक 100 पर इसे % चिह्न द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

जैसे- 15 प्रतिशत का अर्थ होता है 100 भाग में से 15 भाग

$$\text{अर्थात्, 15 प्रतिशत} = 15\% = \frac{15}{100}$$

In other words, it can be said that 'percentage is that fraction whose every 100 and fraction is any fixed amount, this fixed amount is called per hundred.

दूसरे शब्दों में, कह सकते हैं कि 'प्रतिशत वह भिन्न है जिसका हर 100 और अंश कोई भी निर्धारित राशि होती है, इसी निर्धारित राशि को प्रति सौ कहते हैं।

$$\text{जैसे } a\% = \frac{a}{100} \text{ तथा } 18\% = \frac{18}{100}$$

Important Formulae/महत्त्वपूर्ण सूत्र

1. If you have to find the y% of a number X then, Y% of x/यदि आपको किसी संख्या x का y% ज्ञात करना हो, तब x

$$\text{का } y\% = \frac{x \times y}{100}$$

$$\text{जैसे- } 500 \text{ का } 20\% = \frac{500 \times 20}{100} = 100$$

2. If x is to be expressed as a percentage of y then required percentage/यदि किसी एक राशि x को राशि y के

$$\text{प्रतिशत के रूप में व्यक्त करना है, तब अभीष्ट प्रतिशत} = \frac{x}{y} \times 100\%$$

$$\text{जैसे- } 150 \text{ किग्रा में } 30 \text{ किग्रा का प्रतिशत} = \frac{30}{150} \times 100 = 20\%$$

3. If a fraction is to be converted into a percentage, multiply the fraction by 100 and put a '%' sign.

यदि किसी भिन्न को प्रतिशत में बदलना हो तो भिन्न को 100 से गुणा करके % का चिन्ह लगा देते हैं,

$$\text{जैसे- } \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times 100\% = 60\%$$

4. To convert a percentage to a fraction or decimal fraction: Remove the % sign and divide by 100.

किसी प्रतिशत को भिन्न या दशमलव भिन्न में परिवर्तित करने के लिए % का चिन्ह हटाकर 100 से भाग कर देते हैं।

$$\text{जैसे- } 8\% = \frac{8}{100} = 0.08$$

FRACTION TO PERCENTAGE

Fraction	Percentage (In decimal)	Percentage (In mixed decimal)
1	100%	100%
$\frac{1}{2}$	50%	50%
$\frac{1}{3}$	33.33%	$33\frac{1}{3}\%$
$\frac{1}{4}$	25%	25%
$\frac{1}{5}$	20%	20%
$\frac{1}{6}$	16.66%	$16\frac{2}{3}\%$
$\frac{1}{7}$	14.28%	$14\frac{2}{7}\%$
$\frac{1}{8}$	12.5%	$12\frac{1}{2}\%$
$\frac{1}{9}$	11.11%	$11\frac{1}{9}\%$
$\frac{1}{10}$	10%	10%
$\frac{1}{11}$	9.09%	$9\frac{1}{11}\%$
$\frac{1}{12}$	8.33%	$8\frac{1}{3}\%$
$\frac{1}{13}$	7.69%	$7\frac{9}{13}\%$
$\frac{1}{14}$	7.14%	$7\frac{1}{7}\%$
$\frac{1}{15}$	6.66%	$6\frac{2}{3}\%$
$\frac{1}{16}$	6.25%	$6\frac{1}{4}\%$
$\frac{1}{17}$	5.88%	$5\frac{15}{17}\%$
$\frac{1}{18}$	5.55%	$5\frac{5}{9}\%$
$\frac{1}{19}$	5.26%	$5\frac{5}{19}\%$
$\frac{1}{20}$	5%	5%
$\frac{1}{21}$	4.76%	$4\frac{16}{21}\%$

Fraction	Percentage	Percentage
$\frac{1}{22}$	4.54%	$4\frac{6}{11}\%$
$\frac{1}{23}$	4.34%	$4\frac{8}{23}\%$
$\frac{1}{24}$	4.16%	$4\frac{1}{6}\%$
$\frac{1}{25}$	4%	4%
$\frac{1}{40}$	2.5%	$2\frac{1}{2}\%$
$\frac{3}{8}$	37.5%	$37\frac{1}{2}\%$
$\frac{5}{8}$	62.5	$62\frac{1}{2}\%$
$\frac{4}{7}$	57.14%	$57\frac{1}{7}\%$
$\frac{2}{3}$	66.66%	$66\frac{2}{3}\%$
$\frac{4}{5}$	80%	80%
$\frac{3}{4}$	75%	75%
$\frac{5}{11}$	45.45%	$45\frac{5}{11}\%$
$\frac{7}{11}$	63.66%	$63\frac{7}{11}\%$
$\frac{10}{11}$	90.90%	$90\frac{10}{11}\%$
$\frac{4}{9}$	44.44%	$44\frac{4}{9}\%$
$\frac{7}{9}$	77.77%	$77\frac{7}{9}\%$

Derived fraction from base fractions
(आधार भिन्न से व्युत्पन्न भिन्न)

- $\frac{1}{4} = 25\%$ $\frac{3}{4} = 75\%$
- $\frac{1}{7} = 14\frac{2}{7}\%$ $\frac{4}{7} = 57\frac{1}{7}\%$
- $\frac{5}{7} = 71\frac{3}{7}\%$
- $\frac{1}{5} = 20\%$ $\frac{3}{5} = 3 \times 20\% = 60\%$
- $\frac{1}{6} = 16\frac{2}{3}\%$

- $\frac{5}{6} = 16\frac{2}{3}\% \times 5 = 80 + \frac{10}{3} = 83\frac{1}{3}\%$
- $\frac{1}{15} = 6\frac{2}{3}\%$ $\frac{11}{15} = 11 \times 6\frac{2}{3}\% = 73\frac{1}{3}\%$
- $\frac{1}{12} = 8\frac{1}{3}\%$
- $\frac{1}{24} = 4\frac{1}{6}\%$
- $\frac{1}{48} = 2\frac{1}{12}\%$
- $\frac{17}{48} = 17 \times 2\frac{1}{12}\% = 35\frac{5}{12}\%$
- $\frac{1}{16} = 6\frac{1}{4}\%$
- $\frac{13}{16} = 13 \times 6\frac{1}{4}\% = 81\frac{1}{4}\%$
- or $\frac{13}{16} = 1 - \frac{3}{16} = 100\% - 18\frac{3}{4}\% = 81\frac{1}{4}\%$
- $\frac{1}{7} = 14\frac{2}{7}\%$
- $\frac{6}{7} = 1 - \frac{1}{7} = 100 - 14\frac{2}{7}\% = 85\frac{5}{7}\%$
- $\frac{1}{12} = 8\frac{1}{3}\%$
- $\frac{11}{12} = 1 - \frac{1}{12} \rightarrow 100\% - 8\frac{1}{3}\% \rightarrow 91\frac{2}{3}\%$
- $\frac{19}{24} = 1 - \frac{5}{24} \Rightarrow 100\% - 5\left(4\frac{1}{6}\%\right)$
- $\Rightarrow 100\% - 20\frac{5}{6}\% \Rightarrow 79\frac{1}{6}\%$
- $\frac{40}{9} = 4 + \frac{4}{9} \rightarrow 400\% + 44.44\% \rightarrow 444.44\%$
- $\frac{43}{6} = 7 + \frac{1}{6} \rightarrow 700\% + 16.66\% \rightarrow 716.66\%$
- $\frac{13}{7} = 1 + \frac{6}{7} \rightarrow 100\% + 85\frac{5}{7}\% \rightarrow 185\frac{5}{7}\%$
- $\frac{35}{6} = 5 + \frac{5}{6} \rightarrow 500\% + 83\frac{1}{3}\% \rightarrow 583\frac{1}{3}\%$
- $\frac{29}{3} = 9 + \frac{2}{3} \rightarrow 900\% + 66\frac{2}{3}\% \rightarrow 966\frac{2}{3}\%$
- $\frac{71}{12} = 5 + \frac{11}{12} \rightarrow 500\% + 11\left(8\frac{1}{3}\%\right) \rightarrow 500\% + 91\frac{2}{3}\% \rightarrow 591\frac{2}{3}\%$
- $\frac{37}{15} = 2 + \frac{7}{15} \rightarrow 200\% + 46\frac{2}{3}\% \rightarrow 246\frac{2}{3}\%$

Percentage to fraction conversion

प्रतिशत का भिन्न रूपांतरण

- > $17.5\% \rightarrow 17.5 \times \frac{1}{100} \rightarrow \frac{7}{40}$ or
 $\left(2.5\% = \frac{1}{40}\right) \times 7 \rightarrow 17.5\% = \frac{7}{40}$
- > $164\% \rightarrow \frac{164}{100}\% \rightarrow \frac{41}{25}$
- > $15\frac{5}{8}\% \rightarrow \frac{125}{8}\% \rightarrow \frac{125}{800} \rightarrow \frac{5}{32}$
- > $29\frac{1}{6}\% \rightarrow 25\% + 4\frac{1}{6}\% \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$
- > $23.33\% \rightarrow 20\% + 3.33\% \rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{30} = \frac{7}{30}$
- > $78\frac{1}{3}\% \rightarrow 75\% + 3\frac{1}{3}\% \rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{30} \rightarrow \frac{47}{60}$
- > $46.66\% \rightarrow 40\% + 6.66\% \rightarrow \frac{2}{5} + \frac{1}{15} \rightarrow \frac{7}{15}$
- > $82.5\% \rightarrow 80\% + 2.5\% \rightarrow \frac{4}{5} + \frac{1}{40} \rightarrow \frac{33}{40}$
- > $237.5\% \rightarrow 200\% + 37.5\% \rightarrow 2 + \frac{3}{8} \rightarrow \frac{19}{8}$
- > $342.84\% \rightarrow 300\% + 42.84\% \rightarrow 3 + \frac{3}{7} \rightarrow \frac{24}{7}$
- > $756.33\% \rightarrow 7 + \frac{9}{16} \rightarrow \frac{121}{16}$
- > $538.33\% \rightarrow 500\% + 30\% + 8.33\% \rightarrow 5 + \frac{3}{10} + \frac{1}{12} \rightarrow \frac{323}{60}$
- > $528.56\% \rightarrow 5 + \frac{2}{7} \rightarrow \frac{37}{7}$

Some percentage formulae/कुछ प्रतिशत नियम

- $a\%$ of $b = b\%$ of $a \Leftrightarrow \frac{a \times b}{100} = \frac{b \times a}{100}$
- $2a\%$ of $\frac{b}{2} = \frac{a}{2}\%$ of $2b \Leftrightarrow \frac{a \times b}{100} = \frac{b \times a}{100}$
- $3a\%$ of $\frac{b}{3} = \frac{a}{3}\%$ of $3b \Leftrightarrow \frac{a \times b}{100} = \frac{b \times a}{100}$
- $4a\%$ of $\frac{b}{4} = \frac{a}{4}\%$ of $4b \Leftrightarrow \frac{a \times b}{100} = \frac{b \times a}{100}$
- $a\%$ of $b = 2a\%$ of $\frac{b}{2}$
- $(a+b)\%$ of $x = a\%$ of $x + b\%$ of x
- $(a+b)\%$ of $(x+y) = a\%$ of $(x+y) + b\%$ of $(x+y)$

Percentage Tricks

- $ab.abab\dots\% = \frac{ab}{99}$
- $abc.abcabc\dots\% = \frac{abc}{999}$
- For eg. $11.1111\dots\% = \frac{11}{99}$
- $34.3434\dots\% = \frac{34}{99}$
- $ab.2ab\% = \frac{ab}{98}$
- $ab.3ab\% = \frac{ab}{97}$
- $ab.5ab\% = \frac{ab}{95}$

Rule 1: If x is reduced to X_0 , then,

$$\text{Reduce \%} = \frac{x - X_0}{x} \times 100$$

यदि x को x_0 तक कम किया जाए, तो कम $\%$ $= \frac{x - x_0}{x}$

Rule 2: If x is increased to x_1 , then, Increment $\%$ /यदि

x को x_1 तक बढ़ाया जाए तो वृद्धि $\%$ $= \frac{x_1 - x}{x} \times 100$

Rule 3: If an amount is increased by $a\%$ and then it is reduced by $a\%$ again, then percentage change will be

a decrease of $\frac{a^2}{100}\%$./यदि एक राशि $a\%$ बढ़ाई जाती है और फिर

$a\%$ घटाई जाती है, तो प्रतिशत में बदलाव (कमी) होगी $\frac{a^2}{100}\%$

Rule 4: If the cost of an article is increased by $A\%$, then how much to decrease the consumption of article, so that expenditure remains same is given by

or

If the income of a man is $A\%$ more than another man, then income of another man is less in comparison to the 1st man by

किसी वस्तु की कीमत $A\%$ बढ़ती है, तो वस्तु की खपत में कितने प्रतिशत की कमी करनी चाहिए कि खर्च में कोई बदलाव न हो? या, यदि किसी व्यक्ति A की आय किसी अन्य व्यक्ति B की आय से $A\%$ अधिक है, तो दूसरे की आय, पहले व्यक्ति की आय से कितना प्रतिशत कम है?

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रतिशत} \left(\frac{A}{(100+A)} \times 100 \right) \%$$

Rule 5: If the cost of an article is decreased by $A\%$, then the increase in consumption of article to maintain the expenditure will be?

OR

If ' x ' is $A\%$ less than ' y ', then y is more than ' x ' by

$$\text{Required\%} = \left(\frac{A}{100 - A} \times 100 \right) \% \text{ (Increase)}$$

यदि किसी वस्तु की कीमत A% घटती है, तो वस्तु की खपत में कितने प्रतिशत की वृद्धि करें खर्चा वही रहे?

या

यदि x, y से A% कम है, तो y, x से कितना प्रतिशत अधिक है?

$$\therefore \text{वृद्धि/कमी\%} = \left(\frac{A}{100 - A} \times 100 \right) \% \text{ वृद्धि}$$

Rule 6 : If the length of a rectangle is increased by a% and breadth is increased by b%, then the area of rectangle will increase by यदि किसी आयत की लंबाई को a% बढ़ाया जाए तथा इसकी चौड़ाई को b% बढ़ाया जाए, तो इसका क्षेत्रफल कितने प्रतिशत बढ़ जाएगा?

$$\therefore \text{Required Increase/अभीष्ट वृद्धि\%} = \left(a + b + \frac{ab}{100} \right) \%$$

Note: If a side is increased, take positive sign and if it is decreased, take negative sign. It is applied for two dimensional figures.

नोट: यह सूत्र वृत्त के लिए भी प्रयोग किया जाता है, जहां भुजा की जगह इसकी त्रिज्या रखी जाती है। ऋणात्मक चिन्ह कमी को तथा धनात्मक चिन्ह वृद्धि को सूचित करता है।

Rule 6 : If the side of a square is decreased by a%, then the area of square will decrease by यदि किसी वर्ग की प्रत्येक भुजा a% घटाया जाए, तो इसका क्षेत्रफल कितने प्रतिशत घट जाएगा?

$$\therefore \text{Decrease/कमी\%} = \left(-2a + \frac{a^2}{100} \right) \%$$

This formula is also applicable for circles. where decrease % of radius is given.

यह सूत्र के लिए भी प्रयोग जहां उसकी त्रिज्या में प्रतिशत कमी दी होगी।

Rule 6 : If the length, breadth and height of a cuboid are increased by a%, b% and c% respectively, then, Increase% in volume

यदि किसी घनाभ की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊंचाई में क्रमशः a%, b% तथा c% की वृद्धि की जाए तो इसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?

$$\therefore \text{Increase\%/वृद्धि\%} = \left[a + b + c + \frac{ab + bc + ca}{100} + \frac{abc}{(100)^2} \right] \%$$

Rule 9 : If every side of cube is increased by a%, then increase % in volume

यदि किसी घन की प्रत्येक भुजा को a% बढ़ाया जाए तो इसके आयतन में प्रतिशत वृद्धि होगी-

$$\text{increase \% / वृद्धि\%} = \left(3a + \frac{3a^2}{100} + \frac{a^3}{(100)^2} \right) \%$$

This formula will also be used in calculating increase in volume of sphere. where increase in radius is given.

यह सूत्र गोले के आयतन में वृद्धि के लिए भी प्रयोग जहाँ, त्रिज्या को भुजा के बराबर रखेंगे।

Rule 10 : If a% of a certain sum is taken by 1st man and b% of remaining sum is taken by 2nd man and finally c% of remaining sum is taken by 3rd man, then if 'x' rupee is the remaining amount then,

यदि किसी राशि का a% पहला व्यक्ति लेता है, फिर बचे हुए राशि का b% दूसरा व्यक्ति लेता है तथा शेष राशि का c% तीसरा व्यक्ति लेता है तथा अंत में 'x' राशि बचता है, तो प्रारंभिक राशि थी-

$$\text{Initial amount/प्रारंभिक राशि} = \frac{100 \times 100 \times 100x}{(100 - a)(100 - b)(100 - c)}$$

$$\text{Final amount/अंतिम राशि} = \text{Initial amount/प्रारंभिक राशि} \times \frac{(100 - a)}{100} \times \frac{(100 - b)}{100} \times \frac{(100 - c)}{100}$$

Rule 11 : If an amount is increased by a% and then again increased by b% and finally increased by c%, So, that resultant amount is 'x' rupees, then,

यदि एक राशि a% बढ़ती है, फिर b% बढ़ती है और आगे c% बढ़ती है, तो अंत में राशि 'x' रूप में हो जाती है, तो

$$\text{प्रारंभिक राशि/Initial amount} = \frac{100 \times 100 \times 100x}{(100 + a)(100 + b)(100 + c)}$$

$$\text{Final amount/अंतिम राशि} = \text{Initial amount/प्रारंभिक राशि} \times \frac{(100 + a)}{100} \times \frac{(100 + b)}{100} \times \frac{(100 + c)}{100}$$

Rule 12: If the population/cost of a certain town/article, is P and annual increment rate is r%, then, यदि किसी शहर/वस्तु का/की जनसंख्या/कीमत P है, तथा प्रतिवर्ष यह r% की दर से बढ़ती है, तो

(i) After 't' years population/cost

$$'t' \text{ वर्ष बाद जनसंख्या/कीमत} = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t$$

(ii) Before 't' years population/cost

$$'t' \text{ वर्ष पहले जनसंख्या/कीमत} = \frac{P}{\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t}$$

Rule 13 : If the population/cost of a town/article is P and it decreases/reduces at the rate of r% annually, then, यदि किसी शहर/वस्तु का/की जनसंख्या/कीमत P है तथा यह r% प्रतिवर्ष की दर से घटती है तो

(i) After 't' years population/cost

$$'t' \text{ वर्ष बाद जनसंख्या/कीमत} = P \left(1 - \frac{r}{100} \right)^t$$

(ii) Before 't' years population/cost

$$'t' \text{ वर्ष पहले जनसंख्या/कीमत} = \frac{P}{\left(1 - \frac{r}{100} \right)^t}$$

Rule 14: On increasing/decreasing the cost of a certain article by $x\%$, a person can buy 'a' kg article less/more in 'y' rupees, then

किसी वस्तु की कीमत $x\%$ बढ़ने/घटने पर कोई व्यक्ति Rs. 'y' में 'a' किलो ग्राम वस्तु कम/ज्यादा खरीद सकता है, तो

Increased/decreased cost of the article = $\left(\frac{xy}{100 \times a}\right)$ And

initial cost/बढ़ा/घटा मूल्य (वस्तु का) = $\left(\frac{xy}{100 \times a}\right)$ तथा

= $\frac{xy}{(100 \pm x)a}$ [Negative sign when decreasing and positive sign when increasing]

प्रारंभिक कीमत = $\frac{xy}{(100 \pm x)a}$ [ऋणात्मक चिह्न कमी के लिए तथा धनात्मक चिह्न वृद्धि के लिए होता है।]

Rule 15: If a person saves 'R' rupees after spending $x\%$ on food, $y\%$ on cloth and $z\%$ on entertainment of his income then,

यदि एक व्यक्ति भोजन पर $x\%$, कपड़े पर $y\%$ तथा मनोरंजन पर $z\%$ खर्च करने के बाद अपनी आय में से 'R' रुपए बचा लेता है, तो

$$\text{Monthly income/मासिक आय} = \frac{100}{100 - (x + y + z)} \times R$$

Rule 16: The amount of acid/milk is $x\%$ in 'M' litre mixture. How much water should be mixed in it so that percentage amount of acid/milk would be $y\%$?

'M' लीटर मिश्रण में $x\%$ अम्ल/दूध है। इस मिश्रण में कितना पानी मिलाया जाए कि मिश्रण में अम्ल/दूध की मात्रा $y\%$ हो जाए?

$$\therefore \text{Amount of water/पानी की मात्रा} = \frac{M(x - y)}{y}$$

Rule 17: An examinee scored $m\%$ marks in an exam, and failed by p marks. In the same examination another examinee obtained $n\%$ marks and passed with q more marks than minimum, then.

एक परीक्षार्थी परीक्षा में $m\%$ अंक लाता है तथा p अंकों से अनुत्तीर्ण हो जाता है। परीक्षा में एक और परीक्षार्थी $n\%$ अंक लाता है तथा न्यूनतम से q ज्यादा अंक से उत्तीर्ण करता है, तो

$$\therefore \text{Maximum marks/पूर्णांक} = \frac{100}{(n - m)} \times (p + q)$$

Rule 18: In an examination, $a\%$ candidates failed in Maths and $b\%$ candidates failed in English. If $c\%$ candidate failed in both the subjects, then,

किसी परीक्षा में $a\%$ विद्यार्थी गणित में तथा $b\%$ विद्यार्थी अंग्रेजी में अनुत्तीर्ण होते हैं। यदि $c\%$ विद्यार्थी दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण है, तो

- Passed candidates in both the subjects/दोनों विषयों में उत्तीर्ण विद्यार्थियों की संख्या = $100 - (a + b - c)\%$
- Percentage of candidates who failed in either subject /किसी भी एक विषय में फेल होने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत = $(a + b - c)\%$

Rule 19: In a certain examination passing marks is $a\%$. If any candidate obtains 'b' marks and fails by 'c' marks, then,

किसी परीक्षा में, उत्तीर्णांक $a\%$ है। यदि कोई विद्यार्थी 'b' अंक लाता है वह 'c' अंकों से अनुत्तीर्ण हो जाता है,

$$\therefore \text{Total marks/कुल अंक} = \frac{100(b + c)}{a}$$

Rule 20: In a certain examination, 'B' boys and 'G' girls participated. $b\%$ of boys and $g\%$ of girls passed the examination, then,

Percentage of passed students of the total students/किसी परीक्षा में 'B' लड़कों तथा 'G' लड़कियों ने भाग लिया। $b\%$ लड़के तथा $g\%$ लड़कियाँ इस परीक्षा में उत्तीर्ण हुए, तो कुल विद्यार्थियों में उत्तीर्ण हुए

$$\text{विद्यार्थियों का प्रतिशत} = \left(\frac{B \times b + G \times g}{B + G}\right)\%$$

Rule 21: If a candidate got $A\%$ votes in a poll and he won or defeated by 'x' votes, then, what was the total no. of votes which was casted in poll ?

यदि एक उम्मीदवार को चुनाव में $A\%$ वोट मिले तथा वह x वोट से जीत या हार गया तो, उस चुनाव में कुल कितने वोट पड़े?

$$\therefore \text{Total no. of votes/कुल वोटों की संख्या} = \frac{50x}{(50 - A)} = \frac{100x}{100 - 2A}$$

Rule 22: If a number 'a' is increased or decreased by $b\%$,

then the new number will be $\left(\frac{100 \pm b}{100}\right) \times a$ यदि किसी संख्या 'a'

को $b\%$ बढ़ाया या घटाया जाता है तो नई प्राप्त संख्या होगी $\left(\frac{100 \pm b}{100}\right) \times a$

Important results

जब a को $a\%$ से बढ़ाया जाता है तब कुल मान-

- $10 + 10 \times 10\% = 11$
- $20 + 20 \times 20\% = 24$
- $30 + 30 \times 30\% = 39$
- $40 + 40 \times 40\% = 56$
- $50 + 50 \times 50\% = 75$
- $60 + 60 \times 60\% = 96$
- $70 + 70 \times 70\% = 119$
- $80 + 80 \times 80\% = 144$
- $90 + 90 \times 90\% = 171$
- $100 + 100 \times 100\% = 200$

जब a को $a\%$ से घटाया जाता है तब कुल मान-

- $10 - 10 \times 10\% = 9$
- $20 - 20 \times 20\% = 16$
- $30 - 30 \times 30\% = 21$
- $40 - 40 \times 40\% = 24$
- $50 - 50 \times 50\% = 25$
- $60 - 60 \times 60\% = 24$
- $70 - 70 \times 70\% = 21$
- $80 - 80 \times 80\% = 16$

$$90 - 90 \times 90\% = 9$$

$$100 - 100 \times 100\% = 0$$

Rule 23 : If the present population of a town is P and the population increases or decreases at rate of $R_1\%$, $R_2\%$ and $R_3\%$ in first, second and third year respectively.

then the population of town after 3 years/यदि किसी शहर की जनसंख्या P है तथा जनसंख्या $R_1\%$, $R_2\%$ तथा $R_3\%$ की दर से पहले, दूसरे और तीसरे वर्ष में बढ़ती/घटती है तो, शहर की जनसंख्या 3 वर्ष

$$\text{बाद होगी} = \left(1 \pm \frac{R_1}{100}\right) \left(1 \pm \frac{R_2}{100}\right) \left(1 \pm \frac{R_3}{100}\right)$$

'+' is used when population increases

'+' का इस्तेमाल जनसंख्या बढ़ने पर होगा।

'-' is used when population decreases.

'-' का इस्तेमाल जनसंख्या घटने पर होगा।

The above formula may be extended for n number of years.

Population after 'n' years/ इस प्रकार जनसंख्या 'n' वर्षों के बाद इस सूत्र को 'n' वर्षों के लिए भी लिखा जा सकता है,

$$= \left(1 \pm \frac{R_1}{100}\right) \left(1 \pm \frac{R_2}{100}\right) \dots \dots \dots \left(1 \pm \frac{R_n}{100}\right)$$

प्रतिशत वृद्धि या कमी पर आधारित सूत्र/नियम

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{\text{कुल वृद्धि} \times 100}{\text{प्रारम्भिक मान}}$$

$$\text{प्रतिशत कमी} = \frac{\text{कुल कमी} \times 100}{\text{प्रारम्भिक मान}}$$

➤ When a number x is increased or decreased by y%, then the new number will be

Rule 24 : किसी संख्या (x) में कुछ प्रतिशत (y%) की वृद्धि अथवा कमी करनी है, तो नई संख्या निम्न सूत्रों द्वारा ज्ञात की जा सकती है -

$$(i) \text{ Increase (new number)/वृद्धि होने पर नई संख्या} = \frac{100+y}{100} \times x$$

$$(ii) \text{ Decrease (new number)/कमी होने पर नई संख्या} = \frac{100-y}{100} \times x$$

➤ When there is an increase in the value, a positive (+) sign is used and when there is a decrease, a negative (-) sign is used./मूल्य में वृद्धि होने पर धनात्मक

(+) चिह्न तथा कमी होने पर ऋणात्मक (-) चिह्न का प्रयोग करते हैं।

Rule 25: When the value of an object is first changed by a% and then changed (increased or decreased) by b%, then net effect/यदि किसी संख्या में क्रमशः a% व b% का बदलाव (कमी या वृद्धि) किया जाता है, तो कुल अथवा नेट प्रतिशत बदलाव

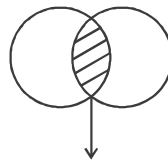
$$= \left[\pm a \pm b + \frac{(\pm a)(\pm b)}{100} \right] \%$$

➤ Net effect is a increase or b decrease according to the + ve or -ve sign, respectively of the final result./'a' व 'b' के चिह्न उनकी प्रकृति अर्थात् वृद्धि अथवा कमी पर निर्भर करते हैं। वृद्धि के लिए '+' व कमी के लिए '-' के चिह्न का प्रयोग करते हैं।

If two numbers are changed by a% and b% respectively, then the above formula is also used to find the total or net percentage change in the product of those numbers./यदि दो संख्याओं में क्रमशः a% व b% का बदलाव किया जाता है, तो उन दोनों संख्याओं के गुणफल में कुल अथवा नेट प्रतिशत बदलाव ज्ञात करने के लिए भी उपरोक्त सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

Basic Formula

1. Price × consumption = Expenditure/मूल्य × खपत = खर्च
2. Gross Income – Income tax = Net Income.
सकल आय – आय कर = शुद्धआय
3. Venn digram



$$n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

4. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
5. Income = Expenditure + Saving./आय = खर्च + बचत
6. Time × wages = Earning/समय × वेतन = आय

PROFIT AND LOSS

CHAPTER

लाभ और हानि

02

When a person is purchased or sale of an item, then the profit or loss of some amount of money is called profit and loss.

जब कोई व्यक्ति किसी वस्तु को खरीदता या बेचता है, तो उसे कुछ धनराशि का फायदा या नुकसान होता है, उसे ही हम लाभ और हानि कहते हैं।

➤ **Cost Price/क्रय मूल्य:-** The cost price of an article is the price at which that article is bought, it is denoted by CP./किसी वस्तु का क्रय मूल्य वह मूल्य होता है जिस पर उस वस्तु को खरीदा जाता है इसे C.P से निरूपित करते हैं।

- **Overhead Expenses/उपरिव्यय:-**The expenses incurred in bringing the purchased goods to the point of sale and its maintenance are called overheads expenses./खरीदी हुई वस्तु को बिक्री केन्द्र तक लाने तथा उसके रख रखाव में किए गए खर्च को उपरिव्यय कहते हैं।

Note:- Profit or loss is always on the cost price.

नोट:- लाभ या हानि हमेशा क्रय मूल्य (Cost Price) पर होता है।

- **Selling Price/विक्रय मूल्य:-**The selling price of an article is the price at which that article is sold. It is denoted by SP./किसी वस्तु का विक्रय मूल्य वह मूल्य है जिस पर उस वस्तु को बेचा जाता है। इसे S.P से निरूपित करते हैं।

- **Mark Price:-** The price which is written on the article is called marked price.

अंकित मूल्य:- वस्तु पर जो मूल्य लिखा होता है, उसे अंकित मूल्य कहते हैं।

Note:- Discount is always given on marked price.

नोट:- बट्टा हमेशा अंकित मूल्य पर दिया जाता है।

- **Profit:-** When an article is sold at a price higher than its cost price, the situation is said to have a profit on the article.

लाभ:- जब किसी वस्तु को उसके क्रय मूल्य से अधिक मूल्य पर बेचा जाता है, तो इस स्थिति को वस्तु पर लाभ होना कहा जाता है।

Cost price < Selling price then Profit

क्रय मूल्य < विक्रय मूल्य तब लाभ

$$C.P < S.P = P$$

- **Loss:-** When an article is sold at a price less than its cost price, then this situation is said to be a loss on the article.

हानि:- जब किसी वस्तु को उसके क्रय मूल्य से कम मूल्य पर बेचा जाता है, तो इस स्थिति को वस्तु पर हानि होना कहा जाता है।

Cost Price > Selling Price then Loss

क्रय मूल्य > विक्रय मूल्य तब हानि

$$C.P > S.P = L$$

Some Important Formula related to Profit and Loss

लाभ और हानि पर आधारित कुछ महत्वपूर्ण सूत्र

- $P = SP - C.P$ / लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य
- $L = C.P - SP$ / हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य
- $\% P = \left(\frac{S.P - C.P}{C.P} \times 100 \right) \% / \%$ लाभ = $\left(\frac{\text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 \right) \%$
- $\% L = \left(\frac{C.P - S.P}{C.P} \times 100 \right) \% / \%$ हानि = $\left(\frac{\text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 \right) \%$
- $S.P = C.P \times \left(\frac{100 + P\%}{100} \right) = C.P \times \left(\frac{100 - L\%}{100} \right)$
- $C.P = S.P \times \frac{100}{(100 + P\%)} = S.P \times \frac{100}{(100 - L\%)}$

Some Important Results of profit and loss

लाभ और हानि के कुछ महत्वपूर्ण परिणाम

- If two articles are sold at same price each at Rs. x one at a profit of y% and other at a loss of y% then. यदि दो वस्तुएं समान मूल्य x रूपये तथा एक को लाभ y% और दूसरी को हानि y% पर बेची जाए तो

$$\text{Loss} = \frac{y^2}{100} \%$$

- Two article sold for rupees z each. On one, there is again of x% and on the other, there is a loss of y%. What is the overall gain or loss percent.

दो वस्तुओं में से प्रत्येक को z रूपये के मूल्य पर बेचा जाता है। उनमें से एक वस्तु पर विक्रेता को x% लाभ होता है और दूसरी वस्तु पर y% की हानि होती है। विक्रेता को कुल मिलाकर कितने प्रतिशत लाभ अथवा हानि हुई।

$$\text{Overall Profit and Loss \%} = \frac{100(x + y) + 2xy}{200 + x + y}$$

If the value is positive then it will be profit percent and if negative then it will be loss percent.

यदि मान धनात्मक हो तो लाभ प्रतिशत एवं ऋणात्मक हो तो हानि प्रतिशत होगा।

- A man sells his items at a profit/loss of x%. If he had sold it for Rs. R more, he would have gained/loss y%. then

एक आदमी अपनी वस्तुओं को x% के लाभ/हानि पर बेचता है। अगर उसने इसे R अधिक रूपये में बेचा होता। तो उसे y% का लाभ/हानि होता है, फिर

$$CP \text{ of items} = \frac{R}{(y \pm x)} \times 100$$

'+' when one is profit and other is loss.

'+' जब एक लाभ और दूसरा हानि हो।

'-' = when both are either profit or loss.

'-' = जब दोनों लाभ या हानि हो।

- If two Items are bought at same price each as Rs. x one at a profit of y% and other at a loss of y% then. यदि दो वस्तुएं समान मूल्य x रूपये तथा एक को लाभ y% और दूसरी को हानि y% पर खरीदी जाए तो

No Profit. No Loss

- If an article is sold for Rs. X, the loss is as much as the profit is if it is sold for Rs. Y, then the cost price

किसी वस्तु को X रु. में बेचने पर उतनी ही हानि होती है जितना कि

$$Y \text{ रु. में बेचने पर लाभ होता है, तो क्रय मूल्य} = \frac{x + y}{2}$$

- If the profit earned by selling an article for Rs.x is n times the loss incurred by selling it for Rs.y, then the cost price of the article

यदि किसी वस्तु को x रु. में बेचने से प्राप्त लाभ उसे y रु. में बेचने पर

$$\text{उठाए गए हानि का } n \text{ गुना हो, तो वस्तु का क्रय मूल्य} = \frac{x + ny}{n + 1}$$

- If cost price of article x = selling price of article y , then percent profit or loss/यदि x वस्तु का क्रय मूल्य = y

$$\text{वस्तु का विक्रय मूल्य तो प्रतिशत लाभ अथवा हानि} = \frac{x-y}{y} \times 100$$

Conclusion +ve then Profit, -ve then loss
निष्कर्ष धनात्मक हो, तो लाभ होगा, ऋणात्मक हो तो हानि होगा।

- On selling 'x' articles the profit or loss is equal to selling of 'y' articles, then/'x' वस्तु को बेचने पर लाभ या हानि 'y' वस्तु को बेचने के बराबर हो, तो

$$\text{Profit\%} = \frac{y \times 100}{x - y}, \quad \text{Loss \%} = \frac{y \times 100}{x + y}$$

- If the value of percent profit by selling an article for Rs $x\%$ is equal to the cost price, then the cost price of the article is/किसी वस्तु को $x\%$ रु. में बेचने से होने वाले प्रतिशत लाभ का मान क्रय मूल्य के बराबर हो, तो वस्तु का क्रय मूल्य = $10 \times \sqrt{x+25} - 50$
- If the percentage of loss incurred by selling an article for Rs. x is equal to the cost price, then the cost price of the article/किसी वस्तु को x रु. में बेचने से होने वाले प्रतिशत हानि का मान क्रय मूल्य के बराबर हो तो वस्तु का क्रय मूल्य = $10 \times \sqrt{25 - x} + 50$
- If a shopkeeper sells an article at its cost price by using a false weight of x gram instead of 1 kilogram, then his percentage profit is/अगर कोई दुकानदार 1 किलोग्राम की जगह पर x ग्राम का झूठे बाट इस्तेमाल करके किसी समान को उसके क्रय मूल्य पर ही बेचता है, तो उसका प्रतिशत लाभ

$$\frac{1000 - x}{x} \times 100$$

- If a vendor used to sell his articles at $x\%$ loss on cost price but uses y grams instead of z grams, then his profit or loss% is/यदि एक विक्रेता अपने सामान को लागत मूल्य के $x\%$ हानि पर बेचता है लेकिन y ग्राम के बजाय z ग्राम का उपयोग

$$\text{करता है, तो उसका लाभ या हानि \% है} \left[(100 - x) \frac{z}{y} - 100 \right] \%$$

[Profit or loss as per positive or negative sign.]
[लाभ या हानि धनात्मक या नकारात्मक संकेत के अनुसार]

- A dishonest dealer defrauds to the extent of $x\%$ in buying as well as selling is goods by using faulty weight. What will be the gain percent on his outlay/एक बेईमान व्यापारी गलत बाटों का प्रयोग करके अपनी वस्तुओं को क्रय और विक्रय करते समय दोनों बार $x\%$ तक बेईमानी करता है उसकी लागत पर प्राप्त लाभ प्रतिशत क्या होगा

$$\text{Profit \%} = \frac{2x}{100 - x} \times 100\%$$

- If a person buys y articles for Rs. x and sells them at the rate of y for x , then यदि कोई व्यक्ति x रुपये के लिए y लेख खरीदता है, और उन्हें x के लिए y की दर से बेचता है, तब

$$(i) x > y \frac{x^2 - y^2}{x^2} \times 100 \quad (ii) x < y \frac{y^2 - x^2}{x^2} \times 100$$

- If a man purchases 'a' items for Rs. x and sells 'b' items for Rs. y , then his profit or loss percent is given by/अगर एक आदमी x रुपये के लिए 'a' वस्तुएं खरीदता है और y रुपये के लिए 'b' वस्तुएं बेचता है, तो लाभ या हानि प्रतिशत

$$= \left(\frac{ay - bx}{bx} \right) \times 100\%$$

DISCOUNT

CHAPTER

बट्टा

03

The discount which is given at the time of selling the article is called discount./वस्तु को बेचते समय जो छूट दी जाती है, बट्टा कहलाती है।

- $D = M.P - S.P$ / छूट = अंकित मूल्य - विक्रय मूल्य
 $M.P = S.P + D$ / अंकित मूल्य = विक्रय मूल्य + छूट
 $S.P = M.P - D$ / विक्रय मूल्य = अंकित मूल्य - छूट
- $\text{Discount\%} = \frac{D}{M.P} \times 100$ / छूट% = $\frac{\text{छूट}}{\text{अंकित मूल्य}} \times 100$
- $S.P = \frac{M.P \times (100 - D\%)}{100}$ / विक्रय मूल्य = $\frac{\text{अंकित मूल्य} \times (100 - \text{छूट\%})}{100}$
 $M.P = \frac{S.P \times 100}{100 - D\%}$ / अंकित मूल्य = $\frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{(100 - \text{छूट\%})}$
- If mark price is given and also discount ($D_1\%$ $D_2\%$ ) are given then, selling price is

यदि अंकित मूल्य दिया गया हो और छूट ($D_1\%$, $D_2\%$ ) दी जाती है, तो विक्रय मूल्य

$$S.P = M.P \times \left(\frac{100 - D_1\%}{100} \right) \times \left(\frac{100 - D_2\%}{100} \right) \dots \dots \dots / \text{विक्रय मूल्य} = \text{अंकित मूल्य}$$

$$\text{मूल्य} \times \frac{(100 - \text{छूट}_1\%)}{100} \times \frac{(100 - \text{छूट}_2\%)}{100} \dots \dots$$

$$C.P = \frac{M.P(100 - D\%)}{(100 + P\%)} / \text{क्रय मूल्य} = \frac{\text{अंकित मूल्य} (100 - \text{छूट\%})}{(100 + \text{लाभ\%})}$$

- Two Equivalent Discount are given then दो समतुल्य बट्टा $x\%$, $y\%$ दिया गया हो तब

$$x + y - \frac{xy}{100} \%$$

Ex. equivalent discount of 30%, 20%/30, 20% का समतुल्य बट्टा

$$\left(30 + 20 - \frac{30 \times 20}{100}\right)\% = (50 - 6)\% = 44\% \text{ discount}$$

(vi) Three Equivalent Discount are given then तीन समतुल्य बट्टा x%, y%, z% दिया गया हो तब

$$(x + y + z) - \frac{xy + yz + zx}{100} + \frac{xyz}{10000}\%$$

Ex. equivalent discount of 5%, 7%, 8%
5%, 7%, 8% का समतुल्य बट्टा

$$= (5 + 7 + 8) - \left(\frac{35 + 56 + 40}{100}\right) + \frac{5 \times 7 \times 8}{10000}$$

$$= 20 - 1.31 + 0.0280 = 18.718\%$$

Free article (मुफ्त वस्तु)

(vii) 'y' articles (quantity/number) are given free on purchasing 'x' articles. Then, 'x' वस्तु खरीदने पर 'y' वस्तु (मात्र/संख्या) निःशुल्क दी जाती है। फिर,

$$\text{Discount/छूट \%} = \frac{y \times 100}{x + y}$$

$$\text{or, D\%} = \frac{\text{No. of Free Articles} \times 100}{\text{Total articles}}$$

Where, y = No. of Free Articles
x + y = Total articles

Ex. Buy 3 Get 2 Free/3 खरीदे 2 मुफ्त पाए:-

$$\frac{2}{5} \times 100 = 40\% \text{ discount}$$

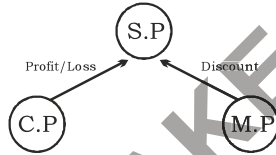
(x) 20% + Buy 3 Get 1 Free

$$\frac{1}{4} \times 100 = 25\% \text{ Discount}$$

20%, 25%

$$\left(20 + 25 - \frac{20 \times 25}{100}\right)\% = (45 - 5)\% = 40\% \text{ discount}$$

(xi)



$$\text{CP} \times \text{Profit or loss\%} = \text{MP} \times \text{D\%}$$

$$\text{क्रय मूल्य} \times \text{लाभ/हानि\%} = \text{अंकित मूल्य} \times \text{छूट \%}$$

$$\text{CP} = \frac{\text{MP} \times \text{D\%}}{\text{P\%}} = \frac{\text{MP} \times \text{D\%}}{\text{L\%}}$$

$$\text{क्रय मूल्य} = \frac{\text{अंकित मूल्य} \times \text{छूट \%}}{\text{लाभ \%}} = \frac{\text{अंकित मूल्य} \times \text{छूट \%}}{\text{हानि \%}}$$

$$(xii) \frac{\text{CP}}{\text{MP}} = \frac{100 - \text{D\%}}{100 + \text{P\%}} / \frac{\text{CP}}{\text{MP}} = \frac{100 - \text{D\%}}{100 - \text{L\%}}$$

$$\frac{\text{क्रय मूल्य}}{\text{अंकित मूल्य}} = \frac{100 - \text{छूट\%}}{100 \pm \text{लाभ/हानि\%}}$$

Miscellaneous (विविध)

(i) A tradesman marks his goods r% above his cost price. If he allows his customers a discount of r₁% on the marked price. Then the profit of loss percent is/एक व्यापारी अपने माल पर क्रय मूल्य से r% अधिक मूल्य अंकित करता है। यदि वह अपने ग्राहकों को अंकित मूल्य पर r₁% की छूट देता है तो लाभ या हानि प्रतिशत है।

$$\frac{r \times (100 - r_1)}{100} - r_1$$

(Positive sign signifies profit and negative sign signifies loss). / (धनात्मक चिन्ह लाभ को दर्शाता है और ऋणात्मक चिन्ह हानि को दर्शाता है)।

(ii) The marked price of an article is fixed in such a way that after allowing a discount of r%, a profit of R% is obtained. Then the marked price of the article is $\left(\frac{r + R}{100 - r} \times 100\right)\%$ more than its cost price.

एक वस्तु का अंकित मूल्य इस प्रकार निर्धारित किया जाता है कि r% की छूट देने के बाद, R% का लाभ प्राप्त होता है। तब वस्तु का अंकित

मूल्य उसके क्रय मूल्य से $\left(\frac{r + R}{100 - r} \times 100\right)\%$ अधिक है।

SIMPLE INTEREST

CHAPTER

साधारण ब्याज

04

Simple Interest: A quick and easy method of calculating the interest charge on a loan, which is determined by multiplying the daily interest rate by the principal by the number of days that elapse between payments and it is denoted by 'S.I'.

साधारण ब्याज: एक ऋण पर ब्याज शुल्क की गणना करने का एक त्वरित

और आसान तरीका, जो भुगतान के बीच बीतने वाले दिनों की संख्या से मूलधन द्वारा दैनिक ब्याज दर को गुणा करके निर्धारित किया जाता है।

Principal (P): Borrowed money is called principal and it is denoted by 'P'.

मूलधन: उधार लिया हुआ पैसा मूलधन कहलाता है और इसे 'P' से दर्शाया जाता है।

Time period (T) or (t):- Money is borrowed for certain time period, that time is called interest time and it is denoted by 'T' or 't'./

समय सीमा:- पैसा एक निश्चित समय अवधि के लिए उधार लिया है, उस समय को ब्याज समय कहा जाता है और इसे 'T' या 't' द्वारा दर्शाया जाता है।

Interest Rate (R, r):- The interest rate is the amount lender charge a borrower and is a percentage of the principal- (the amount loaned) and it is denoted by 'R' or 'r'.

ब्याज दर:- ब्याज दर वह राशि है जो एक ऋणदाता एक उधारकर्ता से वसूल करता है और मूलधन का कुछ निश्चित प्रतिशत होता है और इसे 'R' या 'r' से दर्शाया जाता है।

Amount (A):- The principal (P) becomes amount when interest is added to it and it is denoted by 'A'.

मिश्रधन: मूलधन, मिश्रधन तब बन जाता है जब इसमें ब्याज जोड़ा जाता है और मिश्रधन को 'A' से दर्शाया जाता है।

- Amount = Principal + Interest/मिश्रधन= मूलधन + ब्याज
A = P + SI and, SI = A - P

ब्याज = मिश्रधन - मूलधन

- Simple Interest = $\frac{\text{Principal} \times \text{Rate} \times \text{Time}}{100}$

साधारण ब्याज = $\frac{\text{मूल धन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

or, $\boxed{SI = \frac{P \times R \times T}{100}}$ than, $\boxed{P = \frac{SI \times 100}{R \times T}}$

and, $\boxed{R = \frac{SI \times 100}{P \times T}}$ and, $\boxed{T = \frac{SI \times 100}{P \times R}}$

So, Amount = Principal + $\frac{\text{Principal} \times \text{rate} \times \text{time}}{100}$

or, $\boxed{A = P + \frac{P \times R \times T}{100}}$

- If simple interest is calculated on different bases like/यदि साधारण ब्याज की गणना विभिन्न आधारों पर की जाती है जैसे-

	Rate(r)	Time(t)
1. Annually/वार्षिक	r%	t years
2. Half yearly/अर्ध वार्षिक	$\frac{r}{2}$ %	t×2years
3. Quarterly year/तिमाही वार्षिक	$\frac{r}{4}$ %	t×4 years
4. Monthly/मासिक	$\frac{r}{12}$ %	t×12 years

- If there are distinct rate of interests for distinct time periods/यदि अलग-अलग समय अवधि के लिए ब्याज की अलग-अलग दर है जैसे
- Rate for 1st t_1 years/पहले t_1 वर्ष के लिए दर $\rightarrow R_1$ %
- Rate for 2nd t_2 years/दूसरे t_2 वर्ष के लिए दर $\rightarrow R_2$ %

- Rate for 3rd t_3 years/तीसरे t_3 वर्षों के लिए दर $\rightarrow R_3$ %

Then, total S.I for $(t_1 + t_2 + t_3)$ year/फिर,

$(t_1 + t_2 + t_3)$ साल के लिए कुल S.I = $\frac{P(R_1 t_1 + R_2 t_2 + R_3 t_3)}{100}$

- The difference between the SI for a certain sum P_1 deposited for time T_1 at R_1 rate of interest and another sum P_2 deposited for time T_2 at R_2 rate of interest is/ब्याज की R_1 दर पर T_1 समय के लिए जमा की गई एक निश्चित राशि P_1 के लिए साधारण ब्याज और R_2 ब्याज दर पर T_2 समय के लिए जमा की गई दूसरी राशि P_2 के लिए साधारण ब्याज के बीच का अंतर-

SI = $\frac{P_2 R_2 T_2 - P_1 R_1 T_1}{100}$

- If a certain sum P becomes 'n' times of itself in t years on Simple Interest, then the rate percent per annum is/यदि एक निश्चित राशि P साधारण ब्याज पर t वर्ष में स्वयं की 'n' गुनी हो जाती है, तो वार्षिक दर प्रतिशत है।

$R\% = \frac{(n-1)}{T} \times 100\%$ and, $T = \frac{(n-1)}{R} \times 100\%$

- If a certain sum P become n_1 times of itself at R_1 % rate and n_2 times of itself at R_2 % rate, on SI then, यदि एक निश्चित राशि P, R_1 % दर पर स्वयं का n_1 गुना और R_2 % दर पर स्वयं का n_2 गुना हो जाती है, तो

$R_2 = \frac{(n_2-1)}{(n_1-1)} R_1$ and $T_2 = \frac{(n_2-1)}{(n_1-1)} T_1$

- If Simple Interest (SI) becomes 'n' times of principal i.e. S.I = P × n, then/यदि साधारण ब्याज मूलधन का 'n' गुना हो जाता है अर्थात् SI = p × n, तो

Rate = $\frac{n \times 100}{\text{time}}$ and time = $\frac{n \times 100}{\text{rate}}$

- If an amount (A) becomes 'n' times of certain sum (P) i.e. $\boxed{A = P \times n}$ then/यदि कोई मिश्रधन (A) निश्चित राशि (P) का 'n' गुना हो जाती है जैसे $\boxed{A = P \times n}$ तो

Rate = $\frac{(n-1) \times 100}{\text{time}}$ and time = $\frac{(n-1) \times 100}{\text{rate}}$

- If the difference between two simple interests (SI) is 'a' calculated at different annual rates and times, then principal (P) is/यदि दो साधारण ब्याज के बीच के अंतर 'a' की गणना अलग-अलग वार्षिक दरों और समय पर की जाती है, तो मूलधन (P) है।

$P = \frac{a \times 100}{(\text{diff. in rate}) \times (\text{diff. in time})}$

- If a sum amount to x_1 in t years and then this sum amount to x_2 in t years. Then the sum is given by यदि कोई राशि t वर्षों में x_1 हो जाती है और फिर यह राशि t वर्षों में x_2 हो जाती है। तब मूलधन

$P = \frac{(\text{Diff. in amount}) \times 100}{(\text{Change in interest Rate}) \times \text{time}}$

- If a sum with simple interest rate, amount to 'x' in t_1 years and 'y' in t_2 years, then/यदि साधारण ब्याज दर वाली राशि t_1 वर्षों में 'x' और t_2 वर्षों में 'y' हो जाती है, तो

$$R\% = \left[\frac{y - x}{xt_2 - yt_1} \right] \times 100 \text{ and, } P = \frac{xt_2 - yt_1}{t_2 - t_1}$$

- If simple interest is $\frac{x}{y}$ of principal amount and rate of interest and time is equal then,/यदि साधारण ब्याज

मूल राशि का $\frac{x}{y}$ है और ब्याज की दर और समय बराबर है, तो

$$\text{Time} = \text{Rate} = \sqrt{\frac{x}{y}} \times 100$$

- If a sum (P) becomes amount (A_1) at $r\%$ in t years on SI. Then the difference between the amount (A_2) if the P is lent at $(r + 1)\%$ for t years is:/यदि कोई मूलधन (P), $r\%$ की दर से t सालों में साधारण ब्याज पर मिश्रधन (A_1) बन जाता है तो सामान राशि (P) को $(r + 1)\%$ की दर से t सालों के लिए साधारण ब्याज पर लगाने से प्राप्त हुई राशि (A_2) के बीच अंतर-

$$\text{Difference}(A_2 - A_1) = \frac{P \times 1 \times t}{100}$$

- If a sum 'P' divided in 3 parts i.e. P_1, P_2, P_3 and then each part lent at $r_1\%, r_2\%, r_3\%$ rates for t_1, t_2, t_3 years respectively at simple interest and यदि किसी मूलधन 'P' को तीन भागों i.e. P_1, P_2, P_3 में बाट कर $r_1\%, r_2\%, r_3\%$ की दर से t_1, t_2, t_3 सालों के लिए साधारण ब्याज पर दिया जाता है, और

- (a) If SI received from all 3 parts are equal, then/यदि 3 भागों से साधारण ब्याज समान प्राप्त हो, तो

$$P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{r_1 t_1} : \frac{1}{r_2 t_2} : \frac{1}{r_3 t_3}$$

- (b) If amount (P + SI) received from all 3 parts are equal, then/यदि 3 भागों से मिश्रधन (P + SI) समान प्राप्त हो, तो

$$P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{100 + r_1 t_1} : \frac{1}{100 + r_2 t_2} : \frac{1}{100 + r_3 t_3}$$

- If interest on principal (P) at $r\%$ simple interest rate is about to be given in (t) years. Then the amount of each instalment

यदि मूलधन पर $r\%$ साधारण ब्याज दर पर ब्याज t वर्षों में दिया जाने वाला है, तो प्रत्येक समान किस्त की राशि।

$$\text{Each equal instalment} = \frac{P \times 100}{100 \times t + \frac{rt(t-1)}{2}}$$

$$\text{or, } \frac{P \times 100}{100 \times t + [(t-1) + (t-2) + \dots] \times r}$$

- To find the rate of interest under current deposit plan/वर्तमान जमा योजना के तहत ब्याज दर का पता लगाने के लिए।

$$\text{Rate} = \frac{SI \times 2400}{n(n+1) \times (\text{deposited amount})}$$

where n = no. of months

COMPOUND INTEREST

CHAPTER

चक्रवृद्धि ब्याज

05

Compound Interest (CI) : The interest on a loan or deposit calculated based on both the initial principal and the accumulated interest from previous periods and it is denoted by 'CI'.

चक्रवृद्धि ब्याज: एक ऋण या जमा राशि पर ब्याज की गणना प्रारंभिक मूलधन और पिछली अवधियों के संचित ब्याज दोनों के आधार पर की जाती है और इसे 'CI' द्वारा निरूपित किया जाता है।

Abbreviations/संक्षेपाक्षर

- CI : Compound Interest/चक्रवृद्धि ब्याज
- P : Principal/मूलधन
- A : Amount/मिश्रधन
- R/r : Rate/दर
- T/t : Time/समय

- Amount = Principal + Interest
- Interest = Amount - Principal

$$\text{Amount} = \text{Principal} \left[1 + \frac{\text{rate}}{100} \right]^{\text{time}}$$

$$\text{or, } A = P \left[1 + \frac{r}{100} \right]^t$$

$$\text{and, } CI = P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t - 1 \right]$$

- If compounded is calculated on different bases like यदि चक्रवृद्धि ब्याज की गणना विभिन्न आधारों पर की जाती है जैसे-

	Rate(r)	Time(t)
1. Annually/वार्षिक	r%	t years
2. Half yearly/अर्ध वार्षिक	$\frac{r}{2}\%$	t×2years
3. Quarterly year/तिमाही वार्षिक	$\frac{r}{4}\%$	t×4 years
4. Monthly/मासिक	$\frac{r}{12}\%$	t×12 years

➤ If there are distinct rate of interests (r) for distinct time period i.e./यदि अलग-अलग समय अवधि के लिए अलग-अलग ब्याज की दरें हैं, जैसे-

Rate for 1st year/प्रथम वर्ष के लिए दर → r₁%

Rate for 2nd year/द्वितीय वर्ष के लिए दर → r₂%

Rate for 3rd year/तीसरे वर्ष के लिए दर → r₃% and so on then, /और आगे इस तरह तो,

$$A = P \left[1 + \frac{r_1}{100} \right] \left[1 + \frac{r_2}{100} \right] \left[1 + \frac{r_3}{100} \right] \dots \dots \dots \text{soon}$$

and, CI = A - P

➤ If the time is given in fractional form eg. $3\frac{1}{3}$, then

/यदि समय भिन्नात्मक रूप में दिया गया है, जैसे $3\frac{1}{3}$ तो,

$$CI = P \left[1 + \frac{r}{100} \right]^3 \left[1 + \frac{\frac{1}{3}r}{100} \right] - P$$

➤ If an amount becomes 'n' times in 't' times period at the rate of compound interest then, time taken to become 'n^m' times for the same amount is equal to $\boxed{t \times m}$ years./एक निश्चित राशि चक्रवृद्धि ब्याज पर 'n' वर्षों में स्वयं का 't' गुना हो जाती है, तो इसे स्वयं का 'n^m' गुना होने में लगने वाला समय $\boxed{t \times m}$ होगा।

Example:- An amount becomes double in 3 years on compound interest. Then in how many years it will become 8 times of itself?/यदि एक निश्चित राशि चक्रवृद्धि ब्याज पर 3 वर्ष में स्वयं का दो गुना हो जाती है, तो इसे स्वयं का 8 गुना होने में कितना समय लगेगा?

$$\Rightarrow 8 = 2^3 \quad \therefore \text{Time} = 3 \times 3 = 9 \text{ years}$$

➤ Difference between CI and SI on a sum 'P' at rate of r%

1. For 2 years is:

$$CI - SI = \text{Principal} \times \left[\frac{\text{rate}}{100} \right]^2 \text{ or } p \times \left[\frac{R}{100} \right]^2$$

$$\text{and } P = \frac{(CI - SI) \times 100 \times 100}{R^2}$$

2. For 3 years is

$$CI - SI = \text{Principal} \times \left[\frac{\text{Rate}}{100} \right]^2 \times \left[3 + \frac{\text{Rate}}{100} \right]$$

$$\text{or, } CI - SI = P \left(\frac{R}{100} \right)^2 \left(3 + \frac{R}{100} \right)$$

➤ If a sum 'P' becomes 'n' times of itself in 't' years on CI, then/यदि एक निश्चित 'P', चक्रवृद्धि ब्याज पर 't' सालों में स्वयं का 'n' गुना हो जाता है, तो

$$R\% = \left[n^{\frac{1}{t}} - 1 \right] \times 100$$

➤ A certain sum at CI becomes 'n' times in 't₁' year and 'm' times in 't₂' years, then/एक निश्चित राशि चक्रवृद्धि ब्याज पर t₁ सालों में स्वयं का n गुना और t₂ सालों में m गुना हो जाती है, तो

$$\left[n^{\frac{1}{t_1}} = m^{\frac{1}{t_2}} \right]$$

➤ If on compound interest, a sum becomes Rs. A in 't₁' years and Rs. B in 't₂' years then,/यदि चक्रवृद्धि ब्याज पर एक राशि 't₁' साल में A रुपये हो जाती है और 't₂' साल में B रुपये हो जाती है, तो

$$(i) \text{ If } t_2 - t_1 = 1, \text{ then } R\% = \left(\frac{B}{A} - 1 \right) \times 100\%$$

$$(ii) \text{ If } t_2 - t_1 = 2 \text{ then } R\% = \left[\sqrt{\frac{B}{A}} - 1 \right] \times 100\%$$

$$(iii) \text{ If } t_2 - t_1 = n, \text{ then } R\% = \left[\sqrt[n]{\frac{B}{A}} - 1 \right] \times 100\%$$

Where n is a whole number
जहाँ n एक पूर्ण संख्या है।

Effective/Successive rate in Compound Interest प्रभावी दर चक्रवृद्धि ब्याज में

For 2 years/दो साल के लिए:-

(a) If rate of interest in 1st year is x% and in 2nd year is y%, then effective rate/प्रभावी दर = $\left[x + y + \frac{xy}{100} \right]\%$

Interest rates to remember				
Rates for	for 2 yr.	CI-SI for 2yr.	For 3 yr.	CI-SI for 3 yr.
1%	2.01%	0.01%	3.0301%	0.0301%
2%	4.04%	0.04%	6.1208%	0.1208%
3%	6.09%	0.9%	9.2727%	0.2727%
4%	8.16%	0.16%	12.4864%	0.4864%
5%	10.25%	0.25%	15.7625%	0.7625%
10%	21%	1%	33.1%	3.1%
15%	32.25%	2.25%	52.0875%	7.0875%
20%	44%	4%	72.8%	12.8%
25%	56.25%	6.25%	95.3125%	20.3125%
30%	69%	9%	119.7%	29.7%

- (b) If rate is same in both years, then/यदि दोनों साल की दर समान हो, तो

$$\text{effective rate/प्रभावी दर} = \left[2r + \frac{r^2}{100} \right] \%$$

For 3 years/तीन साल के लिए

- (a) If rate is x%, y% and z% in 1st year, 2nd year and 3rd year respectively, then/यदि पहले साल, दूसरे साल और तीसरे साल की दर x%, y% और z% है, तो

$$\text{effective rate/प्रभावी दर} = \left[(x + y + z) + \frac{(xy + yz + zx)}{100} + \frac{xyz}{10000} \right] \%$$

- (b) If rate is r% for each 3 years यदि प्रत्येक 3 साल की दर r% है

$$\text{Effective rate/प्रभावी दर} = \left[3r + \frac{3r^2}{100} + \frac{r^3}{(100)^2} \right] \%$$

1. Golden Ratio of CI:-

- 2 years = 2 : 1
 - 3 years = 3 : 3 : 1
 - 4 years = 4 : 6 : 4 : 1
 - 5 years = 5 : 10 : 10 : 5 : 1
 - 6 years = 6 : 15 : 20 : 15 : 6 : 1
- and so on.

➤ **Difference between CI & SI/**

CI और SI के बीच का अंतर:-

$$\text{If } r = \frac{1}{a}, t = 3 \text{ years, then } p = a^3.$$

So,

	1 st year	2 nd year	3 rd year
SI →	a ²	a ²	a ²
CI →	a ²	a ² +a	a ² +a+a+1
Diff.(d) →	0	a	2a+1
	(d ₁)	(d ₂)	(2d ₂ +d ₂ का R%)
	CI-SI for 1st year	CI-SI for 2nd year	CI-SI for 3rd year

Now we know,

- (i) CI – SI for 1 year is always 0 and CI = SI for 1st year
 - (ii) CI – SI for 2 years is d₂ or a.
 - (iii) CI – SI for 3 years is 3d₂ + r% of d₂ or 3a+1
- Now we can say the ratio for 3 years of (CI –

SI) and principal is $\frac{(3a+1)}{a^3}$

Some General Results

1.	Sum	Amount
a	<u>t year</u>	b
a ²	<u>2t year</u>	b ²
a ³	<u>3t year</u>	b ³

2.	Sum	Amount
a	<u>t year</u>	b
$\sqrt[2]{a}$	$\frac{t}{2}$ year	$\sqrt[2]{b}$
$\sqrt[3]{a}$	$\frac{t}{3}$ year	$\sqrt[3]{b}$

3.	Sum (A) $\xrightarrow{t \text{ year}}$	Amt. (B)
	Sum (A) $\xrightarrow{\text{next } t \text{ year}}$	Amt. (B)
	Sum (A) $\xrightarrow{\text{next } t \text{ year}}$	Amt. (B)

4. If $R = \frac{1}{x}$ and T = 3 years, then $P = x^3$

⇒	1 st year	2 nd year	3 rd year
CI →	x ²	x ² +x	x ² +x+x+1 = (x ² +2x+1) = (x+1) ²

CI of 3rd year = (x+1)²

INSTALMENT / किस्त

If a sum 'P' is borrowed at R% annual CI which is to be paid in 'n' equal annual instalments including interest then,/यदि एक राशि 'P' को R% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार लिया जाता है, जिसका भुगतान ब्याज सहित 'n' समान वार्षिक किस्तों में किया जाना है, तो

- (i) for n = 2, each annual instalment/प्रत्येक वार्षिक किस्त

$$= \frac{P}{\left[\frac{100}{100+R} \right] + \left[\frac{100}{100+R} \right]^2}$$

- (ii) for n = 3, Each annual instalment/प्रत्येक वार्षिक किस्त

$$= \frac{P}{\left[\frac{100}{100+R} \right] + \left[\frac{100}{100+R} \right]^2 + \left[\frac{100}{100+R} \right]^3}$$

- (iii) for n = x, Each annual instalment/प्रत्येक वार्षिक किस्त

$$= \frac{P}{\left[\frac{100}{100+R} \right] + \left[\frac{100}{100+R} \right]^2 + \left[\frac{100}{100+R} \right]^3 + \dots + \left[\frac{100}{100+R} \right]^x}$$

Where x is a natural number/जहाँ x एक प्राकृतिक संख्या है।

Ratio:-The comparative relation between two amounts/Quantities of same type is called Ratio.

अनुपात:- एक ही प्रकार की दो राशियों/मात्राओं के बीच के तुलनात्मक संबंध को अनुपात कहते हैं।

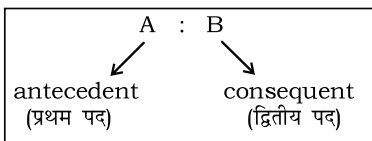
$\frac{a}{b}$ is the ratio of a to b is written as a : b and read "a is to b", where 'a' is called the antecedent and 'b' is called the 'consequent'.

$\frac{a}{b}$ अनुपात है, a से b के अनुपात को a : b के रूप में लिखा जाता है और "a से b" का अनुपात पढ़ा जाता है, जहाँ 'a' को 'पूर्ववर्ती' कहा जाता है और 'b' को 'परिणामी' कहा जाता है।

Ratio always occurs between same units.

अनुपात हमेशा समान इकाइयों के बीच होता है।

- as/जैसे - Rupees : Rupees/रुपये : रुपये
- gram : gram/ग्राम : ग्राम
- kilogram : kilogram/किलोग्राम : किलोग्राम
- minutes : minutes/मिनट : मिनट
- Hour : Hour etc./घंटा : घंटा



If $x : y :: p : q$ then x and q are called extreme, y and p are called mean./ यदि $x : y :: p : q$ तो x और q उच्चतर मान कहलाते हैं तथा y और p माध्य कहलाते हैं

Product of extreme = product of mean/उच्चतर मान का गुणनफल = माध्य का गुणनफल
i.e, $x \times q = y \times p$

Definition of different types of ratio/विभिन्न प्रकार के अनुपात की परिभाषा:-

(A) **Mixed ratio/मिश्रित अनुपात**

Let $x : y$ and $p : q$ be two ratio then mixed ratio is मान लीजिए $x : y$ और $p : q$ दो अनुपात हैं तो मिश्रित अनुपात है

$$x : p :: y : q$$

(B) **Duplicate Ratio/दुप्लिकेट अनुपात**

The mixed Ratio of two equal ratio is called the duplicate Ratio/दो समान अनुपातों के मिश्रित अनुपात को द्विगुणित अनुपात कहते हैं

Let Ratio is $p : q$
it's duplicate ratio $p^2 : q^2$,
माना अनुपात $p : q$ है
इसका दुप्लिकेट अनुपात है $p^2 : q^2$,

(C) **Subduplicate ratio/सबदुप्लीकेट अनुपात:**

The square root of a certain ratio is called its subduplicate ratio.

The subduplicate ratio of $p : q = \sqrt{p} : \sqrt{q}$

सबदुप्लीकेट अनुपात किसी निश्चित अनुपात का वर्गमूल उसका सबदुप्लीकेट अनुपात कहलाता है।

सबदुप्लीकेट अनुपात $p : q$ का $= \sqrt{p} : \sqrt{q}$

(D) **Triplicate Ratio/ट्रिप्लिकेट अनुपात**

The cube of a certain ratio is called Triplicate Ratio/एक निश्चित अनुपात का घन त्रिगुण अनुपात कहलाता है।

The Triplicate Ratio of/त्रिगुण अनुपात $p : q$ का $= p^3 : q^3$

(E) **Subtriplicate Ratio/सबट्रिप्लिकेट अनुपात**

The cube root of a certain ratio is called subtriplicate ratio./एक निश्चित अनुपात के घनमूल को सबट्रिप्लिकेट अनुपात कहा जाता है।

The subtriplicate of ratio $p : q/p : q$ अनुपात का उपट्रिप्लिकेट $= \sqrt[3]{p} : \sqrt[3]{q}$

(F) **Inverse ratio or Reciprocal Ratio/उलटा अनुपात या प्रतिलोम अनुपात**

Reciprocal of antecedent and consequent./पूर्ववर्ती और परिणामी का व्युत्क्रम।

Reciprocal or inverse ratio of $p : q/p : q$ का व्युत्क्रम या प्रतिलोम अनुपात

$$\Rightarrow \frac{1}{p} : \frac{1}{q} \text{ or } \left[\frac{1}{p} : \frac{1}{q} \right] \times L. C. M$$

➤ **Proportion/समानुपात:-** when two ratio are equal to each other then they are called proportional as जब दो अनुपात एक दूसरे के बराबर होते हैं तो उन्हें समानुपातिक कहा जाता है

$a : b = c : d$ then/तब a, b, c & d are in proportion/समानुपात में है?

or $a : b :: c : d$

e.g. $3 : 7 = 12 : 28$

then we write/फिर हम लिखते हैं $3 : 7 :: 12 : 28$

• **Directly Proportional./सीधे आनुपातिक**

If $x = ky$, where k is constant/यदि $x = ky$, जहाँ k स्थिर है then we say that x is directly proportional to y. If it is written as follow.

तब हम कहते हैं कि x, y के समानुपाती है। अगर इसे निम्न रूप में लिखा गया है।

$$x \propto y$$

• **Inversely Proportional/व्युत्क्रमानुपाती**

if $x = \frac{k}{y}$, where k is a constant./यदि $x = \frac{k}{y}$, जहाँ k

एक अचर है।

Then we say that x is inversely proportional to y , it is written as

तब हम कहते हैं कि x, y के व्युत्क्रमानुपाती है इसे इस प्रकार लिखा

जाता है $x \propto \frac{1}{y}$

- It does not change the ratio, when we multiply or divide antecedent and consequent of the ratio by a same non-zero number as

यह अनुपात नहीं बदलता है, जब हम पूर्ववृत्त को गुणा या विभाजित करते हैं और अनुपात के परिणामस्वरूप एक ही गैर-शून्य संख्या के रूप में

e. g, $a : b = \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$

$a : bc = a : b$

- What should be added to all of a, b, c, d so that these become proportional respectively?/ a, b, c, d सभी में क्या जोड़ा जाए कि ये क्रमशः समानुपातिक हो जाएँ?

Let x Should be added/मान लीजिए x जोड़ने पर

then/तो $\frac{a+x}{b+x} :: \frac{c+x}{d+x}$

• **Invertendo/विलोमानुपात**

The proportion in which antecedent and consequent quantities change their places is called invertendo/जिस अनुपात में पूर्ववृत्ती और परिणामी मात्राएँ अपना स्थान बदलती हैं, उसे उलटा कहा जाता है

Invertendo/विलोमानुपात $a : b = c : d$ is $b : a = d : c$

OR $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ then $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

• **Alternendo/अल्टरनेंडो**

If $a : b :: c : d$ is a proportion then its/यदि $a : b :: c : d$

एक समानुपात है तो इसका

Alternendo is $a : c :: b : d$ /अल्टरनेंडो है $a : c :: b : d$

• **Componendo/योगानुपात**

If $a : b :: c : d$ is a proportion/एक अनुपात है

then componendo is/तो योगानुपात है $(a+b) : b :: (c+d) : d$

• **Dividendo/अंतरानुपात**

If $a : b :: c : d$ is a proportion/यदि $a : b :: c : d$ एक समानुपात है

then dividendo is $a - b : b :: c - d : d$.

तो अंतरानुपात $a - b : b :: c - d : d$ है।

• **Componendo and dividendo/योगान्तरानुपात**

If $a : b :: c : d$ is a proportion./यदि $a : b :: c : d$ समानुपात है, तो $a + b : a - b :: c + d : c - d$

➤ **Concept of proportion (समानुपात की अवधारणा)**

There are 4 types of Proportion./अनुपात में 4 प्रकार के अवधारणा निम्न हैं:

- (i) First Proportional/प्रथम समानुपाती

$x : a :: b : c \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{b}{c}$

First Proportional/प्रथम समानुपातिक $\therefore x = \frac{ab}{c}$

- (ii) Mean Proportion/मध्य समानुपाती

$a : x :: x : b$

$\therefore \frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x = \sqrt{ab}$

- (iii) Third Proportion/तृतीय समानुपाती

$a : b :: b : x$

i.e $\frac{a}{b} = \frac{b}{x} \Rightarrow x = \frac{b^2}{a}$

- (iv) fourth Proportion/चतुर्थ समानुपाती

$a : b :: c : x$

i.e $\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{bc}{a}$

Sum other formulas/कुछ अन्य नियम

(v) If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{c+e}{d+f}$

If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{c-e}{d-f} = \frac{a-e}{b-f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$

➤ **Law of Ratio/अनुपात का नियम**

$I : II :: III : IV$ or $\frac{I}{II} = \frac{III}{IV}$

(i) $I = \frac{II \times III}{IV}$

(ii) $II = \frac{I \times IV}{III}$

(iii) $III = \frac{I \times IV}{II}$

(iv) $IV = \frac{III \times II}{I}$

(v) $\frac{I+II}{II} = \frac{III+IV}{IV}$

(vi) $\frac{I-II}{II} = \frac{III-IV}{IV}$

(vii) $\frac{I+II}{I-II} = \frac{III+IV}{III-IV}$

➤ **How to find Ratio**

(i) If $x A = y B$

$$A : B = y : x$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 for A for B

(ii) If $x A = y B = z C$

$$\therefore A : B : C = y \times z : x \times z : x \times y$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 For A For B For C

(iii) $p A = q B = r C = s D$

$$A : B : C : D$$

$$= q \times r \times s : p \times r \times s : p \times q \times s : p \times q \times r$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 For A For B For C For D

SOME EXAMPLES, TO FIND RATIO

Ist method

$A : B = 4 : 5, B : C = 3 : 2, A : B : C = ?$

$$A : B : C$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & : & 5 \rightarrow 5 \\ 3 \leftarrow 3 & : & 2 \end{array}$$

$$4 \times 3 : 5 \times 3 : 5 \times 2$$

$$12 : 15 : 10$$

IInd method

$A : B : C = ?$

$$A : B : C$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & \times & 5 \\ \swarrow & \searrow & \swarrow \\ & 3 & 2 \end{array}$$

$$12 : 15 : 10$$

(b) $A : B = 4 : 5, B : C = 3 : 2, C : D = 1 : 2$
 $A : B : C : D = ?$

Ist method

$$A : B : C : D$$

$$\begin{array}{cccc} ④ & ⑤ & \rightarrow 5 & \rightarrow 5 \\ \times & \times & \times & \times \\ 3 \leftarrow ③ & \rightarrow ② & \rightarrow 2 & \\ \times & \times & \times & \times \\ 1 \leftarrow ① & \leftarrow ① & ② & \end{array}$$

$$12 : 15 : 10 : 20$$

IInd method

$$\begin{array}{l} a : b = 1 : 2 \\ b : c = 3 : 4 \\ c : d = 5 : 1 \end{array}$$

$$a : b : c : d = 15 : 30 : 40 : 8$$

• **If an amount R is the divide between A and B in the ratio of $m : n$ then**

यदि एक राशि R को A और B के बीच $m : n$ के अनुपात में विभाजित किया जाना है, तो

(i) Part of A = $\frac{m}{m+n} \times R$

(ii) Part of B = $\frac{n}{m+n} \times R$

(iii) Difference of part of A and B = $\frac{m-n}{m+n} \times R$

where $m > n$

• If the ratio of A and B is $m : n$ and the difference in their share is 'R' units then, यदि A और B का अनुपात $m : n$ है और उनके हिस्से का अंतर 'R' इकाई है, तो,

(i) Part of A = $\frac{m}{m-n} \times R$

(ii) Part of B = $\frac{n}{m-n} \times R$

(iii) The sum of parts of A and B = $\frac{m+n}{m-n} \times R$

where $m > n$

➤ **CONCEPT OF DEGREE/डिग्री की अवधारण**

1. If $\frac{p}{q} = \frac{7}{3}$

then $\frac{5p+3q}{8p-7q}$

degree of p and q in numerator and denominator is same which is 1

दिये गए, प्रश्न में p और q की डिग्री अंश और हर में समान है, जो 1 है।

$$\therefore \frac{5 \times 7 + 3 \times 3}{8 \times 7 - 7 \times 3} = \frac{44}{35}$$

2. $\frac{3p^2+2q^2}{3p^2-pq} = \frac{3 \times (7)^2 + 2(3)^2}{3 \times (7)^2 - (7) \times (3)} = \frac{3 \times 49 + 2 \times 9}{3 \times 49 - 21} = \frac{55}{42}$

3. $\frac{p^3+q^2}{p+q^4}$ in this question p has 3 degree and q has

2 degree in numerator, while p has 1 degree and q has 4 degree.

दिये गए प्रश्न में, p के पास 3 डिग्री है और q के पास 2 डिग्री है अंश में जबकि हर में p के पास एक और q के पास 4 डिग्री है।

∴ It can not be determined unless we have not the real value of p and q.

(नहीं हल किया जा सकता जब तक p और q का असली मान ना पता हो)