

# *A Complete Book of Advanced maths*

---

**For All UPSC, CSAT, SSC, MBA, CDS, NDA,  
CPF & Railway...Entrance Exam**

(Strictly according to the latest syllabus and exam oriented prescribed by given syllabus)

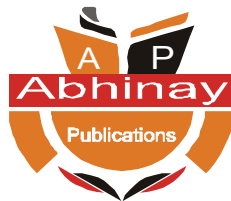
*By*

**ABHINAY SHARMA**

**Motivator**

**Entertainer**

**Teacher**



**ABHINAY PUBLICATIONS, Delhi - 110009**

**1<sup>st</sup> Edition : 2016**

Price : Rs.460

Laser Typed & setting  
**At Abhinay Publications**

For Distribution

Contact: 07838855815

**Buy online: [www.mathswithabhinay.com](http://www.mathswithabhinay.com)**

**Marketed by : Golden Peacock Publications**

B-2, 37-39, Ansal Building, Comm. Complex,

Dr. Mukherjee Nagar, Delhi-110009

Ph. : 011-47024303, 9215182295, 9213182295

E-mail : [gppublications@ymail.com](mailto:gppublications@ymail.com)

Website : [gyanworld.com](http://gyanworld.com)

**Printed at :**

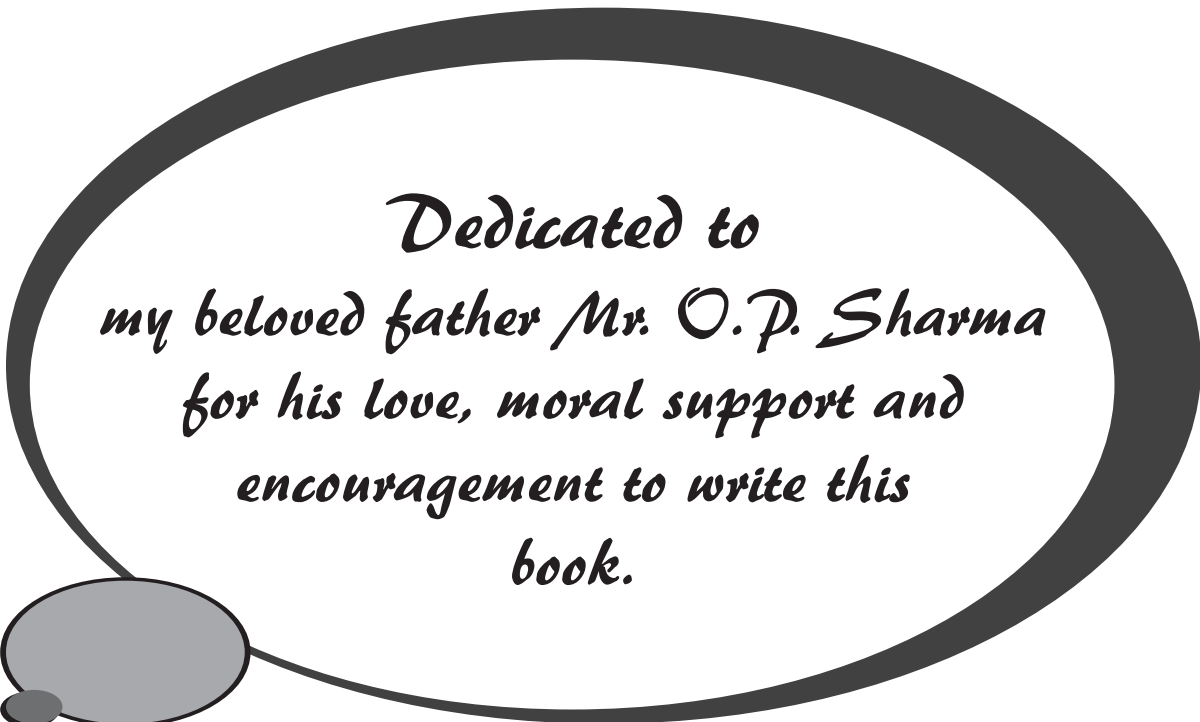
Shivalik graphics

No Part of this book may be reproduced, any form or by any electronic, mechanical, means including information retrieval System.

[ No one is Permitted to write or publish any part of this book.]

***Jurisdiction:*** All disputes with respect to this publication shall be subject to the jurisdiction of the court, tribunals and forums of New Delhi, India only.





*Dedicated to  
my beloved father Mr. O.P. Sharma  
for his love, moral support and  
encouragement to write this  
book.*



## **PREFACE TO THE FIRST EDITION**

This book, "Play with advanced maths" has been written for those students preparing for govt. job.

The entire syllabus of advanced maths is divided into six chapters.

A few salient features of the book are :

1. The language used is simple, practical, comprehensible and easily understandable.
2. A "Type approach" has been followed while writing the book because it gives a satisfaction after completing a topic.
3. Solved example after each concept are self explanatory and given in a large number .
4. After the theory of each chapter there are large no. of questions in a exercise with detailed and short cut solutions.
5. Questions given in exercise are carefully selected by author according to previous papers.
6. All efforts have been made to get the book printed error free.

I am sure, the book in the present form would be liked by the students as well as teachers.

Finally, I would like to thank all our typing team, printing press and all our well wishers.

Suggestion for further improvement of the book will be thankfully acknowledged.

**Abhinay Sharma**

abhinay19@ymail.com

www.mathswithabhinay.com

Mob. no. 09015309258 (Whatsapp)

## **Preface of the book**

---

The answers to almost all questions have been checked and every care has been taken to minimize typographical as well as factual errors. However, it is possible that a few errors might have managed to dodge the vigilant eye. The author will be grateful to the readers for bringing these errors to his notice as also for their valuable suggestions. It is earnestly hoped the book will help the students grasp the advanced maths and help them in obtaining a good score in the examination.

It would have been difficult to prepare this book without the aid and support from different people. In my family members, my lovely mother Krishna Sharma, my sweet sister Ekta Sharma, my lovable brother Abhishek Sharma (Special thanks for proof reading) and last cutest member of my family is TukTuk Maharaj.

In my friends special thanks to Mr. Durga Yadav, Rohit Gour, Shyam Bhai, Jeet Dwivedi are always available to support me morally at every step.

There is support of my dear students who are close to my heart - Rohit Rathee (special thanks to make correction), Dinesh Yadav, Sanchita Choudhary, Bhuvnesh Kumar and all my dear students. Special thanks to my coaching team and all staff.

Thanks a lot to all. Love you all.

**-Abhinay Sharma**

## विषय सूची

### अध्याय 1: बीजगणित

1. सिद्धान्त 1 – 30
2. बहुपद और द्विघात समीकरण 31 – 50
3. मूल सर्वसमिकाएँ 51 – 111

### अध्याय 2 : त्रिकोणमिति

1. सिद्धान्त 112 – 136
2. त्रिकोणमिति 137 – 213

### अध्याय 3 : निर्देशांक ज्यामिति

1. सिद्धान्त 214 – 230
2. निर्देशांक ज्यामिति 230 – 266

### अध्याय 4 : ज्यामिति

1. सिद्धान्त 267 – 330
2. रेखा और कोण 331 – 341
3. त्रिभुज 342 – 370
4. चतुर्भुज 371 – 402
5. वृत्त 403 – 446

### अध्याय 5 : ऊँचाई एवं दूरी

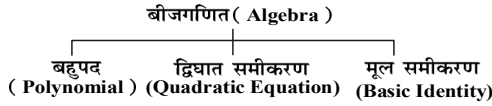
1. ऊँचाई एवं दूरी 447 – 464

### अध्याय 6 : क्षेत्रमिति

1. सिद्धान्त 465 – 480
2. क्षेत्रफल एवं परिमाप 481 – 512
3. घन और घनाभ 513 – 529
4. बेलनाकार 530 – 544
5. शंकु 545 – 559
6. गोला 560 – 572
7. प्रिज्म एवं पिरामिड 573 – 596
8. विविध 597 – 610



# बीजगणित (Algebra)



**व्यंजक (Expression):** - चर के बीच सम्बंध

$$\text{ex: } y = x + z^2 + w^2$$

जहाँ  $y, x, z,$  और  $w$  चर हैं तथा  $x, z, w$  स्वतन्त्र चर हैं जबकि  $y$  अस्वतन्त्र चर है क्योंकि इसका मान  $x, z, w$  पर निर्भर कर रहा है।

## बहुपद (Polynomial)

बहुपद एक ऐसा व्यंजक है जिसमें एक ही चर होता है तथा उस चर की घात धनात्मक पूर्णांक होनी चाहिए।

**Ex. 1** निम्न में से कौन सा बहुपद है।

(a)  $x^3 + y^2$

(b)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(c)  $x + \sqrt{x}$

(d)  $x^3 + x^2 + x$

**Ans. (d)**  $x^3 + x^2 + x$

विकल्प (i) में दो चर हैं। विकल्प (ii) में चर की घात ऋणात्मक है। विकल्प (iii) में चर की घात भिन्न है। विकल्प (iv) में एक ही घात है जिसकी घात धनात्मक पूर्णांक है।

**बहुपद की कोटि (Degree of Polynomial):** -

चर की अधिकतम घात को बहुपद की कोटि कहते हैं।

**Ex.** (i)  $x^4 + x^3 + x^2$  कोटि=4  
(ii)  $x^2 + x^3 + 1$  कोटि=3

**बहुपद के प्रकार Types of Polynomial :-**

1. Linear Polynomial (रेखीय बहुपद)

$$\Rightarrow \text{कोटि}=1 \quad (\text{eg. } x + 1, 3x + 2)$$

2. Quadratic Polynomial (द्विघात बहुपद)

$$\Rightarrow \text{कोटि}=2 \quad (\text{eg. } x^2 + x + 1, x^2 + 3)$$

3. Cubic Polynomial (त्रिघात बहुपद)

$$\Rightarrow \text{कोटि}=3 \quad (\text{eg. } x^3 + x^2 + 1, x^3 + 8)$$

**व्यंजक या बहुपद का गुणखंडीकरण**

**(Factorization of Polynomial or expression):-**

1.  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

2.  $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

3.  $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$

**Ex.2** (i)  $xa + ya + xz + yz$

$$= a(x + y) + z(x + y)$$

$$= (x + y)(a + z)$$

(ii)  $x^2 + 5x + 6$

$$= x^2 + 3x + 2x + 6$$

$$= x(x + 3) + 2(x + 3)$$

$$= (x + 3)(x + 2)$$

(iii)  $x^2 + 7xy + 12y^2$

$$= x^2 + 3xy + 4xy + 12y^2$$

$$= x(x + 3y) + 4y(x + 3y)$$

$$= (x + 3y)(x + 4y)$$

**Ex. 3** यदि  $\frac{5x^2 - 3y^2}{xy} = \frac{11}{2}$  है, तब  $\frac{x}{y}$  का धनात्मक मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $2(5x^2 - 3y^2) = 11xy$

$$10x^2 - 6y^2 = 11xy$$

$$10x^2 - 11xy - 6y^2 = 0$$

$$10x^2 - 15xy + 4xy - 6y^2 = 0$$

$$5x(2x - 3y) + 2y(2x - 3y) = 0$$

$$(2x - 3y)(5x + 2y) = 0$$

$$2x - 3y = 0 \text{ or } 5x + 2y = 0$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \text{ (धनात्मक) और } \frac{x}{y} = \frac{-2}{5} \text{ (ऋणात्मक)}$$

**Ex. 4** निम्न में से  $x^8 + x^4 + 1$  का गुणखण्ड नहीं है।

(a)  $(x^2 + 1 + x)$  (b)  $(x^2 + 1 - x)$

(c)  $(x^4 + 1 - x^2)$  (d)  $x^2 - 1 + x$

**Sol<sup>n</sup>. (d)**  $x^8 + x^4 + 1 + x^4 - x^4$   
 $= (x^4 + 1)^2 - (x^2)^2$   
 $= (x^4 + 1 + x^2)(x^4 + 1 - x^2)$   
 $= (x^4 + 1 + 2x^2 - x^2)(x^4 + 1 - x^2)$   
 $= [(x^2 + 1)^2 - x^2][x^4 + 1 - x^2]$   
 $= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)(x^4 + 1 - x^2)$

**Ex.5** यदि  $x = a^2 + b^2$  और  $y = ab\sqrt{2}$

तो  $\frac{a^4 + b^4}{a^2 - ab\sqrt{2} + b^2}$  का मान क्या होगा?

(a)  $x + y$  (b)  $x - 2y$   
 (c)  $x - y$  (d)  $x + 2y$

**Sol<sup>n</sup>.(a)**  $a^4 + b^4 = a^4 + b^4 + 2a^2b^2 - 2a^2b^2$   
 $= (a^2 + b^2)^2 - (ab\sqrt{2})^2$   
 $= (a^2 + b^2 + ab\sqrt{2})(a^2 + b^2 - ab\sqrt{2})$

$\Rightarrow \frac{a^4 + b^4}{a^2 - ab\sqrt{2} + b^2}$

$= \frac{(a^2 + b^2 + ab\sqrt{2})(a^2 + b^2 - ab\sqrt{2})}{a^2 - ab\sqrt{2} + b^2}$

$= a^2 + b^2 + ab\sqrt{2} = x + y$

या

$\Rightarrow x = a^2 + b^2$

$x^2 = a^4 + b^4 + 2a^2b^2$  व  $y^2 = 2a^2b^2$

$\Rightarrow x^2 - y^2 = a^4 + b^4$

$\Rightarrow \frac{a^4 + b^4}{a^2 - ab\sqrt{2} + b^2} = \frac{x^2 - y^2}{x - y} = x + y$

**Ex.6** यदि  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 12$ ,  $a^2 + ab + b^2 = 4$  है, तब  $ab$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2 = 12$

$(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 12$

$(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) = 12$

$a^2 + b^2 - ab = 3$  ... (i)

$a^2 + b^2 + ab = 4$  ... (ii)

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर

$2ab = 1 \Rightarrow ab = \frac{1}{2}$

**Ex.7** यदि  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$  और  $a^2 + b^2 + ab = 4$  है, तब  $ab$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** हम यह प्रश्न बिना गुणनखण्ड किये हल कर सकते हैं।

$a^2 + b^2 + ab = 4$

$a^2 + b^2 = 4 - ab$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$(a^2 + b^2)^2 = (4 - ab)^2$

$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 16 + a^2b^2 - 8ab$

$a^4 + b^4 + a^2b^2 = 16 - 8ab$

$8 = 16 - 8ab$  ( $\because a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ )

$8ab = 8 \Rightarrow ab = 1$

**Ex.8** यदि  $x^4 + y^4 = 19$  और  $x + y = 1$  है, तब  $x^2y^2 - 2xy$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x + y = 1$  (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

$(x + y)^2 = 1$

$x^2 + y^2 + 2xy = 1$

$x^2 + y^2 = 1 - 2xy$  (पुनः वर्ग करने पर)

$(x^2 + y^2)^2 = (1 - 2xy)^2$

$x^4 + y^4 + 2x^2y^2 = 1 + 4x^2y^2 - 4xy$

$19 + 2x^2y^2 = 1 + 4x^2y^2 - 4xy$

$18 = 2x^2y^2 - 4xy \Rightarrow x^2y^2 - 2xy = 9$

**गुणनखण्ड प्रमेय (Factor theorem)**

यदि  $(x - a)$ ,  $f(x)$  का एक गुणनखण्ड है, तब  $f(a) = 0$

**उदा.**  $(x^2 - 2x + 1)$  का  $(x - 1)$  एक गुणनखण्ड है ?

**चरण I :** गुणनखण्ड = 0 रखने पर

$x - 1 = 0$  है, तब  $x = 1$

**चरण II :** फलन में  $x$  का मान रखने पर

$x = 1$  समीकरण  $x^2 - 2x + 1$  में रखने पर

$(1)^2 - 2 \times 1 + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$

अतः  $(x^2 - 2x + 1)$ , का  $(x - 1)$  गुणनखण्ड है।

**Ex.9**  $x^{29} - x^{26} - x^{23} + 1$  का गुणनखण्ड होगा?

(a)  $(x - 1)$  लेकिन  $(x + 1)$  नहीं

(b)  $(x + 1)$  लेकिन  $(x - 1)$  नहीं

(c)  $(x + 1)$  और  $(x - 1)$  दोनों

(d) न तो  $(x + 1)$  और न ही  $(x - 1)$



**Ex.**  $(x-1)=0$  और  $(x+1)=0$

$x=1$  और  $x=-1$  का मान रखने पर

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1^{29} - 1^{26} - 1^{23} + 1 &\Rightarrow (-1)^{29} - (-1)^{26} - (-1)^{23} + 1 \\ &= 1 - 1 - 1 + 1 = + - 1 - 1 + 1 + 1 \\ &= 0 = 0 \end{aligned}$$

**Ans.**  $(x+1)$  और  $(x-1)$  दोनों

**Ex. 10** यदि  $(x-2)$ , बहुपद  $(x^2+kx+4)$  का एक गुणनखण्ड है, तब  $k$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x-2=0$

$$x=2$$

$$\text{तब, } (2)^2 + k(2) + 4 = 0$$

$$2k = -8 \Rightarrow k = -4$$

**Ex.11** यदि  $(x^3+ax^2+2x+3)$ ,  $(x+1)$  से पूर्णतः भाग हो जाता है, तब  $a$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x+1=0$

$$\Rightarrow x = -1$$

$$\text{तब, } (-1)^3 + a(-1)^2 + 2(-1) + 3 = 0$$

$$\Rightarrow -1 + a - 2 + 3 = 0$$

$$a = 0$$

**Ex. 12** यदि  $(x+1)$  और  $(x-1)$ ,  $(ax^3+bx^2+3x+5)$  का गुणनखण्ड है, तब  $a$  और  $b$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** यदि  $x+1=0$

$$x = -1$$

$$\text{तब } a(-1)^3 + b(-1)^2 + 3(-1) + 5 = 0$$

$$\Rightarrow -a + b - 3 + 5 = 0$$

$$\Rightarrow -a + b = -2 \quad \dots(i)$$

$$\text{यदि } x-1=0$$

$$x = 1$$

$$\text{तब } a(1)^3 + b(1)^2 + 3(1) + 5 = 0$$

$$\Rightarrow a + b + 3 + 5 = 0$$

$$\Rightarrow a + b = -8 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$2b = -8 - 2 = -10$$

$b = -5$  समीकरण (i) में रखने पर तब,  $a = -3$

**Ex. 13**  $(x+y+z)^3 - (x+y-z)^3 - (y+z-x)^3 - (z+x-y)^3$  का मान क्या होगा?

(a)  $24xyz$

(b)  $27xyz$

(c)  $3xyz$

(d)  $0$

**Sol<sup>n</sup>.** माना  $F(x,y,z) = (x+y+z)^3 - (x+y-z)^3 - (y+z-x)^3 - (z+x-y)^3 \dots(i)$

यदि हम  $F(x,y,z)$  में  $x=0$  रखते हैं, तब  $F(x,y,z) = 0$  है, इसलिए  $x$ ,  $F(x,y,z)$  का गुणनखण्ड होगा।

इसी प्रकार,  $y=0$  और  $z=0$ ,  $F(x,y,z)$  में रखते हैं, तब  $F(x,y,z) = 0$  होगा। इसी प्रकार से  $y, z$  भी  $F(x,y,z)$  का गुणनखण्ड होगा।

$$F(x,y,z) = Kxyz$$

$$(x+y+z)^3 - (x+y-z)^3 - (y+z-x)^3 - (z+x-y)^3 = Kxyz$$

अब हम  $x=y=z=1$ ,  $K$  के मान के लिए सर्वसमिका में रख सकते हैं।

$$27 - 1 - 1 - 1 = K \Rightarrow K = 24$$

$$\Rightarrow F(x,y,z) = 24xyz$$

**शेषफल प्रमेय (Remainder Theorem):-**

यदि  $(x-a)$ ,  $f(x)$  का भाग कर देता है, तब

$$\text{शेषफल (R)} = f(a)$$

**चरण 1.** भागफल = 0

$$x - a = 0$$

**चरण 2.**  $x = a$  फलन में रखने पर

$$\text{तब, शेषफल (R)} = f(a)$$

**Ex. 14**  $\frac{x^2 - 7x + 15}{x-3}$  का शेषफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x-3=0 \Rightarrow x=3$

$$R = (3)^2 - 7(3) + 15$$

$$= 9 - 21 + 15 = 3$$

**Ex.15** यदि  $(x^2+x+4)$ ,  $(x-1)$  से विभाजित होता है, तब इसका शेषफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x-1=0 \Rightarrow x=1$

$$R = (1)^2 + 1 + 4 = 6$$

**Ex. 16** यदि  $(x^{11} + 3)$ ,  $(x + 1)$  से विभाजित हो रहा है, तब इसका शेषफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$   
 $R = (-1)^{11} + 3 = -1 + 3 = 2$

**Ex. 17** यदि  $(x^{51} + 51)$ ,  $(x + 1)$  से विभाजित है, तब इसका शेषफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$   
 $R = (-1)^{51} + 51 = 50$

**Ex. 18** यदि  $(x^{40} + 3)$ ,  $(x^4 + 1)$  से विभाजित है, तब इसका शेषफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x^4 + 1 = 0 \Rightarrow x^4 = -1$   
 $R = (x^4)^{10} + 3 = (-1)^{10} + 3$   
 $= 1 + 3 = 4$

**Ex. 19** यदि  $(x^{35} + 3)$ ,  $(x^5 + 1)$  से विभाजित है, तब इसका शेषफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x^5 + 1 = 0 \Rightarrow x^5 = -1$   
 $R = (x^5)^7 + 3 = (-1)^7 + 3 = -1 + 3 = 2$

**Ex. 20** यदि  $(x^2 + bx + 7)$ ,  $(x - 1)$  से विभाजित है, और इसका बचा हुआ शेषफल 12 है, तब  $b$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$   
 $R = (1)^2 + b(1) + 7$   
 $12 = b + 8 \quad (\because R = 12)$   
 $b = 4$

**Ex. 21** यदि  $(x^2 + kx + 8)$ ,  $(x + 2)$  से विभाजित है और बचा हुआ शेषफल  $3k$  है, तब  $k$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$   
 $R = 2(-2)^2 + (-2)k + 8 = 8 - 2k + 8$   
 $3k = 16 - 2k$   
 $5k = 16$

$\Rightarrow k = \frac{16}{5}$

**Ex. 22** यदि  $(x^2 + 4x + k)$ ,  $(x - 2)$  से विभाजित है और बचा हुआ शेषफल  $2x$  है, तब  $k$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$   
 $R = (2)^2 + 4(2) + k$   
 $2x = 4 + 8 + k$   
 $4 = 12 + k \quad (\because R = 2x = 2 \times 2 = 4)$   
 $4 - 12 = k$   
 $k = -8$

**लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्तक का सिद्धान्त:**

**(LCM & HCF of Polynomial):**

**महत्तम समापवर्तक (HCF):**

बहुपद  $h(x)$  दो या दो से अधिक बहुपदों का HCF या GCD (म.स.) होगा यदि बहुपद  $h(x)$  की कोटि अधिकतम तथा दिये गये बहुपदों को पूर्णतः विभाजित करता है। HCF में अधिकतम कोटि वाले पद का गुणांक धनात्मक लिया जाता है।

दो या दो से अधिक बहुपदों का HCF निकालने के लिए निम्न तरीके का अनुसरण करें—

**चरण I:** प्रत्येक बहुपद को घातों के गुणनफल के अखण्डनीय गुणनखण्डों के रूप में सरल कर लें।

**चरण II:** यदि कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं है तो HCF 1 होगा। यदि कुछ उभयनिष्ठ अखण्डनीय गुणनखण्डों का छोटे से छोटा चर घातांक (प्रतिपादक) गुणनखण्ड रूप में ज्ञात कर लें।

**चरण III:** चरण II में ज्ञात किये गये सबसे छोटे चर घातांक व उभयनिष्ठ अखण्डनीय गुणनखण्डों की गुणा करके HCF प्राप्त करते हैं।

**लघुत्तम समापवर्त्य (LCM):**

एक बहुपद  $p(x)$  दो या दो से अधिक बहुपदों का LCM होगा यदि इस बहुपद की कोटि न्यूनतम है, जोकि दिये गये बहुपदों को पूर्णतः विभाजित करता है। LCM ज्ञात करने के लिए दिये गये तीन चरणों का अनुसरण करें।

**चरण I:** प्रत्येक बहुपद को घातों के गुणनफल के अखण्डनीय गुणनखण्डों के रूप में सरल कर लें।

**चरण II:** दिये गये बहुपद के अखण्डनीय गुणनखण्डों की सूची बना लें। तथा प्रत्येक गुणनखण्ड के लिए अधिकतम चर घातांकीय गुणनखण्डों के रूप में ज्ञात कर लें।

**चरण III:** चरण II में ज्ञात किये अधिकतम चर घातांक व अखण्डनीय गुणनखण्डों की गुणा करके LCM प्राप्त करते हैं।

**Ex. 23** दिये गये बहुपदों  $30(x^2 - 3x + 2)$  तथा  $50(x^2 - 2x + 1)$  का म.स. (HCF) ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.** माना  $f(x) = 30(x^2 - 3x + 2)$ ,  
 $g(x) = 50(x^2 - 2x + 1)$ .

$$f(x) = 2 \times 3 \times 5 \times (x-1) \times (x-2)$$

$$g(x) = 2 \times 5^2 \times (x-1)^2$$

$$\text{HCF} = 2^1 \times 5^1 \times (x-1)^1$$

$$= 10(x-1)$$

**Ex. 24** म.स. (HCF) ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = 33(2x+3)^2(3x-4)^3(4x-5)^4$$

$$\text{और } g(x) = 22(x+1)(2x+3)(4x-5)^2(4x^2-9)$$

**Sol<sup>n</sup>.**  $f(x) = 3 \times 11(2x+3)^2(3x-4)^3(4x-5)^4$

$$g(x) = 2 \times 11(x+1)(2x+3)(4x-5)^2(2x-3)(2x-3)$$

$$= 2 \times 11(x+1)(2x+3)^2(2x-3)(4x-5)^2$$

$$\text{HCF} = 11^1 \times (2x+3)^2 \times (4x-5)^2$$

$$= 11(2x+3)^2(4x-5)^2$$

**Ex. 25** दिये गये बहुपदों का HCF ज्ञात करें।

$$f(x) = 6(x^3 + 3x^2)(x^2 - 16)(x^2 + 9x + 18) \text{ व}$$

$$g(x) = 8(x^4 + 4x^3)(x^2 + 6x + 9)^2.$$

**Sol<sup>n</sup>.**  $f(x) = 6(x^3 + 3x^2)(x^2 - 16)(x^2 + 9x + 18)$

$$= 2 \times 3 \{x^2(x+3)\} \{(x-4)(x+4)\} \{(x+6)(x+3)\}$$

$$= 2 \times 3x^2(x+3)^2(x-4)(x+4)(x+6)$$

$$g(x) = 8(x^4 + 4x^3)(x^2 + 6x + 9)^2$$

$$= 2^3(x^3(x+4))\{(x+3)\}^2$$

$$= 2^3x^3(x+4)(x+3)^4$$

$$\text{HCF} = 2x^2(x+3)^2(x+4).$$

**Ex. 26** दिये गये बहुपदों का ल.स. (LCM) ज्ञात करें।

$$f(x) = 4(x-1)^2(x^2 + 6x + 8) \text{ व}$$

$$g(x) = 10(x-1)(x+2)(x^2 + 7x + 10).$$

**Sol<sup>n</sup>.**  $f(x) = 2^2 \times (x-1)^2 \times (x+2) \times (x+4)$ ,

$$g(x) = 2 \times 5 \times (x-1) \times (x+2) \times (x+5) \times (x+2)$$

$$= 2 \times 5 \times (x-1) \times (x+2)^2 \times (x+5)$$

$$\text{LCM} = 2^2 \times 5^1 \times (x-1)^2 \times (x+2)^2 \times (x+4)^1 \times (x+5)^1$$

$$= 20(x-1)^2(x+2)^2(x+4)(x+5)$$

**Ex. 27** बहुपदों  $(x^2 + 2bx + 3b + 3)$  तथा  $(x^2 + x - 5b)$  का म.स.  $(x+5)$  है, तो  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**  $(x+5)$  दिये गये बहुपदों का म.स. है, इसका मतलब  $(x+5)$  दिये गये बहुपदों का एक गुणनखण्ड है।

$f(-5)$  का मान दिये गये बहुपदों में शून्य के बराबर होगा।

$$(-5)^2 + 2b(-5) + 3b + 3 = 0$$

$$28 - 7b = 0 \Rightarrow b = 4$$

$$\text{और } (-5)^2 + (-5) - 5b = 0$$

$$20 - 5b = 0 \Rightarrow b = 4$$

ऊपर दिये गये दोनों समीकरण  $b = 4$  हल देते हैं

**Ex. 28** सिद्धान्त  $P(x) = (x+1)^2(x+2)$

$Q(x) = (x+1)(x-2)$  है, तब LCM और HCF का मान ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\text{LCM} = (x+1)^2(x+2)(x-2) = (x+1)^2(x^2-4)$

$$\text{HCF} = (x+1)$$

**नोट:** दो बहुपदों का गुणनफल LCM व HCF के गुणनफल के बराबर होता है।

$$P(x) \times Q(x) = \text{LCM} \times \text{HCF}$$

**Ex. 29** दो बहुपद  $P(a)$  और  $Q(a)$  का HCF  $(a+1)$  और LCM  $(a^3+a^2-a-1)$  है। यदि  $P(a)=(a^2-1)$  है, तब  $Q(a)$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $P(a) \times Q(a) = \text{LCM} \times \text{HCF}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q(a) &= \frac{(a^3+a^2-a-1) \times (a+1)}{a^2-1} \\ &= \frac{[a^2(a+1)-1(a+1)](a+1)}{(a^2-1)} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-1)(a+1)}{(a^2-1)} \end{aligned}$$

$$Q(a) = (a+1)^2$$

**Ex. 30**  $(x^3+3x^2y+2xy^2)$  और  $(x^4+6x^3y+8x^2y^2)$  का HCF का मान ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**  $P(x) = x^3 + 3x^2y + 2xy^2$   
 $= x[x^2 + 3xy + 2y^2]$   
 $= x[x^2 + 2xy + xy + 2y^2]$   
 $= x[x(x+2y) + y(x+2y)]$   
 $= x(x+2y)(x+y)$   
 $Q(x) = x^4 + 6x^3y + 8x^2y^2$   
 $= x^2[x^2 + 6xy + 8y^2]$   
 $= x^2[x^2 + 4xy + 2xy + 8y^2]$   
 $= x^2[x(x+4y) + 2y(x+4y)]$   
 $= x^2(x+2y)(x+4y)$   
 HCF =  $x(x+2y)$

**Ex. 31**  $(10x^3 - 10x^2 - 5x + 9)$  और  $(30x^3 - 61x^2 - 24x + 10)$  का HCF क्या होगा?

(a)  $31x^2 + 29x + 17$       (b)  $31x^2 + 9x + 17$   
 (c)  $31x^2 - 9x - 27$       (d)  $30x^2 - 11x + 11$

**Sol<sup>n</sup>.** HCF कभी भी बहुपदों के अन्तर से अधिक नहीं हो सकता है। HCF बहुपदों का अन्तर या अन्तर का गुणनखण्ड होता है।

$$\begin{aligned} P(x) &= 30x^3 - 30x^2 - 15x + 27 \\ Q(x) &= 30x^3 - 61x^2 - 24x + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$\text{अन्तर, } = 31x^2 + 9x + 17$$

विकल्पों के अनुसार,

हम देख सकते हैं, HCF  $(31x^2 + 9x + 17)$  होगा।

### द्विघात समीकरण (QUADRATIC EQUATION)

एक बीजगणितीय व्यंजक जो इस प्रकार है :  $ax^2 + bx + c = 0$ , जहाँ  $a \neq 0, b, c \in R$  को द्विघात समीकरण कहते हैं।

#### द्विघात समीकरण के मूल

(Root of the Quadratic Equation:)

द्विघात समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  का एक मूल  $\alpha$  [वास्तविक या समिश्र (जटिल)] इस प्रकार है कि  $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$  तो  $(x - \alpha)$ ,  $ax^2 + bx + c$  का एक गुणनखण्ड होगा।

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**सिद्ध:**  $\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

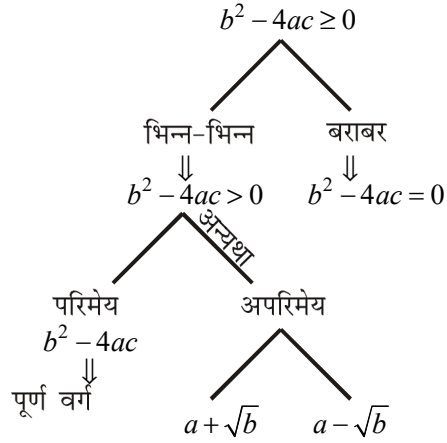
**नोट:**  $a, b$  व  $c$  द्विघात समीकरण के गुणांक हैं, तथा व्यंजक  $b^2 - 4ac$  को विविक्रत कहते हैं, तथा इस  $D$  द्वारा निरूपित किया जाता है।

**मूलों की प्रकृति (Nature of Roots):-**

$x$  का वह मान जहाँ समीकरण का मान शून्य हो।

1. मूल काल्पनिक:  $b^2 - 4ac \leq 0$

2. मूल वास्तविक:  $b^2 - 4ac \geq 0$



मूलों का योग व गुणनफल: माना दो मूल  $\alpha$  व  $\beta$  हैं तब

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{और} \quad \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

मूलों का योग:  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

मूलों का गुणनफल:  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

तो,  $ax^2 + bx + c = 0$  को हम लिख सकते हैं

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{-b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 - (\text{मूलों का योग})x + \text{मूलों का गुणनफल} = 0$$

- यदि मूल  $\alpha$  व  $\beta$  एक-दूसरे के व्युत्क्रम हैं तो  $a = c$
- यदि  $\alpha$  व  $\beta$  का मान आपस में बराबर तथा चिन्ह विपरीत है, तो  $b = 0$
- यदि  $a, b$  व  $c$  परिमेय संख्याएँ हैं, तथा  $a + \sqrt{b}$  द्विघात समीकरण का एक मूल है, तो दूसरा मूल इसके संयुग्मी  $a - \sqrt{b}$  तथा विपरीततया: (Vice-Versa)

Ex. 32 द्विघात समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका एक मूल  $3 + \sqrt{3}$  है।

Sol<sup>n</sup>. यदि एक मूल  $3 + \sqrt{3}$  है, तो इसका दूसरा मूल  $3 - \sqrt{3}$  होगा।

$$\text{मूलों का योग} = (3 + \sqrt{3}) + (3 - \sqrt{3}) = 6$$

$$\text{मूलों का गुणनफल} = (3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 6$$

सूत्र प्रयोग से,

$$x^2 - (\text{मूलों का योग})x + (\text{मूलों का गुणनफल}) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 6 = 0$$

Ex. 33 समीकरण  $2x^2 - 7x + 12 = 0$  के दो मूल  $\alpha$  व  $\beta$  हैं,

$$\text{तो } \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = ?$$

Sol<sup>n</sup>.  $2x^2 - 7x + 12 = 0$

मानक समी.  $ax^2 + bx + c = 0$  से तुलना करने पर

$$a = 2, b = -7 \text{ और } c = 12$$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{7}{2}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta = 6$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2 \times 6}{6} \\
 &= \frac{\frac{49}{4} - 12}{6} = \frac{49 - 48}{4 \times 6} = \frac{1}{24}
 \end{aligned}$$

Ex. 34 समीकरण  $x^2 - \sqrt{3} = 0$  के मूलों का गुणनफल होगा।

Sol<sup>n</sup>. मानक समी.  $ax^2 + bx + c = 0$  से तुलना करने पर

$$a = 1, b = 0 \text{ व } c = -\sqrt{3}$$

$$\text{मूलों का गुणनफल} = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\sqrt{3}$$

उभयनिष्ठ मूलों की शर्त (Condition for common Roots)

माना दो द्विघात समीकरण

$$a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0 \quad \dots(i)$$

$$a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0 \quad \dots(ii)$$

(A) यदि एक मूल उभयनिष्ठ है, तो

$$\Rightarrow (a_1b_2 - a_2b_1)(b_1c_2 - b_2c_1) = (c_1a_2 - c_2a_1)^2$$

(B) यदि दो मूल उभयनिष्ठ हैं, तो

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

**Ex. 35** यदि समीकरण  $x^2 + 2x - 3 = 0$  तथा  $x^2 + 3x - m = 0$  का एक मूल उभयनिष्ठ है, तो  $m$  का मान होगा।

**Sol<sup>n</sup>.**  $(a_1b_2 - a_2b_1)(b_1c_2 - b_2c_1) = (c_1a_2 - c_2a_1)^2$  के प्रयोग से

$$(1.3 - 1.2)[2.(-m) - 3.(-3)] = [(-3).1 - (-m).1]^2$$

$$(3 - 2)(-2m + 9) = (-3 + m)^2$$

$$-2m + 9 = 9 + m^2 - 6m$$

$$m^2 - 4m = 0$$

$$m(m - 4) = 0$$

$$m = 4 \quad (\because m \neq 0)$$

**Ex. 36**  $m$  के किस मान के लिए समी.  $4x^2 + 6mx + 9 = 0$  के मूल बराबर होंगे।

**Sol<sup>n</sup>.**  $ax^2 + bx + c = 0$  मानक समी. से तुलना करने पर

$$a = 4, b = 6m \text{ व } c = 9$$

यदि मूल समीकरण समान हो:  $\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$$\Rightarrow (6m)^2 - 4(4)(9) = 0$$

$$\Rightarrow 36m^2 = 144$$

$$\Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

(द्विघात समीकरण का अधिकतम व न्यूनतम मान)

**MAX<sup>M</sup> & MIN<sup>M</sup> VALUE OF QUADRATIC EQUATION:**

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left( \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right)$$

$$= a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

(A). जब  $a > 0$  तो व्यंजक का मान न्यूनतम होगा

$$\text{न्यूनतम मान} = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

(B). जब  $a < 0$  व्यंजक का मान अधिकतम होगा

$$\text{अधिकतम मान} = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

दिये गये समीकरण के मूलों को परिवर्तित कर नये द्विघात समीकरण की संरचना-

**Ex. 37** यदि  $\alpha$  व  $\beta$  समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल हैं, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल  $\alpha + 2$  व  $\beta + 2$  हैं।

**Sol<sup>n</sup>.** माना  $y = \alpha + 2$

$$\Rightarrow \alpha = y - 2$$

$\alpha$  समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  का मूल है, तो इसलिए

$\alpha = y - 2$  इस समीकरण में रखने पर

$$\Rightarrow a(y - 2)^2 + b(y - 2) + c = 0$$

$y$  को  $x$  द्वारा परिवर्तित करने पर

$$a(x - 2)^2 + b(x - 2) + c = 0$$

अतः यह एक अभीष्ट समीकरण है,

**Ex. 38** यदि समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल  $\alpha$  व  $\beta$  हैं, तो

वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल  $\frac{1}{\alpha}$  व  $\frac{1}{\beta}$  हैं।

**Sol<sup>n</sup>.** माना  $y = \frac{1}{\alpha}$  [ हम ले सकते हैं  $y = \frac{1}{\beta}$  ]

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{y}$$

$\alpha$  समी.  $ax^2 + bx + c = 0$  का एक मूल है, इसलिए  $\alpha = \frac{1}{y}$

समीकरण में रखने पर

$$\Rightarrow a\left(\frac{1}{y}\right)^2 + b\left(\frac{1}{y}\right) + c = 0$$

$$\Rightarrow a + by + cy^2 = 0$$

$y$  को  $x$  द्वारा परिवर्तित करने पर

$$a + bx + cx^2 = 0$$

अतः यह अभीष्ट समीकरण है।

**Ex. 39** यदि  $\alpha$  व  $\beta$  समी.  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल हैं, तो वह

समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल  $\alpha^2$  व  $\beta^2$  हैं।

**Sol<sup>n</sup>.** माना  $y = \alpha^2$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{y}$$

$\alpha$  समी.  $ax^2 + bx + c = 0$  का एक मूल है इसलिए  $\alpha$

$= \sqrt{y}$  समी. में रखने पर

$$\Rightarrow a(\sqrt{y})^2 + b(\sqrt{y}) + c = 0$$

$$\Rightarrow b(\sqrt{y}) = -a(\sqrt{y})^2 - c = -ay - c$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$b^2y = a^2y^2 + c^2 + 2acy$$

$$a^2y^2 + (2ac - b^2)y + c^2 = 0$$

$y$  को  $x$  द्वारा परिवर्तित करने पर

$$a^2x^2 + (2ac - b^2)x + c^2 = 0$$

अतः यह अभीष्ट समीकरण है,

**Ex. 40** यदि  $\sqrt{3x^2 - 12x + 19} + \sqrt{3x^2 - 12x - 11} = 6$

है, तब  $\sqrt{3x^2 - 12x + 19} - \sqrt{3x^2 - 12x - 11} = ?$

(a) 3

(b) 4

(c) 5

(d) 6

**Sol<sup>n</sup>.**  $\sqrt{3x^2 - 12x + 19} + \sqrt{3x^2 - 12x - 11} = 6$  ... (i)

$$\sqrt{3x^2 - 12x + 19} - \sqrt{3x^2 - 12x - 11} = t \text{ (Let) ... (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) को गुणा करने पर

$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 19 - 3x^2 + 12x + 11 = 6t$$

$$\Rightarrow 6t = 30 \Rightarrow t = 5$$

**Ex. 41** यदि  $x = 2 - 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}$  है, तब  $x^3 - 6x^2 + 18x + 18$  का मान क्या होगा?

(a) 22

(b) 33

(c) 40

(d) 45

**Sol<sup>n</sup>.(c)**  $x - 2 = 2^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{1}{3}}$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\Rightarrow x^3 - 8 - 3(x-2)(x-2) = 2^2 - 2^1 - 3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \left(2^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{1}{3}}\right)$$

$$\Rightarrow x^3 - 8 - 6x(x-2) = 4 - 2 - 3 \times 2(x-2)$$

$$\Rightarrow x^3 - 8 - 6x^2 + 12x = 2 - 6x + 12$$

$$\Rightarrow x^3 - 8 - 6x^2 + 12x + 6x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 18x = 22$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 18x + 18 = 22 + 18$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 18x + 18 = 40$$

**Ex. 42** यदि  $x - y = \frac{x+y}{9} = \frac{xy}{6}$  है, तब  $xy$  का मान क्या होगा?

(a)  $\frac{4}{3}$

(b)  $\frac{9}{5}$

(c)  $\frac{9}{10}$

(d)  $\frac{1}{3}$



**Sol<sup>n</sup>(b)**  $x - y = \frac{x+y}{9} = \frac{xy}{6} = k$  (माना)  
 $x - y = k$   
 $\frac{x+y}{9} = k$   
 $2x = 10k$  (दोनों समीकरण को जोड़ने पर)  
 $\Rightarrow x = 5k$   
 $\Rightarrow y = 4k$   
 $\therefore \frac{xy}{6} = k \Rightarrow \frac{5k \cdot 4k}{6} = k$   
 $10k = 3 \Rightarrow k = \frac{3}{10}$   
 $\Rightarrow xy = 6k = \frac{9}{5}$

**Ex. 43** समीकरण  $lx^2 + nx + n = 0$  के मूलों का अनुपात  $p : q$

है, तब  $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}}$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2  
(c) 3 (d) 0

**Sol<sup>n</sup>(d)**  $lx^2 + nx + n = 0$  माना मूल  $\alpha$  व  $\beta$  हैं

$$\alpha + \beta = \frac{-n}{l} \text{ व } \alpha\beta = \frac{n}{l}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{p}{q} \text{ (दिया है)}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} &= \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} + \sqrt{\alpha\beta} \\ &= \frac{\alpha + \beta + \alpha\beta}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\frac{-n}{l} + \frac{n}{l}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{0}{\sqrt{\alpha\beta}} = 0 \end{aligned}$$

मूल सर्वसमिकाएँ (BASIC IDENTITY)

1.  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2.  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3.  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
4.  $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
5.  $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
6.  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$
7.  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$
8.  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
9.  $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(c+a)$

### Type - 1 (सूत्रों पर आधारित)

**Ex. 44** यदि  $a + b + c = 6$ ,

$a^2 + b^2 + c^2 = 16$  है, तब  $ab + bc + ca$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$$36 = 16 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow ab + bc + ca = 10$$

**Ex. 45** यदि  $a + b + c = 3$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$

$a^2 + b^2 + c^2 = 6$  है, तब  $abc$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$

$$ab + bc + ca = 2abc$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$9 = 6 + 2(2abc)$$

$$\Rightarrow 3 = 4abc \Rightarrow abc = \frac{3}{4}$$

**Ex. 46** यदि  $a^3 + b^3 = 0$  है, तब  $a + b$  का मान क्या होगा?

(i)  $\sqrt{3ab}$

(ii)  $\sqrt{2ab}$

(iii)  $3ab$

(iv)  $\sqrt{4ab}$

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\Rightarrow (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) = 0 + 3ab(a+b)$$

$$(a+b)^2 = 3ab$$

$$a+b = \sqrt{3ab}$$

**Ex. 47** यदि  $a^4 + b^4 = a^2b^2$  है, तब  $a^6 + b^6$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $a^6 + b^6 = (a^2)^3 + (b^2)^3$

$$= (a^2 + b^2)(a^4 + b^4 - a^2b^2)$$

$$= (a^2 + b^2)(a^2b^2 - a^2b^2)$$

$$= 0$$

**Ex. 48** यदि  $\frac{p}{a} + \frac{q}{b} + \frac{r}{c} = 1$  और  $\frac{a}{p} + \frac{b}{q} + \frac{c}{r} = 0$

है, तब  $\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2}$  का मान क्या होगा?



**Sol<sup>n</sup>.** माना  $x = \frac{p}{a}$ ,  $y = \frac{q}{b}$  और  $z = \frac{r}{c}$

तब  $x + y + z = 1$

और  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow xy + yz + xz = 0$

$\Rightarrow (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$   
 $1 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(0)$   
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

अतः  $\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2} = 1$

**Ex. 49**  $x + y = 2z$  दिया है, तब

(a)  $\frac{x}{x-z} + \frac{y}{y-z} = ?$

- (i) 0
- (ii) 1
- (iii) 2
- (iv) 3

(b)  $\frac{x}{x-z} + \frac{z}{y-z} = ?$

- (i) 1
- (ii) 2
- (iii) 3
- (iv) 4

**Sol<sup>n</sup>.** (a)  $x + y = z + z$   
 $x - z = z - y$

$\Rightarrow \frac{x}{z-y} + \frac{y}{y-z} = \frac{x}{z-y} - \frac{y}{z-y}$

$\Rightarrow \frac{x-y}{z-y} = \frac{2z-y-y}{z-y}$

$= \frac{2(z-y)}{(z-y)} = 2$

या

माना  $x = 0$  तब  $y = 2z$

(a)  $\frac{x}{x-z} + \frac{y}{y-z} = 0 + \frac{2z}{2z-z} = 2$

(b)  $\frac{x}{x-z} + \frac{z}{y-z} = 0 + \frac{z}{2z-z} = 1$

**Ex. 50**  $x + \frac{1}{y} = 1$  तथा  $y + \frac{1}{z} = 1$  दिया है, तब,

(1)  $z + \frac{1}{x} = ?$                       (2)  $xyz = ?$

(3)  $(x + y + z) + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = ?$

**Sol.**  $\therefore x = 1 - \frac{1}{y} = \frac{y-1}{y} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{y}{y-1}$

और  $\frac{1}{z} = 1 - y \Rightarrow z = \frac{1}{1-y}$

$\therefore$  (1)  $z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{1-y}{1-y} = 1$

$\therefore$  (2)  $xyz = \frac{(y-1)}{y} \times y \times \frac{1}{(1-y)} = -1$

$\therefore$  (3)  $(x + y + z) + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$   
 $= \left(x + \frac{1}{y}\right) + \left(y + \frac{1}{z}\right) + \left(z + \frac{1}{x}\right)$   
 $= 1 + 1 + 1 = 3$

**Ex. 51** यदि  $\left(x + \frac{1}{y}\right) = \left(y + \frac{1}{z}\right) = \left(z + \frac{1}{x}\right)$  तथा  $(x \neq y \neq z)$

तब  $xyz$  का मान क्या होगा?

- (i) 1
- (ii) -1
- (iii)  $\pm 1$
- (iv) 3

**Sol<sup>n</sup>.**  $x - y \neq 0, y - z \neq 0$  और  $z - x \neq 0$

$x - y = \frac{1}{z} - \frac{1}{y} = \frac{y-z}{zy}$  .....(i)

$y - z = \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = \frac{z-x}{xz}$  .....(ii)

$z - x = \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{x-y}{xy}$  .....(iii)

समीकरण (i), (ii) और (iii) की गुणा करने पर

$(x-y)(y-z)(z-x) = \frac{(y-z)}{yz} \times \frac{(z-x)}{zx} \times \frac{(x-y)}{xy}$

$1 = \frac{1}{(xyz)^2} \Rightarrow xyz = \pm 1$

**Ex. 52** यदि  $\frac{a-b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c-a}{b} = 1$  और  $(b+c-a \neq 0)$  है, तब निम्न में से इसका संबंध किससे है?

- (i)  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$       (ii)  $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$   
 (iii)  $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$       (d) इसमें से कोई नहीं

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{a-b}{c} + \frac{b+c}{a} = 1 - \frac{b+c}{a}$

$$\frac{ab - b^2 + c^2 - ac}{bc} = \frac{a - b - c}{a}$$

$$\frac{a(b-c) - (b^2 - c^2)}{bc} = \frac{a - b - c}{a}$$

$$\frac{a(b-c) - (b-c)(b+c)}{bc} = \frac{(a-b-c)}{a}$$

$$\frac{(b-c)(a-b-c)}{bc} = \frac{(a-b-c)}{a}$$

$$\frac{b-c}{bc} = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

**विधि 2:** I<sup>st</sup> व II<sup>nd</sup> पद से 1 घटाने पर तथा III<sup>rd</sup> पद में 1 जोड़ने पर क्योंकि हम अंश में  $b+c-a$  चाहते हैं

$$\frac{a-b}{c} - 1 + \frac{b+c}{a} - 1 + \frac{c-a}{b} + 1 = 1 - 1 - 1 + 1$$

$$\frac{a-b-c}{c} + \frac{b+c-a}{a} + \frac{c-a+b}{b} = 0$$

$$-\frac{b+c-a}{c} + \frac{b+c-a}{a} + \frac{b+c-a}{b} = 0$$

$$(b+c-a) \left( -\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = 0$$

$$\left( -\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = 0 \quad (\because b+c-a \neq 0)$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

**Ex. 53** दिया है,  $pq + qr + rp = 0$  तो

(1)  $\frac{1}{p^2 - qr} + \frac{1}{q^2 - rp} + \frac{1}{r^2 - pq} = ?$

(2)  $\frac{p^2}{p^2 - qr} + \frac{q^2}{q^2 - rp} + \frac{r^2}{r^2 - pq} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** (1)  $-qr = pq + rp$ ,  $-rp = pq + qr$  और  $-pq = qr + rp$

$$\Rightarrow \frac{1}{p^2 - qr} + \frac{1}{q^2 - rp} + \frac{1}{r^2 - pq}$$

$$= \frac{1}{p^2 + pq + rp} + \frac{1}{q^2 + pq + qr} + \frac{1}{r^2 + qr + rp}$$

$$= \frac{1}{p(p+q+r)} + \frac{1}{q(p+q+r)} + \frac{1}{r(p+q+r)}$$

$$= \frac{1}{p+q+r} \left[ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} \right]$$

$$= \frac{1}{p+q+r} \left[ \frac{pq + qr + rp}{pqr} \right]$$

$$= \frac{1}{p+q+r} (0) = 0$$

**Sol<sup>n</sup>.** (2)  $\frac{p^2}{p^2 - qr} + \frac{q^2}{q^2 - rp} + \frac{r^2}{r^2 - pq}$

$$= \frac{p^2}{p^2 + pq + rp} + \frac{q^2}{q^2 + pq + qr} + \frac{r^2}{r^2 + qr + rp}$$

$$= \frac{p^2}{p(p+q+r)} + \frac{q^2}{q(p+q+r)} + \frac{r^2}{r(p+q+r)}$$

$$= \frac{p+q+r}{p+q+r} = 1$$

द्वितीय विधि  $\therefore pq + qr + rp = 0 \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 0$   
 माना  $p = q = -2$  और  $r = 1$  रख सकते हैं

$$(1). \frac{1}{p^2 - qr} + \frac{1}{q^2 - rp} + \frac{1}{r^2 - pq}$$

$$= \frac{1}{(-2)^2 - (-2)(1)} + \frac{1}{(-2)^2 - (1)(-2)} + \frac{1}{(1)^2 - (-2)(-2)}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{-3} = 0$$

$$(2). \frac{p^2}{p^2 - qr} + \frac{q^2}{q^2 - rp} + \frac{r^2}{r^2 - pq}$$

$$= \frac{(-2)^2}{(-2)^2 - (-2)(1)} + \frac{(-2)^2}{(-2)^2 - (1)(-2)} + \frac{(1)^2}{(1)^2 - (-2)(-2)}$$

$$= \frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{1}{-3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1$$

- Ex. 54** यदि  $(x + y + z)^y = a^x$ ,  $(x + y + z)^z = a^y$   
 $(x + y + z)^x = a^z$  है, तब  $x = ?$
- (a) केवल  $(x + y + z) = a$
- (b)  $x = y = z = \frac{a}{3}$
- (c)  $x = y = z = 2a$
- (d)  $x = y = z = a$

**Sol<sup>n</sup>.**  $(x + y + z)^y = a^x \dots(i)$   
 $(x + y + z)^z = a^y \dots(ii)$   
 $(x + y + z)^x = a^z \dots(iii)$   
 तीनों समीकरणों का गुणनफल करने पर  
 $\Rightarrow (x + y + z)^{x+y+z} = a^{x+y+z}$   
 घात की तुलना करने पर  
 $\Rightarrow x + y + z = a \dots(iv)$   
 $x + y + z = a$  का मान तीनों समीकरणों में रखने पर  
 $a^y = a^x \Rightarrow x = y$   
 $a^z = a^y \Rightarrow y = z$   
 $a^x = a^z \Rightarrow x = z$   
 अब हम कह सकते हैं।  
 $x = y = z$  समीकरण (iv) में रखने पर  
 $\Rightarrow 3x = a$   
 $\Rightarrow x = \frac{a}{3} \Rightarrow x = y = z = \frac{a}{3}$

**Ex. 55** यदि  $x(x + y + z) = 4$ ,  $y(x + y + z) = 16$   
 $z(x + y + z) = 29$  और  $x, y, z$  एक धनात्मक संख्या है, तब  $x, y, z$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x(x + y + z) = 4 \dots(i)$   
 $y(x + y + z) = 16 \dots(ii)$   
 $z(x + y + z) = 29 \dots(iii)$

सभी समीकरणों को जोड़ने पर  
 $(x + y + z)(x + y + z) = 49$   
 $(x + y + z)^2 = 49$   
 $(x + y + z) = \pm 7$   
 धनात्मक मान लेने पर

$x + y + z = 7$   
 समीकरण (i), (ii) और (iii) से  
 $7x = 4, 7y = 16, 7z = 29$

$\Rightarrow x = \frac{4}{7} \Rightarrow y = \frac{16}{7} \Rightarrow z = \frac{29}{7}$

**Ex. 56** यदि  $(x + y)^2 = 21 + z^2$ ,  $(y + z)^2 = 32 + x^2$   
 और  $(z + x)^2 = 28 + y^2$  है, तब  $x + y + z$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $(x + y)^2 - z^2 = 21$   
 $\Rightarrow (x + y + z)(x + y - z) = 21 \dots(1)$   
 $(y + z)^2 - x^2 = 32 \dots(2)$   
 $\Rightarrow (y + z + x)(y + z - x) = 32 \dots(2)$   
 $(z + x)^2 - y^2 = 28 \dots(3)$   
 $\Rightarrow (z + x + y)(z + x - y) = 28 \dots(3)$

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर

$(x + y + z)[(x + y - z) + (y + z - x) + (z + x - y)] = 81$   
 $(x + y + z)^2 = 81$   
 $\Rightarrow x + y + z = \pm 9$

**Type - 2**

(A). दिया है:  $x + \frac{1}{x} = 2$

निष्कर्ष:  $x = 1$

सिद्ध:  $\frac{x^2 + 1}{x} = 2$

$x^2 + 1 = 2x$   
 $x^2 - 2x + 1$   
 $(x - 1)^2 = 0$   
 $x = 1$

**Ex. 57** यदि  $x + \frac{1}{x} = 2$ , तो

(i)  $x^{11} + \frac{1}{x^{11}} = ?$

(ii)  $x^{112} - \frac{1}{x^{112}} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** (i)  $x^{11} + \frac{1}{x^{11}} = (1)^{11} + \frac{1}{(1)^{11}} = 2$

(ii)  $x^{112} - \frac{1}{x^{112}} = (1)^{112} - \frac{1}{(1)^{112}} = 0$

**Ex. 58**  $m + \frac{1}{m-2} = 4$ , तब

(i)  $(m-2)^{111} + \frac{1}{(m-2)^{111}} = ?$

(ii)  $m^2 + m + 1 = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $(m-2) + \frac{1}{(m-2)} = 2$

तब  $(m-2) = 1 \Rightarrow m = 3$

(i)  $(m-2)^{111} + \frac{1}{(m-2)^{111}} = (1)^{111} + \frac{1}{(1)^{111}} = 2$

(ii)  $m^2 + m + 1 = (3)^2 + 3 + 1 = 13$

**Ex. 59** यदि  $m + \frac{1}{m+2} = 0$ , तब

(i)  $(m+2)^{112} + \frac{1}{(m+2)^{112}} = ?$

(ii)  $m^4 + m^3 + m^2 + m + 1 = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $(m+2) + \frac{1}{(m+2)} = 2$

तब  $(m+2) = 1 \Rightarrow m = -1$

(i)  $(m+2)^{112} + \frac{1}{(m+2)^{112}} = (1)^{112} + \frac{1}{(1)^{112}} = 2$

(ii)  $m^4 + m^3 + m^2 + m + 1 = (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 - 1 + 1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1$

**(B).** दिया है:  $x + \frac{1}{x} = -2$

निष्कर्ष:  $x = -1$

**सिद्ध:**  $\frac{x^2+1}{x} = -2x$

$\Rightarrow x^2 + 1 = -2x$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0$

$\Rightarrow x = -1$

**Ex. 60**  $x + \frac{1}{x} = -2$ , तब

(i)  $x^{11} + \frac{1}{x^{11}} = ?$

(ii)  $x^{112} + \frac{1}{x^{112}} = ?$

(iii)  $x^{112} - \frac{1}{x^{113}} = ?$

(iv)  $x^{11} + \frac{1}{x^{12}} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** (i)  $x^{11} + \frac{1}{x^{11}} = (-1)^{11} + \frac{1}{(-1)^{11}} = -1 - 1 = -2$

(ii)  $x^{112} + \frac{1}{x^{112}} = (-1)^{112} + \frac{1}{(-1)^{112}} = 1 + 1 = 2$

(iii)  $x^{112} - \frac{1}{x^{113}} = (-1)^{112} - \frac{1}{(-1)^{113}} = 1 + 1 = 2$

(iv)  $x^{11} + \frac{1}{x^{12}} = (-1)^{11} + \frac{1}{(-1)^{12}} = -1 + 1 = 0$

**Ex. 61** यदि  $m + \frac{1}{m+2} = -4$ , तब

(i)  $(m+2)^{111} + \frac{1}{(m+2)^{111}} = ?$

(ii)  $m^2 + m + 1 = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $(m+2) + \frac{1}{(m+2)} = -2 \Rightarrow (m+2) = -1$

$\Rightarrow m = -3$

(i)  $(m+2)^{111} + \frac{1}{(m+2)^{111}} = (-1)^{111} + \frac{1}{(-1)^{111}}$

$= -1 - 1 = -2$

(ii)  $m^2 + m + 1 = (-3)^2 + (-3) + 1 = 9 - 3 + 1 = 7$

**Ex. 62** यदि  $m + \frac{1}{m-2} = 0$ , तब

(i)  $(m-2)^{12} + \frac{1}{(m-2)^{11}} = ?$

(ii)  $m^5 + m^4 + m^3 + m^2 + m + 1 = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $(m-2) + \frac{1}{(m-2)} = -2 \Rightarrow m-2 = -1$   
 $\Rightarrow m = 1$

(i)  $(m-2)^{12} + \frac{1}{(m-2)^{11}} = (-1)^{12} + \frac{1}{(-1)^{11}}$   
 $= 1 - 1 = 0$

(ii)  $m^5 + m^4 + m^3 + m^2 + m + 1$   
 $= (1)^5 + (1)^4 + (1)^3 + (1)^2 + 1 + 1$   
 $= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$   
 $= 6$

(C). दिया है :  $x + \frac{1}{x} = 1$

**निष्कर्ष:** (a)  $x^3 = -1$

(b) यदि दो पदों का की घातों में 3 का अन्तर है, तो दोनों पदों का योग शून्य होगा।

eg.  $x^{12} + x^9 = 0, x^{10} + x^7 = 0$

**सिद्ध:**  $\frac{x^2+1}{x} = 1$   
 $x^2 + 1 = x$  .....(i)  
दोनों पक्षों में  $x$  से गुणा करने पर  
 $x^3 + x = x^2$   
 $x^3 = x^2 - x$  [ $\because x^2 - x = -1$  समीकरण (i) से]  
 $x^3 = -1$   
 $x^3 + 1 = 0$   
 $x^3 + x^0 = 0$

(घातों में 3 का अन्तर है, तो योगफल शून्य होगा)

**Ex. 63** यदि  $x + \frac{1}{x} = 1$ , तब

(i)  $x^9 + \frac{1}{x^9} =$   
 $= (x^3)^3 + \frac{1}{(x^3)^3} = (-1)^3 + \frac{1}{(-1)^3} = -1 - 1 = -2$

(ii)  $x^{12} + \frac{1}{x^{12}} =$   
 $= (x^3)^4 + \frac{1}{(x^3)^4} = (-1)^4 + \frac{1}{(-1)^4} = 1 + 1 = 2$

(iii)  $x^{23} + \frac{1}{x^{23}} =$   
 $= \frac{x^{24}}{x} + \frac{x}{x^{24}} = \frac{(x^3)^8}{x} + \frac{x}{(x^3)^8}$   
 $= \frac{(-1)^8}{x} + \frac{x}{(-1)^8} = \frac{1}{x} + x = 1$  (दिया है)

(iv)  $x^{10} + \frac{1}{x^{10}} =$   
 $= x \cdot x^9 + \frac{1}{x \cdot x^9} = x \cdot (x^3)^3 + \frac{1}{x \cdot (x^3)^3}$   
 $= x(-1)^3 + \frac{1}{x(-1)^3} = -x - \frac{1}{x}$   
 $= -\left(x + \frac{1}{x}\right) = -1$  (दिया है।)

**Ex. 64** यदि  $x + \frac{1}{x} = 1$ , तब

(a)  $x^{103} + x^{100} + x^{90} + x^{87} + x^{50} + x^{47} + x^9 + x^6 + x^3 + 3$   
 $= \overbrace{x^{103} + x^{100}}^3 + \overbrace{x^{90} + x^{87}}^3 + \overbrace{x^{50} + x^{47}}^3 + \overbrace{x^9 + x^6 + x^3}^3 + 3$   
 $= 0 + 0 + 0 + 0 + (-1) + 3 = 2$

(b)  $x^{82} + x^{68} + x^{55} + x^{35} + x^{30} + x^{27} + x^{21} + x^3 + 2$   
 $= x \cdot (x^3)^{27} + \frac{(x^3)^{23}}{x} + x \cdot (x^3)^{18} + \frac{x^{36}}{x} + 0 + (x^3)^7 + (-1) + 2$   
 $= -x - \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} - 1 - 1 + 2 = 0$

(D). दिया है:  $x + \frac{1}{x} = -1$

निष्कर्ष:  $x^3 = 1$

Ex. 65 यदि  $a + \frac{1}{a} = -1$  है, तब  $a^3 + 3$  का मान क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>.  $\Rightarrow a^3 + 3$   
 $= 1 + 3 \Rightarrow 4$

Ex. 66 यदि  $x + \frac{1}{x} = -1$ , तब

(1)  $x^{12} + \frac{1}{x^{12}} = ?$       (2)  $x^{27} + \frac{1}{x^{27}} = ?$

(3)  $x^{23} + \frac{1}{x^{23}} = ?$       (4)  $x^{10} + \frac{1}{x^{10}} = ?$

(5)  $x^{51} + x^{45} + x^{21} + x^{15} + x^3 + 2 = ?$

Sol<sup>n</sup>. (1)  $x^{12} + \frac{1}{x^{12}} = (x^3)^4 + \frac{1}{(x^3)^4} = 1 + 1 = 2$

(2)  $x^{27} + \frac{1}{x^{27}} = (x^3)^9 + \frac{1}{(x^3)^9} = 1 + 1 = 2$

(3)  $x^{23} + \frac{1}{x^{23}} = \frac{x^{24}}{x} + \frac{x}{x^{24}} = \frac{(x^3)^8}{x} + \frac{x}{(x^3)^8}$   
 $= \frac{1}{x} + x = -1$

(4)  $x^{10} + \frac{1}{x^{10}} = x \cdot x^9 + \frac{1}{x \cdot x^9} = x \cdot (x^3)^3 + \frac{1}{x \cdot (x^3)^3}$

$= x + \frac{1}{x} = -1$

(5)  $x^{51} + x^{45} + x^{21} + x^{15} + x^3 + 2$   
 $= (x^3)^{17} + (x^3)^{15} + (x^3)^7 + (x^3)^5 + x^3 + 2$   
 $= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 7$

(E). दिया है:  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  या  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$  या

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 1$

निष्कर्ष: (a)  $x^6 = -1$

(b) यदि दो पदों की घातों में 6 का अन्तर है तो दोनों पदों का योग शून्य होगा।

Ex. 67  $x^{18} + x^{12} = 0, x^{20} + x^{14} = 0$

सिद्ध: दोनों पक्षों का घन करने पर:  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$

$\Rightarrow x^6 + 1 = 0 \quad \Rightarrow x^6 = -1$

$\Rightarrow x^6 + x^0 = 0$

Ex. 68 यदि  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  तब,

(1)  $x^{506} + x^{500} + x^{206} + x^{200} + x^{100} + x^{94} + x^{50} + x^{44} + x^{18} + x^{12} + x^6 + 3$

$= 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + (-1) + 3 = 2$

(2)  $x^{67} + x^{53} + x^{43} + x^{29} + x^{24} + x^{18} + x^6 + 3$

$= x \cdot x^{66} + \frac{x^{54}}{x} + x \cdot x^{42} + \frac{x^{30}}{x} + 0 + x^6 + 3$

$= x \cdot (x^6)^{11} + \frac{(x^6)^9}{x} + x \cdot (x^6)^7 + \frac{(x^6)^5}{x} - 1 + 3$

$= -x - \frac{1}{x} - x - \frac{1}{x} + 2$

$= -\left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) + 2$

$= -\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2 = 2(1 - \sqrt{3})$

(3)  $x^{54} + x^{30} + x^{18} + x^6 + 4$

$= (x^6)^9 + (x^6)^5 + (x^6)^3 - 1 + 4$

$= -1 - 1 - 1 - 1 + 4 = 0$

**Ex. 69** यदि  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ , तब

$$(1) \quad x^{102} + \frac{1}{x^{102}} = (x^6)^{17} + \frac{1}{(x^6)^{17}} = -1 - 1 = -2$$

$$(2) \quad x^{48} + \frac{1}{x^{48}} = (x^6)^8 + \frac{1}{(x^6)^8} = 1 + 1 = 2$$

$$(3) \quad x^{17} + \frac{1}{x^{17}} = \frac{x^{18}}{x} + \frac{x}{x^{18}} = \frac{(x^6)^3}{x} + \frac{x}{(x^6)^3}$$

$$= \frac{-1}{x} - x = -\left(x + \frac{1}{x}\right) = -\sqrt{3}$$

$$(4) \quad x^{25} + \frac{1}{x^{25}} = x \cdot x^{24} + \frac{1}{x \cdot x^{24}}$$

$$= x \cdot (x^6)^4 + \frac{1}{x \cdot (x^6)^4} = x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$(5) \quad x^{26} + \frac{1}{x^{26}} = x^2 \cdot x^{24} + \frac{1}{x^2 \cdot x^{24}}$$

$$= x^2 \cdot (x^6)^4 + \frac{1}{x^2 \cdot (x^6)^4} = x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$(6) \quad x^{117} + \frac{1}{x^{117}} = x^3 \cdot x^{114} + \frac{1}{x^3 \cdot x^{114}}$$

$$= x^3 \cdot (x^6)^{19} + \frac{1}{x^3 \cdot (x^6)^{19}} = -x^3 - \frac{1}{x^3}$$

$$= -\left[\frac{x^6 + 1}{x^3}\right] = -\left[\frac{-1 + 1}{x^3}\right] = 0$$

या

$$= \frac{x^{234} + 1}{x^{117}} = \frac{(x^6)^{39} + 1}{x^{117}} = \frac{-1 + 1}{x^{117}} = 0$$

(F) दिया है:  $x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3}$

निष्कर्ष: (a)  $x^6 = -1$

(b) यदि दो पदों की घातों का अन्तर 6 है तो दोनों पदों का योग शून्य होगा।

eg.  $x^{18} + x^{12} = 0, x^{20} + x^{14} = 0$

**Ex. 70** यदि  $x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3}$ , तब

$$(1) \quad x^{17} + \frac{1}{x^{17}} = \frac{x^{18}}{x} + \frac{x}{x^{18}} = \frac{(x^6)^3}{x} + \frac{x}{(x^6)^3} = -\frac{1}{x} - x$$

$$= -\left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{3}$$

$$(2) \quad x^{25} + \frac{1}{x^{25}} = x \cdot x^{24} + \frac{1}{x \cdot x^{24}} = x \cdot (x^6)^4 + \frac{1}{x \cdot (x^6)^4}$$

$$= x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3}$$

(G) दिया है:  $x + \frac{1}{x} = a$

(तो  $x$  की न्यूनतम घात पूरी जायेगी।)

**Ex. 71** यदि  $x + \frac{1}{x} = 3$ , है तब—

$$(1) \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

$$x + \frac{1}{x} = 3 \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर})$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 9$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$(2) \quad x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$$

$$x + \frac{1}{x} = 3 \quad (\text{दोनों पक्षों का घन करने पर})$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (3)^3$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(3) = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

$$(3) \quad x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर})$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = (7)^2 - 2 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$$

$$(4) \quad x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 7 \times 18$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x^5} = 126$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = 126 - \left(\frac{1}{x} + x\right) = 126 - 3$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$$

$$(5) \quad x^6 + \frac{1}{x^6} = ?$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 18 \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर})$$

$$x^6 + \frac{1}{x^6} = (18)^2 - 2 = 324 - 2$$

$$x^6 + \frac{1}{x^6} = 322$$

**Ex. 72** यदि  $\frac{x^2-1}{x} = \sqrt{5}$  और  $x$  एक धनात्मक संख्या है,

तब  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right)$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$  के दोनों पक्षों में वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

अतः  $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9$  (दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर)

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) = 7 \times 3 = 21$$

**Ex. 73** यदि  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$  तो  $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 324$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 324 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$$



$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 16 \text{ (के दोनों पक्षों में से 2 घटाने पर)}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 16 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 4$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = 64 \text{ (के दोनों पक्षों का घन करने पर)}$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 64$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(4) = 64$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 64 + 12 = 76$$

**Ex. 74(A)** यदि  $(x-a)(x-b)=1$  और  $a-b+5=0$  है, तब

$$(x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3} = ?$$

- (a) 125                      (b) -125  
(c) 0                          (d) 140

**Sol<sup>n</sup>.** (d)  $(x-a)(x-b)=1 \Rightarrow (x-b) = \frac{1}{(x-a)}$

$$(x-a-5) = \frac{1}{(x-a)} \quad (\because a+5=b)$$

$$(x-a) - \frac{1}{(x-a)} = 5 \text{ (दोनों पक्षों का घन करने पर)}$$

$$(x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3} - 3(5) = 125$$

$$(x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3} = 140$$

**विधि:-2** प्रश्न व उत्तर दोनों ही 'b' पर निर्भर नहीं है अतः  $b=0$  रख सकते हैं अब प्रश्न होंगे  $(x-a)(x)=1$  व  $a+5=0$

$$\text{तो } (x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.**  $(x-a)(x)=1 \Rightarrow (x-a) = \frac{1}{x} \Rightarrow 5 = \frac{1}{x} - x$

$$\Rightarrow (x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3}$$

$$= \frac{1}{x^3} - x^3 = \left(\frac{1}{x} - x\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - x\right)$$

$$= (5)^3 + 3(5)$$

$$= 140$$

**Ex. 74(B)** यदि  $x^2+x=5$  है, तब  $(x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** दोनों पक्षों में  $(2x+1)$  जोड़ने पर

$$x^2+x+2x+1=5+2x+1$$

$$x^2+3x+1=6+2x$$

$$x(x+3)+1=2(x+3)$$

दोनों पक्षों को  $(x+3)$  से भाग देने पर

$$x + \frac{1}{x+3} = 2 \text{ (दोनों पक्षों में 3 जोड़ने पर)}$$

$$(x+3) + \frac{1}{(x+3)} = 2+3=5$$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3} + 3 \cdot (5) = 5^3$$

$$(x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3} = 125 - 15 = 110$$

### Type - 3

सोचिए यदि  $x+y=0$  तो  $x$  या  $y$  ऋणात्मक होने चाहिए लेकिन यदि  $x^2+y^2=0$  तो दोनों  $x$  व  $y$  शून्य होंगे क्योंकि न तो  $x$  और ना ही  $y$  ऋणात्मक हो सकता है।

इसलिए यदि ,

दिया है:  $x^2 + y^2 + z^2 = 0$  तो

निष्कर्ष:  $x = y = z = 0$

या

दिया है:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = 0$  तब

निष्कर्ष:  $x = a, y = b$  व  $z = c$

Ex. 75 यदि  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$  तो  $x + y = ?$

Sol<sup>n</sup>.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$

$$\begin{array}{cc} \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 0 \end{array}$$

$$x = 1 \quad y = 2$$

$$\Rightarrow x + y = 1 + 2 = 3$$

Ex. 76 यदि  $(a-2)^2 + (b-3)^2 + (c-11)^2 = 0$  है, तब

$$\sqrt{a+b+c} = ?$$

$$(i) \quad 4 \qquad (ii) \quad -4$$

$$(iii) \quad \pm 4 \qquad (iv) \quad 16$$

Sol<sup>n</sup>.  $(a-2)^2 + (b-3)^2 + (c-11)^2 = 0$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$a = 2 \quad b = 3 \quad c = 11$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+b+c} = \sqrt{2+3+11} = \sqrt{16} = 4$$

Ex. 77 यदि  $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a-b+c) - 3$  है, तब  $a - b + c = ?$

Sol<sup>n</sup>.  $a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 2b - 2c + 3 = 0$

$$(a^2 - 2a + 1) + (b^2 + 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) = 0$$

$$(a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-1)^2 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$a = 1 \quad b = -1 \quad c = 1$$

$$\Rightarrow a - b + c = 1 + 1 + 1 = 3$$

Ex. 78 यदि  $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a + 2b - 2c) - 9$  है, तब

$$a + b + c = ?$$

Sol<sup>n</sup>.  $a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 4b + 4c + 9 = 0$

$$(a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 4b + 4) + (c^2 + 4c + 4) = 0$$

$$(a-1)^2 + (b-2)^2 + (c+2)^2 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = -2$$

$$\Rightarrow a + b + c = 1 + 2 - 2 = 1$$

Ex. 79 यदि  $5x^2 + 4xy + y^2 + 2x + 1 = 0$  है, तब  $x, y$  का मान क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>.  $(x^2 + 2x + 1) + (4x^2 + 4xy + y^2) = 0$

$$(x+1)^2 + (2x+y)^2 = 0$$

$$\begin{array}{cc} \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 0 \end{array}$$

$$x = -1 \quad 2x = -y \quad \text{या} \quad y = -2x$$

$$y = -2(-1) = 2$$

$$\Rightarrow x = -1 \quad \text{या} \quad y = 2$$

Ex. 80 यदि  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 5 = 0$  है, तब

$x^{12} + y + z^{30}$  का मान क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>.  $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) + z^2 = 0$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ (x+1)^2 & + & (y+2)^2 + z^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$x = -1 \quad y = -2 \quad z = 0$$

$$\Rightarrow x^{12} + y + z^{30} = (-1)^{12} - 2 + 0 = 1 - 2$$

$$= -1$$

Ex. 81 यदि  $(x+y-z-1)^2 + (z+x-y-2)^2 + (z+y-x-4)^2 = 0$  है, तब  $x+y+z$  का मान क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>.  $(x+y-z-1)^2 + (z+x-y-2)^2 + (z+y-x-4)^2 = 0$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$x+y-z=1 \quad z+x-y=2 \quad z+y-x=4$$

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$x+y-z+z+x-y+z+y-x=1+2+4$$

$$\Rightarrow x+y+z=7$$

### Type - 4

(A) सूत्र:  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

$$= \frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$

Ex. 82 यदि  $a = 297, b = 298, c = 299$  है, तब  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$

$= \frac{1}{2}[(-1)^2 + (-1)^2 + (2)^2] = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

**(B) दिया है:**  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

**निष्कर्ष:**  $a = b = c$

**सिद्ध:**  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$

$\frac{1}{2}[(a^2 + b^2 - 2ab) + (b^2 + c^2 - 2bc) + (c^2 + a^2 - 2ca)] = 0$

↓                      ↓                      ↓

$\frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] = 0$

$[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$

↓                      ↓                      ↓

0                      0                      0  
 $a = b      b = c      c = a$   
 $a = b = c$

**Ex. 83** यदि  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  है, तब  $\frac{a+c}{b} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** यदि  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

$a = b = c$

$\Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{a+a}{a} = \frac{2a}{a} = 2$

**Ex. 84** यदि  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  है, तब

$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $a = b = c$

$\Rightarrow \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = 2+2+2=6$

(2)  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $= \frac{a}{a+a} + \frac{a}{a+a} + \frac{a}{a+a}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(3)  $\left(\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}\right)\left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}\right) = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $= 6 \times \frac{3}{2} = 9$

**(C) दिया है:**  $a + b + c = 0$

**निष्कर्ष:**  $a + b = -c, b + c = -a$  &  $c + a = -b$

**Ex. 85** यदि  $a + b + c = 0$ , तब  $\frac{a+b}{c} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\therefore a + b = -c$

$\frac{a+b}{c} = \frac{-c}{c} = -1$

**Ex. 86** यदि  $a + b + c = 0$  है, तब

(a).  $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{-c}{c} + \frac{-a}{a} + \frac{-b}{b}$   
 $= -1 - 1 - 1 = -3$

(b).  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{a}{-a} + \frac{b}{-b} + \frac{c}{-c}$   
 $= -1 - 1 - 1 = -3$

(c).  $\left(\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}\right)\left(\frac{c}{a+b} + \frac{b}{a+c} + \frac{a}{b+c}\right) = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $-3 \times -3 = 9$

**Type – 5**

(A) सूत्र:  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$   
 $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$   
 $= \frac{1}{2}(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$

**Ex. 87** यदि  $a = b = 333$ ,  $c = 334$  है, तब  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$   
 $= \frac{1}{2}(333 + 333 + 334)[(0)^2 + (-1)^2 + (1)^2]$   
 $= \frac{1}{2} \times 1000 \times 2 = 1000$

**Ex. 88** यदि  $a = 20$ ,  $b = 25$ ,  $c = 15$  है, तब

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}$   
 $= \frac{(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}$   
 $= (a + b + c) = 20 + 25 + 15 = 60$

**Ex. 89** यदि  $a = 25$ ,  $b = 15$ ,  $c = -10$  है, तब

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2} \text{ का मान क्या होगा?}$$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2}$   
 $= \frac{\frac{1}{2}(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]}{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2}$   
 $= \frac{1}{2}(a + b + c) = \frac{1}{2}(25 + 15 - 10)$   
 $= 15$

(B)

(1) यदि  $a + b + c = 0$  तब,  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$   
या  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

(2) यदि  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  तो दो स्थितियाँ संभव हैं।

(a)  $a + b + c = 0$

(b)  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0 \Rightarrow a = b = c$

**Ex. 90** यदि  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  और  $a, b, c$  एक धनात्मक संख्या है तब निम्न से कौन सा विकल्प सही है?

(a)  $a + b + c = 0$

(b)  $a = b = c$

**Sol<sup>n</sup>.**  $a = b = c$  ( $\because$  धनात्मक संख्याओं का योगफल शून्य नहीं हो सकती)

**Ex. 91** यदि  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  और  $a, b, c$  एक भिन्न संख्याएं हैं, तो निम्न में से कौन सा सत्य है?

(a)  $a + b + c = 0$

(b)  $a = b = c$

**Sol<sup>n</sup>.**  $a + b + c = 0$  ( $\because$  भिन्न संख्याएं समान नहीं हो सकती)

**Ex. 92** यदि  $a + b + c = 0$  है, तब  $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{3abc}{abc} = 3$

या

माना मान इस प्रकार है  $a + b + c = 0$

$$a = -1, b = -1, c = 2$$

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = \frac{1}{-2} + \frac{1}{-2} + \frac{4}{1} = 3$$

**Ex. 93** यदि  $a + b + c = 0$  है, तब  $a^3 + b^3 + c^3 + 3abc$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** यदि  $a + b + c = 0$  है, तब  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

दोनों पक्षों में  $3abc$  जोड़ने पर

$$a^3 + b^3 + c^3 + 3abc = 3abc + 3abc$$

$$= 6abc$$

**Ex. 94**  $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\therefore (a-b) + (b-c) + (c-a) = 0$

$$\therefore (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 3(a-b)(b-c)(c-a)$$

**Ex. 95**  $\frac{(x^2 - y^2)^3 + (y^2 - z^2)^3 + (z^2 - x^2)^3}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3} = ?$

(a)  $3(x+y)(y+z)(z+x)$

(b)  $3(x+y)(y+z)(z-x)$

(c)  $(x+y)(y+z)(z+x)$

(d)  $9(x+y)(y+z)(z+x)$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\therefore (x^2 - y^2) + (y^2 - z^2) + (z^2 - x^2) = 0$

$$\therefore (x^2 - y^2)^3 + (y^2 - z^2)^3 + (z^2 - x^2)^3 = 3(x^2 - y^2)(y^2 - z^2)(z^2 - x^2)$$

$\therefore (x-y) + (y-z) + (z-x) = 0$

$$\therefore (x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 = 3(x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{(x^2 - y^2)^3 + (y^2 - z^2)^3 + (z^2 - x^2)^3}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3} \\ &= \frac{3(x^2 - y^2)(y^2 - z^2)(z^2 - x^2)}{3(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{3(x+y)(x-y)(y+z)(y-z)(z+x)(z-x)}{3(x-y)(y-z)(z-x)} \end{aligned}$$

$$= (x+y)(y+z)(z+x)$$

**Ex. 96.**  $(a^2 - b^2)^3 + (b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3$  का गुणनखण्ड क्या होगा?

(a)  $(a+b)(a-b)$  (b)  $(a+b)(a+b)$

(c)  $(a-c)(a-c)$  (d)  $(b-c)(b-c)$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\therefore (a^2 - b^2) + (b^2 - c^2) + (c^2 - a^2) = 0$

$$\therefore (a^2 - b^2)^3 + (b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3 = 3(a^2 - b^2)(b^2 - c^2)(c^2 - a^2)$$

$$= 3(a-b)(a+b)(b+c)(b-c)(c+a)(c-a)$$

$\therefore (a+b)(a-b)$  एक गुणनखण्ड है।

**Ex. 97** यदि  $x + y + z = 2s$  है, तब  $(s-x)^3 + (s-y)^3 + 3(s-x)(s-y)z$  का मान क्या होगा?

(a)  $z^3$  (b)  $-z^3$   
(c) 0 (d)  $2z^3$

**Sol<sup>n</sup>.**  $0 = (s-x) + (s-y) + (-z)$

$$\begin{aligned} &[\therefore a + b + c = 0 \text{ तब } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0] \\ &(s-x)^3 + (s-y)^3 + (-z)^3 - 3(s-x)(s-y)(-z) = 0 \\ &(s-x)^3 + (s-y)^3 - z^3 + 3(s-x)(s-y)z = 0 \\ &(s-x)^3 + (s-y)^3 + 3(s-x)(s-y)z = z^3 \end{aligned}$$

**विधि-2** उत्तर 's' पर निर्भर नहीं है तो हम  $s = 0$  रख सकते हैं

अब प्रश्न होगा यदि  $x + y + z = 0$  तो  $(-x)^3 + (-y)^3 + 3(-x)(-y)z = ?$

$$\therefore x + y + z = 0 \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$$

$$\Rightarrow z^3 = -x^3 - y^3 + 3xyz$$

**Ex. 98** यदि  $a = 1.21$ ,  $b = 2.23$  और  $c = 3.44$  है, तब  $a^3 + b^3 - c^3 + 3abc$  का मान क्या होगा?

(a)  $6ab$  (b)  $6abc$   
(c) 1 (d) 0

**Sol<sup>n</sup>.**  $\therefore a + b + (-c) = 0$  तब  $a^3 + b^3 + (-c)^3 - 3ab(-c) = 0$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 - c^3 + 3abc = 0$$

**Ex. 99** यदि  $a = 5.431$ ,  $b = 2.121$  और  $c = -7.552$  है, तब  $a^3 + b^3 + c^3 + 3abc$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\therefore a + b + c = 0$  तब  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

दोनों पक्षों में  $3abc$  जोड़ने पर

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 + 3abc = 3abc + 3abc = 6abc$$

**Ex. 100** यदि  $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} = \frac{1}{c^3}$  है, तो निम्न में से कौन सा सत्य है?

(a)  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

(b)  $a + b + c = 3abc$

(c)  $(a+b-c)^3 + 27abc = 0$

(d)  $(a+b+c)^3 + 27abc = 0$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\Rightarrow \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} - \frac{1}{c^3} = 0$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{a^3}\right)^3 + \left(\frac{1}{b^3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{c^3}\right)^3 = 3\left(\frac{1}{a^3}\right)\left(\frac{1}{b^3}\right)\left(-\frac{1}{c^3}\right)$$

$$a + b - c = 3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}(-c)^{\frac{1}{3}} \text{ (दोनों पक्षों का घन करने पर)}$$

$$\Rightarrow (a + b - c)^3 = -27abc$$

$$\Rightarrow (a + b - c)^3 + 27abc = 0$$

**Ex. 101** यदि  $a^2 + b^2 = c^2$  है, तब  $\frac{a^6 + b^6 - c^6}{a^2 b^2 c^2} = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** हम जानते हैं कि  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  यदि  $a + b + c = 0$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + b^2 + (-c^2) &= 0 \\ \therefore (a^2)^3 + (b^2)^3 + (-c^2)^3 &= 3a^2 b^2 (-c^2) \\ a^6 + b^6 - c^6 &= -3a^2 b^2 c^2 \end{aligned}$$

$$\frac{a^6 + b^6 - c^6}{a^2 b^2 c^2} = \frac{-3a^2 b^2 c^2}{a^2 b^2 c^2} = -3$$

**द्वितीय विधि :**  $a = b = 1$  और  $c = \sqrt{2}$  का मान रखने पर

$$\left[ \therefore 1^2 + 1^2 = (\sqrt{2})^2 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{a^6 + b^6 - c^6}{a^2 b^2 c^2} = \frac{(1)^6 + (1)^6 - (\sqrt{2})^6}{(1)^2 (1)^2 (\sqrt{2})^2} = \frac{1+1-8}{2} = -3$$

### Type - 6

1 जोड़ने और 1 घटाने पर आधारित प्रश्न

**Ex. 102** यदि  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1$

$$\text{है, तब } \frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.** प्रत्येक में से 1 घटाने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{1+a} - 1 + \frac{1}{1+b} - 1 + \frac{1}{1+c} - 1 = 1 - 1 - 1 - 1 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{-a}{1+a} + \frac{-b}{1+b} + \frac{-c}{1+c} = -2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = 2$$

**द्वितीय विधि :**

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1 \quad \dots(i)$$

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} = t \quad (\text{माना}) \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1+a}{1+a} + \frac{1+b}{1+b} + \frac{1+c}{1+c} &= 1+t \\ 1+1+1 &= 1+t \\ t &= 2 \end{aligned}$$

**Ex. 103** यदि  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{y+2} + \frac{1009}{z+1009} = 1$

$$\text{है, तब } \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+1009} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.** प्रत्येक में से 1 घटाने पर

$$\frac{1}{x+1} - 1 + \frac{2}{y+2} - 1 + \frac{1009}{z+1009} - 1 = 1 - 1 - 1 - 1 - 1$$

$$\frac{-x}{x+1} + \frac{-y}{y+2} + \frac{-z}{z+1009} = -2$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+1009} = 2$$

**Ex. 104** यदि  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{y-b} + \frac{c}{z-c} = 2$

$$\text{है, तब } \frac{x}{x-a} + \frac{y}{y-b} + \frac{z}{z-c} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.** प्रत्येक में 1 जोड़ने पर

$$\frac{a}{x-a} + 1 + \frac{b}{y-b} + 1 + \frac{c}{z-c} + 1 = 2 + 1 + 1 + 1$$

$$\frac{x}{x-a} + \frac{y}{y-b} + \frac{z}{z-c} = 5$$

**Ex. 105** यदि  $\frac{a}{x-1} + \frac{4b}{y-2b} + \frac{9c}{z-3c} = 6 - a$

$$\text{है, तब } \frac{ax}{x-1} + \frac{2y}{y-2b} + \frac{3z}{z-3c} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{a}{x-1} + a + \frac{4b}{y-2b} + 2 + \frac{9c}{z-3c} + 3 = 6 - a + a + 2 + 3$

$$\frac{ax}{x-a} + \frac{2y}{y-2b} + \frac{3z}{z-3c} = 11$$

**Ex. 106** यदि  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$

$$\text{है, तब } \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \text{ का मान क्या होगा?}$$

**Sol<sup>n</sup>.** दोनों पक्षों में  $(a + b + c)$  गुणा करने पर

$$\frac{a(a+b+c)}{b+c} + \frac{b(a+b+c)}{c+a} + \frac{c(a+b+c)}{a+b} = a+b+c$$

$$\frac{a^2+a(b+c)}{b+c} + \frac{b^2+b(c+a)}{c+a} + \frac{c^2+c(a+b)}{a+b} = a+b+c$$

$$\frac{a^2}{b+c} + a + \frac{b^2}{c+a} + b + \frac{c^2}{a+b} + c = a+b+c$$

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$$

**विधि:-2** हम रख सकते हैं  $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = \frac{1}{3}$  तब

$$3a = b + c, 3b = c + a \text{ \& } 3c = a + b$$

$$\text{तीनों सम्बन्धों को जोड़ने पर} \Rightarrow a + b + c = 0$$

इसका मतलब  $b + c = -a, c + a = -b$  व  $a + b = -c$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = a \left( \frac{a}{b+c} \right) + b \left( \frac{b}{c+a} \right) + c \left( \frac{c}{a+b} \right)$$

$$= -a - b - c = 0$$

**Ex.107** यदि  $\frac{a^2-bc}{a^2+bc} + \frac{b^2-ac}{b^2+ac} + \frac{c^2-ab}{c^2+ab} = 1$  तब

$$\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ac} + \frac{c^2}{c^2+ab} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.** प्रत्येक पद में 1 जोड़ने पर

$$\left( \frac{a^2-bc}{a^2+bc} + 1 \right) + \left( \frac{b^2-ac}{b^2+ac} + 1 \right) + \left( \frac{c^2-ab}{c^2+ab} + 1 \right) = 1+1+1+1$$

$$\left( \frac{2a^2}{a^2+bc} \right) + \left( \frac{2b^2}{b^2+ac} \right) + \left( \frac{2c^2}{c^2+ab} \right) = 4$$

$$\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ac} + \frac{c^2}{c^2+ab} = 2$$

### Type-7

(समिति में अधिकतम स्थितियों में उत्तर = 1)

**Ex. 108** दिया है,

$$a^2 = b + c, b^2 = c + a \text{ \& } c^2 = a + b$$

$$\text{या } \frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 1$$

तब (1).  $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = ?$

$$\text{Sol<sup>n</sup>. } a^2 = b + c \quad \dots(i)$$

$$b^2 = c + a \quad \dots(ii)$$

$$c^2 = a + b \quad \dots(iii)$$

$a, b$  और  $c$  क्रमशः तीनों समीकरणों के दोनों पक्षों में जोड़ने पर

$$a + a^2 = (b + c) + a = k \text{ (माना)}$$

$$b + b^2 = (c + a) + b = k \text{ (माना)}$$

$$c + c^2 = (a + b) + c = k \text{ (माना)}$$

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = \frac{a}{a(1+a)} + \frac{b}{b(1+b)} + \frac{c}{c(1+c)}$$

$$= \frac{a}{a+a^2} + \frac{b}{b+b^2} + \frac{c}{c+c^2}$$

$$= \frac{a}{k} + \frac{b}{k} + \frac{c}{k} = \frac{a+b+c}{k} = \frac{k}{k} = 1$$

**द्वितीय विधि:-**

मान  $a = b = c = 2$  की जाँच  $a^2 = b + c, b^2 = c + a$

व  $c^2 = a + b$  में करने पर, ये मान ऊपर दिये गये समी.

को संतुष्ट करते हैं इसलिए प्रश्न में रखने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

$$(2) \frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.**  $a = b = c = 2$  का मान रखने पर

$$\Rightarrow \frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} = \frac{2}{1+2} + \frac{2}{1+2} + \frac{2}{1+2}$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Ex. 109 यदि  $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{ax+cz} = \frac{z^2}{ax+by} = 1$  है, तब

$$(1) \frac{a}{x+a} + \frac{b}{y+b} + \frac{c}{z+c} = ?$$

$$(2) \frac{x}{x+a} + \frac{y}{y+b} + \frac{z}{z+c} = ?$$

Sol<sup>n</sup>. (1).  $x^2 = by + cz$  ... (i)  
 $y^2 = ax + cz$  ... (ii)  
 $z^2 = ax + by$  ... (iii)

ax, by और cz क्रमशः तीनों समीकरणों के दोनों पक्षों में जोड़ने पर

$$ax + x^2 = (by + cz) + ax = k \text{ (माना)}$$

$$by + y^2 = (ax + cz) + by = k \text{ (माना)}$$

$$cz + z^2 = (ax + by) + cz = k \text{ (माना)}$$

$$\frac{a}{x+a} + \frac{b}{y+b} + \frac{c}{z+c}$$

$$= \frac{ax}{x(x+a)} + \frac{by}{y(y+b)} + \frac{cz}{z(z+c)}$$

$$= \frac{ax}{ax+x^2} + \frac{by}{by+y^2} + \frac{cz}{cz+z^2}$$

$$= \frac{ax}{k} + \frac{by}{k} + \frac{cz}{k}$$

$$= \frac{ax+by+cz}{k} = \frac{k}{k} = 1$$

द्वितीय विधि:  $x = y = z = 2$  और  $a = b = c = 1$ , समीकरण  $x^2 = by + cz$ ,  $y^2 = ax + cz$  और  $z^2 = ax + by$  में जाँच करने पर, ये मान सभी को संतुष्ट करते हैं अतः हम प्रश्न में रख सकते हैं

$$x = y = z = 2 \text{ और } a = b = c = 1 \text{ का मान रखने पर}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{x+a} + \frac{b}{y+b} + \frac{c}{z+c}$$

$$= \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

$$(2) \Rightarrow \frac{x}{x+a} + \frac{y}{y+b} + \frac{z}{z+c}$$

$$= \frac{2}{2+1} + \frac{2}{2+1} + \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 2$$

Ex. 110 यदि  $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{ax+cz} = \frac{z^2}{ax+by} = 2$

$$(1) \frac{a}{x+2a} + \frac{b}{y+2b} + \frac{c}{z+2c} = ?$$

$$(2) \frac{x}{x+2a} + \frac{y}{y+2b} + \frac{z}{z+2c} = ?$$

Sol<sup>n</sup>. 1  $x^2 = 2by + 2cz$  ... (i)  
 $y^2 = 2ax + 2cz$  ... (ii)  
 $z^2 = 2ax + 2by$  ... (iii)

2ax, 2by और 2cz क्रमशः तीनों समीकरणों के दोनों पक्षों में जोड़ने पर

$$2ax + x^2 = (2by + 2cz) + 2ax = k \text{ (माना)}$$

$$2by + y^2 = (2ax + 2cz) + 2by = k \text{ (माना)}$$

$$2cz + z^2 = (2ax + 2by) + 2cz = k \text{ (माना)}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{x+2a} + \frac{b}{y+2b} + \frac{c}{z+2c}$$

$$= \frac{ax}{x(x+2a)} + \frac{by}{y(y+2b)} + \frac{cz}{z(z+2c)}$$

$$= \frac{ax}{2ax+x^2} + \frac{by}{2by+y^2} + \frac{cz}{2cz+z^2}$$

$$= \frac{ax}{k} + \frac{by}{k} + \frac{cz}{k} \quad \because (2ax + 2by + 2cz = k)$$

$$= \frac{ax+by+cz}{k} = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$$

द्वितीय विधि :

मान  $x = y = z = 4$  और  $a = b = c = 1$ , समीकरण  $x^2 = 2by + 2cz$ ,  $y^2 = 2ax + 2cz$  व  $z^2 = 2ax + 2by$



में जाँच करने पर, ये मान समी. को संतुष्ट करते हैं,  
अतः प्रश्न में मानों को रखने पर

$x = y = z = 4$  और  $a = b = c = 1$  का मान रखने पर

$$\Rightarrow \frac{a}{x+2a} + \frac{b}{y+2b} + \frac{c}{z+2c}$$

$$= \frac{1}{4+2(1)} + \frac{1}{4+2(1)} + \frac{1}{4+2(1)}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(2).  $\frac{x}{x+2a} + \frac{y}{y+2b} + \frac{z}{z+2c}$

$$= \frac{4}{4+2(1)} + \frac{4}{4+2(1)} + \frac{4}{4+2(1)}$$

$$= \frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{4}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

Ex 111. यदि  $xy + yz + zx = 1$

है, तब  $\frac{x+y}{1-xy} + \frac{y+z}{1-yz} + \frac{z+x}{1-zx}$  का मान क्या होगा?

(a)  $x + y + z$  (b)  $xyz$

(c) 1 (d)  $\frac{1}{xyz}$

Sol<sup>n</sup>.  $\frac{x+y}{1-xy} + \frac{y+z}{1-yz} + \frac{z+x}{1-zx}$

$$= \frac{x+y}{yz+zx} + \frac{y+z}{xy+zx} + \frac{z+x}{xy+yz}$$

$$= \frac{(x+y)}{z(x+y)} + \frac{(y+z)}{x(y+z)} + \frac{(z+x)}{y(x+z)}$$

$$= \frac{1}{z} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{1}{xyz}$$

**Type - 8**

(इस प्रकार के प्रश्न का उत्तर = 2 होता है)

Ex. 112  $x = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  है, तब  $\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} + \frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} = ?$

Sol<sup>n</sup>.  $x = \frac{\sqrt{240}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{20}\sqrt{12}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$$\frac{x}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$\frac{x}{\sqrt{20}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

योगान्तरानुपात नियम लागू करने पर

$$\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} = \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

योगान्तरानुपात नियम लागू करने पर

$$\frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$\frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} = \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} + \frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} = \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}-3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = 2$$

### Type - 9

यदि  $xy = 1$  है, तब  $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y}$  का मान 1 होगा

$$\begin{aligned} \text{सिद्ध: } \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} &= \frac{1+y+1+x}{(1+x)(1+y)} \\ &= \frac{x+y+2}{x+y+xy+1} = \frac{x+y+2}{x+y+2} = 1 \end{aligned}$$

**Ex. 113** यदि  $x = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ,  $y = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  है, तब

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$$

- (i) 0    (ii) 1  
(iii) 2    (iv) -1

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ  $x, y = 1$  तो  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 1$

$$\left( \because xy = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1}{3-2} = 1 \right)$$

**Ex. 114.** यदि  $x = \frac{\sqrt{87}-\sqrt{71}}{\sqrt{55}+\sqrt{39}}$  और  $y = \frac{\sqrt{87}+\sqrt{71}}{\sqrt{55}-\sqrt{39}}$  है,

$$\text{तब } \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ  $x, y = 1$  तब  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 1$

$$\left( \because x, y = \frac{\sqrt{87}-\sqrt{71}}{\sqrt{55}+\sqrt{39}} \cdot \frac{\sqrt{87}+\sqrt{71}}{\sqrt{55}-\sqrt{39}} = \frac{87-71}{55-39} = 1 \right)$$

वीजगणितीय फलनों का अधिकतम एवं न्यूनतम मान

फलन	अधिकतम मान	न्यूनतम मान
$x$	$\infty$	$-\infty$
$x^2$	$\infty$	$\boxed{0}$
$-x$	$\infty$	$-\infty$
$-x^2$	$\boxed{0}$	$-\infty$

- $\Rightarrow$  जब  $x^2$  का गुणांक धनात्मक है, तो वह न्यूनतम मान ही पूछेगा (अधिकतम मान अनन्त) या अपरिमित होगा।  
 $\Rightarrow$  जब  $x^2$  का गुणांक ऋणात्मक है, तो वह अधिकतम मान ही पूछेगा (न्यूनतम मान  $-\infty$  अपरिमित होगा)।

**नोट-1** यदि व्यंजक  $10 + X^2$  के रूप में है, तो न्यूनतम मान 10 होगा जब  $X = 0$ .

**नोट-2** यदि व्यंजक  $10 - X^2$  के रूप में है, तो अधिकतम मान 10 होगा जब  $X = 0$ .

**Ex. 115**  $12 + (x-2)^2$  का न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** जब  $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$  हो, तब इसका न्यूनतम मान 12 होगा।

**Ex. 116**  $15 - (x-3)^2$  का अधिकतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** जब  $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$  हो, तब इसका अधिकतम मान 15 होगा।

**Ex. 117** यदि  $5 - (3a-2b)^2$  का मान अधिकतम होगा, जब

$$\frac{a}{b} = ?$$

**Sol<sup>n</sup>.** व्यंजक  $5 - (3a-2b)^2$  का मान अधिकतम होगा जब  $\Rightarrow 3a - 2b = 0$

$$\Rightarrow 3a = 2b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

**नोट:** प्रश्न  $x^2 - 6x + 19$  के रूप में पूछा जायेगा

**Sol<sup>n</sup>.**  $x^2 - 6x + 19$

$$= 10 + x^2 + 9 - 6x = 10 + (x-3)^2$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 10 \text{ जब } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

लेकिन इस प्रकार के प्रश्नों में पूर्ण वर्ग बनाते समय हम परेशानी महसूस करते हैं। इसलिए हम अवकलन का तरीका प्रयोग कर सकते हैं। लेकिन इस प्रकार न सोचें कि यह तरीका आसान है इसके लिए तीन तथ्यों का ध्यान रखें।

**चरण 1-** दिये गये समीकरण का अवकलन करें

अवकलन (i)  $x^2$  का  $2x$

(ii)  $x$  का 1

(iii) अचर का शून्य

**चरण 2-** अवकलन को शून्य के बराबर रखें तथा  $x$  का मान ज्ञात करें।

**चरण 3-**  $x$  का मान वास्तविक समीकरण में रखकर न्यूनतम व अधिकतम मान ज्ञात करें।

**नोट:** द्विघात समीकरण में यह सोचने की आवश्यकता नहीं है कि मान अधिकतम है या न्यूनतम। यदि  $x$  का गुणांक धनात्मक है तो न्यूनतम मान पूछा जायेगा और  $x$  का गुणांक ऋणात्मक है तो अधिकतम मान पूछा जायेगा। अवकलन के तरीके द्वारा अभीष्ट मान ज्ञात किया जा सकता है।

इस तरीके का प्रयोग पिछले प्रश्न में करने पर

$$x^2 - 6x + 19 \quad \dots(i)$$

$$\begin{array}{l} \text{अवकलन} = 0 \\ 2x - 6 + 0 = 0 \\ 2x = 6 \end{array} \quad \left[ \begin{array}{l} x^2 \rightarrow 2x \\ x \rightarrow 1 \\ \text{अचर} \rightarrow 0 \end{array} \right]$$

$$x = 3$$

$x = 3$  समीकरण (i) रखने पर

$$\begin{aligned} \text{न्यूनतम मान} &= (3)^2 - 6(3) + 19 \\ &= 9 - 18 + 19 = 10 \end{aligned}$$

⇒ यदि आप इस तरीके नहीं समझ पाते हैं तो द्विघात समीकरण में दिये गये दो सूत्रों का प्रयोग करके अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात कर लें।

**Ex. 118**  $3x^2 - 6x + 11$  का न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अवकलन = 0

$$6x - 6 + 0 = 0$$

$$6x = 6$$

$$x = 1$$

$3x^2 - 6x + 11$  में  $x = 1$  रखने पर

$$\begin{aligned} \text{न्यूनतम मान} &= 3(1)^2 - 6(1) + 11 \\ &= 3 - 6 + 11 = 8 \end{aligned}$$

**Ex. 119**  $13 - 4x - x^2$  का अधिकतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अवकलन = 0

$$0 - 4 - 2x = 0$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$x = -2$  in  $13 - 4x - x^2$  का मान रखने पर

$$\begin{aligned} \text{अधिकतम मान} &= 13 - 4(-2) - (-2)^2 \\ &= 13 + 8 - 4 = 17 \end{aligned}$$

**Ex. 120** यदि  $15 - 7x - 2x^2$  का मान अधिकतम है, जब  $x = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** अवकलन = 0

$$0 - 7 - 4x = 0$$

$$4x = -7$$

$$x = -\frac{7}{4}$$

**Ex. 121** यदि  $4x^2 - 16x + 17$  का मान न्यूनतम है, जब  $x = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** अवकलन = 0

$$8x - 16 + 0 = 0$$

$$8x = 16 \Rightarrow x = 2$$

**Ex. 122**  $(9-x)(2-x)$  का न्यूनतम मान क्या होगा?

$$\begin{aligned} \text{Sol<sup>n</sup>. } (9-x)(2-x) &= 18 - 9x - 2x + x^2 \\ &= x^2 - 11x + 18 \end{aligned}$$

अवकलन = 0

$$2x - 11 + 0 = 0$$

$$2x = 11$$

$$x = \frac{11}{2}$$

$(9-x)(2-x)$  में  $x = \frac{11}{2}$  रखने पर

$$\text{न्यूनतम मान} = \left(9 - \frac{11}{2}\right) \left(2 - \frac{11}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{49}{4}$$

**Ex. 123**  $(6-x)(x+4)$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{Sol<sup>n</sup>. } \Rightarrow (6-x)(x+4) &= 6x + 24 - x^2 - 4x \\ &= -x^2 + 2x + 24 \end{aligned}$$

अवकलन = 0

$$-2x + 2 + 0 = 0$$

$$-2x + 2 = 0$$

$$2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$(6-x)(x+4)$  में  $x = 1$  रखने पर

$$\text{अधिकतम मान} = (6-1)(1+4)$$

$$= 5 \times 5 = 25$$

(B). यदि व्यंजक  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  के रूप में है तो व्यंजक का

न्यूनतम मान कैसे ज्ञात करते हैं  $x \in \mathbf{R}$  या  $x + \frac{1}{x}$

यदि  $x + ve$  है।

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 + 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 2, \text{ जब } \left(x - \frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow x^2 = 1$$

**Ex. 124**  $x^2 + \frac{1}{x^2} - 3$  का न्यूनतम मान क्या होगा?

$$\text{Sol<sup>n</sup>. } x^2 + \frac{1}{x^2} - 3 = 2 - 3 = -1$$

**Ex. 125**  $x^2 + \frac{1}{x^2 + 1} - 3$  का न्यूनतम मान क्या होगा?

$$\text{Sol<sup>n</sup>. } x^2 + \frac{1}{x^2 + 1} - 3 = (x^2 + 1) + \frac{1}{(x^2 + 1)} - 3 - 1$$

$$= (x^2 + 1) + \frac{1}{(x^2 + 1)} - 4$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 2 - 4 = -2$$

**Ex. 126** यदि  $\sqrt{x^2 - x + 1} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - x + 1}} = 2 - x^2$ ,  $x$  के

कितने मान संभव हैं।

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 3

**Sol<sup>n</sup>.** माना  $X = \sqrt{x^2 - x + 1}$

$$\Rightarrow X + \frac{1}{X} = 2 - x^2$$

$$X + \frac{1}{X} \text{ का न्यूनतम मान} = 2$$

$$\Rightarrow X + \frac{1}{X} \geq 2 \Rightarrow 2 - x^2 \geq 2$$

$$\Rightarrow 0 \geq x^2 \text{ या } x^2 \leq 0$$

यह केवल संभव है, जब  $x = 0$

$x$  के लिए केवल 1 मान संभव है।

**(C) यदि  $x + y$  दिया है, तो  $x = y$  पर  $xy$  का मान अधिकतम होगा।**

eg.  $x + y = k$  (दिया है) तो  $xy$  का अधिकतम मान  $xy = k^2/4$  क्योंकि  $x = y = k/2$

**सिद्ध:** हम लिख सकते हैं

$$\Rightarrow xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$$

$xy$  का मान अधिकतम होगा जब

यदि  $\left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow x = y$  तो  $xy$  का अधिकतम मान होगा।

**Ex. 127** यदि  $x + y = 6$  है, तब  $xy$  का अधिकतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x + y = 6 \Rightarrow x = y = 3$

$xy$  का अधिकतम मान  $= 3 \times 3 = 9$

**Ex. 128** यदि  $a + b + c + d = 1$  तो  $ab + bc + cd + da$  का अधिकतम मान होगा।

**Sol<sup>n</sup>.**  $a + b + c + d = 1 \Rightarrow a = b = c = d = \frac{1}{4}$

$$\left( \begin{array}{cccc} ab & + & bc & + & cd & + & da \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ a = b & b = c & c = d & d = a \end{array} \right)$$

$ab + bc + cd + da$  का अधिकतम मान

$$= \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

**Ex. 129** यदि  $x + y + z = 21$  तो  $(x-2)(y-1)(z+9)$  का अधिकतम मान होगा।

**Sol<sup>n</sup>.** हमें  $(x-2)(y-1)(z+9)$  अतः  $(x-2) = (y-1) = (z+9) = k$  का अधिकतम मान ज्ञात करना है। (माना) तो  $x = 2 + k$ ,  $y = 1 + k$  और  $z = k - 9$ , इन मानों को रखने पर

$x = 2 + k$ ,  $y = 1 + k$  और  $z = k - 9$  दिये गये समीकरणों में  $x + y + z = 21$

$$2 + k + 1 + k + k - 9 = 21 \Rightarrow 3k = 21 + 9 - 2 - 1$$

$$3k = 27 \Rightarrow k = 9$$

अतः अधिकतम मान  $(x-2)(y-1)(z+9) = k.k.k = k^3 = (9)^3 = 729$

**द्वितीय विधि :**  $\therefore x + y + z = 21$

$$(x-2) + (y-1) + (z+9) = 21 - 2 - 1 + 9 = 27$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9 & 9 & 9 \end{array}$$

अधिकतम मान  $(x-2)(y-1)(z+9) = 9 \times 9 \times 9 = 729$

**(D) यदि  $xy$  दिया है, तो  $x + y$  न्यूनतम होगा जब  $x = y$  ( $x$  व  $y$  धनात्मक संख्याएँ हैं)**

eg.  $xy = k$  (दिया है) तो  $x + y = 2\sqrt{k}$  का न्यूनतम

मान क्योंकि  $x = y = \sqrt{k}$

**सिद्ध:**

$$xy = k \Rightarrow y = \frac{k}{x}$$

$$x + y = x + \frac{k}{x} = x + \frac{k}{x} - 2\sqrt{k} + 2\sqrt{k}$$

$$= \left(x - \frac{k}{x}\right)^2 + 2\sqrt{k}$$

तब न्यूनतम मान  $= 2\sqrt{k}$

$$\text{जब } \left(x - \frac{k}{x}\right) = 0 \Rightarrow x = \frac{k}{x} \Rightarrow x^2 = k$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{k}$$

**Ex. 130** यदि  $xy = 16$  है, तब  $x + y$  न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $x = y = k$  (माना)

$$xy = 16 \Rightarrow k.k = 16 \Rightarrow k^2 = 16 \Rightarrow k = 4$$

न्यूनतम मान  $x + y = 4 + 4 = 8$

**Ex. 131** यदि  $(x-7)(y-10)(z-12) = 1000$  है, तब  $(x+y+z)$  का न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\Rightarrow (x-7) = (y-10) = (z-12) = k$  (माना)

$$\Rightarrow k.k.k = 1000 \Rightarrow k^3 = 1000 \Rightarrow k = 10$$

$$\Rightarrow (x-7) = 10 \Rightarrow x = 17$$

$$\Rightarrow (y-10) = 10 \Rightarrow y = 20$$

$$\Rightarrow (z-12) = 10 \Rightarrow z = 22$$

न्यूनतम मान  $(x+y+z) = 17 + 20 + 22 = 59$

**प्रश्नावली - ( बहुपद और द्विघात समीकरण )**

1. यदि  $(x-2)$ ,  $(x^2+3qx-2q)$  का गुणनखण्ड है, तब  $q$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) -2  
 (c) -1 (d) 1
2. यदि  $(x^3+6x^2+4x+k)$ ,  $(x+2)$  से पूर्णतः विभाजित है, तब  $k$  का मान क्या होगा?  
 (a) -6 (b) -7  
 (c) -8 (d) -10
3. माना  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  तब  $f(x)$  का इनमें से कौन सा गुणनखण्ड नहीं है।  
 (a)  $x-1$  (b)  $x-2$   
 (c)  $x+3$  (d)  $x-3$
4. यदि  $(x+t)$ ,  $(x^2+px+q)$  और  $(x^2+lx+m)$  दोनों का गुणनखण्ड है, तब  $t'$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $m-q$  (b)  $l-p$   
 (c)  $\frac{l-p}{m-q}$  (d)  $\frac{m-q}{l-p}$
5.  $(x^{29} - x^{25} + x^{13} - 1)$  निम्न में से किससे विभाजित होगा?  
 (a)  $(x-1)$  और  $(x+1)$  दोनों से  
 (b)  $(x-1)$  से, पर  $(x+1)$  से नहीं  
 (c)  $(x+1)$  से, पर  $(x-1)$  से नहीं  
 (d) न ही  $(x-1)$  और न ही  $(x+1)$  से
6.  $k$  के किस मान के लिए  $(x-1)$ ,  $(x^3-k)$  का एक गुणनखण्ड होगा?  
 (a) -1 (b) 1  
 (c) 8 (d) -8
7. यदि  $(x^{100} + 2x^{99} + k)$ ,  $(x+1)$  से विभाजित है, तब  $k$  का क्या मान होगा?  
 (a) 1 (b) -3  
 (c) 2 (d) -2
8. यदि  $(x^3 - 5x^2 + 4p)$ ,  $(x+2)$  से विभाजित है, तब  $p$  का क्या मान होगा?  
 (a) 7 (b) -2  
 (c) 3 (d) -7
9. यदि  $(x-a)$ ,  $(x^3 - 3x^2a + 2a^2x + b)$ , का एक गुणनखण्ड है, तब  $b$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 2  
 (c) 1 (d) 3
10. यदि  $(x+6)$  दिये गए समीकरण  $x^3 + 3x^2 + 4x + k$  का एक हल है तो  $k$  का मान ज्ञात करें।  
 (a) 66 (b) 33  
 (c) 132 (d) 36
11. यदि  $(x+2)$  और  $(x-1)$ ,  $(x^3 + 10x^2 + mx + n)$  के गुणनखण्ड हैं, तब  $m$  और  $n$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $m = 5, n = -3$  (b)  $m = 17, n = -8$   
 (c)  $m = 7, n = -18$  (d)  $m = 23, n = -19$
12.  $(x^3 - 6x + 7)$  को  $(x+1)$  द्वारा भाग देने पर शेषफल क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 12  
 (c) 0 (d) 7
13. यदि  $(x^5 - 9x^2 + 12x - 14)$  को  $(x-3)$  द्वारा भाग देने पर शेषफल क्या होगा?  
 (a) 184 (b) 56  
 (c) 2 (d) 1
14.  $(x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 7)$  को  $(x-2)$  द्वारा भाग देने पर शेषफल क्या होगा?  
 (a) 3 (b) -3  
 (c) 2 (d) 0

15. यदि  $(5x^3 + 5x^2 - 6x + 9)$  को  $(x+3)$  द्वारा भाग देने पर शेषफल क्या होगा?  
 (a) 135 (b) -135  
 (c) 63 (d) -63
16. यदि  $(x^{11} + 1)$  को  $(x+1)$  द्वारा भाग देने पर शेषफल क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 0  
 (c) 11 (d) 12
17. यदि  $(2x^3 + 5x^2 - 4x - 6)$  को  $(2x+1)$  द्वारा भाग देने पर शेषफल क्या होगा?  
 (a)  $-\frac{13}{2}$  (b) 3  
 (c) -3 (d) 6
18. यदि  $(x^3 + 5x^2 + 10k)$  को  $(x^2 + 2)$  से भाग दिया जाता है तो शेषफल  $-2x$  बचता है, तब  $k$  का मान क्या होगा?  
 (a) -2 (b) -1  
 (c) 1 (d) 2
19.  $(x^2 - 1 - 2a - a^2)$  का गुणनखण्ड क्या होगा?  
 (a)  $(x - a + 1)(x - a - 1)$   
 (b)  $(x + a - 1)(x - a + 1)$   
 (c)  $(x + a + 1)(x - a - 1)$   
 (d) इनमें से कोई नहीं
20.  $(x^2 - 8x - 20)$  का गुणनखण्ड क्या होगा?  
 (a)  $(x+10)(x-2)$  (b)  $(x-10)(x+2)$   
 (c)  $(x-5)(x+4)$  (d)  $(x+5)(x-4)$
21.  $(x^2 - xy - 72y^2)$  का गुणनखण्ड क्या होगा?  
 (a)  $(x-8y)(x+9y)$   
 (b)  $(x-9y)(x+8y)$   
 (c)  $(x-y)(x+72y)$   
 (d)  $(x-6y)(x+12y)$
22.  $(x^2 - 11xy - 60y^2)$  का गुणनखण्ड क्या होगा?  
 (a)  $(x+15y)(x-4y)$   
 (b)  $(x-15y)(x+4y)$   
 (c)  $(15x+y)(4x-y)$   
 (d) इनमें से कोई नहीं
23.  $(x^n - a^n)$ ,  $(x-a)$  से विभाजित होगा यदि  
 (a)  $n$  के सभी मान के लिए  
 (b)  $n$  के केवल सम मान के लिए  
 (c)  $n$  के केवल विषम मान के लिए  
 (d)  $n$  के केवल अभाज्य मान के लिए
24.  $(x^n - a^n)$ ,  $(x+a)$  से विभाजित होगा यदि  
 (a)  $n$  के सभी मान के लिए  
 (b)  $n$  के केवल सम मान के लिए  
 (c)  $n$  के केवल विषम मान के लिए  
 (d)  $n$  के केवल अभाज्य मान के लिए
25. क्या  $(x^n + a^n)$ ,  $(x+a)$  द्वारा विभाजित है?  
 (a)  $n$  के सभी मान के लिए  
 (b)  $n$  के केवल सम मान के लिए  
 (c)  $n$  के केवल विषम मान के लिए  
 (d)  $n$  के केवल अभाज्य मान के लिए
26.  $k$  के किस मान के लिए समीकरणों  $6x - 2y = 3$  तथा  $kx - y = 2$  का एक अद्वितीय हल होगा।  
 (a)  $k \neq 2$  (b)  $k \neq 3$   
 (c)  $k \neq 5$  (d)  $k \neq 4$
27.  $k$  के किस मान के लिए समीकरणों  $5x + 2y = 3$  तथा  $x + ky = -7$  एक असंगत निकाय होगा।  
 (a)  $\frac{2}{5}$  (b)  $\frac{3}{5}$   
 (c)  $\frac{5}{2}$  (d)  $\frac{3}{2}$
28.  $k$  के किस मान के लिए समीकरणों  $2x + 3y - 5 = 0$  तथा  $4x + ky - 10 = 0$  के अनेक हल होंगे?  
 (a)  $k = 5$  (b)  $k = 6$   
 (c)  $k = 7$  (d)  $k = 8$

29. दिये गये रेखीय समीकरणों  $4x-3y=7$  तथा  $7x+5y=2$  के हल ज्ञात कीजिए।  
 (a)  $x=1, y=1$  (b)  $x=-1, y=1$   
 (c)  $x=-1, y=-1$  (d)  $x=1, y=-1$
30. दिये हुए समीकरण  $x-y=0.9$  और  $\frac{11}{2(x+y)}=1$  का हल क्या होगा?  
 (a)  $x=3.2, y=2.3$  (b)  $x=1, y=0.1$   
 (c)  $x=2, y=1.1$  (d) इनमें से कोई नहीं
31. दिये हुए समीकरण का हल होगा।  
 $\frac{3x-y+1}{3} = \frac{2x+y+2}{5} = \frac{3x+2y+1}{6}$   
 (a)  $x=2, y=1$  (b)  $x=1, y=1$   
 (c)  $x=-1, y=-1$  (d)  $x=1, y=2$
32. समीकरण  $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{5}{12}$  तथा  $\frac{x}{2} + y = 1$  को हल करने पर  $(x+y)$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{3}{2}$   
 (c) 2 (d)  $\frac{5}{2}$
33. यदि  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{9}{xy}$  और  $\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = \frac{21}{xy}$  जहाँ  $x \neq 0, y \neq 0$  है, तब  $x$  और  $y$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 और 1 (b) 1 और 2  
 (c) 2 और 3 (d) 1 और 3
34. दिये गये समीकरणों  $x + \frac{1}{y} = 2$  और  $2xy - 3y = -2$  के कितने हल होंगे।  
 (a) 0 (b) 1  
 (c) 2 (d) इनमें से कोई नहीं
35. 6 किताब तथा 4 कलम का मूल्य 34 रु है तथा 5 किताब तथा 5 कलम का मूल्य 30 रु है, तो 1 किताब व 1 कलम का मूल्य क्रमशः होगा।  
 (a) 1 और 5 (b) 5 और 1  
 (c) 6 और 1 (d) 1 और 6
36. यदि 3 कुर्सी तथा 2 ट्यूब का मूल्य 1200 रु है तथा 5 कुर्सी व 3 ट्यूब का मूल्य 1900 रु है, तो 2 कुर्सी व 2 ट्यूब का मूल्य ज्ञात कीजिए।  
 (a) 700 (b) 900  
 (c) 1000 (d) 1100
37. यदि  $x+2y \leq 3, x > 0$  और  $y > 0$  है, तब इसका हल क्या होगा?  
 (a)  $x=-1, y=2$  (b)  $x=2, y=1$   
 (c)  $x=1, y=1$  (d)  $x=0, y=0$
38. समीकरण  $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ , में  $x$  का क्या मान होगा?  
 (a) 1, 2 (b) 3, 4  
 (c) 2, 3 (d) 1, 3
39. समीकरण  $(a+b+x)^{-1} = a^{-1} + b^{-1} + x^{-1}$  का मूल क्या होगा?  
 (a)  $a, b$  (b)  $-a, b$   
 (c)  $a, -b$  (d)  $-a, -b$
40. यदि इस समीकरण  $lx^2 + nx + n = 0$  के मूलों का अनुपात  $p : q$  है, तब  $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 0
41. यदि  $x=11$  है, तब  $x^5 - 12x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 12x - 1$  का मान क्या होगा?  
 (a) 10 (b) 11  
 (c) 12 (d) 0
42. यदि  $\frac{5x-7y+15}{1} = \frac{3x-2y+1}{8} = \frac{11x-6y+10}{9}$  है, तब  $(x+y)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) -3
43. यदि  $\frac{2x-13y+1}{2} = \frac{x+4y+8}{3} = \frac{4x-7y+2}{5}$  है, तब  $(x+2y)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 3 (b) 2  
 (c) 7 (d) -2



44. यदि  $x = 2t$  और  $y = \frac{2t-1}{3}$  है, तब  $t$  का मान क्या होगा, जब  $x = y$
- (a)  $\frac{1}{3}$  (b)  $-\frac{1}{4}$   
 (c)  $\frac{1}{4}$  (d)  $-\frac{1}{2}$
45. यदि  $(8x^2 - 15y^2) : xy = 14 : 1$  है, तब  $\frac{x}{y}$  का धनात्मक मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{3}{2}$  (b)  $\frac{5}{2}$   
 (c)  $\frac{5}{3}$  (d)  $\frac{7}{2}$
46. यदि  $a, b$  एक परिमेय संख्या है और  $(a-1)(\sqrt{2}+3) = (b\sqrt{2}+a)$  है, तब  $(a+b)$  का मान क्या होगा?
- (a) 2 (b) 5  
 (c) 5 (d) 3
47.  $x$  के किस मान के लिए दिया गया समीकरण  $\sqrt{4x-9} + \sqrt{4x+9} = 5 + \sqrt{7}$  संतुष्ट होगा।
- (a)  $\frac{3}{\sqrt{7}}$  (b) 4  
 (c)  $\sqrt{5}$  (d)  $2\sqrt{3}$
48. यदि  $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{3}a - b$  ( $a, b$  एक परिमेय संख्या है, तब  $(a-b)$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) -1  
 (c) -2 (d) 2
49. यदि  $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 34$  है, तब  $x$  ( $x < 0$ ) का मान क्या होगा?
- (a) -1 (b) -2  
 (c) -3 (d) -4
50. यदि  $x^2 - x(a+b) + (a-1)(b+1) = 0$  का एक गुणखण्ड  $(x-a+1)$  है, तो दूसरा गुणखण्ड होगा।
- (a)  $x-b$  (b)  $x-a-b$   
 (c)  $x-b+1$  (d)  $x-b-1$
51.  $x^2 + 4y^2 + 4y - 4xy - 2x - 8$  का क्या गुणखण्ड होगा?
- (a)  $(x-2y-4)$  और  $(x-2y+2)$   
 (b)  $(x-y+2)$  और  $(x-4y+4)$   
 (c)  $(x-y+2)$  और  $(x-4y-4)$   
 (d)  $(x+2y-4)$  और  $(x+2y+2)$
52. बहुपदों  $p(x)$  व  $q(x)$  का म.स.  $2x(x+2)$  तथा ल.स  $24x(x+2)^2(x-2)$ . यदि  $p(x) = 8x^3 + 32x^2 + 32x$  तो  $q(x)$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a)  $x^3 - 16x$  (b)  $6x^3 - 24x$   
 (c)  $12x^3 + 24x$  (d)  $12x^3 - 24x$
53. यदि  $2\sqrt{3}$  समीकरण  $x^2 + px - 6 = 0$  का एक मूल है तथा समीकरण  $x^2 + px + q = 0$  के मूल बराबर हैं, तो  $q$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{2}{3}$   
 (c)  $\frac{4}{3}$  (d)  $\frac{3}{2}$
54. यदि  $12^{2b+4} = 3^{3b} \cdot 4^{b+8}$  है, तब  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) +4 (b) 2  
 (c) आँकड़े अपर्याप्त हैं। (d) इनमें से कोई नहीं
55. यदि  $x^2 - 1$  बहुपद  $f(x) = 2x^3 + Ax^2 + Bx + 3$  का एक गुणखण्ड है, तो  $A^2 - B^2$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) 5 (b) 6  
 (c) -6 (d) 0
56. समीकरण  $\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+b} = \frac{1}{c}$  के मूलों का योग शून्य है, तो समीकरण के मूलों का गुणफल ज्ञात कीजिए।
- (a)  $-\frac{(a+b)}{2}$  (b)  $\frac{(a+b)}{2}$   
 (c)  $-\frac{(a^2+b^2)}{2}$  (d)  $\frac{(a^2+b^2)}{2}$



57. यदि  $(3x^3 - 2x^2y - 13xy^2 + 10y^3)$  को  $(x - 2y)$  से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल ज्ञात कीजिए।  
 (a) 0 (b)  $x$   
 (c)  $y + 5$  (d)  $x - 3$
58. यदि  $x^3 - 27$  तथा  $x^3 + 4x^2 + 12x + k$  का म.स. एक द्विघातीय बहुपद है, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a) 27 (b) 9  
 (c) 3 (d) 4
59. यदि  $x^{40} + 2$  को  $x^4 + 1$  द्वारा विभाजित किया जाता है, तो शेषफल ज्ञात कीजिए।  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 4 (d) 3
60.  $k$  के किस न्यूनतम पूर्णांक मान के लिए समीकरण  $x^2 - 2(k-1)x + (2k+1) = 0$  के मूल बराबर होंगे।  
 (a) 1 (b)  $-\frac{1}{2}$   
 (c) 4 (d) 0
61. समीकरण  $3^{2x^2-7x+7} = 9$  के वास्तविक मूलों की संख्या होगी।  
 (a) 3 (b) 1  
 (c) 2 (d) 4
62. निम्न में से कौन सा समीकरण  $x^{16} + x^8 + 1$  का एक गुणनखण्ड नहीं है।  
 (a)  $x^2 + x + 1$  (b)  $x^2 + 1 - x$   
 (c)  $x^2 + 1$  (d)  $x^4 - x^2 + 1$
63. यदि  $ax^2 + bx + c = a(x-p)^2$  तो  $a, b, c$  के बीच संबंध होगा।  
 (a)  $b^2 = 4ac$  (b)  $2b = a + c$   
 (c)  $abc = 1$  (d)  $b^2 = ac$
64. निम्न असमिका  $11x - 61 \leq 5$  का हल होगा।  
 (a)  $-6 \leq x \leq 6$  (b)  $-6 \leq x \leq 0$   
 (c)  $x \leq 6$  (d)  $0 \leq x \leq 6$
65. समीकरण  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$  का प्रसार करने पर  $x^2$  का गुणांक होगा।  
 (a) 2 (b) -2  
 (c) 1 (d) -1
66.  $x$  के किस मान पर समीकरण  $16\left(\frac{a-x}{a+x}\right)^3 = \frac{a+x}{a-x}$  संतुष्ट होगा।  
 (a)  $a/2$  (b)  $a/3$   
 (c)  $3a$  (d) (b) व (c) दोनों
67. यदि  $ax^2 + bx + c$  तथा  $bx^2 + ax + c$  का म.स.  $(x+1)$  है, तो  $c$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a) -1 (b) 1  
 (c) 0 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।
68. यदि  $2x^2 - 7x + 12 = 0$  के दो मूल  $\alpha$  और  $\beta$ , है तो  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$  का मान ज्ञात करें?  
 (a)  $\frac{97}{24}$  (b)  $\frac{7}{2}$   
 (c)  $\frac{1}{24}$  (d)  $\frac{7}{24}$
69. यदि  $3x^3 - kx^2 + 4x + 16$ ,  $\left(x - \frac{k}{2}\right)$  से पूर्णतः विभाज्य है तब  $k = ?$   
 (a) 4 (b) -4  
 (c) 2 (d) 0
70. यदि  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{9}{xy}$  और  $\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = \frac{21}{xy}$  जहाँ  $x \neq 0$  और  $y \neq 0$ , तब  $x + y = ?$   
 (a) -1 (b) 4  
 (c) 0 (d) 1
71. यदि  $4^x + 2^{2x-1} = 3^{x+\frac{1}{2}} + 3^{x-\frac{1}{2}}$  तब  $x = ?$   
 (a)  $1/2$  (b)  $3/2$   
 (c)  $5/2$  (d) 1
72. परिमेय मूल ज्ञात करें यदि बहुपद  $f(x) = 3x^4 - 15x^3 + 17x^2 + 5x - 6$  का एक मूल  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  है।  
 (a) -3, 2 (b) 3, 2  
 (c) 3, -2 (d) -3, -2

73. यदि  $(x^3 + 3x^2 - kx + 4)$  को  $(x-2)$  से भाग दिया जाय तो शेषफल  $k$  बचता है। तो  $k$  का मान होगा?  
 (a) 8 (b) 2  
 (c) 4 (d) 6
74. समीकरण  $\sqrt{\frac{x}{x+3}} - \sqrt{\frac{x+3}{x}} = -\frac{3}{2}$  का हल होगा।  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 4 (d) -2
75. समीकरण  $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} + \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 3x + 1}} = 2 - x^2$  के कितने हल होंगे।  
 (a) 0 (b) 1  
 (c) 2 (d) 4
76. यदि विस्तार  $3a(3a+2c) - 4b(b+c)$  का एक गुणखण्ड  $(3a-2b)$  है तो दूसरा गुणखण्ड होगा।  
 (a)  $2(a+b+c)$  (b)  $(3a+2b+2c)$   
 (c)  $(3a-2b+2c)$  (d)  $(3a+2b-2c)$
77. यदि  $x=3$ , समीकरण  $3x^2 + (k-1)x + 9 = 0$ , का हल है तो  $k$  का मान ज्ञात करें।  
 (a) 13 (b) -13  
 (c) 11 (d) -11
78. समीकरण  $x^2 - 7x + 10 = 0$  और  $x^2 - 10x + 16 = 0$  का उभयनिष्ठ मूल होगा।  
 (a) -2 (b) 3  
 (c) 5 (d) 2
79. यदि  $\alpha, \beta$  समीकरण  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , के मूल हैं तो चतुष्फल समीकरण का मान ज्ञात करें जिनका मूल  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$  है।  
 (a)  $6x^2 - 5x + 1 = 0$  (b)  $6x^2 + 5x + 1 = 0$   
 (c)  $6x^2 - 5x - 1 = 0$  (d)  $6x^2 + 5x - 1 = 0$
80. समीकरण  $x^2 - 6x + k = 0$  के मूल  $\alpha$ , तथा  $\beta$  हैं, तो  $k$  का कौन सा मान समीकरण  $3\alpha + 2\beta = 20$  का संतुष्ट करेगा।  
 (a) 8 (b) -8  
 (c) 16 (d) -16
81. यदि समीकरण  $x^2 + 2x - 3 = 0$  और  $x^2 + 3x - k = 0$  का एक मूल उभयनिष्ठ है, तब  $k$  का अशून्य मान होगा।  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
82.  $m$  के किस धनात्मक मान के लिए समीकरण  $12x^2 + mx + 5 = 0$  का मूल 3 : 2 के अनुपात में होगा।  
 (a)  $5\sqrt{10}$  (b)  $-\frac{5\sqrt{10}}{2}$   
 (c)  $\frac{5}{12}$  (d)  $\frac{12}{5}$
83. यदि  $x^2 - 3kx + k^2 = 0$  के मूल  $\alpha$  और  $\beta$  हैं तब  $k$  का मान ज्ञात करें जबकि  $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{4}$   
 (a)  $\pm\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $-\frac{1}{2}$  (d) इनमें से कोई नहीं
84. यदि समीकरण  $x^2 + kx + 12 = 0$  के मूल  $\alpha, \beta$  हैं जहाँ  $\alpha - \beta = 1$  तो  $k$  का मान होगा।  
 (a) 0 (b)  $\pm 5$   
 (c)  $\pm 1$  (d)  $\pm 7$
85.  $k$  का मान ज्ञात करें जहाँ समीकरण  $3x^2 + (2x+1)x - k - 5 = 0$  के मूलों का योग मूलों के गुणफल के बराबर है।  
 (a) -4 (b) 6  
 (c) 2 (d) 8
86. यदि समीकरण  $2^{2y+3} = 65(2^y - 1) + 57$  तब  $y$  का मान ज्ञात करें?  
 (a)  $\pm 3$  (b)  $\pm 1$   
 (c)  $\pm 2$  (d)  $\pm 4$

87. यदि  $x$  एक वास्तविक संख्या है, तब दिया गया व्याख्यान  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 7}$  का मान किसके बीच होगा।  
 (a) 1 व 2 (b) -1 व 1  
 (c) 0 व 1 (d) 1/2 व 1
88. यदि  $\alpha$  तथा  $\beta$  समीकरण  $6x^2 + x - 2 = 0$  के मूल हैं, तो  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a)  $-\frac{25}{12}$  (b)  $-\frac{12}{75}$   
 (c)  $-\frac{4}{9}$  (d) इसमें से कोई नहीं
89. यदि  $(5x^2 + 14x + 2)^2 - (4x^2 - 5x + 7)^2$  को  $(x^2 + x + 1)$  से विभाजित किया जाता है, तब इसका शेषफल क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 0  
 (c) 1 (d) 2
90.  $(a^4 - 11a^2b^2 + b^4)$  का एक गुणनखण्ड है।  
 (a)  $(a^2 - b^2 - 3ab)$  (b)  $(a^2 + b^2 - 3ab)$   
 (c)  $(a^2 + b^2 + 3ab)$  (d)  $(a^2 - b^2 + 4ab)$
91. यदि समीकरण  $7x^2 - 14x + k = 0$  के मूल एक दूसरे के व्युत्क्रम हैं तो  $k$  का मान होगा।  
 (a) 4 (b) 7  
 (c) 6 (d) 3
92. यदि समीकरण  $x^2 - 9x + k = 0$  का एक मूल दूसरे का दुगुना है तो  $k$  का मान होगा?  
 (a) 18 (b) 16  
 (c) 12 (d) 9
93. यदि  $\sqrt{2x - 5} + \sqrt{3x + 4} = 8$  तो  $x = ?$   
 (a) 8 (b) 6  
 (c) 7 (d) या तो (b) या (c)
94.  $4x^3 + ax^2 - bx + 3$  को  $(x - 2)$  द्वारा विभाजित करने पर शेषफल 2 है तथा  $(x + 3)$  द्वारा विभाजित करने पर शेषफल 3 है, तो  $(x + 2)$  द्वारा विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा?  
 (a) 26.8 (b) 29.2  
 (c) 32.2 (d) 35.2
95. यदि  $(a^4 - 2a^3 - 9a^2 + 2a + 8)$  के दो गुणनखण्ड  $(a + 1)$  और  $(a - 1)$  हैं, तब इसके अन्य दो गुणनखण्ड क्या होंगे?  
 (a)  $(a - 2)$  और  $(a + 4)$   
 (b)  $(a + 2)$  और  $(a + 4)$   
 (c)  $(a + 2)$  और  $(a - 4)$   
 (d)  $(a - 2)$  और  $(a - 4)$
96. यदि  $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{x}{y}$  तथा  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x - y$  तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a)  $\frac{a+b}{a}$  (b)  $\frac{a+b}{b}$   
 (c)  $\frac{a-b}{a}$  (d) इसमें से कोई नहीं
97. यदि समीकरण  $\frac{x^2}{a} + \frac{x}{b} + \frac{1}{c} = 0$  का एक मूल दूसरे का व्युत्क्रम है, तो निम्न में से कौन सा संबंध सही है।  
 (a)  $a = b$  (b)  $b = c$   
 (c)  $ac = 1$  (d)  $a = c$
98. दिये गये द्विघात समीकरण  $a^2b^2x^2 - (a^2 + b^2)x + 1 = 0$  के मूल ज्ञात कीजिए।  
 (a)  $\frac{1}{a^2}, \frac{1}{b^2}$  (b)  $-\frac{1}{a^2}, -\frac{1}{b^2}$   
 (c)  $\frac{1}{a^2}, -\frac{1}{b^2}$  (d)  $-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{b^2}$

99. निम्न में  $x(x+a)(x+2a)(x+3a)$  क्या जोड़ा जाए ताकि योग एक पूर्ण वर्ग हो।

- (a)  $9a^2$  (b)  $4a^2$   
(c)  $a^4$  (d) इनमें से कोई नहीं

100. निम्न में  $(1-x)(1+x^2)$  क्या जोड़ा जाए कि योग  $x^3$  के बराबर हो।

- (a)  $2x^3 + 3x^2 + x + 1$   
(b)  $2x^3 - x^2 + x - 1$   
(c)  $a + b + c = abc$   
(d)  $-x^2 + x - 1$

101.  $5px - 10qy + 2rpx - 4qry$  का/के गुणनखण्ड हैं।

- (a) केवल  $(5+2r)$   
(b) केवल  $(px-2qy)$   
(c)  $(5+2r)$  और  $(px-2qy)$  दोनों  
(d) न ही  $(5+2r)$  और न ही  $(px-2qy)$

102.  $(x^4 + xy^3 + x^3y + xz^3 + y^4 + yz^3)$  विभाज्य है।

- (a) केवल  $(x+y)$  द्वारा  
(b) केवल  $(x^3 + y^3 + z^3)$  द्वारा  
(c)  $(x+y)$  और  $(x^3 + y^3 + z^3)$  दोनों द्वारा  
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

103. यदि व्यंजको  $px^3 + 3x^2 - 3$  तथा  $2x^3 - 5x + p$  को  $(x-4)$  द्वारा विभाजित करने पर समान शेष बचता है, तो  $p$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 1 (b) -1  
(c) -2 (d) 2

104. यदि समीकरण

$(a^2 - bc)x^2 + 2(b^2 - ac)x + (c^2 - ab) = 0$  के मूल बराबर हैं, जहाँ  $b \neq 0$  तो निम्न में कौन-सा सही है।

- (a)  $a + b + c = abc$   
(b)  $a^2 + b^2 + c^2 = 0$   
(c)  $a^3 + b^3 + c^3 = 0$   
(d)  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

105. यदि  $\alpha$  तथा  $\beta$  समीकरण  $x^2 - x - 1 = 0$  के मूल हैं, तो

$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha - \beta)}$  किसके बराबर होगा।

- (a)  $\frac{2}{5}$  (b)  $\frac{3}{5}$   
(c)  $\frac{4}{5}$  (d) इनमें से कोई नहीं

106. यदि बहुपदों  $x^3 + 2x^2 - 5bx - 7$  तथा  $x^3 + bx^2 - 12x + 6$  को क्रमशः  $x+1$  तथा  $x-2$  से विभाजित किया जाता है, तो क्रमशः शेषफल  $K_1$  व  $K_2$  हैं। यदि  $2K_1 + K_2 = 6$  तो  $b$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 2 (b) -1  
(c) 4 (d) -2

107. यदि  $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + b$  को  $x-1$  तथा  $x+1$  द्वारा विभाजित करने पर क्रमशः शेषफल 5 व 19 है, तो बहुपद को  $x-2$  से विभाजित करने पर शेषफल होगा।

- (a) 10 (b) 12  
(c) -1 (d) 8

108. यदि  $x-2$  तथा  $x-\frac{1}{2}$  समीकरण  $ax^2 + 5x + b$  के गुणनखण्ड

हैं, तो  $\frac{a}{b}$  का मान होगा।

- (a) 1 (b) 2  
(c) -1 (d) 3

109. यदि  $\alpha$  व  $\beta$  समीकरण  $3x^2 - 6x + 2 = 0$  के मूल हैं, तो

$\left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right) + 2\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) + 3\alpha\beta = ?$

- (a) 6 (b) 8  
(c) 5 (d) 12

110. यदि  $\alpha$  व  $\beta$  समीकरण  $\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{x}} = 2\frac{1}{6}$  के मूल

हैं, तो  $\alpha + \beta$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 8  
(c) 5 (d) 6

## उत्तरमाला

1. (c) 2. (c) 3. (c) 4. (d) 5. (b) 6. (b) 7. (a) 8. (a) 9. (a)  
10. (c) 11. (c) 12. (b) 13. (a) 14. (b) 15. (d) 16. (b) 17. (c) 18. (c)  
19. (c) 20. (b) 21. (b) 22. (b) 23. (a) 24. (b) 25. (c) 26. (b) 27. (a)  
28. (b) 29. (d) 30. (a) 31. (b) 32. (b) 33. (d) 34. (a) 35. (b) 36. (c)  
37. (c) 38. (c) 39. (d) 40. (d) 41. (a) 42. (b) 43. (c) 44. (b) 45. (b)  
46. (a) 47. (b) 48. (a) 49. (c) 50. (d) 51. (a) 52. (b) 53. (a) 54. (a)  
55. (a) 56. (c) 57. (a) 58. (b) 59. (d) 60. (c) 61. (c) 62. (c) 63. (a)  
64. (c) 65. (c) 66. (b) 67. (d) 68. (c) 69. (b) 70. (b) 71. (b) 72. (b)  
73. (a) 74. (a) 75. (b) 76. (b) 77. (d) 78. (d) 79. (a) 80. (d) 81. (d)  
82. (a) 83. (a) 84. (d) 85. (a) 86. (a) 87. (c) 88. (a) 89. (b) 90. (a)  
91. (b) 92. (a) 93. (c) 94. (d) 95. (c) 96. (d) 97. (d) 98. (a) 99. (c)  
100.(b) 101. (c) 102. (c) 103. (a) 104. (d) 105. (b) 106. (a) 107. (a) 108. (a)  
109.(d) 110. (a)

mathswithsoh

## हल एवं संकेत

**Sol<sup>n</sup>. 1**  $(x^2 + 3qx - 2q)$ , का  $(x - 2)$  एक गुणनखण्ड है।

$$\text{इसलिए, } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$x = 2$  समी.  $(x^2 + 3qx - 2q)$  में रखने तथा 0 के बराबर करने पर

$$\therefore (2)^2 + 3 \cdot q \cdot 2 - 2q = 0$$

$$\Rightarrow 4 + 6q - 2q = 0 \Rightarrow 4 + 4q = 0$$

$$4q = -4 = 0 \Rightarrow q = -1$$

**Sol<sup>n</sup>. 2** गुणनखण्ड  $\Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow$  में  $x = -2$  (रखने पर)

$$\therefore (-2)^3 + 6(-2)^2 + 4(-2) + k = 0$$

$$\Rightarrow -8 + 24 - 8 + k = 0$$

$$\Rightarrow k = -8$$

**Sol<sup>n</sup>. 3** संकेत: विकल्प की सहायता से

**Sol<sup>n</sup>. 4**  $(x + t)$  दोनों समीकरणों का एक गुणनखण्ड है  $x = -t$  दोनों समीकरणों में रखने पर

$$\Rightarrow (-t)^2 + p(-t) + q = 0$$

$$t^2 - pt + q = 0 \quad \dots(i)$$

$$\Rightarrow (-t)^2 + l(-t) + m = 0$$

$$t^2 - lt + m = 0 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$t^2 - pt + q = t^2 - lt + m$$

$$lt - pt = m - q$$

$$\Rightarrow t(l - p) = m - q \Rightarrow t = \frac{m - q}{l - p}$$

**Sol<sup>n</sup>. 5** तर्क: विकल्प की सहायता से

**Sol<sup>n</sup>. 6**  $x - 1 = 0$  में  $\Rightarrow x = 1$  रखने पर

$$1^3 - k = 0$$

$$1 - k = 0 \Rightarrow k = 1$$

**Sol<sup>n</sup>. 7**  $x + 1 = 0$  में  $\Rightarrow x = -1$  रखने पर

$$x^{100} + 2x^{99} + k = 0$$

$$(-1)^{100} + 2(-1)^{99} + k = 0$$

$$1 - 2 + k = 0 \Rightarrow -1 + k = 0$$

$$k = 1$$

**Sol<sup>n</sup>. 8**  $x + 2 = 0 \Rightarrow$  में  $x = -2$  रखने पर

$$x^3 - 5x^2 + 4p = 0$$

$$(-2)^3 - 5(-2)^2 + 4p = 0$$

$$-8 - 20 + 4p = 0$$

$$-28 + 4p = 0 \Rightarrow 4p = 28$$

$$p = 7$$

**Sol<sup>n</sup>. 9**  $x - a = 0 \Rightarrow$  में  $x = a$  का मान रखने पर

$$x^3 - 3x^2a + 2a^2x + b = 0$$

$$a^3 - 3a^2a + 2a^2a + b = 0$$

$$a^3 - 3a^3 + 2a^3 + b = 0$$

$$b = 0$$

**Sol<sup>n</sup>. 10** संकेत: प्रश्न 9 की तरह हल करना है।

**Sol<sup>n</sup>. 11**  $(x + 2)$  व  $(x - 1)$  समीकरण  $x^3 + 10x^2 + mx + n$ , के गुणनखण्ड हैं इसलिए  $x = -2$  व  $x = 1$  समीकरण में रखने पर

$$(-2)^3 + 10(-2)^2 + m(-2) + n = 0$$

$$-8 + 40 - 2m + n = 0$$

$$-2m + n + 32 = 0$$

$$-2m + n = -32$$

... (i)

$$x = 1 \text{ रखने पर}$$

$$(1)^3 + 10(1)^2 + m \cdot 1 + n = 0$$

$$1 + 10 + m + n = 0$$

$$m + n = -11$$

... (ii)

समीकरण (i) में से (ii) को घटाने पर

$$-2m + n = -32$$

$$m + n = -11$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ + \\ -3m = -21 \end{array}$$

$$\Rightarrow m = 7$$

$$7 + n = -11$$

$$\Rightarrow n = -18$$

**Sol<sup>n</sup>. 12**  $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$x=-1$  समीकरण में रखने पर

$$R = x^3 - 6x + 7 = (-1)^3 - 6(-1) + 7 \\ = -1 + 6 + 7$$

$$\text{शेषफल} = 12$$

**Sol<sup>n</sup>. 13**  $x-3=0 \Rightarrow x=3$

समीकरण  $x^5 - 9x^2 + 12x - 14$  में  $x=3$  रखने पर

$$R = (3)^5 - 9(3)^2 + 12(3) - 14$$

$$R = 243 - 81 + 36 - 14$$

$$R = 279 - 95$$

$$R = 184$$

**Sol<sup>n</sup>. 14**  $x-2=0 \Rightarrow x=2$

समीकरण  $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 7$  में  $x=2$  रखने पर

$$R = 2^4 - 3(2)^3 + 2(2)^2 - 5(2) + 7$$

$$R = 16 - 24 + 8 - 10 + 7$$

$$R = 31 - 34 = -3$$

**Sol<sup>n</sup>. 15**  $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

समीकरण  $5x^3 + 5x^2 - 6x + 9$  में  $x=-3$  रखने पर

$$R = 5(-3)^3 + 5(-3)^2 - 6(-3) + 9$$

$$R = -135 + 45 + 18 + 9$$

$$R = -135 + 72 = -63$$

**Sol<sup>n</sup>. 16**  $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$x^{11} + 1$  में  $x=-1$  रखने पर

$$R = (-1)^{11} + 1 = -1 + 1 = 0$$

**Sol<sup>n</sup>. 17**  $2x+1=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$$2x^3 + 5x^2 - 4x - 6$$

$$R = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 5\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) - 6$$

$$R = -2 \times \frac{1}{8} + \frac{5}{4} + \frac{4}{2} - 6$$

$$R = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4} + 2 - 6$$

$$R = \frac{4}{4} - 4 = -3$$

**Sol<sup>n</sup>. 18**  $x^2+2=0 \Rightarrow x^2=-2$

$x^3 + 5x^2 + 10k$  में  $x^2 = -2$  रखने पर

$$R = x^2 \cdot x + 5x^2 + 10k = -2x \quad (\text{दिया है।})$$

$$\Rightarrow (-2) \cdot x + 5 \cdot (-2) + 10k = -2x$$

$$\Rightarrow -10 + 10k = 0 \Rightarrow k = 1$$

**Sol<sup>n</sup>. 19**  $x^2 - 1 - 2a - a^2 = [x^2 - (a^2 + 1 + 2a)]$

$$= [x^2 - (a+1)^2] = (x+a+1)(x-a-1)$$

**Sol<sup>n</sup>. 20**  $x^2 - 8x - 20 = x^2 - 10x + 2x - 20$

$$= x(x-10) + 2(x-10)$$

$$= (x-10)(x+2)$$

**Sol<sup>n</sup>. 21**  $x^2 - 9xy + 8xy - 72y^2$

$$= x(x-9y) + 8y(x-9y)$$

$$= (x+8y)(x-9y)$$

**Sol<sup>n</sup>. 22**  $x^2 - 11xy - 60y^2$

$$= x^2 - 15xy + 4xy - 60y^2$$

$$= x(x-15y) + 4y(x-15y)$$

$$= (x+4y)(x-15y)$$

**Sol<sup>n</sup>. 23**  $x^n - a^n$ ,  $n_1$  के सभी मानों के लिए  $(x-a)$  द्वारा विभाजित है

(हम  $x=a$ ,  $x^n - a^n$  में रखकर देख सकते हैं।)

**Sol<sup>n</sup>. 24** संकेत: प्रश्न 23 की तरह हल करें

**Sol<sup>n</sup>. 25** संकेत: प्रश्न 23 की तरह हल करें

**Sol<sup>n</sup>. 26**  $6x - 2y = 3$

$$kx - y = 2$$

अद्वितीय हल के लिए,  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$$\therefore \frac{6}{k} \neq \frac{-2}{-1} \Rightarrow \boxed{k \neq 3}$$

**Sol<sup>n</sup>. 27** रेखीय समीकरणों असंगत होंगे इसका मतलब समीकरण का कोई हल नहीं होगा।

जब कोई हल नहीं,  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

$$\therefore \frac{5}{1} = \frac{2}{k} \Rightarrow k = \frac{2}{5}$$

**Sol<sup>n</sup>. 28**  $2x + 3y - 5 = 0, 4x + ky - 10 = 0$

अनन्त हलों के लिए

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{3}{k} \Rightarrow \boxed{k=6}$$

**Sol<sup>n</sup>. 29**  $4x - 3y = 7$  ... (i)

$7x + 5y = 2$  ... (ii)

समीकरण (i) को 5 समीकरण (ii) को 3 से गुणा करने पर

$20x - 15y = 35$  ... (iii)

$21x + 15y = 6$  ... (iv)

समीकरण (iii) और (iv) को जोड़ने पर

$20x - 15y = 35$

$21x + 15y = 6$

$41x = 41 \Rightarrow x = 1$

$x = 1$  समीकरण (i) में रखने पर

$\Rightarrow 4(1) - 3y = 7 \Rightarrow -3y = 3$

$\Rightarrow y = -1$

अतः  $x = 1, y = -1$

**Sol<sup>n</sup>. 30**  $x - y = 0.9 \Rightarrow x - y = \frac{9}{10}$  ... (i)

$\frac{11}{2(x+y)} = 1 \Rightarrow x + y = \frac{11}{2}$  ... (ii)

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$x - y = \frac{9}{10}$

$x + y = \frac{11}{2}$

$2x = \frac{9}{10} + \frac{11}{2} = \frac{9+55}{10}$

$\Rightarrow 2x = \frac{64}{10}$

$\Rightarrow x = 3.2$

$x = 3.2$  समीकरण (i) में रखने पर

$\Rightarrow 3.2 - y = 0.9$

$\Rightarrow y = 3.2 - 0.9 = 2.3$

**Sol<sup>n</sup>. 31**  $\frac{3x - y + 1}{3} = \frac{2x + y + 2}{5}$

$\Rightarrow 15x - 5y + 5 = 6x + 3y + 6$

$\Rightarrow 9x - 8y = 1$  ... (i)

पुनः,  $\frac{3x - y + 1}{3} = \frac{3x + 2y + 1}{6}$

$\Rightarrow 18x - 6y + 6 = 9x + 6y + 3$

$\Rightarrow 9x - 12y = -3$  ... (ii)

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर

$9x - 12y = -3$

$9x - 8y = 1$

$$\begin{array}{r} - \\ + \\ \hline -4y = -4 \Rightarrow y = 1 \end{array}$$

$y = 1$  समीकरण (i) में रखने पर

$9x - 8(1) = 1$

$9x = 9$

$\boxed{x = 1, y = 1}$

**Sol<sup>n</sup>. 32**  $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{5}{12}$

$\frac{3x + 4y}{12} = \frac{5}{12} \Rightarrow 3x + 4y = 5$  ... (i)

$\frac{x}{2} + y = 1 \Rightarrow x + 2y = 2$  ... (ii)

समीकरण (ii) को 2 से गुणा करने पर

$2x + 4y = 4$  ... (iii)

समीकरण (i) में से (iii) को घटाने पर

$3x + 4y = 5$

$2x + 4y = 4$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ \hline x = 1 \end{array}$$

समीकरण (ii) में मान रखने पर

$1 + 2y = 2$

$2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

$x + y = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$



**Sol<sup>n</sup>. 33**  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{9}{xy}$   
 $\Rightarrow 2y + 3x = 9$  .....(i)

$\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = \frac{21}{xy}$   
 $\Rightarrow 4y + 9x = 21$  .....(ii)

समीकरण (i) को 2 से गुणा करने पर

$4y + 6x = 18$   
 $4y + 9x = 21$

$-3x = -3 \Rightarrow x = 1$

समीकरण (i) में  $x$  का मान रखने पर

$2y + 3(1) = 9$

$\Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3$

**Sol<sup>n</sup>. 34**  $x + \frac{1}{y} = 2 \Rightarrow xy + 1 = 2y \Rightarrow xy = 2y - 1$

$xy$  का मान समी.  $(2xy - 3y) = -2$  में रखने पर  
 $2(2y - 1) - 3y = -2 \Rightarrow y = 0$

लेकिन समी. (i) से  $y$  का मान शून्य नहीं हो सकता  
 अतः, दोनों समीकरणों का कोई हल नहीं होगा या  
 शून्य हल होंगे।

**Sol<sup>n</sup>. 35**  $6 \text{ पुस्तक} + 4 \text{ पेंसिल} = 34$  ... (i)

$5 \text{ पुस्तक} + 5 \text{ पेंसिल} = 30$

$\Rightarrow \text{पुस्तक} + \text{पेंसिल} = 6$  ... (ii)

समीकरण (ii) को 4 से गुणा करने पर

$4 \text{ पुस्तक} + 4 \text{ पेंसिल} = 24$  ... (iii)

समीकरण (i) में से (iii) को घटाने पर

$6b + 4p = 34$   
 $4b + 4p = 24$

$2b = 10$

प्रत्येक पुस्तक की कीमत = 5 रु.

समीकरण (ii) में मान रखने पर

$5 + \text{पेंसिल} = 6$

प्रत्येक पेंसिल की कीमत = 1 रु.

**Sol<sup>n</sup>. 36**  $3 \text{ कुर्सी} + 2 \text{ ट्यूब} = 1200$  ... (i)

$5 \text{ कुर्सी} + 3 \text{ ट्यूब} = 1900$  ... (ii)

समीकरण (i) को 3 से और समीकरण (ii) को 2 से  
 गुणा करने पर, उसके बाद घटाने पर

$9 \text{ कुर्सी} + 6 \text{ ट्यूब} = 3600$

$10 \text{ कुर्सी} + 6 \text{ ट्यूब} = 3800$

$- \quad - \quad -$   
 $- \text{ कुर्सी} = -200$

कुर्सी = 200 रु. हरहरहर

समीकरण (i) में मान रखने पर

$3 \times 200 + 2 \text{ ट्यूब} = 1200$

$2 \text{ ट्यूब} = 1200 - 600 = 600$

$\text{ट्यूब} = 300 \text{ रु.}$

$\therefore 2 \text{ कुर्सी व } 2 \text{ ट्यूब की कीमत} = 2 \times 200 + 2 \times 300$   
 $= 400 + 600 = 1000 \text{ रु.}$

**Sol<sup>n</sup>. 37**  $x + 2y \leq 3, x > 0, y > 0$

यह स्पष्ट है कि एक हल होगा-

$x = 1 \text{ व } y = 1$

$1 + 2(1) \leq 3 \Rightarrow 3 \leq 3$

**Sol<sup>n</sup>. 38** संकेत : विकल्प की सहायता से समी. को सन्तुष्ट करें।

**Sol<sup>n</sup>. 39** संकेत : विकल्प की सहायता से समी. को सन्तुष्ट करें।

**Sol<sup>n</sup>. 40**  $lx^2 + nx + n = 0$

माना समी. के मूल  $\alpha$ , तथा  $\beta$  हैं।

$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{p}{q}, \alpha + \beta = \frac{-n}{l} \text{ व } \alpha\beta = \frac{n}{l}$

$\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} + \sqrt{\alpha\beta}$

$= \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}} + \sqrt{\alpha\beta} = \frac{\alpha + \beta + \alpha\beta}{\sqrt{\alpha\beta}}$

$= \frac{-n + n}{l} = \frac{0}{l} = 0$   
 $= \frac{\sqrt{\frac{n}{l}}}{\sqrt{\frac{n}{l}}} = \frac{0}{1} = 0$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. 41. \quad & x^5 - 12x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 12x - 1 \\ & = x^5 - 11x^4 - x^4 + 11x^3 + x^3 - 11x^2 - x^2 + 11x + x - 1 \\ & = x^4(x-11) - x^3(x-11) + x^2(x-11) - x(x-11) + 11 - 1 \\ & \therefore x = 11 \Rightarrow x - 11 = 0 \\ & = 11 - 1 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. 42. \quad & \frac{5x-7y+15}{1} = \frac{3x-2y+1}{8} = \frac{11x-6y+10}{9} = k \\ & 5x-7y+15=k \quad \dots(i) \\ & 3x-2y+1=8k \quad \dots(ii) \\ & 11x-6y+10=9k \quad \dots(iii) \end{aligned}$$

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने के बाद समीकरण (iii) में से घटाने पर

$$3x + 3y - 6 = 0 \Rightarrow x + y = 2$$

**Sol<sup>n</sup>. 43. संकेत : प्रश्न 42 की तरह हल करें।**

$$\text{Sol}^n. 44. \quad x = 2t \text{ व } y = \frac{2t-1}{3}$$

जब  $x = y$ , तब

$$2t = \frac{2t-1}{3}$$

$$6t = 2t - 1$$

$$4t = -1$$

$$t = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Sol}^n. 45. \quad \frac{(8x^2 - 15y^2)}{xy} = 14$$

$$8x^2 - 15y^2 = 14xy$$

$$8x^2 - 14xy - 15y^2 = 0$$

$$8x^2 - 20xy + 6xy - 15y^2 = 0$$

$$4x(2x - 5y) + 3y(2x - 5y) = 0$$

$$(4x + 3y)(2x - 5y) = 0$$

$$\therefore 2x - 5y = 0 \Rightarrow 2x = 5y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{2}$$

$$\text{Sol}^n. 46. (a-1)(\sqrt{2}+3) = b\sqrt{2}+a$$

$$(a-1)\sqrt{2} + 3a - 3 = b\sqrt{2} + a$$

(दोनों पक्षों में तुलना करने पर)

$$a - 1 = b \Rightarrow a - b = 1 \quad \dots(i)$$

$$3a - 3 = a \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$a = \frac{3}{2}$  समीकरण (i) में रखने पर

$$\text{तब, } b = \frac{1}{2}$$

$$\text{अब, } a + b = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\text{Sol}^n. 47. \sqrt{4x-9} + \sqrt{4x+9} = 5 + \sqrt{7} = \sqrt{25} + \sqrt{7}$$

तुलना करने पर

$$4x+9=25 \Rightarrow x=4$$

या

$$4x-9=7 \Rightarrow x=4$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. 48. \quad & \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{4})^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3}} \\ & = \sqrt{(\sqrt{4} - \sqrt{3})^2} \\ & = \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

अब,

$$\therefore 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3}a - b$$

तुलना करने पर

$$a = -1 \text{ और } b = -2$$

$$\therefore a - b = -1 + 2 = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. 49. \quad & \frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 34 \\ & \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^2 + (x - \sqrt{x^2 - 1})^2}{(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1})} = 34 \\ & \frac{x^2 + x^2 - 1 + x^2 + x^2 - 1}{x^2 - (x^2 - 1)} = 34 \end{aligned}$$

$$4x^2 - 2 = 34 \Rightarrow 4x^2 = 36$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

अतः  $x = -3$  ( $\because x < 0$ )

$$\text{Sol}^n. 50. x^2 - x(a+b) + (a-1)(b+1) = 0$$

$$\text{एक मूल } \Rightarrow (x - a + 1) = 0$$

$$x = a - 1$$

$$\text{मूलों का योग} = \alpha + \beta = -\frac{B}{A} = (a + b)$$

$$a - 1 + \beta = a + b \Rightarrow \beta = b + 1$$

अतः दूसरा मूल  $(x - b - 1)$  होगा।

**Sol<sup>n</sup>. 51.** संकेत: विकल्प से हल करें

**Sol<sup>n</sup>. 52.** संकेत: उदा. 25 देखें

**Sol<sup>n</sup>. 53.** संकेत: उदा. 36 देखें

**Sol<sup>n</sup>. 54** संकेत: घातों की तुलना करने पर

**Sol<sup>n</sup>. 55.** संकेत: प्रश्न 9 की तरह हल करें।

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 56. } \frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+b} = \frac{1}{c}$$

माना मूल  $\alpha$  व  $-\alpha$  है

समीकरण में  $x = \alpha$  और  $-\alpha$  दिया है।

$$\frac{1}{\alpha+a} + \frac{1}{\alpha+b} = \frac{1}{c} \quad \text{और} \quad \frac{1}{-\alpha+a} + \frac{1}{-\alpha+b} = \frac{1}{c}$$

ऊपर दिये गये दोनों समीकरणों की तुलना करने पर

$$\frac{1}{\alpha+a} + \frac{1}{\alpha+b} = \frac{1}{-\alpha+a} + \frac{1}{-\alpha+b}$$

$$\frac{1}{\alpha+a} - \frac{1}{-\alpha+a} = \frac{-1}{\alpha+b} + \frac{1}{-\alpha+b}$$

हल करने पर,

$$\text{मूलों का गुणनफल} = -\alpha^2 = -\frac{a^2 + b^2}{2}$$

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 57. } x - 2y = 0 \Rightarrow x = 2y$$

$$\begin{aligned} \therefore 3x^3 - 2x^2y - 13xy^2 + 10y^3 \\ 3(2y)^3 - 2(2y)^2y - 13(2y)y^2 + 10y^3 \\ 24y^3 - 8y^3 - 26y^3 + 10y^3 \\ 34y^3 - 34y^3 = 0 \end{aligned}$$

शेषफल = 0

**Sol<sup>n</sup>. 58.** संकेत: Ex. 27 देखें

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 59. } x^4 + 1 = 0 \Rightarrow x^4 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore x^{40} + 2 &= (x^4)^{10} + 2 = (-1)^{10} + 2 \\ &= 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup>. 60.**  $x^2 - 2(k-1)x + (2k+1) = 0$  के मूल बराबर हैं, तो

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$\therefore [-2(k-1)]^2 - 4(1)(2k+1) = 0$$

$$4(k^2 + 1 - 2k) - 4(2k+1) = 0$$

$$4k^2 + 4 - 8k - 8k - 4 = 0$$

$$4k^2 - 16k = 0$$

$$4k - 16 = 0$$

$$4k = 16 \Rightarrow k = 4$$

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 61. } 3^{2x^2 - 7x + 7} = 9 = 3^2$$

संकेत: घातों की तुलना करके हल करने पर या हम विकल्पों के मान समीकरण में रख सकते हैं।

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 62. } x^{16} + x^8 + 1 = (x^8)^2 + 2x^8 + 1 - x^8$$

$$= [(x^8 + 1)^2 - (x^4)^2]$$

$$= [(x^8 + x^4 + 1)(x^8 - x^4 + 1)]$$

$$= [(x^4)^2 + 2x^4 + 1 - x^4] [x^8 - x^4 + 1]$$

$$= [(x^4 + 1)^2 - (x^2)^2] (x^8 - x^4 + 1)$$

$$= (x^4 + x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)$$

$$= [(x^2)^2 + 2x^2 + 1 - x^2] (x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)$$

$$= [(x^2 + 1)^2 - x^2] (x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)$$

$$= (x^2 + 2x + 1 - x)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)$$

$$= [(x+1)^2 - (\sqrt{x})^2] (x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)$$

$$= (x + 1 + \sqrt{x})(x + 1 - \sqrt{x})(x^2 - x + 1)$$

$$(x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)$$

$\therefore x^2 + 1$  एक गुणनखण्ड नहीं है।

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 63. } ax^2 + bx + c = a(x-p)^2$$

$$= a(x^2 + p^2 - 2xp)$$

$$\therefore ax^2 + bx + c = ax^2 + ap^2 - 2axp$$

दोनों तरफ तुलना करने पर

$$a = a, b = -2ap \Rightarrow p = \frac{b}{-2a} \text{ तथा } c = ap^2$$

$p$  का मान रखने पर

$$c = a \times \left( \frac{b}{-2a} \right)^2 = a \times \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\boxed{b^2 = 4ac}$$

**Sol<sup>n</sup>. 64.**  $11x - 61 \leq 5$

$$11x \leq 66 \Rightarrow x \leq 6$$

असमिका का समीकरण

**Sol<sup>n</sup>. 65.**  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 + x^2 + 1$

$x^2$  का गुणांक = 1

**Sol<sup>n</sup>. 66.**  $16 \left( \frac{a-x}{a+x} \right)^3 = \frac{a+x}{a-x}$

$$16(a-x)^4 = (a+x)^4$$

वर्गमूल करने पर हम पाते हैं

$$4(a-x)^2 = (a+x)^2$$

पुनः वर्गमूल करने पर

$$2(a-x) = a+x$$

$$2a - 2x = a + x$$

$$a = 3x$$

$$x = \frac{a}{3}$$

**Sol<sup>n</sup>. 67.**  $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$$ax^2 + bx + c = a(-1)^2 + b(-1) + c = 0$$

$$\Rightarrow a - b + c = 0 \quad \dots(i)$$

तथा  $bx^2 + ax + c = 0$

$$b(-1)^2 - a + c = 0$$

$$\Rightarrow b - a + c = 0 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) की तुलना करने पर

$$a - b + c = b - a + c$$

अतः  $c$  का मान ज्ञात नहीं किया जा सकता।

**Sol<sup>n</sup>. 68.**  $2x^2 - 7x + 12 = 0$

$$\alpha + \beta = \left( -\frac{7}{2} \right) = \frac{7}{2} \quad \dots(i)$$

और  $\alpha\beta = \frac{12}{2} = 6 \quad \dots(ii)$

अब,

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

समीकरण (i) व (ii) का मान रखने पर

$$\therefore \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{\left( \frac{7}{2} \right)^2 - 2(6)}{6} = \frac{\frac{49}{4} - 12}{6}$$

$$= \frac{49 - 48}{4 \times 6} = \frac{1}{24}$$

**Sol<sup>n</sup>. 69.**  $x - \frac{k}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{k}{2}$

$$3x^3 - kx^2 + 4x + 16 = 0$$

$$3 \left( \frac{k}{2} \right)^3 - k \left( \frac{k}{2} \right)^2 + 4 \left( \frac{k}{2} \right) + 16 = 0$$

$$\frac{3}{8}k^3 - \frac{k^3}{4} + 2k + 16 = 0$$

$$\frac{3k^3 - 2k^3}{8} + 2k + 16 = 0$$

$$\frac{k^3}{8} + 2k + 16 = 0$$

$$k^3 + 16k + 128 = 0$$

विकल्प से:  $k = -4$  समीकरण को संतुष्ट करता है।

**Sol<sup>n</sup>. 70.**  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{9}{xy} \Rightarrow \frac{2y + 3x}{xy} = \frac{9}{xy}$

$$3x + 2y = 9 \quad \dots(i)$$

$$\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = \frac{21}{xy} \Rightarrow \frac{4y + 9x}{xy} = \frac{21}{xy}$$

$$\Rightarrow 9x + 4y = 21 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) को 2 से गुणा करने और समीकरण (ii) में से घटाने पर

$$9x + 4y = 21$$

$$6x + 4y = 18$$

$$\underline{\quad \quad \quad}$$

$$3x = 3$$

$$\Rightarrow x = 1$$

समीकरण (i) में  $x = 1$  रखने पर

$$3 + 2y = 9 \Rightarrow 2y = 6$$

$$y = 3$$

$$\therefore x + y = 1 + 3 = 4$$

**Sol<sup>n</sup>. 71.** संकेत: दिये गये समीकरण में मान रखने पर

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 72. } f(x) = 3x^4 - 15x^3 + 17x^2 + 5x - 6$$

$$\text{यदि एक मूल } \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ तो दूसरा मूल } \beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{मूलों का योग} = \alpha + \beta + \gamma + \delta = -\frac{b}{a} = -\frac{-15}{3} = 5$$

$$\gamma + \delta = 5 \quad \dots(i)$$

$$\text{मूलों का गुणनफल} = \alpha\beta\gamma\delta = -\frac{e}{a} = -\frac{-6}{3} = 2$$

$$\gamma\delta = 6 \quad \dots(ii)$$

$$\text{हल करने पर, } \gamma = 3, \delta = 2$$

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 73. } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

अब,

$$x^3 + 3x^2 - kx + 4 = k$$

$$(2)^3 + 3(2)^2 - k(2) + 4 = k$$

$$8 + 12 - 2k + 4 = k$$

$$24 = 3k$$

$$\boxed{k = 8}$$

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 74. } \sqrt{\frac{x}{x+3}} - \sqrt{\frac{x+3}{x}} = -\frac{3}{2}$$

माना  $x = 1$  है।

$\therefore$  L.H.S.

$$\sqrt{\frac{x}{x+3}} - \sqrt{\frac{x+3}{x}} = \sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{4}{1}}$$

$$= \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2} = \text{R.H.S.}$$

**Sol<sup>n</sup>. 75.** संकेत: उदा. 126 देखें

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 76. } 3a(3a+2c) - 4b(b+c) = 9a^2 + 6ac - 4b^2 - 4bc$$

$$= 9a^2 - 4b^2 + 6ac - 4bc$$

$$= (3a-2b)(3a+2b) + 2c(3a-2b)$$

$$= (3a-2b)(3a+2b+2c)$$

तब दूसरा गुणनखण्ड  $(3a+2b+2c)$  होगा

**Sol<sup>n</sup>. 77.** समीकरण  $[3x^2 + (k-1)x + 9 = 0]$  में  $x = 3$  रखने पर

$$3(3)^2 + (k-1)3 + 9 = 0$$

$$27 + 3k - 3 + 9 = 0$$

$$3k + 33 = 0$$

$$3k = -33$$

$$\boxed{k = -11}$$

**Sol<sup>n</sup>. 78.** संकेत: Ex. 35 देखें

**Sol<sup>n</sup>. 79.** माना,  $y = \frac{1}{\alpha}$

$$\alpha = \frac{1}{y}$$

$\alpha$ , समी.  $x^2 - 5x + 6 = 0$  का एक मूल है, इसलिए

$$\alpha = \frac{1}{y} \text{ समी. में रखने पर}$$

$$\left(\frac{1}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{y}\right) + 6 = 0$$

$$1 - 5y + 6y^2 = 0$$

$y$  को  $x$  द्वारा परिवर्तित करने पर

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 80. } x^2 - 6x + k = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = 6 \text{ व } \alpha\beta = k$$

$$\text{हल करने पर } \alpha + \beta = 6 \text{ और } 3\alpha + 2\beta = 20$$

$$\Rightarrow \alpha = 8, \beta = -2 \text{ ( इन मानों को } \alpha\beta = k \text{ में रखने पर)}$$

$$8 \times (-2) = k \Rightarrow k = -16$$

**Sol<sup>n</sup>. 81.** संकेत: उदा. 35 देखें

$$\text{Sol<sup>n</sup>. 82. } 12x^2 + mx + 5 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{m}{12} \text{ व } \alpha\beta = \frac{5}{12}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{2} \text{ (माना } \alpha = 3k \text{ व } \beta = 2k)$$

$$(3k)(2k) = \frac{5}{12} \Rightarrow k^2 = \frac{5}{72} \Rightarrow k = \pm \frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}}$$

$$(3k + 2k) = -\frac{m}{12} \Rightarrow 5k = -\frac{m}{12}$$

$$m = -60k = -60 \left( -\frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}} \right) = 5\sqrt{10}$$

**Sol<sup>n</sup>. 83.**  $x^2 - 3kx + k^2 = 0$

$$\alpha + \beta = 3k \quad \dots(i)$$

$$\alpha\beta = k^2 \quad \dots(ii)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{7}{4}$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$(-3k)^2 - 2k^2 = \frac{7}{4}$$

$$9k^2 - 2k^2 = \frac{7}{4}$$

$$7k^2 = \frac{7}{4}$$

$$k = \pm \frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup>. 84.**  $x^2 + kx + 12 = 0$

$$\alpha + \beta = -k \quad \dots(i)$$

$$\alpha\beta = 12 \quad \dots(ii)$$

$$\alpha - \beta = 1 \text{ (दिया है)} \quad \dots(iii)$$

समीकरण (i) और (iii) को जोड़ने पर

$$\alpha + \beta = -k$$

$$\frac{\alpha - \beta = 1}{2\alpha = 1 - k}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1 - k}{2}$$

समीकरण (iii)  $\alpha$  का मान रखने पर

$$\frac{1 - k}{2} - \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{1 - k}{2} - 1$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{1 - k - 2}{2} = \frac{-1 - k}{2}$$

समीकरण (ii) में  $\alpha$  और  $\beta$  का मान रखने पर

$$\alpha\beta = 12$$

$$\frac{1 - k}{2} \times \frac{-1 - k}{2} = 12$$

$$(k - 1)(k + 1) = 48$$

$$k^2 = 49 \Rightarrow k = \pm 7$$

**Sol<sup>n</sup>. 85.**  $5x^2 + x - k - 5 = 0$

$$\alpha + \beta = \alpha\beta$$

$$-\frac{1}{5} = -\frac{k + 5}{5} \Rightarrow k + 5 = 1 \Rightarrow k = -4$$

**Sol<sup>n</sup>. 86.** संकेत: दिये गये समी. में विकल्पों के मान रखने पर

**Sol<sup>n</sup>. 87.** माना  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 7} = y$

$$x^2(y - 1) + x(2y - 2) + 7y - 1 = 0$$

$$x \text{ वास्तविक है, तो } b^2 - 4ac \geq 0$$

$$(4y^2 + 4 - 8y) - 4(y - 1)(7y - 1) \geq 0$$

$$(y^2 + 1 - 2y) - (7y^2 - 8y + 1) \geq 0$$

$$-6y^2 + 6y \geq 0$$

$$y(1 - y) \geq 0 \Rightarrow y(y - 1) \leq 0$$

$$\text{अतः } y \in [0, 1]$$

**Sol<sup>n</sup>. 88.**  $\alpha + \beta = -\frac{1}{6}, \alpha\beta = -\frac{1}{3}$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right) = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \left(\frac{\left(-\frac{1}{6}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{3}\right)}{-\frac{1}{3}}\right) = -\frac{25}{12}$$

**Sol<sup>n</sup>. 89.** सूत्र द्वारा  $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$

$$(5x^2 + 14x + 2)^2 - (4x^2 - 5x + 7)^2$$

$$= (9x^2 + 9x + 9)(x^2 + 19x - 5)$$

$$= 9(x^2 + x + 1)(x^2 + 19x - 5)$$

यदि इसको  $(x^2 + x + 1)$  द्वारा विभाजित किया जाता है, तो शेषफल शून्य होगा।

**Sol<sup>n</sup>. 90.** संकेत: उदा. 4 देखें

**Sol<sup>n</sup>. 91.** माना मूल  $\alpha$  व  $\frac{1}{\alpha}$  हैं

$$\Rightarrow \text{मूल उत्पादक} = \alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1 = \frac{c}{a} \Rightarrow$$

$$\frac{k}{7} = 1 \Rightarrow k = 7$$

**Sol<sup>n</sup>. 92.**  $x^2 - 9x + k = 0$

माना मूल  $\alpha$  और  $2\alpha$  हैं

$$\alpha + 2\alpha = 9 \Rightarrow \alpha = 3$$

$$\alpha \cdot 2\alpha = k \Rightarrow k = 2\alpha^2 = 18$$

**Sol<sup>n</sup>. 93.** संकेत: विकल्पों के मान समी. में रखें

**Sol<sup>n</sup>. 94.** संकेत: शेषफल प्रमेय को समझें (तथा पहले  $a$  व  $b$  का मान ज्ञात करें)

**Sol<sup>n</sup>. 95.** संकेत: विकल्पों की सहायता से।

**Sol<sup>n</sup>. 96.**  $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{x}{y} \Rightarrow y = \frac{x}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} = \frac{xab}{a^2 - b^2}$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x - y$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x - \frac{xab}{a^2 - b^2}$$

$$\Rightarrow x \left( \frac{a^2 - b^2 - ab}{a^2 - b^2} \right) = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$$x = \frac{a^4 - b^4}{ab(a^2 - b^2 - ab)}$$

**Sol<sup>n</sup>. 97.** जब मूल एक-दूसरे के व्युत्क्रम हैं, तो

$$\alpha\beta = \frac{C}{A} = 1$$

$$\alpha\beta = \frac{C}{A} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\frac{c}{1}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{c} = \frac{1}{a}$$

अतः,  $c = a$

**Sol<sup>n</sup>. 98.**  $a^2b^2x^2 - (a^2 + b^2)x + 1 = 0$

$$\alpha + \beta = \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

$$\alpha\beta = \frac{1}{a^2b^2}$$

$$\text{अतः } \alpha = \frac{1}{a^2}, \beta = \frac{1}{b^2}$$

**Sol<sup>n</sup>. 99.**  $x$  के स्थान पर कुछ भी रखेंगे

माना  $x = a$

$$x(x + a)(x + 2a)(x + 3a) = a(a + a)(a + 2a)(a + 3a) = 24a^4$$

अतः, पूर्ण वर्ग बनाने के लिए  $a^4$  जोड़ना होगा

**Sol<sup>n</sup>. 100.** माना  $(1 - x)(1 + x^2)$  में  $t$  जोड़ने पर  $x^3$  प्राप्त होगा।

$$t + (1-x)(1+x^2) = x^3$$

$$t + 1 + x^2 - x - x^3 = x^3$$

$$t = 2x^3 - x^2 + x - 1$$

**Sol<sup>n</sup>. 101.**  $5px - 10qy + 2rpx - 4qry$

$$= 5px + 2rpx - 10qy - 4qry$$

$$= px(5+2r) - 2qy(5+2r)$$

$$= (5+2r)(px - 2qy)$$

**Sol<sup>n</sup>. 102.**  $x^4 + xy^3 + x^3y + xz^3 + y^4 + yz^3$

$$= x(x^3 + y^3 + z^3) + y(x^3 + y^3 + z^3)$$

$$= (x^3 + y^3 + z^3)(x + y)$$

**Sol<sup>n</sup>. 103.** संकेत: शेषफल प्रमेय द्वारा

**Sol<sup>n</sup>. 104.** संकेत: यदि मूल बराबर है, तो  $B^2 - 4AC = 0$

**Sol<sup>n</sup>. 105.**  $x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = 1$  व  $\alpha\beta = -1$

$$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha - \beta)} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)^2}$$

$$= \frac{1+2}{(1)(\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta)} = \frac{3}{(3+2)} = \frac{3}{5}$$

**Sol<sup>n</sup>. 106.** संकेत: शेषफल प्रमेय द्वारा

**Sol<sup>n</sup>. 107.** संकेत: शेषफल प्रमेय द्वारा

**Sol<sup>n</sup>. 108.** संकेत: शेषफल प्रमेय द्वारा

**Sol<sup>n</sup>. 109.**  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-6)}{3} = 2$  व  $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right) + 2\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) + 3\alpha\beta$$

$$= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} + 2\left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}\right) + 3\alpha\beta$$

$$= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} + 2\left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}\right) + 3\alpha\beta$$

$$= \frac{(2)^2 - 2 \times \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} + 2\left(\frac{2}{2/3}\right) + 3 \times \frac{2}{3} = 12$$

**Sol<sup>n</sup>. 110.**  $\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{x}} = 2\frac{1}{6}$

$$\frac{x+1-x}{\sqrt{x(1-x)}} = \frac{13}{6}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\frac{1}{x-x^2} = \frac{169}{36}$$

$$x-x^2 = \frac{36}{169}$$

$$x^2 - x + \frac{36}{169} = 0$$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{1}$$

$$\alpha + \beta = 1$$



## प्रश्नावली - (मूल सर्वसमिकाएँ)

1. यदि  $x + \frac{1}{x} = 2$  है, तब  $x^9 + \frac{1}{x^9}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 4  
 (c) 2 (d) 6
2. यदि  $x + \frac{1}{x} = 2$  है, तब  $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 6  
 (c) 2 (d) 4
3. यदि  $x + \frac{1}{x} = 3$  है, तब  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 49 (b) 42  
 (c) 38 (d) 47
4. यदि  $x + \frac{1}{x} = 5$  है, तब  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2525 (b) 2550  
 (c) 2500 (d) 2700
5. यदि  $x^2 - 2x + 1 = 0$  है, तब  $\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2}{x}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
6. यदि  $x + \frac{1}{x} = 2$  है, तब  $\frac{10x}{3x^2 - 4x + 3}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 5  
 (c) 3 (d) 4
7. यदि  $x + \frac{1}{x} = 5$  है, तब  $\frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^3}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 115 (b) 110  
 (c) 140 (d) 125
8. यदि  $x^2 - 7x + 1 = 0$  है, तब  $\frac{20x}{5x^2 - 15x + 5}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
9. यदि  $2x + \frac{1}{3x} = 5$  है, तब  $16x^2 + \frac{4}{9x^2}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{284}{3}$  (b)  $\frac{84}{3}$   
 (c)  $\frac{184}{3}$  (d) 3
10. यदि  $x + \frac{1}{x} = -2$  है, तब  $x^{2n+1} + \frac{1}{x^{2n+1}}$  का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है—  
 (a) 0 (b) 2  
 (c) -2 (d) -5
11. यदि  $5a + \frac{1}{3a} = 5$  है, तब  $9a^2 + \frac{1}{25a^2}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 5  
 (c) 7.8 (d) 4
12. यदि  $x - \frac{1}{x-3} = 0$  है, तब  $(x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 9 (b) 7  
 (c) 11 (d) 14
13. यदि  $x^2 + \frac{1}{x^2+1} = 6$  है, तब  $(x^2+1)^2 + \frac{1}{(x^2+1)^2}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 5  
 (c) 47 (d) 4

14. यदि  $x^2+y^2+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=4$  है, तब  $x^2+y^2$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 4  
 (c) 8 (d) 16
15. यदि  $x^2+y^2+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=0$  है, तब  $x^2+y^2$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 4  
 (c) 8 (d) 16
16. यदि  $\frac{2p}{p^2-2p+1}=\frac{1}{4}$ ,  $p \neq 0$  है, तब  $p+\frac{1}{p}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 4 (b) 5  
 (c) 10 (d) 12
17. यदि  $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=3$  है, तब  $x^{206}+x^{200}+x^{90}+x^{84}+x^{18}+x^{12}+x^6+1$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 1  
 (c) 84 (d) 206
18. यदि  $x+\frac{1}{x}=5$  है, तब  $\frac{x^4+3x^3+5x^2+3x+1}{x^4+1}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{43}{23}$  (b)  $\frac{47}{21}$   
 (c)  $\frac{41}{23}$  (d)  $\frac{45}{21}$
19. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{3(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a) 3 (b) -1  
 (c) 1 (d) -3
20. यदि  $x^2+y^2+2x+1=0$  है, तब  $x^{31}+y^{35}$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 0  
 (c) 1 (d) 2
21. यदि  $a^2+b^2+2b+4a+5=0$  है, तब  $\frac{a-b}{a+b}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 3 (b) -3  
 (c)  $\frac{1}{3}$  (d)  $-\frac{1}{3}$
22. यदि  $x^2+y^2-4x-4y+8=0$  है, तब  $x-y$  का मान क्या होगा?  
 (a) 4 (b) -4  
 (c) 0 (d) 8
23. यदि  $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$  है, तब  $x^{17}+\frac{1}{x^{17}}$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $-\sqrt{3}$   
 (c) 1 (d) 0
24. यदि  $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$  है, तब  $x^6-\frac{1}{x^6}+2$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{3}$  (b) 2  
 (c) 1 (d) 0
25. यदि  $x^2+x+1=0$  है, तब  $x^3+1$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 1  
 (c) 2 (d) -1
26. यदि  $x+\frac{1}{x}=1$  है, तब  $x^{12}+x^9+x^6+x^3+1$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) -2  
 (c) 1 (d) 2

27. यदि  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$  है, तब

$x^{206} + x^{200} + x^{90} + x^{84} + x^{18} + x^{12} + 1$  का मान क्या होगा?

- (a) 84 (b) 206  
(c) 0 (d) 1

28. यदि  $\left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{3}$  है, तब

$x^{506} + x^{500} + x^{206} + x^{200} + x^{90} + x^{84} + x^{18} + x^{12}$

का मान क्या होगा

- (a) 84 (b) 206  
(c) 0 (d) 1

29. यदि  $x = (a+b-c)$ ,  $y = (b+c-a)$  और  $z = (c+a-b)$ , है, तब  $(x-a)^3 + (y-b)^3 + (z-c)^3$  का मान क्या होगा?

- (a)  $3(x-a)(y-b)(z-c)$  (b)  $3xyz$   
(c)  $(x-a)(y-b)(z-c)$  (d)  $3abc$

30. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{a+b}{c} - \frac{2b}{c+a} + \frac{b+c}{a}$  का

मान क्या होगा?

- (a) -1 (b) 0  
(c) 1 (d) 2

31. यदि  $a+b+c=0$  है, तब

$$\frac{1}{(a+b)(b+c)} + \frac{1}{(a+c)(b+c)} + \frac{1}{(b+a)(c+a)}$$

का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 0  
(c) -1 (d) -2

32.  $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{a^2b - ab^2} = ?$

- (a)  $\frac{1}{a-b}$  (b)  $\frac{2}{a-b}$   
(c)  $\frac{4}{a-b}$  (d)  $\frac{1}{ab}$

33. यदि  $4x = 8y$  है, तब  $\left(\frac{x}{y} - 1\right)$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2  
(c) 3 (d) 4

34. यदि  $x + \frac{1}{x} = a$  है, तब  $x^3 + x^2 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $a^3 + a^2$   
(b)  $a^3 + a^2 - 5a$   
(c)  $a^3 + a^2 - 3a - 2$   
(d)  $a^3 + a^2 - 4a - 2$

35. यदि  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$  और  $x > 1$  है, तब  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  का मान क्या होगा?

- (a) 54 (b) 18  
(c) 72 (d) 36

36. यदि  $\frac{x^2-1}{x} = 2\sqrt{3}$  है, तब  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = ?$

- (a) 21 (b) 15  
(c) 56 (d) 12

37. यदि  $x+y=a$  और  $xy=b^2$  है, तब  $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$  का मान  $a$  और  $b$  के पद में ज्ञात कीजिए-

- (a)  $(a^2 + 4b^2)a$  (b)  $a^3 - 3b^2$   
(c)  $a^3 - 4b^2a$  (d)  $a^3 + 3b^2$

38. यदि  $a=298$ ,  $b=297$ ,  $c=296$  है, तब  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$  का मान क्या होगा?

- (a) 4 (b) 5  
(c) 3 (d) -3

39. यदि  $a=874, b=875, c=877$  है, तब  $a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ca$  का मान क्या होगा?  
 (a) 4 (b) 5  
 (c) 3 (d) 7
40. यदि  $a=9, b=10, c=11$ , है, तब  $a^3+b^3+c^3 - 3abc$  का मान क्या होगा?  
 (a) 70 (b) 50  
 (c) 30 (d) 90
41. यदि  $a=115, b=116, c=117$  है, तब  $a^3+b^3+c^3 - 3abc$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1404 (b) 2044  
 (c) 1044 (d) 2444
42. यदि  $(a-1)^2+(b-2)^2=0$  है, तब  $a+b$  का मान क्या होगा?  
 (a) 5 (b) -3  
 (c) -2 (d) 3
43. यदि  $(a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2=0$  है, तब  $a+b+c$  का मान क्या होगा?  
 (a) -6 (b) -3  
 (c) -2 (d) 6
44. यदि  $(a+1)^2+(b+2)^2+(c+3)^2+(d+4)^2=0$  है, तब  $a+b+c+d$  का मान क्या होगा?  
 (a) 10 (b) -30  
 (c) 24 (d) -10
45. यदि  $a^2+b^2+4a+6b+13=0$  है, तब  $a+b$  का मान क्या होगा?  
 (a) -5 (b) -3  
 (c) 5 (d) 6
46. यदि  $a^2+b^2+c^2-4a-6b-8c+29=0$  है, तब  $a+b+c$  का मान क्या होगा?  
 (a) -9 (b) -3  
 (c) 5 (d) 9
47. यदि  $a^2+b^2+c^2+2(a+b+c)+3=0$  है, तब  $(a+b+c)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 9 (b) 3  
 (c) -3 (d) -9
48.  $\frac{(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3}{(a-b)(b-c)(c-a)}$  हल करें-  
 (a) 9 (b) -3  
 (c) 3 (d) -9
49. यदि  $x^a x^b x^c = 1$  है, तब  $a^3+b^3+c^3$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $a+b+c$  (b)  $3abc$   
 (c) 9 (d)  $-3abc$
50. यदि  $x=a(b-c), y=b(c-a)$  &  $z=c(a-b)$  है, तब  $\frac{x^3}{a^3} + \frac{y^3}{b^3} + \frac{z^3}{c^3}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{3abc}{xyz}$  (b)  $\frac{abc}{xyz}$   
 (c)  $\frac{3xyz}{abc}$  (d) 1
51. यदि  $x=y(b-c), y=z(c-a)$  और  $z=x(a-b)$  है, तब  $\frac{x^3}{y^3} + \frac{y^3}{z^3} + \frac{z^3}{x^3}$  का मान क्या होगा?  
 (a) -9 (b) -3  
 (c) 1 (d) 3
52. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{1}{abc} \{(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3\}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 9 (b) -3  
 (c) 3 (d) -9
53. यदि  $b-a=1$  है, तब  $a^3-b^3+3ab=?$   
 (a) 1 (b) 0  
 (c) 3 (d) -1
54. यदि  $x+y+z=10, x^2+y^2+z^2=30$  है, तब  $x^3+y^3+z^3-3xyz$  का मान क्या होगा?  
 (a) 50 (b) -50  
 (c) 60 (d) -60
55. यदि  $x+y+z=9, x^2+y^2+z^2=35$  है, तब  $x^3+y^3+z^3-3xyz$  का मान क्या होगा?  
 (a) 105 (b) 108  
 (c) 109 (d) 125

56. यदि  $a=25, b=15, c=-10$  है, तब

$$\frac{(a)^3 + (b)^3 + (c)^3 - 3abc}{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2} \text{ का मान क्या होगा?}$$

- (c) 30 (b) -15  
(c) -30 (d) 15

57. यदि  $a=-5, b=-6, c=10$  है, तब

$$\frac{(a)^3 + (b)^3 + (c)^3 - 3abc}{(ab+bc+ca - a^2 - b^2 - c^2)} \text{ का मान क्या होगा?}$$

- (a) -1 (b) 1  
(c) 21 (d) 18

58. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $(a+b)(b+c)(c+a) + abc$  का मान क्या होगा?

- (a) -1 (b) 1  
(c) 0 (d) 18

59.  $\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} +$

$$\frac{1}{(c-a)(a-b)} = ?$$

- (a)  $abc$  (b) 1  
(c) 0 (d)  $-abc$

60. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $(a-b)(b-c) + (b-c)(c-a) + (c-a)(a-b)$  का मान क्या होगा?

- (a)  $3abc$   
(b)  $3(ab+bc+ca)$   
(c)  $3(ab-bc-ca)$   
(d) इनमें से कोई नहीं

61. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ab}$  का मान क्या होगा?

- (a) 2 (b) -1  
(c) 0 (d)  $-abc$

62. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{a^2+b^2+c^2}{a^2-bc}$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 3

63. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{a^2-bc}{b^2-ca}$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 3

64. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2  
(c) 3 (d) 4

65. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^4+b^4+c^4}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{3}{2}$   
(c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{3}{4}$

66. यदि  $a+b+c=0$  है, तब  $\frac{1}{a^2+b^2-c^2} +$

$$\frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2} \text{ का मान क्या होगा?}$$

- (a) 0 (b) 1  
(c) 3 (d)  $a+b+c$

67. यदि  $a(a+2)=a+b+c, b(b+2)=a+b+c$  और  $c(c+2)=a+b+c$  है, तब

$$\frac{1}{a+2} + \frac{1}{b+2} + \frac{1}{c+2} \text{ का मान क्या होगा?}$$

- (a) -1 (b) 2  
(c) 1 (d) 0

68. यदि  $a + b + c = 2s$  है, तब  $\frac{(s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2 + s^2}{a^2 + b^2 + c^2}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 0  
 (c)  $a^2 + b^2 + c^2$  (d) 2
69. यदि  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 1$ , ( $x, y \neq 0$ ) है, तब  $2(x^3 + y^3) = ?$   
 (a) 2 (b) 1  
 (c) -1 (d) 0
70. यदि  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -2$ , ( $x, y \neq 0$ ) है, तब  $\{x^3 + y^3 + 3xy(x + y)\} = ?$   
 (a) 1 (b) 0  
 (c) -1 (d) 2
71. यदि  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$  है, तब  $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} = ?$   
 (a) 18 (b) 36  
 (c) 24 (d) 12
72. यदि  $\frac{11}{x+11} + \frac{23}{y+23} + \frac{239}{z+239} = 2$  है, तब  $\frac{x}{x+11} + \frac{y}{y+23} + \frac{z}{z+239}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 1  
 (c) 2 (d) 4
73. यदि  $x, y, z$  धनात्मक पूर्णांक हैं,  $x^2 + y^2 = 45$  और  $y^2 + z^2 = 40$  है, तब  $x + y + z$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a) 11 (b) 10  
 (c) 20 (d) 15
74. यदि  $\frac{x-y}{3} = \frac{x+y}{7} = \frac{xy}{5}$  है, तब  $xy$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{4}{3}$  (b)  $\frac{3}{4}$   
 (c)  $\frac{5}{2}$  (d)  $\frac{1}{2}$
75. यदि  $x = 2 - 2^{1/3} + 2^{2/3}$  है, तब  $x^3 - 6x^2 + 18x + 18$  का मान क्या होगा?  
 (a) 22 (b) 40  
 (c) 33 (d) 45
76. यदि  $x = b + c - 2a, y = c + a - 2b, z = a + b - 2c$  है, तब  $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $a + b + c$  (b)  $a + b - c$   
 (c) 0 (d)  $a - b + c$
77. यदि  $pq(p + q) = 1$  है, तब  $\frac{1}{p^3q^3} - p^3 - q^3$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) -2  
 (c) 3 (d) 0
78. यदि  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = a - b\sqrt{6}$  है, तब  $a$  और  $b$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $a = 1, b = 4$   
 (b)  $a = 2, b = 3$   
 (c)  $a = 4, b = 1$   
 (d)  $a = 2, b = -5/6$
79. यदि  $\frac{5 + \sqrt{3}}{7 - 4\sqrt{3}} = 47a + \sqrt{3}b$  है, तब  $a$  और  $b$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $a = 3, b = 5$  (b)  $a = 1, b = 27$   
 (c)  $a = 7, b = 3$  (d)  $a = 2, b = 7$
80. यदि  $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  और  $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  है, तब  $x^2 + y^2$  का मान क्या होगा?  
 (a) 96 (b) 98  
 (c) 90 (d) 100
81. यदि  $a = 3.23, b = 5.95$  और  $c = 2.72$  है, तब  $a^3 - b^3 + c^3 + 3abc$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 1  
 (c) 2 (d) 3

82. यदि  $5^{\sqrt{x}} + 12^{\sqrt{x}} = 13^{\sqrt{x}}$  है, तब  $x$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{25}{4}$  (b) 4  
(c) 9 (d) 16

83.  $(x^{b+c})^{b-c} \cdot (x^{c+a})^{c-a} \cdot (x^{a+b})^{a-b}$  ( $x \neq 0$ ) का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 1 (b) 2  
(c) -1 (d) 0

84.  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = ?$

- (a) 0 (b) 1  
(c)  $x^{abc}$  (d)  $x^{(a+b+c)}$

85.  $\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \frac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{a-c}}$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1  
(c)  $x^{a-b-c}$  (d) इनमें से कोई नहीं

86.  $\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c-a} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a-b} \cdot \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b-c}$  का मान क्या

- होगा?  
(a) 1 (b)  $x^{abc}$   
(c)  $x^{(a+b+c)}$  (d)  $x^{(ab+bc+ca)}$

87.  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = ?$

- (a) 1 (b)  $\frac{1}{x^{abc}}$   
(c)  $\frac{1}{x^{ab+bc+ca}}$   
(d) इनमें से कोई नहीं

88. यदि  $a = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$  और  $b = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$  है, तब

$\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{4}{3}$   
(c)  $\frac{3}{5}$  (d)  $\frac{5}{3}$

89. यदि  $x = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$  और  $y = \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$  है, तब  $x^4 +$

$y^4 - 2x^2y^2$  का मान क्या होगा?

- (a) 14 (b) 16  
(c) 10 (d) 18

90. यदि  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 21$  और  $a^2 + ab + b^2 = 7$  है, तब  $ab$  का मान क्या होगा?

- (a) -1 (b) 0  
(c) 2 (d) 1

91. यदि  $a + b + c = 0$  है, तब

$$\frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$$

का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 0  
(c)  $abc$  (d)  $x$

92. यदि  $\frac{7x-3}{x} + \frac{7y-3}{y} + \frac{7z-3}{z} = 0$  है, तब

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$  का मान क्या होगा

- (a) 7 (b) 9  
(c) 1 (d) 0

93. यदि  $2^x = 4^y = 8^z$  और  $\frac{1}{2x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{4z} = 4$  है, तब  $x$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{7}{16}$  (b)  $\frac{16}{7}$   
(c)  $\frac{8}{16}$  (d)  $\frac{6}{16}$
94. यदि  $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{cz+ax} = \frac{z^2}{ax+by} = 4$  है, तब  $\frac{a}{4a+x} + \frac{b}{4b+y} + \frac{c}{4c+z}$  का मान क्या होगा?
- (a) -1 (b)  $\frac{1}{4}$   
(c) 1 (d) -2
95. यदि  $\sqrt{\frac{x-a}{x-b}} + \frac{a}{x} = \sqrt{\frac{x-b}{x-a}} + \frac{b}{x}$ , ( $b \neq a$ ) है, तब  $x$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{ab}{a+b}$  (b) 1  
(c)  $\frac{a}{a+b}$  (d)  $\frac{b}{a+b}$
96. यदि  $x^2 - 2xy + 5y^2 - 4y + 1 = 0$  है, तब  $x$  और  $y$  का मान क्या होगा?
- (a)  $x = 1/2, y = 2$   
(b)  $x = 1/2, y = 1/2$   
(c)  $x = 1, y = -1$   
(d)  $x = 2, y = 1$
97. यदि  $a^x = b, b^y = c$  और  $xyz = 1$  है, तब  $c^z$  का मान क्या होगा?
- (a)  $a$  (b)  $b$   
(c)  $ab$  (d)  $a/b$
98. यदि  $(3.7)^x = (0.037)^y = 10000$  है, तब  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) 2  
(c)  $1/2$  (d)  $1/4$
99. यदि  $p^x = r^y = m$  और  $r^w = p^z = n$  है, तब निम्नलिखित में से कौन सा सही है?
- (a)  $xw = yz$  (b)  $xz = yw$   
(c)  $x + y = w + z$  (d)  $x - y = w - z$
100.  $x(y-z)(y+z) + y(z-x)(z+x) + z(x-y)(x+y)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $(x+y)(y+z)(z+x)$   
(b)  $(x-y)(x-z)(z-y)$   
(c)  $(x+y)(z-y)(x-z)$   
(d)  $(y-x)(z-y)(x-z)$
101. यदि  $a = \frac{1+x}{2-x}$  है, तब  $\frac{1}{a+1} + \frac{2a+1}{a^2-1}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{(1+x)(2+x)}{2x-1}$  (b)  $\frac{(1-x)(2-x)}{x+1}$   
(c)  $\frac{(1+x)(2-x)}{2x-1}$  (d)  $\frac{(1-x)(2-x)}{2x+1}$
102. यदि  $\frac{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3}{4(x-y)(y-z)(z-x)}$  है तब इसका मान क्या होगा?
- (a)  $-\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{1}{4}$   
(c)  $\frac{3}{4}$  (d) 0
103. यदि  $x = (b-c)(a-d), y = (c-a)(b-d), z = (a-b)(c-d)$  है, तब  $x^3 + y^3 + z^3$  का मान क्या होगा?
- (a)  $xyz$  (b)  $2xyz$   
(c)  $3xyz$  (d)  $-3xyz$
104. यदि  $x^2 + 2 = 2x$  है, तब  $x^4 - x^3 + x^2 + 2$  का मान क्या होगा?
- (a) 0 (b) 1  
(c) -1 (d)  $\sqrt{2}$
105. यदि  $2^x = 3^y = 6^z$  है, तब  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$  का मान क्या होगा?
- (a) 0 (b) 1  
(c)  $\frac{3}{2}$  (d)  $-\frac{1}{2}$



106. यदि  $(x^2 + y^2)(p^2 + q^2) = (xp + yq)^2$  है, तब इनमें से कौन सही है?  
 (a)  $xy = pq$  (b)  $px = yq$   
 (c)  $xq = yp$   
 (d) इनमें से कोई नहीं
107. यदि  $x^2 + 8y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz = 0$  तब—  
 (a)  $x = y = z$   
 (b)  $3x = 2y = z$   
 (c)  $x = 2y = 3z$   
 (d)  $x + 2\sqrt{2}y + 3z = 0$
108. यदि  $a = 89, b = -69, c = 8$  है, तब  $9(a + b)^2 + 49c^2 - 42(a + b)c$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 4  
 (c) 16 (d) 0
109. यदि  $x = \frac{p+q}{p-q}$  और  $y = \frac{p-q}{p+q}$  है, तब  $\frac{x-y}{x+y}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{p^2 + q^2}{2pq}$  (b)  $\frac{2pq}{p^2 + q^2}$   
 (c)  $\frac{2pq}{p^2 - q^2}$  (d)  $\frac{2(p^2 - q^2)}{pq}$
110.  $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1) = ?$   
 (a)  $2^{256} - 1$  (b)  $2^{256} + 1$   
 (c)  $2^{128} - 1$  (d)  $2^{128} + 1$
111. यदि  $x + y + z = 0$  है, तब  $[(y-z-x)/2]^3 + [(z-x-y)/2]^3 + [(x-y-z)/2]^3$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $24xyz$  (b)  $-24xyz$   
 (c)  $3xyz$  (d)  $xyz$
112. यदि  $ax + by = 6, bx - ay = 2$  &  $x^2 + y^2 = 4$  है, तब  $(a^2 + b^2)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 4  
 (c) 5 (d) 10
113. यदि  $a = 3 + 2\sqrt{2}$  है, तब  $\frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 204 (b) 212  
 (c) 192 (d) 240
114. यदि  $x^2 + y^2 + z^2 + 2 = 2(y-x)$  है, तब  $x^3 + y^3 + z^3$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 0  
 (c) 2 (d) 3
115. यदि  $a^3b = abc = 180$  और  $a, b, c$  धनात्मक संख्याएँ हैं, तब  $c$  का मान क्या होगा?  
 (a) 4 (b) 25  
 (c) 110 (d) 1
116. यदि  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  है, तब  $\left(x - \frac{1}{x}\right)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 3  
 (c)  $2\sqrt{2}$  (d)  $2\sqrt{3}$
117. यदि  $(a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$  है, तब  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{3}$  (b)  $\frac{2}{3}$   
 (c)  $-\frac{1}{3}$  (d)  $-\frac{2}{3}$
118. यदि  $x \neq 0, y \neq 0$  &  $z \neq 0$  और  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$  है, तब  $x, y, z$  के बीच क्या संबंध होगा?  
 (a)  $x = y = z$  (b)  $x + y + z = 0$   
 (c)  $x + y = z$  (d)  $x + y = z = 0$
119. यदि  $p - 2q = 4$  है, तब  $p^3 - 8q^3 - 24pq - 64$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 0  
 (c) 3 (d) -1



134. यदि  $\frac{5x}{2x^2+5x+1} = \frac{1}{3}$  है, तब  $\left(x + \frac{1}{2x}\right)$  का मान क्या होगा?

- (a) 10 (b) 20  
(c) 5 (d) 15

135. यदि  $x^3 + \frac{3}{x} = 4(a^3 + b^3)$  और  $3x + \frac{1}{x^3} = 4(a^3 - b^3)$  है, तब  $4(a^2 - b^2)$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 4

136. यदि  $x + y + z = 0$  है, तब

$$\frac{(x+y)^3 + (y+z)^3 + (z+x)^3 - 17xyz}{10(x+y)(y+z)(z+x)} = ?$$

- (a)  $3xyz$  (b) 4  
(c) 0 (d) 2

137. यदि  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = -1$ ,  $xyz = -1$  है, तब  $x^3 + y^3 + z^3$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 0  
(c) -2 (d) -1

138. यदि  $a^2 + 4b^2 + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{b^2} = 5$  है, तब  $a^2 + b^2$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1  
(c) 2 (d) 0

139. इस व्यंजक  $\frac{\left(x + \frac{1}{y}\right)^a \left(x - \frac{1}{y}\right)^b}{\left(y + \frac{1}{x}\right)^a \left(y - \frac{1}{x}\right)^b}$  का सरलीकरण कीजिए।

- (a)  $\left(\frac{y}{x}\right)^{a+b}$  (b)  $\left(\frac{x}{y}\right)^{a+b}$   
(c)  $\left(\frac{y}{x}\right)^{a-b}$  (d)  $\left(\frac{x}{y}\right)^{a-b}$

140. यदि  $a^b = b^a$  है, तब  $\left(\frac{a}{b}\right)^{a/b}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $a^{\left(\frac{b-1}{a-1}\right)}$  (b)  $a^{\left(\frac{a-1}{b-1}\right)}$   
(c)  $a^{\frac{a}{b}}$  (d)  $a^{\frac{b}{a}}$

141.  $\frac{a^{1/2} + a^{-1/2}}{1-a} + \frac{1-a^{-1/2}}{1+\sqrt{a}} = ?$

- (a)  $\frac{a}{a-1}$  (b)  $\frac{3+a}{(1-a)}$   
(c)  $\frac{2}{a-1}$  (d)  $\frac{2}{1-a}$

142. यदि  $x = \frac{2pq}{1+q^2}$  है, तब  $\frac{\sqrt{p+x} + \sqrt{p-x}}{\sqrt{p+x} - \sqrt{p-x}} = ?$

- (a)  $p$  (b)  $p-q$   
(c)  $1/q$  (d)  $2q$

143. यदि  $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$  और  $x-y = 4\sqrt{2}$  है, तब  $(x^2 + y^2)$

का मान क्या होगा?

- (a) 30 (b) 32  
(c) 34 (d) 38

144. यदि  $a = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-3}$  और  $b = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-3}$  है, तब

$(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $48\sqrt{2}$  (b)  $50\sqrt{3}$   
(c) 1 (d) 5

145. यदि  $a = x+y$ ,  $b = x-y$ ,  $c = x+2y$  है, तब  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$  का मान क्या होगा?

- (a)  $4y^2$  (b)  $7y^2$   
(c)  $6y^2$  (d)  $5y^2$

146. यदि  $x+y+z = 13$  है, तब  $(x-2)(y+1)(z-3)$  का अधिकतम मान क्या होगा?

- (a) 54 (b) 25  
(c) 27 (d) 30

147. यदि  $\sqrt{28-6\sqrt{3}} = \sqrt{3a+b}$  है, तब  $(a-b) = ?$   
(जहाँ  $a, b$  परिमेय संख्या है।)  
(a) -2 (b) 2  
(c) 4 (d) -1
148. यदि  $a \neq b$  निम्न से कौन-सा विकल्प सही है ?  
(a)  $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$   
(b)  $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$   
(c)  $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$   
(d) उपरोक्त सभी
149. यदि  $a+b=1$ ,  $b+c=2$  और  $c+a=3$  है, तब  $(a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca)$  का मान क्या होगा?  
(a) 3.5 (b) 18  
(c) 7 (d) 9
150. यदि  $(a+b+2c+3d)(a-b-2c+3d) = (a-b+2c-3d)(a+b-2c-3d)$  है, तब  $2bc$  का मान क्या होगा?  
(a)  $3ad$  (b)  $\frac{3}{2}$   
(c)  $a^2d^2$  (d)  $\frac{3a}{2d}$
151. यदि  $2s = a + b + c$  है, तब  $(s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2 + s^2 - a^2 - b^2 - c^2$  का मान क्या होगा?  
(a) -1 (b) 1  
(c) 2 (d) 0
152. यदि  $a^{1/m} = b^{1/n} = c^{1/p}$  और  $abc = 1$  है, तब  $(m+n+p)$  का मान क्या होगा?  
(a) 0 (b) 2  
(c) 1 (d) -2
153. यदि  $2s=9$  है, तब  $s^2 + (s-1)^2 + (s-3)^2 + (s-5)^2$  का मान क्या होगा?  
(a) 9 (b) 25  
(c) 45 (d) 35
154. यदि  $p, q$  और  $r$  इस तरह है कि  $p+q=r$  और  $pqr = 30$  है, तब  $p^3+q^3-r^3$  का मान क्या होगा?  
(a) 0 (b) 90  
(c) +90 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
155. यदि  $x+y = \sqrt{3}$  और  $x-y = \sqrt{2}$  है, तब  $8xy(x^2+y^2)$  का मान क्या होगा?  
(a)  $\frac{5}{9}$  (b) 5  
(c)  $\frac{5}{2}$  (d)  $\sqrt{6}$
156. यदि  $2a+3b=4$  है, तब  $8a^3+27b^3+72ab$  का मान क्या होगा?  
(a) 54 (b) 48  
(c) 72 (d) 64
157. यदि  $x + \frac{2}{x} = 3$  है, तब  $\frac{x^2+x+2}{x^2(3-x)}$  का मान क्या होगा?  
(a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 3
158. यदि  $x = ay$  और  $y = bx$  है, तब  $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} = ?$   
(a) 0 (b) 1  
(c) -1 (d) 2
159. यदि  $a = \frac{4}{3}$  है, तब  $27a^3 - 108a^2 + 144a - 317 = ?$   
(a) 261 (b) -253  
(c) -245 (d) 0
160. यदि  $a+b=5$  और  $a^2+b^2=13$  है, तब  $a-b$ , जहाँ  $(a > b)$  का मान क्या होगा?  
(a) 1 (b) -3  
(c) 2 (d) -1

161. यदि  $x^2 + x - 6 = 0$  और  $x^2 + 6x + 9 = 0$  है तब  $x$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 3  
 (c) -2 (d) -3
162. यदि  $x + \frac{1}{x} = 3$  है, तब  $\frac{x^3 + \frac{1}{x}}{x^2 - x + 1}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{3}{2}$  (b)  $\frac{5}{2}$   
 (c)  $\frac{7}{2}$  (d)  $\frac{11}{2}$
163. यदि  $ax + by = 3$ ,  $bx - ay = 4$  और  $x^2 + y^2 = 1$  है, तब  $a^2 + b^2$  का मान क्या होगा?  
 (a) 17 (b) 16  
 (c) 9 (d) 25
164. यदि  $a + b + c = 15$  और  $a^2 + b^2 + c^2 = 83$  है, तब  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  का मान क्या होगा?  
 (a) 200 (b) 180  
 (c) 190 (d) 210
165. यदि  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a-b}$  है, तब  $a^3 + b^3 = ?$   
 (a) 0 (b) -1  
 (c) 1 (d) 2
166. यदि  $2x = a + \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$  और  $2y = a - \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$  है, तब  $x^3 + y^3$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $a$  (b)  $b$   
 (c)  $a^3$  (d)  $b^3$
167. यदि  $a - b = 2$  और  $ab = 15$  है, तब  $(a^2 - b^2)(a^3 - b^3)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1450 (b) 1500  
 (c) 1528 (d) 1568
168. यदि  $4x - 5z = 16$  और  $xz = 12$  है, तब  $64x^3 - 125z^3$  का मान क्या होगा?  
 (a) 15610 (b) 15616  
 (c) 15618 (d) 15620
169. यदि  $x + y + z = 15$  और  $xy + yz + zx = 75$  है, तब  $\frac{x+4y+z}{3z}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 0  
 (c) 2 (d) -1
170. यदि  $a^2 + b^2 = 2$  और  $c^2 + d^2 = 1$  है, तब  $(ad - bc)^2 + (ac + bd)^2$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{4}{9}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c) 1 (d) 2
171. यदि  $3(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)^2$  है, तब  $a, b$  और  $c$  के बीच क्या संबंध है?  
 (a)  $a = b = c$  (b)  $a = b \neq c$   
 (c)  $a < b < c$  (d)  $a > b > c$
172. यदि  $x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3}$  है, तब  $x^{26} + \frac{1}{x^{26}}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{4}{9}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c) 1 (d) 2
173. यदि  $\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2}}}}} = 32^a$  है, तब  $a$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{41}{160}$  (b)  $\frac{41}{80}$   
 (c) 1 (d) 2
174. यदि  $a^2 = 2$  है, तब  $(a+1)$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{a-1}{3-2a}$  (b)  $\frac{a-1}{3+2a}$   
 (c)  $\frac{a+1}{3+2a}$  (d)  $\frac{a+1}{3+2a}$

175. यदि  $(a+b+c)p=(b+c-a)q=(c+a-b)r=(a+b-c)s$  है, तब  $\frac{1}{q}+\frac{1}{r}+\frac{1}{s}-\frac{1}{p}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 0 (d)  $a+b+c$
176. यदि  $x(x-3)=-1$  है, तब  $x^3(x^3-18)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 0 (d) -1
177. यदि  $x=\frac{p+q+r}{3}$  है, तब  $(x-p)^3+(x-q)^3+(x-r)^3-3(x-p)(x-q)(x-r)$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $pqr$  (b)  $p+q+r$   
 (c) 0 (d) 3
178. यदि  $a^2+b^2=2(a-2b)-5$  है, तब  $a^3+b^3+3ab$  का मान क्या होगा?  
 (a) -13 (b) 13  
 (c) 0 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
179. यदि  $x+\frac{1}{x}=-1$  और  $y+\frac{1}{y}=2$  है, तब  $(x)^{3y}+(y)^{3x}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 1  
 (c) 0 (d) -2
180. यदि  $a^3+b^3+c^3=3abc$  और  $a, b, c$  धनात्मक पूर्णांक है तब  $\frac{2a+7b+9c}{a+2b+3c}=?$   
 (a)  $\frac{4}{9}$  (b) 1  
 (c) 3 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
181. यदि  $\frac{p}{a}+\frac{q}{b}+\frac{r}{c}=1$ ,  $\frac{a}{p}+\frac{b}{q}+\frac{c}{r}=1$ ,  $pqr=-1$ ,  $abc=1$ ,  $p, q, r$  और  $a, b, c \neq 0$  है, तब  $\frac{p^2}{a^2}+\frac{q^2}{b^2}+\frac{r^2}{c^2}$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 0  
 (c) 3 (d) 2
182. यदि  $x=\frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  है, तब  $\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}}+\frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}}=?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
183. यदि  $x=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  है, तब  $\frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}}+\frac{x+\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}}=?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
184. यदि  $x=\frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  है, तब  $\frac{x+\sqrt{8}}{x-\sqrt{8}}+\frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}}=?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
185. यदि  $x=\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$  है, तब  $\frac{x+2\sqrt{2}}{x-2\sqrt{2}}+\frac{x+2\sqrt{3}}{x-2\sqrt{3}}=?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
186. यदि  $x=\frac{4ab}{a+b}$  है, तब  $\frac{x+2a}{x-2a}+\frac{x+2b}{x-2b}=?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
187. यदि  $x=\frac{12pq}{p+q}$  है, तब  $\frac{x+6p}{x-6p}+\frac{x+6q}{x-6q}=?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
188. यदि  $x=\frac{6pq}{p+q}$  है, तब  $\frac{x+3p}{x-3p}+\frac{x+3q}{x-3q}=?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
189. यदि  $x=\frac{8ab}{a+b}$  है, तब  $\frac{x+4a}{x-4a}+\frac{x+4b}{x-4b}=?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4

190. यदि  $(x+y)^2 - z^2 = 4$ ,  $(y+z)^2 - x^2 = 9$ ,  $(z+x)^2 - y^2 = 36$  है, तब  $(x+y+z)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 7 (b) -7  
 (c)  $\pm 7$  (d) 49
191. यदि  $x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}}$  है, तब  $5x^2 - 5x - 1$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 5  
 (c) 3 (d) 4
192. यदि  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  है, तब  $\frac{\sqrt{1+x}}{1+\sqrt{1+x}} + \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$   
 (c)  $\sqrt{3}$  (d) 2
193. यदि  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  है, तब  $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = ?$   
 (a)  $-\sqrt{3}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (c)  $-\sqrt{2}$  (d)  $\sqrt{3}$
194. यदि  $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{cz+ax} = \frac{z^2}{ax+by} = \frac{1}{5}$  है, तब  $\frac{5a}{5x+a} + \frac{5b}{5y+b} + \frac{5c}{5z+c}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 5 (b) 2  
 (c) 1 (d)  $\frac{1}{5}$
195. यदि  $a+b+c=0$  ( $a \neq b \neq c$ ) है, तब  $\frac{a^2}{2a^2+bc} + \frac{b^2}{2b^2+ac} + \frac{c^2}{2c^2+ab}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b)  $a+b+c$   
 (c) 1 (d)  $abc$
196. यदि  $xy = r$ ,  $xz = r^2$ ,  $yz = r^3$ ,  $x+y+z = 13$  और  $x^2 + y^2 + z^2 = 91$  है, तब  $\frac{z}{y}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 3 (b)  $\frac{7}{3}$   
 (c) 4 (d)  $\frac{13}{3}$
197. यदि  $xy + yz + zx = xyz$  है, तब  $\frac{x+y}{xy(z-1)} + \frac{y+z}{yz(x-1)} + \frac{z+x}{zx(y-1)}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $-\frac{3}{2}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c) 0 (d) 1
198. यदि  $a+b+c = 2$  और  $ab+bc+ca = -1$  है, तब  $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$  का मान क्या होगा?  
 (a) 5 (b) 10  
 (c) 15 (d) 25
199. यदि  $\frac{b}{y} + \frac{z}{c} = 1$  और  $\frac{c}{z} + \frac{x}{a} = 1$  है, तब  $\frac{a}{x} + \frac{y}{b}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 1  
 (c) -1 (d) 2
200. यदि  $x + \frac{2}{y} = 1$  और  $y + \frac{1}{z} = 2$  है, तब  $z + \frac{1}{2x}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 2  
 (c) 1 (d) 6

201. यदि  $a^x = m$ ,  $a^y = n$  और  $a^z = (m^y \cdot n^x)^z$  है, तब  $xyz = ?$
- (a) 0 (b) 2  
(c) 1 (d)  $\frac{1}{2}$
202. यदि  $\left(\frac{1}{2}\right)^k = \sqrt{3}$  और  $\left(\frac{1}{3}\right)^m = \sqrt{2}$  है, तब  $\frac{mk}{2}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{8}$  (b)  $\frac{1}{4}$   
(c)  $\frac{1}{2}$  (d) 1
203. यदि  $b = 36$  है, तब  $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{b-a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$  का मान क्या होगा?
- (a) आँकड़े अप्रर्याप्त (b) 12  
(c) 6 (d) 0
204. यदि  $x \in \mathbb{R}$  है, तब  $(\sqrt{3}-x+5)(\sqrt{3}+x-5)$  का अधिकतम मान क्या होगा?
- (a)  $\sqrt{3}$  (b) 5  
(c) 3 (d)  $\sqrt{3}+5$
205. यदि  $x = \frac{\sqrt{93}+\sqrt{19}}{\sqrt{97}-\sqrt{23}}$  और  $y = \frac{\sqrt{93}-\sqrt{19}}{\sqrt{97}+\sqrt{23}}$  है, तब  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$  का मान क्या होगा?
- (a) 93 (b) 2  
(c) 1 (d) 0
206. यदि  $x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$  है, तब  $(2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 26x - 28)$  का मान क्या होगा?
- (a) 0 (b)  $6\sqrt{6}$   
(c)  $3\sqrt{6}$  (d)  $\sqrt{6}$
207. यदि  $\frac{5}{3^{2/3} - 6^{1/3} + 2^{2/3}} = a\sqrt[3]{3} + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{6}$  है, तब  $a+b+c$  का मान क्या होगा?
- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 3
208. यदि  $a, b$  वास्तविक संख्या और  $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b} - \frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{a+b} = 4$  है, तब  $x$  का मान क्या होगा, यदि  $\frac{a^x+b^x}{a^2-b^2} = 2$
- (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 2  
(c)  $\frac{3}{2}$  (d) 1
209. यदि  $\frac{76}{4+\sqrt{7}+\sqrt{11}} = p+q\sqrt{7}+r\sqrt{11}+s\sqrt{77}$  है, तब  $p+q+r+s = ?$
- (a) 6 (b) 4  
(c) 9 (d) 8
210. यदि  $x = 4 + \sqrt{11} + \sqrt{7}$  है, तब  $x^4 - 16x^3 + 60x^2 + 32x$  का मान क्या होगा?
- (a) 244 (b) 264  
(c) 280 (d) 304
211. यदि  $5^a + 2^{b+1} = 189$  और  $5^{a+1} + 2^{b-2} = 633$  है, तब  $a+b$  का मान क्या होगा?
- (a) 8 (b) 7  
(c) 10 (d) 9
212. यदि  $\frac{x-a^2}{b+c} + \frac{x-b^2}{c+a} + \frac{x-c^2}{a+b} = 4(a+b+c)$  है, तब  $x$  का मान क्या होगा?
- (a)  $(a+b+c)^2$  (b)  $a^2+b^2+c^2$   
(c)  $ab+bc+ca$   
(d)  $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$



213.  $\frac{1}{1+p^{a-b}+p^{a-c}} + \frac{1}{1+p^{b-a}+p^{b-c}} + \frac{1}{1+p^{c-a}+p^{c-b}}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 2  
(c) 1 (d) -3

214.  $p + \sqrt{p^2 + \sqrt{p^4 + \sqrt{p^8 + \sqrt{p^{16}}}}} \dots \infty$  का मान ज्ञात करें।

- (a)  $p \left( \frac{\sqrt{5}+2}{2} \right)$  (b)  $p \left( \frac{3+\sqrt{5}}{2} \right)$   
(c)  $\frac{p}{1+\sqrt{p}}$  (d)  $p \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)$

215. यदि  $x = \sqrt[4]{4\sqrt[4]{4\sqrt[4]{4}}} \dots \infty = 32^a$  है, तब  $a = ?$

- (a)  $\frac{2}{15}$  (b)  $\frac{4}{15}$   
(c)  $\frac{2}{5}$  (d)  $\frac{1}{5}$

216. यदि  $y = \frac{x^2 - 10x + 64}{x^2 + 10x + 64}$  तब  $y$  का न्यूनतम मान होगा?

- (a)  $\frac{13}{3}$  (b)  $\frac{13}{4}$   
(c)  $\frac{3}{13}$  (d)  $\frac{4}{13}$

217. यदि  $p = \sqrt{5} - 2$  है, तब  $p^4 + 16p^2 + 8p^3 + 4 = ?$

- (a) 3 (b) 5  
(c) 1 (d) 0

218. यदि  $x = 2y + 6$  तब  $x^3 - 8y^3 - 36xy - 216 = ?$

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) -1

219. यदि  $p = 2 - a$  है, तब  $a^3 + 6ap + p^3 - 6 = ?$

- (a) 1 (b) 0  
(c) 2 (d) 4

220. यदि  $x^4 + y^4 = 17$  और  $x + y = 1$  है, तब  $x^2y^2 - 2xy$  का मान क्या होगा?

- (a) 8 (b) 10  
(c) 12 (d) 16

221. यदि  $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = k$  है, तब  $k = ?$

- (a) 1 (b) -1  
(c) 2 (d) इसमें से कोई नहीं

222. यदि  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  है, तब

$$\frac{ax - by}{(a+b)(x-y)} + \frac{by - cz}{(b+c)(y-z)} + \frac{cz - ax}{(c+a)(z-x)}$$

का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 2  
(c) 1 (d) 3

223.  $\frac{a^3(b+c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3(c+a)}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3(a+b)}{(c-a)(c-b)}$

का मान क्या होगा?

- (a)  $abc$  (b)  $a+b+c$   
(c)  $ab+bc+ca$  (d) 3

224.  $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2 - c^2 - a^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2 - a^2 - b^2}{(c-a)(c-b)}$

का मान क्या होगा?

- (a)  $abc$  (b)  $a+b+c$   
(c) 2 (d) 0

225. यदि  $x^2 + y^2 = z + 1$ ,  $y^2 + z^2 = x + 1$ ,  
 $z^2 + x^2 = y + 1$  है, तब  $xyz$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a) 1 (b)  $-\frac{1}{8}$   
 (c) 1 या  $\frac{1}{8}$  (d) 1 या  $-\frac{1}{8}$
226.  $\frac{\sqrt{26-15\sqrt{3}}}{5\sqrt{2}-\sqrt{38+5\sqrt{3}}}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $\sqrt{2}$   
 (c)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (d) 3
227.  $\frac{x+2}{2x^2+3x+6}$  का अधिकतम मान क्या होगा?  
 (a) 3 (b)  $\frac{1}{3}$   
 (c) 2 (d)  $\frac{1}{2}$
228.  $\frac{(a+b+c)^4 - (b+c)^4 - (c+a)^4 - (a+b)^4 + a^4 + b^4 + c^4}{a+b+c}$   
 का मान क्या होगा?  
 (a)  $3abc$  (b)  $4abc$   
 (c)  $6abc$  (d)  $12abc$
229.  $\frac{a(b-c)^2}{(c-a)(a-b)} + \frac{b(c-a)^2}{(a-b)(b-c)} + \frac{c(a-b)^2}{(b-c)(c-a)}$   
 का मान क्या होगा?  
 (a)  $a+b+c$  (b) 3  
 (c)  $a^2+b^2+c^2$  (d)  $abc$
230.  $\frac{2a}{a+b} + \frac{2b}{b+c} + \frac{2c}{c+a} + \frac{(b-c)(c-a)(a-b)}{(b+c)(c+a)(a+b)}$   
 का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
231. यदि  $x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3}$  है, तब  $x^{67} + x^{53} + x^{43} + x^{29} + x^{24}$   
 $+ x^{12} + x^6 + 3$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{3}$  (b) 0  
 (c)  $2(2-\sqrt{3})$  (d)  $2(2+\sqrt{3})$
232. यदि  $x + \frac{1}{x} = 1$  है, तब  $x^{52} + x^{46} + x^{32} + x^{26} + x^{21} +$   
 $x^{15} + x^6 + x^3 + 4$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 3  
 (c) 4 (d) 2
233. यदि  $(ab-b+1)=0$  और  $(bc-c+1)=0$  है, तब  $(a$   
 $-ac)$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 0  
 (c) 1 (d) 2
234. यदि  $a + b + c = 20$  और  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 30$  है, तब  
 $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 597 (b) 600  
 (c) 599 (d) सरल नहीं किया जा सकता
235. यदि  $\frac{b-c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a-b}{c} = 1$  और  $a-b+c \neq 0$   
 है, तब इनमें से कौन सा सम्बंध सही होगा?  
 (a)  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  (b)  $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{c}$   
 (c)  $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$  (d)  $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

236. यदि  $\left(\frac{x}{y}\right) = \left(\frac{z}{w}\right)$  है, तब  $(xy + zw)^2$  का मान क्या होगा?

- (a)  $(x^2 + z^2)(y^2 + w^2)$   
 (b)  $x^2y^2 + z^2w^2$   
 (c)  $x^2w^2 + y^2z^2$   
 (d)  $(x^2 + w^2)(y^2 + z^2)$

237. यदि  $x = \frac{a}{b+c}$ ,  $y = \frac{b}{a+c}$  और  $z = \frac{c}{a+b}$  है, तब  $xy + yz + zx + 2xyz = ?$

- (a) 2  
 (b)  $(a+b)(b+c)(c+a)$   
 (c) 0  
 (d) 1

238.  $\sqrt{x+2\sqrt{x+2\sqrt{x+2\sqrt{x+2}}}} = x$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 1  
 (b) 3  
 (c) 6  
 (d) 12

239.  $\frac{1}{x^2+5x+10}$  का अधिकतम मान होगा?

- (a)  $\frac{15}{2}$   
 (b) 1  
 (c)  $\frac{4}{15}$   
 (d) 2

240. यदि  $x, y$  धनात्मक पूर्णांक है और  $x + y = 1$  है, तब

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$  का न्यूनतम मान क्या होगा?

- (a) 12  
 (b) 20  
 (c) 12.5  
 (d) 13.3

241. यदि  $p^a = q^b = r^c$  और  $\frac{p}{q} = \frac{q}{r}$  है, तब  $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)b$  का मान क्या होगा?

- (a) 1  
 (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $\frac{3}{4}$   
 (d) 2

242. यदि  $x^2(x+y+z) = 36$ ,  $y^2(x+y+z) = 46$ ,  $z^2(x+y+z) = 63$ ,  $xy(x+y+z) = 111$ ,  $yz(x+y+z) = 99$ ,  $zx(x+y+z) = 82$  है, तब  $x$  का मान क्या होगा?

- (a) 6  
 (b) 7  
 (c) 2  
 (d) 4

243. यदि  $x = \frac{a-b}{a+b}$ ,  $y = \frac{b-c}{b+c}$ ,  $z = \frac{c-a}{c+a}$  है, तब  $\frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{1+y}{1-y} \cdot \frac{1+z}{1-z}$  का मान क्या होगा?

- (a) 1  
 (b) 2  
 (c) 3  
 (d) 4

244. यदि  $x = 5$  &  $y = z$  और  $x, y, z$  धनात्मक पूर्णांक है तब  $x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)$  का अधिकतम मान क्या होगा?

- (a) 0  
 (b) 25  
 (c) 50  
 (d) -5

245. यदि  $x, y, z$  वास्तविक संख्या है एवं  $x + 2y + z = -6$ , तब  $x^2 + 2y^2 + z^2 + 2yz$  का अधिकतम मान होगा?

- (a) 12  
 (b) 8  
 (c) -12  
 (d) 6

246. यदि  $a^x = bc$ ,  $b^y = ac$ ,  $c^z = ab$  है, तब

$\frac{x}{1+x} + \frac{y}{1+y} + \frac{z}{1+z}$  का मान क्या होगा?

- (a) 0  
 (b) 1  
 (c) 2  
 (d) 3

247. यदि  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  है, तब  $xy + yz + zx$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{(a+b+c)^2}{x^2+y^2+z^2}$

- (b)  $\frac{x^2(a+b+c)^2 - a^2(x^2+y^2+z^2)}{2a^2}$
- (c)  $\frac{ax+by+cz}{(a+b+c)^2}$
- (d) 3
248. यदि  $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  है, तब  $\frac{x^m+y^m+z^m+w^m}{x^{-m}+y^{-m}+z^{-m}+w^{-m}}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{x}{y}$  (b) 1
- (c)  $(xyzw)^{m/2}$  (d)  $(xyzw)^m$
249. यदि  $\sqrt{13x^3-14x+29} + \sqrt{13x^3-14x-21} = 10$  है, तब  $\sqrt{13x^3-14x+29} - \sqrt{13x^3-14x-21}$  का मान क्या होगा?
- (a) 3 (b) 4
- (c) 5 (d) 6
250. यदि  $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{cz+ax} = \frac{z^2}{ax+by} = \frac{1}{3}$  है, तब  $\frac{a}{a+3x} + \frac{b}{b+3y} + \frac{c}{c+3z}$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) 2
- (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{1}{3}$
251. यदि  $x = \left(a + \sqrt{a^2+b^3}\right)^{1/3} + \left(a - \sqrt{a^2+b^3}\right)^{1/3}$  है, तब  $x^3 + 3bx - 2a$  का मान क्या होगा?
- (a)  $2a^3$  (b)  $-2a^3$
- (c) 0 (d) 1
252. यदि  $a = \frac{xy}{x+y}$ ,  $b = \frac{xz}{x+z}$ ,  $c = \frac{yz}{y+z}$  और  $a$ ,  $b$  और  $c \neq 0$  है, तो  $x$  का मान ज्ञात करो।
- (a)  $\frac{2abc}{ac+bc-ab}$  (b)  $\frac{2abc}{ab-ac+bc}$
- (c)  $\frac{2abc}{ab+bc+ac}$  (d)  $\frac{2abc}{ab-ac-bc}$
253. यदि  $\frac{x-a^2}{b^2+c^2} + \frac{x-b^2}{c^2+a^2} + \frac{x-c^2}{a^2+b^2} = 3$  है, तब  $x$  का मान क्या होगा?
- (a)  $a^2+b^2$  (b)  $a^2+b^2+c^2$
- (c)  $a^2-b^2-c^2$  (d)  $a^2+b^2-c^2$
254. यदि  $(x-5)(y+6)(z-8) = 1331$  है, तब  $(x+y+z)$  का न्यूनतम मान क्या होगा?
- (a) 40 (b) 33
- (c) 19 (d) गैर अद्वितीय
255. यदि  $a, b, c$  और  $d$  चार धनात्मक संख्यायें हैं और  $a+b+c+d=4$  है, तब  $(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)$  का अधिकतम मान क्या होगा?
- (a) 32 (b) 8
- (c) 16 (d) 81
256. यदि  $x, y, z$  तीन धनात्मक पूर्णांक हैं और  $x+y+z = 1$  है, तब  $\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{1}{y}-1\right)\left(\frac{1}{z}-1\right)$  का न्यूनतम मान होगा?
- (a) 16 (b) 8
- (c) 4 (d) 1
257. यदि  $a, b, c$  धनात्मक पूर्णांक हैं, तब  $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$  का न्यूनतम मान होगा?
- (a) 1
- (b) 9
- (c) 12
- (d) इनमें से कोई नहीं

258. यदि  $a, b, c$  धनात्मक पूर्णांक है तब—

$$\frac{(a^2 + a + 1)(b^2 + b + 1)(c^2 + c + 1)}{abc} \text{ का न्यूनतम}$$

मान क्या होगा?

- (a) 3 (b) 9  
(c) 27 (d) 1

259. यदि  $x = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{8}{9}} \right)$  है, तब  $\frac{18\sqrt{1+x^2}}{x + \sqrt{1+x^2}}$  का

मान क्या होगा?

- (a) 16 (b) 17  
(c) 19 (d) 20

260. यदि  $\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$  है, तब  $a + b + c$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\sqrt{10}$  (b) 10  
(c) 11 (d)  $\sqrt{11}$

261. यदि  $x + \frac{1}{x} = 2a, y + \frac{1}{y} = 2c, x - \frac{1}{x} = 2b$  और

$y - \frac{1}{y} = 2d$  है, तब  $xy + \frac{1}{xy}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $ac + bd$  (b)  $ac - bd$   
(c)  $2(ac - bd)$  (d)  $2(ac + bd)$

262.  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  का मान ज्ञात करें, यदि  $(s - a), (s - b), (s - c)$  की जगह क्रमशः  $a, b, c$  है, जहाँ  $3s = (a + b + c)$

- (a) 0 (b)  $3abc$   
(c)  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$   
(d) इनमें से कोई नहीं

263.  $a(b - c)^3 + b(c - a)^3 + c(a - b)^3$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $3abc$   
(b)  $(a - b)(b - c)(c - a)$   
(c)  $(a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$   
(d)  $(a + b)(b + c)(c + a)(a + b + c)$

264.  $a^4(b^2 - c^2) + b^4(c^2 - a^2) + c^4(a^2 - b^2)$  का मान ज्ञात कीजिए—

- (a)  $3a^2b^2c^2$   
(b)  $(a^2 - b^2)(b^2 - c^2)(c^2 - a^2)$   
(c)  $-(a^2 - b^2)(b^2 - c^2)(c^2 - a^2)$   
(d)  $(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)(c^2 + a^2)$

265.  $a(b - c)^2 + b(c - a)^2 + c(a - b)^2 + 8abc$  का मान ज्ञात कीजिए

- (a)  $(a + b)(b + c)(c + a)$   
(b)  $(a - b)(b - c)(c - a)$   
(c) 0  
(d)  $abc$

266.  $(bc + ca + ab)^3 - b^3c^3 - c^3a^3 - a^3b^3$  का मान क्या होगा?

- (a)  $3abc(a + b)(b + c)(c + a)$   
(b)  $(a + b)(b + c)(c + a)$   
(c)  $(a - b)(b - c)(c - a)$   
(d)  $24abc$

267.  $(a + b + c)^4 - (b + c)^4 - (c + a)^4 - (a + b)^4 + a^4 + b^4 + c^4$  का मान क्या होगा?

- (a)  $12abc(a + b + c)$   
(b)  $abc(a + b + c)$   
(c) 2 (d)  $abc$

268.  $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{(a - b)(a - c)} + \frac{b^2 - c^2 - a^2}{(b - c)(b - a)} + \frac{c^2 - a^2 - b^2}{(c - a)(c - b)} = ?$

- (a) 2 (b) 1  
(c) 3 (d) 4

269. यदि  $a + b + c = 0$  है, तब  $\frac{2(a^4 + b^4 + c^4)}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} = ?$

- (a) 1 (b) 2  
(c) 3 (d) 4

270. यदि  $x + \frac{1}{x} = 5$  और  $x^2 + \frac{1}{x^3} = 8$  है, तब  $x^3 + \frac{1}{x^2}$

का मान क्या होगा?

- (a) 125 (b) 215  
(c) 256 (d) 525

271. यदि  $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ ,  $b = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$  है, तब

$7a^2 + 11ab - 7b^2$  का मान क्या होगा?

- (a) 109 (b)  $11+56\sqrt{3}$   
(c)  $56\sqrt{3}$  (d)  $11-56\sqrt{3}$

272. जब  $2x = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$ , तब  $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$  का मान

क्या होगा?

- (a)  $\frac{a-1}{2}$  (b)  $\frac{a+1}{2}$   
(c)  $\frac{a}{2}$  (d)  $\frac{a-2}{2}$

273. यदि  $\frac{x^3+1}{x^2-1} = x + \sqrt{\frac{6}{x}}$  है तब  $x + \frac{1}{x}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{13}{6}$  (b)  $\frac{6}{13}$   
(c) 3 (d)  $\frac{4}{3}$

274. यदि  $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{10}{3}$  और  $x + y = 10$  है, तब  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिए।

(a)  $x=3, y=3$  (b)  $x=9, y=1$

(c)  $x = \frac{9}{2}, y=1$  (d)  $x=3, y=2$

275. यदि  $x = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  है, तब  $\frac{x+\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}} - \frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} = ?$

- (a) 2 (b) 1  
(c)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  (d)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

276. यदि  $(x+1)(x+2) + \frac{1}{x(x-1)} = 0$  है, तब  $x^2+x = ?$

- (a) 4 (b) 1  
(c) 9 (d) 0

277. यदि  $x^2+xy+y^2=84$  और  $x-\sqrt{xy}+y=6$  है, तब  $x^3+y^3$  का मान क्या होगा?

- (a) 72 (b) 520  
(c) 512 (d) 600

278. यदि  $x^4+x^2y^2+y^4=931$  &  $x^2-xy+y^2=19$  है, तब  $2x^2+3y^2$  का मान क्या होगा?

- (a) 52 (b) 50  
(c) 62 (d) 77

279. यदि  $x^3+y^3+z^3=a^3$ ,  $x^2+y^2+z^2=a^2$  और  $x+y+z=a$ , तब  $xyz$  का मान क्या होगा?

- (a)  $a$  (b) 0  
(c)  $a^2$  (d)  $a^3$

## उत्तरमाला

1. (c) 2. (b) 3. (d) 4. (a) 5. (d) 6. (b) 7. (a) 8. (a) 9. (a)  
 10. (c) 11. (c) 12. (c) 13. (c) 14. (a) 15. (a) 16. (c) 17. (a) 18. (a)  
 19. (d) 20. (a) 21. (c) 22. (c) 23. (b) 24. (b) 25. (c) 26. (c) 27. (d)  
 28. (c) 29. (a) 30. (b) 31. (b) 32. (c) 33. (a) 34. (c) 35. (d) 36. (c)  
 37. (c) 38. (c) 39. (d) 40. (d) 41. (c) 42. (d) 43. (d) 44. (d) 45. (a)  
 46. (d) 47. (c) 48. (c) 49. (b) 50. (c) 51. (d) 52. (b) 53. (d) 54. (b)  
 55. (b) 56. (d) 57. (b) 58. (c) 59. (c) 60. (b) 61. (c) 62. (c) 63. (b)  
 64. (d) 65. (c) 66. (a) 67. (c) 68. (a) 69. (d) 70. (b) 71. (a) 72. (b)  
 73. (a) 74. (c) 75. (b) 76. (c) 77. (c) 78. (d) 79. (b) 80. (b) 81. (a)  
 82. (b) 83. (a) 84. (b) 85. (b) 86. (a) 87. (a) 88. (b) 89. (b) 90. (c)  
 91. (a) 92. (a) 93. (a) 94. (b) 95. (a) 96. (b) 97. (a) 98. (c) 99. (a)  
 100.(b) 101. (c) 102. (c) 103. (c) 104. (a) 105. (a) 106. (c) 107. (c) 108. (c)  
 109.(b) 110. (c) 111. (c) 112. (d) 113. (a) 114. (b) 115. (d) 116. (c) 117. (b)  
 118.(a) 119. (b) 120. (a) 121. (c) 122. (c) 123. (c) 124. (d) 125. (a) 126. (c)  
 127.(a) 128. (a) 129. (c) 130. (a) 131. (d) 132. (a) 133. (c) 134. (c) 135. (d)  
 136.(d) 137. (a) 138. (a) 139. (b) 140. (b) 141. (d) 142. (c) 143. (c) 144. (c)  
 145.(b) 146. (c) 147. (c) 148. (c) 149. (c) 150. (a) 151. (d) 152. (a) 153. (d)  
 154.(c) 155. (b) 156. (d) 157. (c) 158. (b) 159. (b) 160. (a) 161. (d) 162. (c)  
 163.(d) 164. (b) 165. (a) 166. (d) 167. (d) 168. (b) 169. (c) 170. (d) 171. (a)  
 172.(c) 173. (a) 174. (a) 175. (c) 176. (d) 177. (c) 178. (a) 179. (a) 180. (c)  
 181.(c) 182. (b) 183. (b) 184. (b) 185. (b) 186. (b) 187. (b) 188. (b) 189. (b)  
 190.(c) 191. (d) 192. (b) 193. (d) 194. (a) 195. (c) 196. (a) 197. (d) 198. (b)  
 199.(b) 200. (a) 201. (c) 202. (a) 203. (b) 204. (c) 205. (c) 206. (b) 207. (c)  
 208.(c) 209. (d) 210. (d) 211. (a) 212. (a) 213. (c) 214. (b) 215. (a) 216. (c)  
 217.(b) 218. (a) 219. (c) 220. (a) 221. (b) 222. (d) 223. (c) 224. (c) 225. (d)  
 226.(c) 227. (b) 228. (d) 229. (a) 230. (c) 231. (d) 232. (a) 233. (c) 234. (a)  
 235.(a) 236. (a) 237. (d) 238. (b) 239. (c) 240. (c) 241. (d) 242. (c) 243. (a)  
 244.(b) 245. (a) 246. (c) 247. (b) 248. (c) 249. (c) 250. (a) 251. (c) 252. (a)  
 253.(b) 254. (a) 255. (c) 256. (b) 257. (b) 258. (c) 259. (b) 260. (b) 261. (d)  
 262.(a) 263. (c) 264. (c) 265. (a) 266. (a) 267. (a) 268. (a) 269. (d) 270. (a)  
 271.(b) 272. (a) 273. (a) 274. (b) 275. (c) 276 (b) 277 (b) 278. (d) 279. (b)

## हल एवं संकेत

**Sol<sup>n</sup>.** (तर्क): प्र. 1 से प्र. 4 (Type-2 देखें)

**Sol<sup>n</sup> 5.**  $x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x=1$  है, तब

$$\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2}{x} = \frac{1+1+1+1}{1} = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 6.** (तर्क): Type-2 (( $x=1$  रखने पर)

**Sol<sup>n</sup> 7.**  $\frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{x^4}{x^3} + \frac{x^2}{x^3} + \frac{1}{x^3}$

$$= x^3 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} = 110 + 5 = 115$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 5 \text{ और } \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (5)^3$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 125$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 125 - 3 \times 5 = 110$$

**Sol<sup>n</sup> 8.**  $x^2 - 7x + 1 = 0$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 7x$$

$$\Rightarrow \frac{20x}{5x^2 - 15x + 5} = \frac{20x}{5(x^2 + 1) - 15x}$$

$$\Rightarrow \frac{20x}{5 \times 7x - 15x} = \frac{20x}{35x - 15x} = \frac{20x}{20x} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 9.**  $2x + \frac{1}{3x} = 5$

[दोनों पक्षों में 2 से गुणा करने पर]

$$4x + \frac{2}{3x} = 10$$

[दोनों पक्षों का वर्ग करने पर]

$$\left(4x + \frac{2}{3x}\right)^2 = (10)^2$$

$$16x^2 + \frac{4}{9x^2} + \frac{16}{3} = 100$$

$$16x^2 + \frac{4}{9x^2} = 100 - \frac{16}{3} = \frac{284}{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 10.** (संकेत):  $x = -1$  रखने पर

**Sol<sup>n</sup> 11.** (संकेत):  $5a + \frac{1}{3a} = 5$

(दोनों पक्षों में  $\frac{3}{5}$  से गुणा करके दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

**Sol<sup>n</sup> 12.**  $x - \frac{1}{x-3} = 0$

$$(x-3) - \frac{1}{(x-3)} = -3$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} - 2 = 9$$

$$(x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} = 9 + 2 = 11$$

**Sol<sup>n</sup> 13.** (तर्क): (प्रश्न 12 की तरह)

**Sol<sup>n</sup> 14.**  $x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 4$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\right) + \left(y^2 + \frac{1}{y^2} - 2\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = 0$$

(टाइप 3 का अध्ययन करें)



अतः

$$x - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1$$

$$y - \frac{1}{y} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{y} \Rightarrow y^2 = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 15.**  $x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 0$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right) + \left(y^2 + \frac{1}{y^2} - 2\right) = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = 0$$

(टाइप 3 का अध्ययन करें)

अतः

$$x + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = -1$$

$$y - \frac{1}{y} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{y} \Rightarrow y^2 = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 16.**  $\frac{2p}{p^2 - 2p + 1} = \frac{1}{4} \Rightarrow p^2 - 2p + 1 = 4 \times 2p = 8p$

दोनों पक्षों में  $p$  से भाग देने पर

$$p - 2 + \frac{1}{p} = 8 \Rightarrow p + \frac{1}{p} = 10$$

**Sol<sup>n</sup> 17.** (संकेत): टाइप-1 (E) देखें

**Sol<sup>n</sup> 18.**  $x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = (5)^2 - 2 = 23$

$$= \frac{x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x + 1}{x^4 + 1}$$

$$= \frac{x^2 \left( x^2 + 3x + 5 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$= \frac{\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5}{x^2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{23 + 3(5) + 5}{23} = \frac{43}{23}$$

**Sol<sup>n</sup> 19.**  $\therefore a + b + c = 0$

$\therefore a + b = -c, b + c = -a, \& c + a = -b$  तब

$$\frac{3(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$$

$$= \frac{3(-c)(-a)(-b)}{abc} = -3$$

**Sol<sup>n</sup> प्र. 20 से प्र. 22** (संकेत): देखें टाइप-3

**Sol<sup>n</sup> प्र. 23 से प्र. 24** (संकेत): देखें टाइप-1(D)

**Sol<sup>n</sup> प्र. 25** (संकेत): देखें टाइप-1(D)

**Sol<sup>n</sup> प्र. 26** (संकेत): देखें टाइप-1(C)

**Sol<sup>n</sup> प्र. 27 से प्र. 28** (संकेत): देखें टाइप-1(E)

**Sol<sup>n</sup> प्र. 29.**  $x = (a+b-c), y = (b+c-a)$  और  $z = (c+a-b)$

यहाँ,  $x + y + z = a + b + c$

यदि  $(x-a) + (y-b) + (z-c) = 0$ , तब

$$(x-a)^3 + (y-b)^3 + (z-c)^3 = 3(x-a)(y-b)(z-c)$$

**Sol<sup>n</sup> 30.**  $a + b + c = 0$

इसका मतलब  $a + b = -c, b + c = -a$  और  $c + a = -b$

$$\text{है, तब } \frac{a+b}{c} - \frac{2b}{c+a} + \frac{b+c}{a} = \frac{-c}{c} - \frac{2b}{-b} + \frac{-a}{a} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 31.**  $a + b + c = 0$

$$= \frac{1}{(a+b)(b+c)} + \frac{1}{(a+c)(b+c)} + \frac{1}{(b+a)(c+a)}$$

$$= \frac{c+a+a+b+b+c}{(a+b)(b+c)(c+a)}$$

$$= \frac{2(a+b+c)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$$

$$= 0$$

या हम  $a=2, b=-1, c=-1$  रख सकते हैं

$$= \frac{1}{(2-1)(-1-1)} + \frac{1}{(2-1)(-1-1)} + \frac{1}{(-1+2)(-1+2)}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 32.**  $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{a^2b - ab^2}$

$$= \frac{a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab)}{ab(a-b)}$$

$$= \frac{4ab}{ab(a-b)} = \frac{4}{a-b}$$

**Sol<sup>n</sup> 33.**  $4x = 8y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{8}{4} = 2$

तो  $\frac{x}{y} - 1 = 2 - 1 = 1$

**Sol<sup>n</sup> 34.**  $x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$$= a^3 - 3a + a^2 - 2$$

$\therefore x + \frac{1}{x} = a$  का घन ब वर्ग करने पर,

हम पाते हैं कि,

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a \quad \text{तथा} \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$$

माना  $a=2$  रखने पर तब  $x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = 1$

अतः  $x^3 + x^2 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

$a=2$  सभी विकल्पों में रखने पर

- (a) 12      (b) 2  
(c) 4        (d) 2

अतः विकल्प (c) सही है।

**Sol<sup>n</sup> प्र. 35 से प्र. 36 (संकेत): देखें टाईप-1(G)**

**Sol<sup>n</sup> 37.**  $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3 = x^3 + y^3 - xy(x+y)$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x+y) - 4xy(x+y)$$

$$= (x+y)^3 - 4xy(x+y) = a^3 - 4ab^2$$

[ $x+y=a, xy=b^2$  रखने पर]

**Sol<sup>n</sup> प्र. 38 से प्र. 39 (तर्क): देखें टाईप-4**

**Sol<sup>n</sup> प्र. 40 से प्र. 41 (तर्क): देखें टाईप-5**

**Sol<sup>n</sup> प्र. 42 से प्र. 47 (तर्क): देखें टाईप-3**

**Sol<sup>n</sup> 48.**

$$\Rightarrow \frac{(a-b)^3 + (b-a)^3 + (c-a)^3}{(a-b)(b-c)(c-a)} = \frac{3(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 3$$

**Sol<sup>n</sup> 49.**  $x^a \cdot x^b \cdot x^c = 1$

$$\Rightarrow x^{a+b+c} = x^0 \Rightarrow a+b+c=0$$

है, तब  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

**Sol<sup>n</sup> 50.**  $x = a(b-c), y = b(c-a) \& z = c(a-b),$

यहाँ,  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$

अतः  $\frac{x^3}{a^3} + \frac{y^3}{b^3} + \frac{z^3}{c^3} = 3 \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{y}{b} \cdot \frac{z}{c} = \frac{3xyz}{abc}$

**Sol<sup>n</sup> 51. प्र. 50 की तरह**

**Sol<sup>n</sup> 52.**  $\frac{1}{abc} [(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3]$

$$= \frac{1}{abc} [(0)^3 - (a^3 + b^3 + c^3)]$$

$$= \frac{1}{abc} (-3abc) = -3$$

( $\because$  यदि  $a+b+c=0 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ )

**Sol<sup>n</sup> 53.**  $\because b-a=1 \Rightarrow b-a-1=0$  है, तब  
 $(b)^3 + (-a)^3 + (-1)^3 - 3.(b)(-a)(-1) = 0$

$$b^3 - a^3 - 1 - 3ab = 0 \text{ या } a^3 - b^3 + 3ab = -1$$

**Sol<sup>n</sup> 54.**  $x + y + z = 10, x^2 + y^2 + z^2 = 30$   
 $\therefore (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$   
 $(10)^2 = 30 + 2(xy + yz + zx)$   
 $\therefore xy + yz + zx = 35$  है, तब  
 $\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$   
 $= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$   
 $= (10)(30 - 35) = -50$

**Sol<sup>n</sup> 55.** (तर्क) : प्र. 54 की तरह

**Sol<sup>n</sup> 56.** 
$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]}{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}(25 + 15 - 10) = 15$$

**Sol<sup>n</sup> 57.** 
$$\frac{(a^3 + b^3 + c^3) - 3abc}{(ab + bc + ca - a^2 - b^2 - c^2)}$$

$$= \frac{(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)}{-(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)}$$

$$= -(a + b + c) = -(-5 - 6 + 10) = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 58.**  $(a + b)(b + c)(c + a) + abc$   
 $\Rightarrow (-c)(-a)(-b) + abc = -abc + abc = 0$   
 $(\therefore a + b + c = 0 \therefore a + b = -c, b + c = -a \text{ और } c + a = -b)$

**Sol<sup>n</sup> 59.** 
$$\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)}$$

$$= \frac{c-a+a-b+b-c}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 60.**  $(a-b)(b-c) + (b-c)(c-a) + (c-a)(a-b)$   
 $= ab - ac - b^2 + bc + bc - ba - c^2 + ac + ca - cb - a^2 + ab$   
 $= -(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$   
 $= 3(ab + bc + ca)$   
 $[\therefore a + b + c = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)]$

**Sol<sup>n</sup> 61.** 
$$\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ab}$$

$$= \frac{a+b+c}{abc} = 0 \quad (\because a + b + c = 0)$$

**Sol<sup>n</sup> 62.**  $a + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -a$   
 (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)  
 $\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = a^2$   
 $\Rightarrow b^2 + c^2 = a^2 - 2bc$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 - bc} = \frac{a^2 + a^2 - 2bc}{a^2 - bc} = \frac{2(a^2 - bc)}{a^2 - bc} = 2$$

**द्वितीय-विधि:**  $a, b, c$  इस प्रकार लेते हैं कि  $a + b + c = 0$   
 $a = 1, b = -1, c = 0$  है, तो

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 - bc} = \frac{1+1+0}{1-0} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 63.**  $a + b + c = 0$  इसलिए  $a = 1, b = -1, c = 0$   
 रखने पर

$$\therefore \frac{a^2 - bc}{b^2 - ca} = \frac{1-0}{1-0} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 64.**  $a + b + c = 0$  इसलिए  $a = 1, b = -1, c = 0$   
 रखने पर

$$\therefore \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} = \frac{(1+1+0)^2}{1+0+0} = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 65.**  $a + b + c = 0$  तब  $a = 1, b = -1, c = 0$  रखने पर

$$\therefore \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a^4 + b^4 + c^4} = \frac{1+0+0}{1+1} = \frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 66.**  $\therefore a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c \Rightarrow (a + b)^2 = (-c)^2$   
 $a^2 + b^2 + 2ab = c^2 \Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = -2ab$

उसी तरह से,  $b^2 + c^2 - a^2 = -2bc$   
 $c^2 + a^2 - b^2 = -2ca$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2}$$

$$= \frac{1}{-2ab} + \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ca} = \frac{-c - b - c}{2abc}$$

$$= -\frac{(a+b+c)}{2abc} = 0$$

द्वितीय विधि:

$a=2, b=-1, c=-1$  रखने पर

$$\frac{1}{4+1-1} + \frac{1}{1+1-4} + \frac{1}{1+4-1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-2} + \frac{1}{4} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 67.**  $\therefore a(a+2) = a+b+c$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+b+c} = \frac{1}{a+2} \quad \dots(i)$$

$$\therefore b(b+2) = a+b+c$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a+b+c} = \frac{1}{b+2} \quad \dots(ii)$$

$$\therefore c(c+2) = a+b+c$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a+b+c} = \frac{1}{c+2} \quad \dots(iii)$$

समीकरण (i), (ii) और (iii) को जोड़ने पर

$$\frac{1}{a+2} + \frac{1}{b+2} + \frac{1}{c+2} = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c} = \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 68.**

$$\begin{aligned} & \frac{(s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2 + s^2}{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \frac{s^2 + a^2 - 2as + s^2 + b^2 - 2sb + s^2 + c^2 - 2sc + s^2}{a^2 + b^2 + c^2} \\ & \quad (\because a+b+c=2s) \\ &= \frac{4s^2 + (a^2 + b^2 + c^2) - 2s(a+b+c)}{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \frac{4s^2 + a^2 + b^2 + c^2 - 2s(2s)}{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \frac{4s^2 + a^2 + b^2 + c^2 - 4s^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 + b^2 + c^2} = 1 \end{aligned}$$

द्वितीय विधि

$\therefore$  उत्तर  $s$  पर निर्भर नहीं है, इसलिए हम  $s=0$  रख सकते हैं, तब

$$\begin{aligned} &= \frac{(s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2 + s^2}{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 + b^2 + c^2} = 1 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 69.**  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = xy$

$$\therefore 2(x^3 + y^3) = 2[(x+y)(x^2 + y^2 - xy)] = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 70.**  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -2 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} = -2$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = -2xy$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2 + 2xy) = 0 \Rightarrow (x+y)^2 = 0$$

अतः  $x = -y$  है, तब

$$x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = (-y)^3 + y^3 + 3xy(-y+y) = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 71.**  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3 \Rightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 = 3^3$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} + 3 \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = 27$$

$$\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} + 3 \cdot 1 \cdot 3 = 27 \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} = 27 - 9 = 18$$

**Sol<sup>n</sup> 72.**  $\frac{11}{x+11} + \frac{23}{y+23} + \frac{239}{z+239} = 2$

प्रत्येक समीकरण में से 1 घटाने पर

$$\frac{11}{x+11} - 1 + \frac{23}{y+23} - 1 + \frac{239}{z+239} - 1 = 2 - 1 - 1 - 1$$

$$\frac{11-x-11}{x+11} + \frac{23-y-23}{y+23} + \frac{239-z-239}{z+239} = -1$$

$$\frac{-x}{x+11} + \frac{-y}{y+23} + \frac{-z}{z+239} = -1$$

$$\frac{x}{x+11} + \frac{y}{y+23} + \frac{z}{z+239} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 73.**  $x^2 + y^2 = 45, y^2 + z^2 = 40$

पहले समीकरण में से दूसरे को घटाने पर

$$(x^2 + y^2) - (y^2 + z^2) = 45 - 40$$

$x^2 - z^2 = 5$  यदि  $x, y, z$  पूर्णांक है, तब  $x = 3$  और  $z = 2$

रखने पर

$$\Rightarrow 3^2 - 2^2 = 5$$

$$x^2 + y^2 = 45 \text{ से}$$

$$3^2 + y^2 = 45 \Rightarrow y^2 = 45 - 9 = 36 \Rightarrow y = 6$$

$$\therefore x + y + z = 3 + 6 + 2 = 11$$

**Sol<sup>n</sup> 74.**  $\frac{x-y}{3} = \frac{x+y}{7} = \frac{xy}{5} = k$

$$x - y = 3k \text{ व } x + y = 7k$$

है, तब

$$x = 5k \text{ व } y = 2k$$

$$xy = 5k$$

$$(5k)(2k) = 5k \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\text{है, तब } xy = \frac{5}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 75.**  $x = 2 - 2^{1/3} + 2^{2/3} \Rightarrow x - 2 = 2^{2/3} - 2^{1/3}$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(x - 2)^3 = (2^{2/3} - 2^{1/3})^3$$

$$x^3 - 8 - 3x \cdot 2(x - 2) = 2^2 - 2^1 - 3 \cdot 2^{2/3} \cdot 2^{1/3} (2^{2/3} - 2^{1/3})$$

$$x^3 - 8 - 6x^2 + 12x = 4 - 2 - 3 \cdot 2 \cdot (x - 2)$$

$$(\because x - 2 = 2^{2/3} - 2^{1/3})$$

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 2 - 6x + 12$$

$$x^3 - 6x^2 + 18x = 14 + 8 = 22$$

दोनों पक्षों में 18 जोड़ने पर

$$x^3 - 6x^2 + 18x + 18 = 22 + 18 = 40$$

**Sol<sup>n</sup> 76.**  $x = b + c - 2a, y = c + a - 2b$  &  $z = a + b - 2c$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - z^2 + 2xy = (x + y)^2 - z^2$$

$$\Rightarrow (x + y + z)(x + y - z)$$

$$= (b + c - 2a + c + a - 2b + a + b - 2c)(b + c - 2a$$

$$+ c + a - 2b - a - b + 2c)$$

$$= (0)(4c - 2a - 2b)$$

$$= 0$$

**Sol<sup>n</sup> 77.**  $p + q = \frac{1}{pq}$  (दोनों पक्षों का घन करने पर)

$$(p + q)^3 = \frac{1}{p^3 q^3} \Rightarrow p^3 + q^3 + 3pq(p + q) = \frac{1}{p^3 q^3}$$

$$p^3 + q^3 + 3 = \frac{1}{p^3 q^3} \Rightarrow \frac{1}{p^3 q^3} - p^3 - q^3 = 3$$

$$(\because pq(p + q) = 1)$$

**Sol<sup>n</sup> 78.**  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = a - b\sqrt{6}$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = a - b\sqrt{6}$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} + 6}{18 - 12} = a - b\sqrt{6}$$

$$\frac{12 + 5\sqrt{6}}{6} = a - b\sqrt{6}$$

$$2 + \frac{5}{6}\sqrt{6} = a - b\sqrt{6}$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर,

$$a = 2$$

$$b = -\frac{5}{6}$$

**Sol<sup>n</sup> 79. (संकेत): Q. 78 देखें।**

**Sol<sup>n</sup> 80.**  $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$

$$= \frac{3 + 2 + 2\sqrt{6}}{3 - 2} = 5 + 2\sqrt{6}$$

इसी प्रकार,

$$y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 5 - 2\sqrt{6} \text{ तथा } xy = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy - 2xy = (x + y)^2 - 2xy = (10)^2 - 2 = 98$$

Sol<sup>n</sup> 81.  $a = 3.23, b = 5.95$  और  $c = 2.72$

$$\text{यहाँ } a - b + c = 0$$

$$\text{तो } a^3 - b^3 + c^3 + 3abc \text{ का मान } = 0$$

Sol<sup>n</sup> 82. हम जानते हैं की  $5^2 + 12^2 = 13^2$  ... (i)

$$5^{\sqrt{x}} + 12^{\sqrt{x}} = 13^{\sqrt{x}} \quad \dots \text{(ii)}$$

समीकरण (ii) से समीकरण (i) की तुलना करने पर

$$\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

Sol<sup>n</sup> 83.  $(x^{b+c})^{b-c} \cdot (x^{c+a})^{c-a} \cdot (x^{a+b})^{a-b}$

$$= x^{b^2-c^2} \cdot x^{c^2-a^2} \cdot x^{a^2-b^2}$$

$$= x^{b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2} = x^0 = 1$$

Sol<sup>n</sup> 84.  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$

$$= (x^{a-b})^{a+b} \cdot (x^{b-c})^{b+c} \cdot (x^{c-a})^{c+a}$$

$$= x^{a^2-b^2} \cdot x^{b^2-c^2} \cdot x^{c^2-a^2} = 1$$

द्वितीय विधि : ( $\because$  उत्तर  $a, b, c$  पर निर्भर नहीं है अतः हम

$a, b$  व  $c$  को शून्य के बराबर रख सकते हैं)

$$\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = 1$$

Sol<sup>n</sup> 85.

$$\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \frac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{a-c}}$$

$$= \frac{1}{x^{-a}(x^a+x^b+x^c)} + \frac{1}{x^{-b}(x^a+x^b+x^c)} + \frac{1}{x^{-c}(x^a+x^b+x^c)}$$

$$= \frac{x^a}{(x^a+x^b+x^c)} + \frac{x^b}{(x^a+x^b+x^c)} + \frac{x^c}{(x^a+x^b+x^c)}$$

$$= \frac{x^a+x^b+x^c}{(x^a+x^b+x^c)} = 1$$

द्वितीय विधि:

( $a=0, b=0, c=0$  और  $a=b=c$  का मान रखने पर)

$$= \frac{1}{(1+x^0+x^0)} + \frac{1}{(1+x^0+x^0)} + \frac{1}{(1+x^0+x^0)}$$

$$= \frac{1}{1+1+1} + \frac{1}{1+1+1} + \frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

Sol<sup>n</sup> 86.  $\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c-a} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a-b} \cdot \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b-c}$

$$= (x^{b-c})^{(b+c)-a} \cdot (x^{c-a})^{(c+a)-b} \cdot (x^{a-b})^{(a+b)-c}$$

$$= (x)^{(b^2-c^2)-ab+ac} \cdot (x)^{c^2-a^2-bc+ba} \cdot (x)^{a^2-b^2-ac+bc}$$

$$= (x)^{b^2-c^2-ab+ac+c^2-a^2-bc+ba+a^2-b^2-ac+bc}$$

$$= x^0 = 1$$

Sol<sup>n</sup> 87.  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$

$$= (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \cdot (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \cdot (x^{c-a})^{\frac{1}{ca}}$$

$$= (x)^{\frac{a-b}{ab}} \cdot (x)^{\frac{b-c}{bc}} \cdot (x)^{\frac{c-a}{ca}}$$

$$= \frac{1}{x^{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}}} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{c}-\frac{1}{b}}} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{a}-\frac{1}{c}}} = x^0 = 1$$

Sol<sup>n</sup> 88.  $a = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}, b = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} \Rightarrow ab = 1$

$$\text{और } a + b = \frac{(\sqrt{5}+1)^2 + (\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

$$= \frac{5+1+2\sqrt{5}+5+1-2\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2 - (1)^2} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\therefore \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{a^2+2ab+b^2-ab}{a^2+2ab+b^2-3ab}$$

$$= \frac{(a+b)^2 - ab}{(a+b)^2 - 3ab}$$

$$= \frac{3^2 - 1}{3^2 - 3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 89.**  $a = 1$  रखने पर, तब

$$\begin{aligned} x &= 2, y = 0 \\ x^4 + y^4 - 2x^2y^2 &= (2)^4 + (0)^4 - 2(2)^2(0)^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 90.**  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 21$

$$a^2 + b^2 = 7 - ab$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 49 + a^2b^2 - 14ab$$

$$a^4 + b^4 + a^2b^2 = 49 - 14ab$$

$$21 = 49 - 14ab$$

$$14ab = 28$$

$$ab = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 91.**  $a = b = c = 0$  का मान रखने पर—

$$= \frac{1}{x^0 + \frac{1}{x^0} + 1} + \frac{1}{x^0 + \frac{1}{x^0} + 1} + \frac{1}{x^0 + \frac{1}{x^0} + 1}$$

$$= \frac{1}{1+1+1} + \frac{1}{1+1+1} + \frac{1}{1+1+1}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 92.**  $\frac{7x-3}{x} + \frac{7y-3}{y} + \frac{7z-3}{z} = 0$

भाग देने पर—

$$\Rightarrow 7 - \frac{3}{x} + 7 - \frac{3}{y} + 7 - \frac{3}{z} = 0$$

$$\Rightarrow 21 = 3 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 7$$

**Sol<sup>n</sup> 93.**  $2^x = 4^y = 8^z$

$$\Rightarrow 2^x = 2^{2y} = 2^{3z}$$

$$\Rightarrow x = 2y = 3z$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2x} + \frac{1}{4\left(\frac{x}{2}\right)} + \frac{1}{4\left(\frac{x}{3}\right)} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} + \frac{3}{4x} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2+2+3}{4x} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4x} = 4 \Rightarrow x = \frac{7}{16}$$

**Sol<sup>n</sup> 94.** (संकेत): टाइप -7 देखें

**Sol<sup>n</sup> 95.**  $\sqrt{\frac{x-a}{x-b}} + \frac{a}{x} = \sqrt{\frac{x-b}{x-a}} + \frac{b}{x}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x-b}} - \frac{\sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a}} = \frac{b}{x} - \frac{a}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{x-a-x+b}{\sqrt{x-a}\sqrt{x-b}} = \frac{b-a}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{b-a}{\sqrt{(x-a)(x-b)}} = \frac{b-a}{x}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{(x-a)(x-b)} \text{ (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)}$$

$$\Rightarrow x^2 = x^2 - x(a+b) + ab$$

$$\Rightarrow x(a+b) = ab \Rightarrow x = \frac{ab}{a+b}$$

**Sol<sup>n</sup> 96.**  $x^2 - 2xy + y^2 + 4y^2 - 4y + 1 = 0$

$$(x-y)^2 + (2y-1)^2 = 0$$

$$x-y=0 \Rightarrow x=y$$

$$2y-1=0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ और } x = \frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 97.**  $a^x = b, b^y = c, xyz = 1$

$$\therefore c^z = (b^y)^z = (b)^{yz} = (a^x)^{yz} = a^{xyz} = a$$

**Sol<sup>n</sup> 98.** हम जानते हैं कि

$$a^x = b \text{ तो } a = b^{1/x} \quad (\text{e.g. } a^2 = 3 \Rightarrow a = 3^{1/2})$$

$$\therefore (3.7)^x = (0.037)^y = 10000 = 10^4$$

$$\Rightarrow (3.7) = 10^{4/x} \quad \dots(i)$$

$$\Rightarrow (0.037) = 10^{4/y} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) में समीकरण (ii) से भाग करने पर

$$\frac{3.7}{0.037} = \frac{10^{\frac{4}{x}}}{10^{\frac{4}{y}}} \Rightarrow 100 = 10^{\frac{4}{x} - \frac{4}{y}}$$

$$10^2 = 10^{4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)} \quad (\text{घातों की तुलना करने पर})$$

$$4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = 2 \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 99.**  $p^x = r^y = m \Rightarrow r = p^{x/y}$

$$r^w = p^z = n \Rightarrow r = p^{z/w}$$

घात से तुलना करने पर

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{w} \Rightarrow xw = yz$$

**Sol<sup>n</sup> 100.**  $x(y-z)(y+z) + y(z-x)(z+x) + z(x-y)(x+y)$

$$= x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x-y)(x+y)$$

$$= xy^2 - xz^2 + yz^2 - yx^2 + z(x-y)(x+y)$$

$$= xy^2 - yx^2 - xz^2 + yz^2 + z(x-y)(x+y)$$

$$= -xy(x-y) - z^2(x-y) + z(x-y)(x+y)$$

$$= (x-y)[-xy - z^2 + z(x+y)]$$

$$= (x-y)(-xy + zx - z^2 + zy)$$

$$= (x-y)[-x(y-z) + z(y-z)]$$

$$= (x-y)(y-z)(z-x)$$

**द्वितीय विधि :**

( $x=0, y=1, z=2$  प्रश्न और सभी विकल्पों में रखने पर)

$$0+1(2-0)(2+0) + 2(0-1)(0+1) = 4-2=2$$

$$\text{विकल्प (a): } (0+1)(1+2)(2+0) = 6$$

$$\text{विकल्प (b): } (0-1)(0-2)(2-1) = 2$$

$$\text{विकल्प (c): } (0+1)(2-1)(0-2) = -2$$

$$\text{विकल्प (d): } (1-0)(2-1)(0-2) = -2$$

अतः विकल्प (b) सही है।

$$\text{Sol<sup>n</sup> 101. } \frac{1}{a+1} + \frac{2a+1}{a^2-1} = \frac{a-1+2a+1}{a^2-1}$$

$$= \frac{3a}{a^2-1} = \frac{3a}{a\left(a-\frac{1}{a}\right)} = \frac{3}{a-\frac{1}{a}}$$

$$a = \frac{1+x}{2-x} \text{ रखने पर}$$

$$= \frac{3}{\frac{1+x}{2-x} - \frac{2-x}{1+x}} = \frac{3(2-x)(1+x)}{(1+x)^2 - (2-x)^2} = \frac{3(2-x)(1+x)}{6x-3}$$

$$= \frac{(2-x)(1+x)}{2x-1}$$

**द्वितीय विधि**  $x=1$  रखने पर

$$a = \frac{1+1}{2-1} = 2$$

$$\text{तब } \frac{1}{a+1} + \frac{2a+1}{a^2-1} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = 2$$

(सभी विकल्पों में  $x=1$  रखने पर)

$$\text{विकल्प (a)} \Rightarrow \frac{(1+x)(2+x)}{2x-1} = \frac{(1+1)(2+1)}{1} = 6$$

$$\text{विकल्प (b)} \Rightarrow \frac{(1-x)(2-x)}{x+1} = \frac{(1-1)(2-1)}{1+1} = 0$$

$$\text{विकल्प (c)} \Rightarrow \frac{(1+x)(2-x)}{2x-1} = \frac{(1+1)(2-1)}{1} = 2$$

$$\text{विकल्प (d)} \Rightarrow \frac{(1-x)(2-x)}{2x+1} = \frac{(1-1)(2-1)}{2 \times 1 + 1} = 0$$

अतः विकल्प (c) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 102. (संकेत): type - 5 देखें**

**Sol<sup>n</sup> 103.**  $x=(b-c)(a-d), y=(c-a)(b-d), z=(a-b)(c-d)$

$$\therefore x+y+z=0$$

$$\therefore x^3+y^3+z^3=3xyz$$

**Sol<sup>n</sup> 104.**  $x^2+2=2x \Rightarrow x^2=2x-2$

$$\Rightarrow x^4-x^3+x^2+2=(x^2)^2-x(x^2)+(x^2+2)$$

$$= (2x-2)^2-x(2x-2)+2x$$

$$= 4x^2+4-8x-2x^2+2x+2x$$

$$= 2x^2+4-4x$$

$$= 2(x^2+2)-4x=2(2x)-4x$$

$$= 0$$



**Sol<sup>n</sup> 105.**  $2^x = 3^y = 6^{-z} = k$   
 $2 = k^{1/x}, 3 = k^{1/y}$  और  $6 = k^{-1/z}$   
 $\Rightarrow 2 \times 3 = k^{-1/z}$   
 $k^{1/x} \times k^{1/y} = k^{-1/z}$   
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = k^{-1/z}$

घात से तुलना करने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{1}{z}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 106.**  $(x^2 + y^2)(p^2 + q^2) = (xp + yq)^2$   
 $x^2p^2 + y^2p^2 + x^2q^2 + y^2q^2 = x^2p^2 + y^2q^2 + 2xypq$   
 $x^2q^2 + y^2p^2 - 2xypq = 0$   
 $(xq - yp)^2 = 0 \Rightarrow xq = yp$

**Sol<sup>n</sup> 107.**  $x^2 + 8y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz = 0$   
 $x^2 + 4y^2 - 4xy + 4y^2 + 9z^2 - 12yz = 0$   
 $(x - 2y)^2 + (2y - 3z)^2 = 0$

**type-3 देखें**

$$x - 2y = 0 \text{ और } 2y - 3z = 0$$

$$x = 2y = 3z$$

**Sol<sup>n</sup> 108.**  $9(a+b)^2 + 49c^2 - 42(a+b)c$   
 $= [3(a+b) - 7c]^2 = [3(89-69) - 7 \times 8]^2$   
 $= (3 \times 20 - 56)^2 = (60 - 56)^2$   
 $= 16$

**Sol<sup>n</sup> 109.**  $x = \frac{p+q}{p-q}$  और  $y = \frac{p-q}{p+q}$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{(p+q)^2}{(p-q)^2}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा,

$$\Rightarrow \frac{x+y}{x-y} = \frac{(p+q)^2 + (p-q)^2}{(p+q)^2 - (p-q)^2} = \frac{p^2 + q^2}{2pq}$$

$$\Rightarrow \frac{x-y}{x+y} = \frac{2pq}{p^2 + q^2}$$

**Sol<sup>n</sup> 110.** सूत्र द्वारा  $(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$   
 $= (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$   
 $= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$   
 $= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$   
 $= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$   
 $= (2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$   
 $= (2^{16}-1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$   
 $= (2^{32}-1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$   
 $= (2^{64}-1)(2^{64}+1)$   
 $= 2^{128} - 1$

**Sol<sup>n</sup> 111.**  $x + y + z = 0$

$$y = -z - x, z = -x - y, \& x = -y - z,$$

$$(y-z-x)/2]^3 + [(z-x-y)/2]^3 + [(x-y-z)/2]^3$$

$$= [(y+y)/2]^3 + [(z+z)/2]^3 + [(x+x)/2]^3$$

$$= y^3 + z^3 + x^3 = 3xyz \quad (\because x+y+z=0)$$

**Sol<sup>n</sup> 112.**  $ax + by = 6$

$$a^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy = 36 \quad \dots(i)$$

$$bx - ay = 2$$

$$b^2x^2 + a^2y^2 - 2abxy = 4 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) दोनों को जोड़ने पर

$$a^2x^2 + b^2x^2 + b^2y^2 + a^2y^2 = 40$$

$$x^2(a^2 + b^2) + y^2(a^2 + b^2) = 40$$

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = 40$$

$$(a^2 + b^2) = 10 \quad (\because x^2 + y^2 = 4)$$

**Sol<sup>n</sup> 113.**  $a = 3 + 2\sqrt{2}$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$a + \frac{1}{a} = 6 \Rightarrow a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= (6)^3 - 3(6) = 198$$

$$\frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3} = a^3 + a + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^3} = 198 + 6 = 204$$

**Sol<sup>n</sup> 114. Type-3 देखें**

**Sol<sup>n</sup> 115.**  $a^3b = abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5^1 = 1^3 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^1$

$a, b, c$  पूर्णांक है, इसलिए  $a$  का मान 1 होना चाहिए  
 $a^3b = abc \Rightarrow c = a^2 = (1)^2 = 1$

अतः  $b = 180$

**Sol<sup>n</sup> 116.**  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  व  $\frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 117.**  $(a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$   
 $a^6 + b^6 + 3a^2b^2(a^2 + b^2) = a^6 + b^6 + 2a^3b^3$   
 $3a^2b^2(a^2 + b^2) = 2a^3b^3$   
 $3(a^2 + b^2) = 2ab$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 118.**  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$

दोनों पक्षों में 2 से गुणा करने पर

$$\frac{2}{x^2} + \frac{2}{y^2} + \frac{2}{z^2} = \frac{2}{xy} + \frac{2}{yz} + \frac{2}{zx}$$

$$\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{2}{xy}\right) + \left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} - \frac{2}{yz}\right) + \left(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{zx}\right) = 0$$

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right)^2 + \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{x}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{y} \Rightarrow x = y \dots \text{(i)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{z} \Rightarrow y = z \dots \text{(ii)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{x} \Rightarrow z = x \dots \text{(iii)}$$

समीकरण (i), (ii) और (iii) से

$$x = y = z$$

**Sol<sup>n</sup> 119.**  $p - 2q = 4$

$$p - 2q - 4 = 0$$

(यदि  $a + b + c = 0$  तो,  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ )

$$p^3 + (-2q)^3 + (-4)^3 = 3.p(-2q).(-4)$$

$$p^3 - 8q^3 - 64 = 24pq$$

$$p^3 - 8q^3 - 24pq - 64 = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 120.**  $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = a\sqrt[3]{4} + b\sqrt[3]{2} + c$

माना  $t = \sqrt[3]{2} \Rightarrow t^2 = \sqrt[3]{4}$  व  $t^3 = 2$

$$\frac{1}{t^2 + t + 1} = at^2 + bt + c$$

$$\Rightarrow \frac{t-1}{(t-1)(t^2+t+1)} = at^2 + bt + c$$

$$\Rightarrow \frac{t-1}{t^3-1} = at^2 + bt + c \quad (\because t^3-1=2-1=1)$$

$$t-1 = at^2 + bt + c$$

गुणांकों की तुलना करने पर

$$a=0, b=1, c=-1$$

$$a+b+c = 0+1-1=0$$

**Sol<sup>n</sup> 121.**  $a^3 - b^3 - c^3 = 0$  or  $a^3 + (-b^3) + (-c^3) = 0$

तो

$$(a^3)^3 + (-b^3)^3 + (-c^3)^3 - 3.(a^3)(-b^3)(-c^3) = 0$$

$$a^9 - b^9 - c^9 - 3a^3b^3c^3 = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 122.**  $\frac{4x-3}{x} + \frac{4y-3}{y} + \frac{4z-3}{z} = 0$

$$4 - \frac{3}{x} + 4 - \frac{3}{y} + 4 - \frac{3}{z} = 0$$

$$\frac{3}{x} + \frac{3}{y} + \frac{3}{z} = 12 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$$

$$\text{अतः } \frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = 8$$

**Sol<sup>n</sup> 123.**  $(x-3)^2 + (y-5)^2 + (z-4)^2 = 0$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow \frac{x}{3}=1 \quad \dots \text{(i)}$$

$$y-5=0 \Rightarrow y=5 \Rightarrow \frac{y}{5}=1 \quad \dots \text{(ii)}$$

$$z-4=0 \Rightarrow z=4 \Rightarrow \frac{z}{4}=1 \quad \dots \text{(iii)}$$

वर्ग करके तीनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{16} = 3$$

**Sol<sup>n</sup> 124.**  $x-2=\sqrt[3]{5}$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(x-2)^3=(\sqrt[3]{5})^3$$

$$x^3-8-6x(x-2)=5$$

$$x^3-6x^2+12x-13=0$$

**Sol<sup>n</sup> 125.** उदाहरण देखें 74 (Type-1(G))

**Sol<sup>n</sup> 126.**  $\sqrt{x}=\sqrt{3}-\sqrt{5}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x=3+5-2\sqrt{3}\sqrt{5}$$

$$x=8-2\sqrt{15}$$

$$x-8=(-2\sqrt{15})$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2+64-16x=60$$

$$x^2-16x+4=0$$

दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर

$$x^2-16x+6=2$$

**Sol<sup>n</sup> 127.** माना  $x = \sqrt{2^3 4} \sqrt{2^3 4} \sqrt{2^3 4} \dots \dots \dots \infty$

$$x = \sqrt{2^3 4x}$$

(दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

$$x^2 = 2^3 4x$$

(दोनों पक्षों का घन करने पर)

$$x^6 = 2^3 \cdot 4x = 2^5 \cdot x \Rightarrow x^5 = 2^5$$

अतः  $x = 2$

**Sol<sup>n</sup> 128.**  $(a^2-b^2)+(b^2-c^2)+(c^2-a^2)=0$

$$(a^2-b^2)^3+(b^2-c^2)^3+(c^2-a^2)^3=3(a^2-b^2)$$

$$(b^2-c^2)(c^2-a^2)$$

$$=3(a+b)(a-b)(b+c)(b-c)(c+a)(c-a)$$

अतः विकल्प (a) सत्य है।

**Sol<sup>n</sup> 129.**  $a-b=3, a^3-b^3=117$

हम इस प्रकार सोच सकते हैं  $a=5, b=2$

यह मान दोनों समीकरणों को संतुष्ट करते हैं

$$\Rightarrow 5-3=2 \text{ और } (5)^3-(2)^3=125-8=117$$

अतः  $|a+b|=7$

या

$$a^3-b^3=117$$

$$(a-b)(a^2+b^2+ab)=117$$

$$a^2+b^2+ab=39$$

$$(a-b)^2+3ab=39 \Rightarrow (3)^2+3ab=39$$

$$ab=10 \Rightarrow a=5, b=2$$

$$|a+b|=5+2=7$$

**Sol<sup>n</sup> 130.**  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{b+c}{bc} = \frac{a-a-b-c}{a(a+b+c)} = \frac{-b-c}{a(a+b+c)}$$

$$\frac{1}{bc} = \frac{-1}{a(a+b+c)} \Rightarrow a(a+b+c) = -bc$$

$$a^2+ab+ac+bc=0 \Rightarrow a(a+b)+c(a+b)=0$$

$$\Rightarrow (a+b)(c+a)=0$$

अतः  $(a+b)(b+c)(c+a)=0$

**Sol<sup>n</sup> 131. (संकेत): उदा-121 देखें**

**Sol<sup>n</sup> 132. (संकेत): उदा-123 देखें**

**Sol<sup>n</sup> 133.**  $(a+b-2c)+(b+c-2a)+(c+a-2b)=0$

$$(a+b-2c)^3+(b+c-2a)^3+(c+a-2b)^3$$

$$=3(a+b-2c)(b+c-2a)(c+a-2b)$$

**Sol<sup>n</sup> 134.**  $\frac{5x}{2x^2+5x+1} = \frac{1}{3}$

$$15x=2x^2+5x+1$$

$$2x^2-10x+1=0$$

$2x$  से भाग करने पर

$$\Rightarrow x-5+\frac{1}{2x}=0$$

$$\Rightarrow x+\frac{1}{2x}=5$$

**Sol<sup>n</sup> 135.**  $x^3 + \frac{3}{x} = 4(a^3+b^3)$  और  $3x + \frac{1}{x^3} = 4(a^3-b^3)$

दोनों समीकरण को जोड़ने पर

$$x^3 + \frac{3}{x} + 3x + \frac{1}{x^3} = 4(a^3 + b^3) + 4(a^3 - b^3)$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 8a^3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2a$$

दोनों समीकरण को घटाने पर

$$x^3 + \frac{3}{x} - 3x - \frac{1}{x^3} = 4(a^3 + b^3) - 4(a^3 - b^3)$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = 8b^3 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 2b$$

$$4(a^2 - b^2) = (2a)^2 - (2b)^2$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - x^2 - \frac{1}{x^2} + 2 = 4$$

**द्वितीय विधि:**

$4(a^2 - b^2)$  का मान प्रत्येक विकल्प में  $x$  पर निर्भर नहीं है, अतः हम  $x$  का कोई भी मान, मान सकते हैं।

$x = 1$  रखने पर

$$x^3 + \frac{3}{x} = 4(a^3 + b^3) \Rightarrow (a^3 + b^3) = 1 \quad \dots(i)$$

$$3x + \frac{1}{x^3} = 4(a^3 - b^3) \Rightarrow (a^3 - b^3) = 1 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$a = 1 \text{ और } b = 0$$

$$\text{अतः } 4(a^2 - b^2) = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 136.**  $x + y + z = 0$

$$x + y = -z, y + z = -x \text{ \& } z + x = -y$$

$$\frac{(x+y)^3 + (y+z)^3 + (z+x)^3 - 17xyz}{10(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{(-z)^3 + (-x)^3 + (-y)^3 - 17xyz}{10(-z)(-x)(-y)}$$

$$= \frac{-[(x)^3 + (y)^3 + (z)^3 + 17xyz]}{-10(xyz)} = \frac{3xyz + 17xyz}{10xyz}$$

$$= 2$$

**द्वितीय विधि :**

यहाँ हम  $x=1, y=2$  व  $z=-3$  रख सकते हैं  $x+y+z=0$

$$= \frac{(x+y)^3 + (y+z)^3 + (z+x)^3 - 17xyz}{10(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{(1+2)^3 + (2-3)^3 + (-3+1)^3 - 17(1)(2)(-3)}{10(1+2)(2-3)(-3+1)}$$

$$= \frac{120}{60} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 137.**  $x+y+z=1, xy+yz+zx=-1, xyz=-1$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy+yz+zx)$$

$$(1)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(-1)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3, \text{ तब}$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz + (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 3(-1) + (1)(3+1) = -3 + 4 = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 138.**  $a^2 + 4b^2 + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{b^2} = 5$

$$\left(a^2 + \frac{1}{4a^2} - 1\right) + \left(4b^2 + \frac{1}{b^2} - 4\right) = 0$$

$$\left(a - \frac{1}{2a}\right)^2 + \left(2b - \frac{1}{b}\right)^2 = 0$$

(type-3 का अध्ययन करने पर)

अतः

$$a - \frac{1}{2a} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2a} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2}$$

$$2b - \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow 2b = \frac{1}{b} \Rightarrow b^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 139. } \frac{\left(x + \frac{1}{y}\right)^a \left(x - \frac{1}{y}\right)^b}{\left(y + \frac{1}{x}\right)^a \left(y - \frac{1}{x}\right)^b} = \frac{\left(\frac{xy+1}{y}\right)^a \left(\frac{xy-1}{y}\right)^b}{\left(\frac{xy+1}{x}\right)^a \left(\frac{xy-1}{x}\right)^b}$$

$$= \frac{(xy+1)^a (xy-1)^b x^a x^b}{y^a y^b (xy+1)^a (xy-1)^b} = \frac{x^{a+b}}{y^{a+b}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{a+b}$$

**Sol<sup>n</sup> 140.**  $a^b = b^a \Rightarrow b = a^{b/a}$

तब,  $\left(\frac{a}{a^{b/a}}\right)^{a/b} = (a^{1-b/a})^{a/b} = a^{\left(\frac{a}{b}-1\right)}$

**Sol<sup>n</sup> 141.**  $\frac{a^{1/2} + a^{-1/2}}{1-a} + \frac{1-a^{-1/2}}{1+\sqrt{a}}$

$$= \frac{a^{1/2} + a^{-1/2}}{(1-a^{1/2})(1+a^{1/2})} + \frac{1-a^{-1/2}}{1+a^{1/2}}$$

$$= \frac{(a^{1/2} + a^{-1/2}) + (1-a^{-1/2})(1-a^{1/2})}{(1-a^{1/2})(1+a^{1/2})}$$

$$= \frac{a^{1/2} + a^{-1/2} + 1 - a^{1/2} - a^{-1/2} + 1}{(1-a^{1/2})(1+a^{1/2})}$$

$$= \frac{2}{1-a}$$

**Sol<sup>n</sup> 142.**  $x = \frac{2pq}{1+q^2} \Rightarrow \frac{1+q^2}{2q} = \frac{p}{x}$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{p+x}{p-x} = \frac{1+q^2+2q}{1+q^2-2q} = \frac{(1+q)^2}{(1-q)^2}$$

$$\sqrt{\frac{p+x}{p-x}} = \sqrt{\frac{(1+q)^2}{(1-q)^2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{p+x}}{\sqrt{p-x}} = \frac{1+q}{1-q}$$

योगान्तरानुपात नियम पुनः लागू करने पर

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{p+x} + \sqrt{p-x}}{\sqrt{p+x} - \sqrt{p-x}} = \frac{1+q+1-q}{1+q-1+q} = \frac{2}{2q} = \frac{1}{q}$$

**Sol<sup>n</sup> 143.**  $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2}$

$$x-y=4\sqrt{2} \Rightarrow y=(3+2\sqrt{2}-4\sqrt{2})=3-2\sqrt{2}$$

यहाँ,  $x+y=6, xy=9-8=1$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$

$$=(6)^2-2 \times 1=34$$

**Sol<sup>n</sup> 144.**  $a = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^{-3}$  व  $b = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-3}$

यहाँ  $ab = 1$  (type - 8 देखें)

$$(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 145.**  $a=x+y, b=x-y, c=x+2y$

$$\Rightarrow (a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (2y)^2 + (-3y)^2 + (y)^2 \}$$

$$= 7y^2$$

**Sol<sup>n</sup> 146.** उदा. 129 देखें

**Sol<sup>n</sup> 147.**  $\sqrt{28-6\sqrt{3}} = \sqrt{3a+b}$

$$\Rightarrow \sqrt{(3\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3a+b}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{3}-1 = \sqrt{3a+b}$$

गुणांकों की तुलना करने पर

$$a=3, b=-1$$

तब,  $a-b=4$

**Sol<sup>n</sup> 148.**  $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 > 0$

$$a+b-2\sqrt{ab} > 0$$

$$a+b > 2\sqrt{ab}$$

$$\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

**Sol<sup>n</sup> 149.**  $a+b=1, b+c=2, c+a=3$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$$

$$= \frac{1}{2} (2a^2+2b^2+2c^2+2ab+2bc+2ca)$$

$$= \frac{1}{2} [(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2]$$

$$= \frac{1}{2} [(1)^2 + (2)^2 + (3)^2] = 7$$

$$\begin{aligned}\text{Sol}^n 150. & (a+b+2c+3d)(a-b-2c+3d) \\ & = (a-b+2c-3d)(a+b-2c-3d) \\ & \Rightarrow \frac{a+b+2c+3d}{a+b-2c-3d} = \frac{a-b+2c-3d}{a-b-2c+3d}\end{aligned}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\begin{aligned}\Rightarrow & \frac{2(a+b)}{2(2c+3d)} = \frac{2(a-b)}{2(2c-3d)} \\ \Rightarrow & \frac{(a+b)}{(a-b)} = \frac{2c+3d}{2c-3d}\end{aligned}$$

दोबारा योगान्तरानुपात नियम लगाने पर

$$\begin{aligned}\frac{2a}{2b} = \frac{4c}{6d} & \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2c}{3d} \\ \Rightarrow & 2bc = 3ad\end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 151.** उत्तर  $s$  पर निर्भर नहीं है

अतः,  $s = 0$  रखने पर

$$\begin{aligned}(s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2 + s^2 - a^2 - b^2 - c^2 \\ = a^2 + b^2 + c^2 - a^2 - b^2 - c^2 = 0\end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 152.**  $a^{1/m} = b^{1/n} = c^{1/p} = k$  (माना)

$$a = k^m, b = k^n, c = k^p$$

$$abc = k^{m+n+p}$$

$$k^{m+n+p} = 1 = k^0$$

$$\text{अतः } m + n + p = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 153.**  $2s = 9$

$$\begin{aligned}s^2 + (s-1)^2 + (s-3)^2 + (s-5)^2 \\ = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}-1\right)^2 + \left(\frac{9}{2}-3\right)^2 + \left(\frac{9}{2}-5\right)^2 \\ = \frac{81}{4} + \frac{49}{4} + \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = 35\end{aligned}$$

**द्वितीय विधि :**

यहाँ हम  $s = 0$  ( $\because 1+3+5=9$ ) रख सकते हैं।

$$0 + (-1)^2 + (-3)^2 + (-5)^2 = 35$$

**Sol<sup>n</sup> 154.**  $p + q = r$  व  $pqr = 30$

$$\Rightarrow p + q - r = 0$$

तब,

$$p^3 + q^3 - r^3 = 3pq(-r) = -3pqr = -90$$

**Sol<sup>n</sup> 155.**  $x + y = \sqrt{3} \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 3 \dots (1)$

$$x - y = \sqrt{2} \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 2 \dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) को जोड़ने पर

$$2(x^2 + y^2) = 5 \dots (3)$$

समीकरण (1) और (2) घटाने पर

$$4xy = 1 \dots (4)$$

समीकरण (3) और (4) को गुणा करने पर

$$8xy(x^2 + y^2) = 5$$

**Sol<sup>n</sup> 156.**  $2a + 3b = 4$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(2a + 3b)^3 = 4^3$$

$$8a^3 + 27b^3 + 3 \times 2a \times 3b(2a + 3b) = 64$$

$$8a^3 + 27b^3 + 18ab(4) = 64$$

$$8a^3 + 27b^3 + 72ab = 64$$

**Sol<sup>n</sup> 157.**  $x + \frac{2}{x} = 3 \Rightarrow 3 - x = \frac{2}{x}$

$$\frac{x^2 + x + 2}{x^2(3-x)} = \frac{x\left(x + \frac{2}{x}\right) + x}{x^2(3-x)}$$

$$= \frac{3x + x}{x^2(3-x)} = \frac{4x}{x^2\left(\frac{2}{x}\right)} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 158.**  $x = ay$  और  $y = bx$

दोनों समीकरणों की गुणा करने पर

$$xy = abxy \Rightarrow ab = 1$$

तब,

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} = 1 \quad (\text{type - 9 का अध्ययन करें})$$

**Sol<sup>n</sup> 159.**  $a = \frac{4}{3} \Rightarrow 3a = 4 \Rightarrow 3a - 4 = 0$

तब,  $27a^3 - 108a^2 + 144a - 317$   
 $= (3a)^3 - 3 \times 3a \times 4(3a - 4) - 64 - 253$   
 $= (3a - 4)^3 - 253$   
 $= -253$

**Sol<sup>n</sup> 160.**  $a + b = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 25$

$a^2 + b^2 = 13$  तब,  $2ab = 12$   
 $a^2 + b^2 - 2ab = 13 - 2ab = 13 - 12$   
 $(a - b)^2 = 1$   
 $a - b = +1$  ( $a > b$  या  $a - b > 0$ )

**Sol<sup>n</sup> 161.**  $x^2 + x - 6 = 0$  ... (i)

$x^2 + 6x + 9 = 0$  ... (ii)

समी. (ii) में से समी. (i) को घटाने पर

$x^2 + 6x + 9 - x^2 - x - 6 = 0$   
 $5x = -15 \Rightarrow x = -3$

**Sol<sup>n</sup> 162.**  $x + \frac{1}{x} = 3$

$\frac{x^3 + \frac{1}{x}}{x^2 - x + 1} = \frac{x \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right)}{x \left( x - 1 + \frac{1}{x} \right)} = \frac{\left( x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2}{\left( x + \frac{1}{x} \right) - 1}$   
 $= \frac{(3)^2 - 2}{3 - 1} = \frac{7}{2}$

**Sol<sup>n</sup> 163.**  $ax + by = 3, bx - ay = 4$

वर्ग करने के बाद दोनों पक्षों को जोड़ने पर

$(ax + by)^2 + (bx - ay)^2 = 3^2 + 4^2$   
 $a^2x^2 + b^2y^2 + 2axy + b^2x^2 + a^2y^2 - 2bxy = 25$

$x^2(a^2 + b^2) + y^2(a^2 + b^2) = 25$

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = 25$

$(a^2 + b^2) = 25$  ( $\because x^2 + y^2 = 1$ )

**Sol<sup>n</sup> 164.**  $a + b + c = 15, a^2 + b^2 + c^2 = 83$

$\Rightarrow (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$\Rightarrow 225 = 83 + 2(ab + bc + ca)$

$ab + bc + ca = 71$

$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$= 15(83 - 71) = 180$

**Sol<sup>n</sup> 165.**  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a - b}$

$\frac{b - a}{ab} = \frac{1}{a - b} \Rightarrow (b - a)(a - b) = ab$

$-(a^2 + b^2 - 2ab) = ab \Rightarrow a^2 + b^2 - ab = 0$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab) = 0$

**Sol<sup>n</sup> 166.**  $2x = a + \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$  ... (1)

$2y = a - \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$  ... (2)

समी. (1) व समी. (2) जोड़ने पर

$2(x + y) = 2a \Rightarrow x + y = a$

समी. (1) व समी. (2) की गुणा करने पर

$\Rightarrow 4xy = a^2 - \frac{4b^3 - a^3}{3a} = \frac{4a^3 - 4b^3}{3a}$

$\Rightarrow xy = \frac{a^3 - b^3}{3a}$

$\Rightarrow (x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

$\Rightarrow a^3 = x^3 + y^3 + 3 \left[ \frac{a^3 - b^3}{3a} \right] (a)$

$$\Rightarrow a^3 = x^3 + y^3 + a^3 - b^3$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 = b^3$$

**Sol<sup>n</sup> 167.**  $a-b=2, ab=15$

तब,

$$(a+b) = \sqrt{(a-b)^2 + 4ab} = \sqrt{4+4 \times 15} = 8$$

$$\Rightarrow (a^2 - b^2)(a^3 - b^3)$$

$$= (a+b)(a-b)(a-b)(a^2 + b^2 + ab)$$

$$= (a+b)(a-b)^2 \{(a+b)^2 - ab\}$$

$$= 8(2)^2 \{(8)^2 - 15\} = 1568$$

**Sol<sup>n</sup> 168.**  $4x-5z=16$  तथा  $xz=12$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$(4x-5z)^3 = (16)^3$$

$$64x^3 - 125z^3 - 3(4x)(5z)(4x-5z) = 4096$$

$$64x^3 - 125z^3 = 60(12)(16) + 4096 = 15616$$

**Sol<sup>n</sup> 169.**  $x+y+z=15$  और  $xy+yz+zx=75$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy+yz+zx)$$

$$225 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(75)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 225 - 150 = 75$$

यहाँ  $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$

इसका मतलब  $x=y=z$

अतः  $\frac{x+4y+z}{3z} = \frac{x+4x+x}{3x} = 2$

**Sol<sup>n</sup> 170.**  $a^2 + b^2 = 2$  व  $c^2 + d^2 = 1$

$$\Rightarrow (ad - bc)^2 + (ac + bd)^2$$

$$= a^2d^2 + b^2c^2 - 2adbc + a^2c^2 + b^2d^2 + 2acbd$$

$$= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2)$$

$$= (c^2 + d^2)(a^2 + b^2) = 2 \times 1 = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 171.**  $3(a^2 + b^2 + c^2) = (a+b+c)^2$

$$3(a^2 + b^2 + c^2) = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$$

इसका मतलब  $a=b=c$  (type-4 देखें)

**Sol<sup>n</sup> 172.**  $x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 - 2 = 1$

टाइप - 2(F) देखें जब  $x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3}$  तो  $x^6 = -1$

अतः

$$x^{26} + \frac{1}{x^{26}} = x^2 \cdot x^{24} + \frac{1}{x^2 \cdot x^{24}} = x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$(\because x^{24} = (x^6)^4 = (-1)^4 = 1)$$

**Sol<sup>n</sup> 173.**  $\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2}}}}} = 32^a = 2^{5a}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$2\sqrt{4\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2}}}} = 2^{10a}$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$2^2 \cdot 4\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2}}} = 2^{20a} \Rightarrow 2^4 \sqrt{2\sqrt{4\sqrt{2}}} = 2^{20a}$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$2^8 \cdot 2\sqrt{4\sqrt{2}} = 2^{40a} \Rightarrow 2^9 \sqrt{4\sqrt{2}} = 2^{40a}$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$2^{18} \cdot 4\sqrt{2} = 2^{80a} \Rightarrow 2^{20} \sqrt{2} = 2^{80a}$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$2^{40} \cdot 2 = 2^{160a} \Rightarrow 2^{41} = 2^{160a}$$

घातों की तुलना करने पर

$$160a = 41 \text{ तब, } a = \frac{41}{160}$$

**Sol<sup>n</sup> 174.**  $a^2 = 2 \Rightarrow a^2 - 1 = 1 \Rightarrow (a-1)(a+1) = 1$

तब,  $a-1 = \frac{1}{a+1}$  ... (i)

$$a^2 = 2 \Rightarrow a^2 + 1 = 3 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 3 - 2a$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = 3 - 2a \Rightarrow (a-1)(a-1) = 3 - 2a \dots (ii)$$

समी. (i) से  $(a-1)$  का मान, समी. (ii) में रखने पर

$$\Rightarrow (a-1) \cdot \frac{1}{(a+1)} = 3 - 2a$$

$$\Rightarrow (a+1) = \frac{a-1}{3-2a}$$

**Sol<sup>n</sup> 175.**  $(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s = k$  (माना)



$$\frac{k}{p} = a + b + c \quad \dots(i)$$

$$\frac{k}{q} = b + c - a, \quad \dots(ii)$$

$$\frac{k}{r} = c + a - b \quad \dots(iii)$$

$$\frac{k}{s} = a + b - c \quad \dots(iv)$$

समी. (ii), (iii), (iv) को जोड़ने तथा समी. (i) को घटाने पर

$$\Rightarrow k \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} - \frac{1}{p} \right)$$

$$= k(b + c - a + c + a - b + a + b - c - (a + b + c))$$

$$\text{तब, } \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} - \frac{1}{p} = 0$$

$$\text{Sol}^n \text{ 176. } x(x-3) = -1$$

$$x-3 = \frac{-1}{x} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$$

(दोनों पक्षों का घन करने पर)

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} \left( x + \frac{1}{x} \right) = 27$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 3 \times 3 = 18$$

$$x^3 - 18 = -\frac{1}{x^3}$$

$$x^3(x^3 - 18) = -1$$

$$\text{Sol}^n \text{ 177. } x = \frac{p+q+r}{3} \Rightarrow 3x = p+q+r$$

$$(x-p) + (x-q) + (x-r) = 0$$

$$\text{तब, } (x-p)^3 + (x-q)^3 + (x-r)^3 - 3(x-p)(x-q)(x-r) = 0$$

$$\text{Sol}^n \text{ 178. } a^2 + b^2 = 2(a-2b) - 5$$

$$(a^2 - 2a + 1) + (b^2 + 4b + 4) = 0$$

$$(a-1)^2 + (b+2)^2 = 0$$

$$a-1=0 \Rightarrow a=1$$

$$b+2=0 \Rightarrow b=-2$$

$$\text{तब, } a^3 + b^3 + 3ab = 1 - 8 - 3 \times 2 = -13$$

$$\text{Sol}^n \text{ 179. } x + \frac{1}{x} = -1 \Rightarrow x^3 = 1 \quad (\text{टाइप -2(D) देखें})$$

$$y + \frac{1}{y} = 2 \Rightarrow y = 1 \quad (\text{टाइप-2(A) देखें})$$

$$\Rightarrow (x)^{3y} + (y)^{3x} = (x^3)^y + (y)^{3x}$$

$$= (1)^y + (1)^{3x} = 1 + 1 = 2$$

$$\text{Sol}^n \text{ 180. यदि } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \Rightarrow a = b = c$$

जब  $a, b, c$  धनात्मक संख्याएँ हैं (टाइप -5 देखें)

$$\frac{2a+7b+9c}{a+2b+3c} = \frac{2a+7a+9a}{a+2a+3a} = \frac{18a}{6a} = 3$$

$$\text{Sol}^n \text{ 181. } \frac{p}{a} + \frac{q}{b} + \frac{r}{c} = 1 \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर})$$

$$\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2} + 2 \left( \frac{pq}{ab} + \frac{qr}{bc} + \frac{pr}{ac} \right) = 1$$

$$\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2} + 2 \left( \frac{cpq + aqr + bpr}{abc} \right) = 1$$

( $\because abc = 1$ )

$$\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2} = 1 - 2(cpq + aqr + bpr) \dots(i)$$

$$\frac{a}{p} + \frac{b}{q} + \frac{c}{r} = 1 \Rightarrow \frac{aqr + bpr + cpq}{pqr} = 1$$

$$aqr + bpr + cpq = pqr = -1 \quad (\because pqr = -1)$$

इस मान को समी. (i) में रखने पर

$$\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{r^2}{c^2} = 1 - 2(-1) = 3$$

$$\text{Sol}^n \text{ 182. } x = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{4 \times 15}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{20} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{x}{\sqrt{20}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा,

$$\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \quad \dots(1)$$

$$x = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{4 \times 15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{12} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$\frac{x}{\sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \quad \dots(2)$$

समी. (1) व समी. (2) को जोड़ने पर

$$\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} + \frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} = \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}-3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = 2$$

Sol<sup>n</sup> प्र.183 से प्र. 185 तक प्रश्न, 182 की तरह हल होंगे।

$$\text{Sol}^n \text{ 186. } x = \frac{4ab}{a+b} = \frac{2a \times 2b}{a+b}$$

$$\therefore \frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} = \frac{3b+a}{b-a} \quad \dots(1)$$

$$x = \frac{4ab}{a+b} = \frac{2a \times 2b}{a+b}$$

$$\therefore \frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} = \frac{3a+b}{a-b} \quad \dots(2)$$

समी. (1) और समी. (2) को जोड़ने पर

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$$

$$= \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = 2$$

Sol<sup>n</sup> प्र. 187 से प्र. 189 तक 186 की तरह हल करें।

$$\text{Sol}^n \text{ 190. } (x+y)^2 - z^2 = 4$$

$$\Rightarrow (x+y+z)(x+y-z) = 4 \quad \dots(i)$$

$$(y+z)^2 - x^2 = 9$$

$$\Rightarrow (x+y+z)(y+z-x) = 9 \quad \dots(ii)$$

$$(z+x)^2 - y^2 = 36$$

$$\Rightarrow (x+y+z)(z+x-y) = 36 \quad \dots(iii)$$

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$(x+y+z)(x+y-z+y+z-x+z+x-y) = 49$$

$$(x+y+z)^2 = 49 \Rightarrow (x+y+z) = \pm 7$$

$$\text{Sol}^n \text{ 191. } x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$2x = \sqrt{5}+1 \Rightarrow 2x-1 = \sqrt{5}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$4x^2+1-4x=5 \Rightarrow 4x^2-4x-4=0$$

$$\Rightarrow x^2-x-1=0$$

$$\Rightarrow 5x^2-5x-1=4$$

$$\text{Sol}^n \text{ 192. } x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+x} = \sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$\text{इसी प्रकार } \sqrt{1-x} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x}}{1+\sqrt{1+x}} + \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}} = \frac{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}+1}{2}} + \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}{1-\frac{\sqrt{3}-1}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{3+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-1}{3-\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}+3-3-\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3+3-\sqrt{3}}{(3)^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Sol<sup>n</sup> 193. प्र.192 की तरह

Sol<sup>n</sup> 194. (टाइप-7) का उदा. 110 देखें

Sol<sup>n</sup> 195.  $a + b + c = 0$

दोनों तरफ 'a' से गुणा करने पर

$$a^2 + ab + ac = 0$$

$$\text{तब } a^2 = -ab - ac$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2a^2 + bc} = \frac{a^2}{a^2 + a^2 + bc} = \frac{a^2}{a^2 - ab - ac + bc}$$

$$= \frac{a^2}{a(a-b) - c(a-b)} = \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} \text{ उसी तरह}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{b^2}{2b^2 + ac} + \frac{c^2}{2c^2 + ab}$$

$$= \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{-a^2}{(a-b)(c-a)} - \frac{b^2}{(a-b)(b-c)} - \frac{c^2}{(c-a)(b-c)}$$

$$= \frac{-a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{-a^2(b-c) - b^2c + b^2a - c^2a + c^2b}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{-a^2(b-c) - b^2c + c^2b + b^2a - c^2a}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{-a^2(b-c) - bc(b-c) + a(b^2 - c^2)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{(b-c)(-a^2 - bc + a(b+c))}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{-a^2 - bc + ab + ac}{(a-b)(c-a)}$$

$$= \frac{-a(a-b) + c(a-b)}{(a-b)(c-a)}$$

$$= \frac{(a-b)(c-a)}{(a-b)(c-a)} = 1$$

द्वितीय विधि:

$a=0, b=-1, c=1$  रखने पर, इस प्रकार  $a+b+c=0$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{b^2}{2b^2 + ac} + \frac{c^2}{2c^2 + ab}$$

$$= \frac{0}{0-1} + \frac{1}{2+0} + \frac{1}{2+0}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Sol<sup>n</sup> 196.  $x+y+z=13, x^2+y^2+z^2=91$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 13^2 = 169$$

$$91 + 2(r + r^2 + r^3) = 169$$

$$2(r + r^2 + r^3) = 169 - 91 = 78$$

$$(r + r^2 + r^3) = 39 = 3 + 9 + 27$$

तब  $r=3$

$$\therefore xy = r \dots (i) \text{ और } xz = r^2 \dots (ii)$$

समीकरण (ii) को समीकरण (i) द्वारा विभाजित करने पर

$$\frac{xz}{xy} = \frac{r^2}{r} = r \Rightarrow \frac{z}{y} = r = 3$$

**Sol<sup>n</sup> 197.**  $xy + yz + zx = xyz$

$$= \frac{x+y}{xyz-xy} + \frac{y+z}{xyz-yz} + \frac{z+x}{xyz-zx}$$

$$= \frac{x+y}{yz+zx} + \frac{y+z}{xy+zx} + \frac{z+x}{xy+yz}$$

$$= \frac{x+y}{z(y+x)} + \frac{y+z}{x(y+z)} + \frac{z+x}{y(z+x)}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{yz+zx+xy}{xyz}$$

$$= \frac{xyz}{xyz} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 198.**  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$

$$\Rightarrow 4 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(-1)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 2 = 6$$

अब,

$$\Rightarrow (a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca)$$

$$= 2(6-1) = 10$$

**Sol<sup>n</sup> 199.**  $\frac{b}{y} = 1 - \frac{z}{c} = \frac{c-z}{c}$

$$\frac{y}{b} = \frac{c}{c-z} \quad \dots (i)$$

$$\frac{c}{z} + \frac{x}{a} = 1 \Rightarrow \frac{x}{a} = 1 - \frac{c}{z}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{z-c}{z} \Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{z}{z-c} \quad \dots (ii)$$

समी. (i) व समी. (ii) को जोड़ने पर

$$\frac{a}{x} + \frac{y}{b} = \frac{z}{z-c} + \frac{c}{c-z}$$

$$= \frac{z}{z-c} - \frac{c}{z-c} = \frac{z-c}{z-c} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 200.**  $x + \frac{2}{y} = 1 \Rightarrow x = 1 - \frac{2}{y} = \frac{y-2}{y}$

$$\frac{1}{x} = \frac{y}{y-2}$$

$$\frac{1}{2x} = \frac{y}{2(y-2)} \quad \dots (i)$$

$$y + \frac{1}{z} = 2 \Rightarrow \frac{1}{z} = 2 - y$$

$$z = \frac{1}{2-y} \quad \dots (ii)$$

समी. (i) व समी. (ii) से

$$z + \frac{1}{2x} = \frac{1}{2-y} + \frac{y}{2(y-2)}$$

$$= \frac{1}{2-y} - \frac{y}{2(2-y)}$$

$$= \frac{2-y}{2(2-y)} = \frac{1}{2}$$

**द्वितीय विधि:** हम  $x = -1, y = 1, z = 1$  रख सकते हैं, क्योंकि यह मान समीकरणों को संतुष्ट करते हैं,

अब  $z + \frac{1}{2x} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

**हल 201.**  $a^x = m \Rightarrow a = m^{1/x} \quad \dots (i)$

$$a^y = n \Rightarrow a = n^{1/y} \quad \dots (ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) की गुणा करने पर

$$a^2 = m^{1/x} \cdot n^{1/y} \quad \dots (iii)$$

$$a^2 = (m^y \cdot n^x)^z \quad \dots (iv)$$

समी. (iii) व समी. (iv) से

$$m^{1/x} \cdot n^{1/y} = m^{yz} \cdot n^{xz}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = yz \Rightarrow xyz = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 202.**  $\left(\frac{1}{2}\right)^k = \sqrt{3} \Rightarrow 2^{-k} = 3^{1/2} \dots(i)$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^m = \sqrt{2} \Rightarrow 3^{-m} = 2^{1/2} \dots(ii)$$

समी. (i) व समी. (ii) की गुणा करने पर

$$2^{-k} \cdot 3^{-m} = 3^{1/2} \cdot 2^{1/2}$$

घातों की तुलना करने पर

$$m = k = -\frac{1}{2}, \text{ तब } \frac{mk}{2} = \frac{1}{8}$$

**Sol<sup>n</sup> 203.**

$$\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{b-a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$= (a-b) \left( \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \right)$$

$$= (a-b) \left( \frac{2\sqrt{b}}{a-b} \right)$$

$$= 2\sqrt{b} = 2\sqrt{36}$$

$$= 12$$

**Sol<sup>n</sup> 204.**  $[\sqrt{3}-(x-5)][\sqrt{3}+(x-5)]$

$$= (\sqrt{3})^2 - (x-5)^2$$

$$= 3 - (x-5)^2$$

$\therefore$  अधिकतम मान = 3

**Sol<sup>n</sup> 205.** टाइप-9 देखें

$$\text{यदि } xy = \left( \frac{\sqrt{93} + \sqrt{19}}{\sqrt{97} - \sqrt{23}} \right) \left( \frac{\sqrt{93} - \sqrt{19}}{\sqrt{97} + \sqrt{23}} \right)$$

$$xy = \frac{93-19}{97-23} = \frac{74}{74} = 1$$

तब,  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 1$

**Sol<sup>n</sup> 206.**  $x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} \Rightarrow (x-1) = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(x-1)^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2 + 3 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$x^2 - 2x - 4 = 2\sqrt{6} \dots(i)$$

पुनः वर्ग करने पर

$$(x^2 - 2x - 4)^2 = (2\sqrt{6})^2$$

$$x^4 + 4x^2 + 16 - 4x^3 + 16x - 8x^2 = 24$$

$$x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 16x - 8 = 0$$

दोनों पक्षों में 2 से गुणा करने पर

$$2x^4 - 8x^3 - 8x^2 + 32x - 16 = 0$$

$$2x^4 - 8x^3 - 5x^2 - 3x^2 + 26x + 6x - 28 + 12 = 0$$

$$2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 26x - 28 = 3x^2 - 6x - 12$$

$$= 3(x^2 - 2x - 4) = 3(2\sqrt{6}) = 6\sqrt{6} \quad \text{समी. (i) से}$$

**Sol<sup>n</sup> 207.**  $\frac{5}{3^{\frac{2}{3}} - 6^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}} = \frac{5}{3^{\frac{2}{3}} - 6^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}} \times \frac{3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}}$

$$= \frac{5 \left( \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} \right)}{\left( \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} \right) \left( (3^{\frac{1}{3}})^2 - (3^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}) + (2^{\frac{1}{3}})^2 \right)}$$

$$(\because a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2))$$

$$= \frac{5 \left( 3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}} \right)}{\left( 3^{\frac{1}{3}} \right)^3 + \left( 2^{\frac{1}{3}} \right)^3} = \frac{5 \left( 3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}} \right)}{3+2} = 3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow a\sqrt[3]{3} + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$$

अब गुणांको की तुलना करने पर

$$a=1, b=1, c=0$$

$$\Rightarrow a+b+c=1+1+0=2$$

$$\text{Sol}^n \text{ 208. } \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a-b} - \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{a+b} = 4,$$

$$\frac{(a+b)(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - (\sqrt{b} - \sqrt{a})(a-b)}{(a-b)(a+b)} = 4$$

$$\frac{a\sqrt{a} + a\sqrt{b} + b\sqrt{a} + b\sqrt{b} - a\sqrt{b} + a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{(a-b)(a+b)} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2(a\sqrt{a} + b\sqrt{b})}{a^2 - b^2} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{a^{3/2} + b^{3/2}}{a^2 - b^2} = 2 = \frac{a^x + b^x}{a^2 - b^2}$$

$$x=3/2 \quad (\text{घातों की तुलना करने पर})$$

$$\text{Sol}^n \text{ 209. } \frac{76}{4 + \sqrt{7} + \sqrt{11}} = \frac{76(4 + \sqrt{7} - \sqrt{11})}{(4 + \sqrt{7} + \sqrt{11})(4 + \sqrt{7} - \sqrt{11})}$$

$$= \frac{76(4 + \sqrt{7} - \sqrt{11})}{(4 + \sqrt{7})^2 - (\sqrt{11})^2} = \frac{76(4 + \sqrt{7} - \sqrt{11})}{8\sqrt{7} + 12}$$

$$= \frac{19(4 + \sqrt{7} - \sqrt{11})}{2\sqrt{7} + 3}$$

(पुनः परिमेयकरण करने पर)

$$= \frac{19(4 + \sqrt{7} - \sqrt{11})}{(2\sqrt{7})^2 - (3)^2} \times (2\sqrt{7} - 3)$$

$$= \frac{19(2 + 5\sqrt{7} + 3\sqrt{11} - 2\sqrt{77})}{28 - 9}$$

$$= 2 + 5\sqrt{7} + 3\sqrt{11} - 2\sqrt{77}$$

$$= p + q\sqrt{7} + r\sqrt{11} + s\sqrt{77}$$

$$\therefore p=2, q=5, r=3, s=-2$$

$$\therefore p+q+r+s=8$$

$$\text{Sol}^n \text{ 210. } x = 4 + \sqrt{11} + \sqrt{7}$$

$$x - 4 = \sqrt{11} + \sqrt{7}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(x-4)^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{7})^2$$

$$x^2 + 16 - 8x = 11 + 7 + 2\sqrt{77}$$

$$x^2 - 8x - 2 = 2\sqrt{77}$$

पुनः वर्ग करने पर

$$x^4 - 16x^3 + 60x^2 + 32x + 4 = 308$$

$$\therefore x^4 - 16x^3 + 60x^2 + 32x = 304$$

$$\text{Sol}^n \text{ 211. } 5^a + 2^{b+1} = 189 \Rightarrow 5^a + 2.2^b = 189$$

$$\Rightarrow 5^{a+1} + 2^{b-2} = 633 \Rightarrow 5.5^a + \frac{2^b}{2^2} = 633$$

$$\text{माना } 5^a = x, \quad 2^b = y$$

$$\text{तब, } x + 2y = 189 \quad \dots (i)$$

$$5x + \frac{y}{4} = 633 \quad \dots (ii)$$

दोनों समीकरणों को हल करने के बाद

$$x = 125, \quad y = 32$$

$$5^a = 125 = 5^3 \Rightarrow a = 3$$

$$2^b = 32 = 2^5 \Rightarrow b = 5$$

$$\text{अतः } a + b = 3 + 5 = 8$$

द्वितीय विधि:  $a$  व  $b$  पूर्णांक है,  $2^{b+1}$ , 2 की घात होनी चाहिए।

$$5^a + 2^{b+1} = 189 \quad \dots (i)$$

यदि  $a=0$  या 1 या 2, तब  $2^{b+1}$ , 2 की घात नहीं है।

लेकिन यदि  $a=3$ ,  $2^{b+1}$ , 2 की घात है।

$$5^3 + 2^{b+1} = 189 \Rightarrow 2^{b+1} = 64 \quad \dots (ii)$$

घात से तुलना करने पर

$$b+1=6 \Rightarrow b=5$$

$a=3$  और  $b=5$  समीकरण (i) और (ii) दोनो को संतुष्ट करता है।

$$\text{अतः } a=3, b=5 \Rightarrow a+b=8$$

**Sol<sup>n</sup> 212.** विकल्प  $x=(a+b+c)^2$  से

$$\frac{(2a+b+c)(b+c)}{(b+c)} + \frac{(a+2b+c)(a+c)}{(c+a)} + \frac{(a+b+2c)(a+b)}{(a+b)} = 4(a+b+c)$$

$$(2a+b+c)+(a+2b+c)+(a+b+2c)=4(a+b+c)$$

$$4(a+b+c)=4(a+b+c)$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

$$\text{अतः } x=(a+b+c)^2$$

द्वितीय विधि :

$$\text{माना } a=b=c=1$$

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} = 4 \times 3$$

$$3x-3=4 \times 3 \times 2$$

$$x=9$$

सभी विकल्पों में  $a, b$  और  $c$  का मान रखने पर

$$(i) (1+1+1)^2=9$$

$$(ii) (1+1+1)=3$$

$$(iii) (1+1+1)=3$$

$$(iv) 1+1+1-1-1-1=0$$

अतः विकल्प (a) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 213.** यहाँ, उत्तर  $a, b, c$  पर निर्भर नहीं है, तो हम

$a, b$  व  $c$  का कोई भी मान रख सकते हैं, अतः हम

$$a=b=c=0 \text{ रख सकते हैं,}$$

$$= \frac{1}{1+p^0+p^0} + \frac{1}{1+p^0+p^0} + \frac{1}{1+p^0+p^0}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n \text{ 214. } & P + \sqrt{P^2 + \sqrt{P^4 + \sqrt{P^8 + \sqrt{P^{16} + \dots \infty}}} \\ &= P + \sqrt{P^2 + \sqrt{P^4 + \sqrt{P^8 + P^8 \sqrt{1 + \dots \infty}}} \\ &= P + \sqrt{P^2 + \sqrt{P^4 + \sqrt{P^8 (1 + \sqrt{1 + \dots \infty})}} \\ &= P + \sqrt{P^2 + \sqrt{P^4 + P^4 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty}}} \\ &= P + \sqrt{P^2 + \sqrt{P^4 (1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty})}} \\ &= P + \sqrt{P^2 + P^2 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty}}} \\ &= P + \sqrt{P^2 (1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty})}} \\ &= P + P \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty}}}} \\ &= P \left( 1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty}}}} \right) \\ &\Rightarrow 1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty}}}} = x \text{ (माना)} \end{aligned}$$

$$1 + \sqrt{x} = x \quad \Rightarrow \sqrt{x} = x - 1$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\Rightarrow x = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\text{तब, } x = \frac{+3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

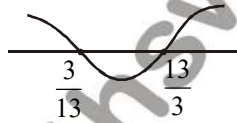
लेकिन,  $1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty}}$  धनात्मक होगा

और  $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$  के बराबर होगा, इसलिए

$$\Rightarrow P\left(1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots\infty}}\right) = P\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$$

**Sol<sup>n</sup> 215.**  $x = \sqrt[4]{4\sqrt[4]{4\sqrt[4]{4\dots\infty}}}$   
 $\Rightarrow x = \sqrt[4]{4x} \Rightarrow x^4 = 4x \Rightarrow x^3 = 4 = 2^2$   
 तब,  $x = 2^{2/3} = 32^a$   
 $\Rightarrow 2^{2/3} = (2^5)^a = 2^{5a}$   
 $\Rightarrow 5a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{2}{15}$

**Sol<sup>n</sup> 216.**  $y = \frac{x^2 - 10x + 64}{x^2 + 10x + 64}$   
 $x^2y + 10xy + 64y = x^2 - 10x + 64$   
 $x^2(y-1) + x(10y+10) + 64(y-1) = 0$   
 अतः  $x$  वास्तविक संख्या है, इसलिए  $b^2 - 4ac \geq 0$   
 $(10y+10)^2 - 4 \times (y-1) \times 64(y-1) \geq 0$   
 $[10(y+1)]^2 - [16(y-1)]^2 \geq 0$   
 $[10(y+1)+16(y-1)][10(y+1)-16(y-1)] \geq 0$   
 $(26y-6)(-6y+26) \geq 0$   
 $(26y-6)(6y-26) \leq 0$



समीक्षात्मक बिन्दु  $y = \frac{3}{13}$  or  $\frac{13}{3}$

न्यूनतम मान =  $\frac{3}{13}$  व अधिकतम मान =  $\frac{13}{3}$

**Sol<sup>n</sup> 217.**  $p = \sqrt{5} - 2 \Rightarrow p + 2 = \sqrt{5}$   
 दोनों पक्षों का वर्ग करने पर  
 $(p+2)^2 = (\sqrt{5})^2$   
 $p^2 + 4 + 4p = 5$

$$\Rightarrow p^2 + 4p = 1$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\Rightarrow p^4 + 16p^2 + 8p^3 + 4 = 1 + 4$$

$$\Rightarrow p^4 + 16p^2 + 8p^3 + 4 = 5$$

**Sol<sup>n</sup> 218.**  $x = 2y + 6 \Rightarrow x - 2y = 6 \dots(i)$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$x^3 - 8y^3 - 3x \times 2y(x - 2y) = 6^3$$

$$x^3 - 8y^3 - 6xy \times 6 = 216$$

$$x^3 - 8y^3 - 36xy - 216 = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 219.**  $p = 2 - a \Rightarrow p + a = 2$

दोनों पक्षों घन करने पर

$$a^3 + p^3 + 3ap(a + p) = 8$$

$$a^3 + p^3 + 3ap(2) = 8$$

तब,  $a^3 + 6ap + p^3 - 6 = 2$

**Sol<sup>n</sup> 220.**  $x^4 + y^4 = 17$  और  $x + y = 1$

$x = 2$  और  $y = -1$  रखने पर

$$\therefore x^2y^2 - 2xy = (2)^2(-1)^2 - 2(2)(-1) = 4 + 4 = 8$$

**Sol<sup>n</sup> 221.**  $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = k$

$$a = k(b+c) \dots(i)$$

$$b = k(c+a) \dots(ii)$$

$$c = k(a+b) \dots(iii)$$

समीकरण (i), (ii) और (iii) को जोड़ने पर

$$a + b + c = k(2a + 2b + 2c)$$

$$\Rightarrow (a + b + c) = 2k(a + b + c)$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

समीकरण में (i) से (ii) को घटाने पर

$$a - b = k(b - a)$$

$$\Rightarrow k = -1$$



Sol<sup>n</sup> 222. विधि-1:-

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} &= \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k \text{ (माना)} \\ \Rightarrow x &= ak, y = bk \text{ और } z = ck \\ &= \frac{ax-by}{(a+b)(x-y)} + \frac{by-cz}{(b+c)(y-z)} + \frac{cz-ax}{(c+a)(z-x)} \\ &= \frac{a^2k-b^2k}{(a+b)(ak-bk)} + \frac{b^2k-c^2k}{(b+c)(bk-ck)} + \frac{c^2k-a^2k}{(c+a)(ck-ak)} \\ &= \frac{a^2-b^2}{(a+b)(a-b)} + \frac{b^2-c^2}{(b+c)(b-c)} + \frac{c^2-a^2}{(c+a)(c-a)} \\ &= \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} + \frac{b^2-c^2}{b^2-c^2} + \frac{c^2-a^2}{c^2-a^2} = 1+1+1=3 \end{aligned}$$

विधि-2:-

$$\begin{aligned} \text{हम मान सकते हैं कि } \frac{x}{a} &= \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 1 \\ x &= a, y = b, z = c \\ &= \frac{ax-by}{(a+b)(x-y)} + \frac{by-cz}{(b+c)(y-z)} + \frac{cz-ax}{(c+a)(z-x)} \\ &= \frac{a^2-b^2}{(a+b)(a-b)} + \frac{b^2-c^2}{(b+c)(b-c)} + \frac{c^2-a^2}{(c+a)(c-a)} \\ &= \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} + \frac{b^2-c^2}{b^2-c^2} + \frac{c^2-a^2}{c^2-a^2} = 1+1+1=3 \end{aligned}$$

विधि-3:-

$$\begin{aligned} x &= a = 1, y = b = 2, z = c = 3 \\ &= \frac{1-4}{3(-1)} + \frac{4-9}{5(-1)} + \frac{9-1}{4(2)} \\ &= \frac{-3}{-3} + \frac{-5}{-5} + \frac{8}{8} = 1+1+1=3 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup>223. 
$$\begin{aligned} &\frac{a^3(b+c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3(c+a)}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3(a+b)}{(c-a)(c-b)} \\ &= -\frac{a^3(b+c)}{(a-b)(c-a)} - \frac{b^3(c+a)}{(b-c)(a-b)} - \frac{c^3(a+b)}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a^3(b+c)(b-c) - b^3(c+a)(c-a) - c^3(a+b)(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-a^3(b+c)(b-c) - b^3(c^2-a^2) - c^3(a^2-b^2)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-a^3(b+c)(b-c) - b^3c^2 + b^3a^2 - c^3a^2 + c^3b^2}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-a^3(b+c)(b-c) - b^3c^2 + c^3b^2 + b^3a^2 - c^3a^2}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-a^3(b+c)(b-c) - b^2c^2(b-c) + a^2(b^3-c^3)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-a^3(b+c)(b-c) - b^2c^2(b-c) + a^2(b-c)(b^2+c^2+bc)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(b-c)\{-a^3(b+c) - b^2c^2 + a^2(b^2+c^2+bc)\}}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-a^3b - a^3c - b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2 + a^2bc}{(a-b)(c-a)} \\ &= \frac{-a^3b + a^2bc - b^2c^2 + a^2b^2 - a^3c + a^2c^2}{(a-b)(c-a)} \\ &= \frac{a^2b(c-a) - b^2(c^2-a^2) + a^2c(c-a)}{(a-b)(c-a)} \\ &= \frac{a^2b(c-a) - b^2(c+a)(c-a) + a^2c(c-a)}{(a-b)(c-a)} \\ &= \frac{(c-a)[a^2b - b^2(c+a) + a^2c]}{(a-b)(c-a)} \\ &= \frac{a^2b - b^2a - b^2c + a^2c}{(a-b)} \\ &= \frac{ab(a-b) + c(a-b)(a+b)}{(a-b)} \\ &= \frac{(a-b)(ab+c(a+b))}{(a-b)} \\ &= ab + bc + ca \end{aligned}$$

विधि-2

 $a = 1, b = 2, c = 3$  रखने पर

$$= \frac{a^3(b+c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3(c+a)}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3(a+b)}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{1(5)}{(-1)(-2)} + \frac{8(4)}{(-1)(1)} + \frac{27(3)}{2(1)} = \frac{5}{2} - 32 +$$

$$\frac{81}{2} = 11$$

सभी विकल्पों में  $a = 1, b = 2, c = 3$  का मान रखने पर

(a)  $abc = 6$

(b)  $a + b + c = 6$

(c)  $ab + bc + ca = 2 + 6 + 3 = 11$

(d) 3

अतः विकल्प (c) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 224.**  $a = 1, b = 2, c = 3$  रखने पर

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2 - c^2 - a^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2 - a^2 - b^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{1-4-9}{(-1)(-2)} + \frac{4-9-1}{(-1)(1)} + \frac{9-1-4}{(2)(1)}$$

$$= \frac{-12}{2} + \frac{-6}{-1} + \frac{4}{2} = -6 + 6 + 2 = 2$$

सभी विकल्पों में भी  $a = 1, b = 2, c = 3$  का मान रखने पर

(a)  $abc = 6$

(b)  $a + b + c = 1 + 2 + 3 = 6$

(c) 2

(d) 0

अतः विकल्प (c) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 225.**  $x^2 + y^2 = z + 1$  ... (i)

$y^2 + z^2 = x + 1$  ... (ii)

$z^2 + x^2 = y + 1$  ... (iii)

समीकरण (i) को समीकरण (ii) में से घटाने पर

$z^2 - x^2 = x - z$

$\Rightarrow (z+x)(z-x) + (z-x) = 0$

$\Rightarrow (z-x)(z+x+1) = 0$

यदि  $z-x=0 \Rightarrow z=x$

और  $z+x = -1$

उसी प्रकार,

$x = y = z$

$z + x = -1, x + y = -1$  और  $y + z = -1$

लेकिन  $x = y = z$  समीकरण (i) में

$x^2 + x^2 = x + 1$

$2x^2 - x - 1 = 0$

$2x^2 - 2x + x - 1 = 0$

$2x(x-1) + 1(x-1) = 0$

$(x-1)(2x+1) = 0$

$x = 1, \text{ या } \frac{-1}{2} = y = z$

अतः  $x, y, z$  का मान तीनों समीकरण को संतुष्ट कर रहा है

अतः  $xyz = 1 \times 1 \times 1 = 1$

और  $xyz = \left(\frac{-1}{2}\right) \left(\frac{-1}{2}\right) \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-1}{8}$

**Sol<sup>n</sup> 226.**  $26 - 15\sqrt{3} = \frac{52 - 30\sqrt{3}}{2}$ 

$$= \frac{25 + 27 - 2 \times 5 \times 3\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{(3\sqrt{3} - 5)^2}{2}$$

अब,

$$38 + 5\sqrt{3} = \frac{76 + 2.5\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{75 + 1 + 2 \times 1 \times 5\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{(5\sqrt{3} + 1)^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{26 - 15\sqrt{3}}}{5\sqrt{2} - \sqrt{38 + 5\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{(3\sqrt{3} - 5)^2}{2}}}{5\sqrt{2} - \sqrt{\frac{(5\sqrt{3} + 1)^2}{2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}-5}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3}-5}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - (5\sqrt{3}+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}-5}{10-5\sqrt{3}-1} = \frac{3\sqrt{3}-5}{9-5\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}(3\sqrt{3}-5)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

**Sol<sup>n</sup> 227.** माना  $y = \frac{x+2}{2x^2+3x+6}$

$$y(2x^2+3x+6) = x+2$$

$$x^2(2y) + x(3y-1) + 6y-2 = 0$$

$\therefore x$  वास्तविक है, अतः  $b^2 - 4ac \geq 0$

$$(3y-1)^2 - 4(2y)(6y-2) \geq 0$$

$$9y^2 + 1 - 6y - 8y(6y-2) \geq 0$$

$$9y^2 + 1 - 6y - 48y^2 + 16y \geq 0$$

$$-39y^2 + 10y + 1 \geq 0$$

$$39y^2 - 10y - 1 \leq 0$$

$$39y^2 - 13y + 3y - 1 \leq 0$$

$$13y(3y-1) + 1(3y-1) \leq 0$$

$$(3y-1)(13y+1) \leq 0$$

$$y \in \left(-\frac{1}{13}, \frac{1}{3}\right)$$

न्यूनतम मान =  $-\frac{1}{13}$

अधिकतम मान =  $\frac{1}{3}$

**Sol<sup>n</sup> 228.**  $a = b = c = 1$  का मान रखने पर

$$\frac{(a+b+c)^4 - (b+c)^4 - (c+a)^4 - (a+b)^4 + a^4 + b^4 + c^4}{a+b+c}$$

$$= \frac{(3)^4 - (2)^4 - (2)^4 - (2)^4 + 1+1+1}{1+1+1} = \frac{36}{3} = 12$$

$a = b = c = 1$  का मान सभी विकल्पों में रखने पर

विकल्प:-

- (a)  $3abc = 3$
- (b)  $4abc = 4$
- (c)  $6abc = 6$

(d)  $12abc = 12$

अतः विकल्प (d) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 229.**  $a = 0, b = 2, c = 3$  का मान रखने पर

$$= \frac{a(b-c)^2}{(c-a)(a-b)} + \frac{b(c-a)^2}{(a-b)(b-c)} + \frac{c(a-b)^2}{(b-c)(c-a)}$$

$$= 0 + \frac{2 \cdot (3)^2}{(-2)(-1)} + \frac{3(-2)^2}{(-1)(3)}$$

$$= \frac{18}{2} - \frac{12}{3} = 9 - 4 = 5$$

$a = 0, b = 2, c = 3$  का मान सभी विकल्पों में रखने

पर

विकल्प (a)  $a + b + c = 5$

विकल्प (b) 3

विकल्प (c)  $a^2 + b^2 + c^2 = 13$

विकल्प (d)  $abc = 0$

अतः विकल्प (a) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 230.** सभी विकल्प  $a, b$  व  $c$  पर निर्भर नहीं है।

$a = b = c = 1$  का मान रखने पर

$$= \frac{2a}{a+b} + \frac{2b}{b+c} + \frac{2c}{c+a} + \frac{(b-c)(c-a)(a-b)}{(b+c)(c+a)(a+b)}$$

$$= \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + 0$$

$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

**Sol<sup>n</sup> 231.**  $x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3} \Rightarrow x^6 = -1$

देखें टाईप 2 (F)

$$x^{67} + x^{53} + x^{43} + x^{29} + x^{24} + x^{12} + x^6 + 3$$

$$= x \cdot x^{66} + \frac{x^{54}}{x} + x \cdot x^{42} + \frac{x^{30}}{x} + (x^6)^4 + (x^6)^2 + x^6 + 3$$

$$x^{66} = (x^6)^{11} = -1$$

$$x^{54} = (x^6)^9 = -1$$

$$x^{42} = (x^6)^7 = -1$$

$$\begin{aligned}
 x^{30} &= (x^6)^5 = -1 \\
 &= x \cdot (-1)^{11} + \frac{1}{x}(-1)^9 + x \cdot (-1)^7 + \frac{1}{x}(-1)^5 + (-1)^4 \\
 &+ (-1)^2 + (-1) + 3 \\
 &= -x - \frac{1}{x} - x - \frac{1}{x} + 1 + 1 - 1 + 3 \\
 &= -\left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 \\
 &= \sqrt{3} + \sqrt{3} + 4 \\
 &= 2(2 + \sqrt{3})
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 232.** यदि  $x + \frac{1}{x} = 1$  [ टाईप 2(C) देखें ]

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow x^3 = -1 \\
 &\Rightarrow x^{52} + x^{46} + x^{32} + x^{26} + x^{21} + x^{15} + x^6 + x^3 + 4 \\
 &\Rightarrow x \cdot (x^3)^{17} + x \cdot (x^3)^{15} + \frac{1}{x}(x^3)^{11} + \frac{1}{x}(x^3)^9 + (x^3)^7 \\
 &+ (x^3)^5 + (x^3)^2 + x^3 + 4 \\
 &\Rightarrow x \cdot (-1)^{17} + x \cdot (-1)^{15} + \frac{1}{x}(-1)^{11} + \frac{1}{x}(-1)^9 + (-1)^7 + \\
 &(-1)^5 + (-1)^2 + (-1) + 4 \\
 &= -x - x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x} - 1 - 1 + 1 - 1 + 4 \\
 &= -1 - 1 + 2 = 0
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 233. विधि-1:-**

$$\begin{aligned}
 ab - b + 1 &= 0 \\
 c \text{ से गुणा करने पर} \\
 abc - bc + c &= 0 \Rightarrow abc = bc - c \dots(i) \\
 bc - c + 1 &= 0 \Rightarrow bc - c = -1 \dots(ii) \\
 \text{समी. (1) व (2) से, } abc &= -1 \\
 \text{समी. (2) में } a \text{ से गुणा करने पर} \\
 abc - ac + a &= 0 \Rightarrow a - ac = -abc \\
 &= -(-1) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

**विधि-2 :-**

$$ab - b + 1 = 0 \Rightarrow b - ab = 1$$

$$bc - c + 1 = 0 \Rightarrow c - bc = 1$$

समरूपता द्वारा

$$a - ac = 1$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 234. } a + b + c = 20 \dots(i)$$

$$\text{और } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 30 \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) का गुणा करने पर

$$(a + b + c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = 20 \times 30$$

$$1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + 1 + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + 1 = 600$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} = 597$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 235. } \frac{b-c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a-b}{c} = 1$$

$$\frac{b-c}{a} + \frac{a-b}{c} = 1 - \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{bc - c^2 + a^2 - ab}{ac} = \frac{b - a - c}{b}$$

$$\frac{b(c-a) - (c+a)(c-a)}{ac} = \frac{b-a-c}{b}$$

$$\frac{(c-a)(b-c-a)}{ac} = \frac{(b-a-c)}{b}$$

$$\frac{c-a}{ac} = \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{c} = \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 236. } \frac{x}{y} = \frac{z}{w} \Rightarrow xw = yz$$

$$= (xy + zw)^2 = x^2y^2 + z^2w^2 + 2xyzw$$

$$\begin{aligned}
 &= x^2 y^2 + xyzw + z^2 w^2 + xyzw \\
 &\quad \{ \because xyzw = (xw)(yz) = y^2 z^2 \} \\
 &\quad \{ xyzw = (xw)(yz) = x^2 w^2 \} \\
 &= x^2 y^2 + y^2 z^2 + z^2 w^2 + x^2 w^2 \\
 &= y^2 (x^2 + z^2) + w^2 (x^2 + z^2) \\
 &= (x^2 + z^2)(y^2 + w^2)
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 237.**  $a = b = c = 1$  का मान रखने पर

$$\text{तब, } x = \frac{a}{b+c} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{b}{a+c} = \frac{1}{2}$$

$$z = \frac{c}{a+b} = \frac{1}{2}$$

$$\text{तब, } xy + yz + zx + 2xyz = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{8} = 1$$

अतः विकल्प (d) सत्य है।

**Sol<sup>n</sup> 238.**  $\sqrt{x+2\sqrt{x+2\sqrt{x+2\sqrt{x+2}}}} = x$

$$\sqrt{x+2x} = x$$

$$\sqrt{3x} = x$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$3x = x^2$$

$$x = 3$$

**Sol<sup>n</sup> 239.**  $\frac{1}{x^2+5x+10}$  का मान अधिकतम होगा जब  $x^2 +$

$5x + 10$  न्यूनतम है, हम  $x^2 + 5x + 10$  का न्यूनतम मान ज्ञात करेंगे।

$$\text{अवकलन} = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 5 = 0$$

$$x = \frac{-5}{2}$$

अतः  $x^2 + 5x + 10$  का न्यूनतम मान

$$= \left(\frac{-5}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{-5}{2}\right) + 10$$

$$= \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + 10 = \frac{15}{4}$$

$$\text{अतः } \frac{1}{x^2+5x+10} \text{ का अधिकतम मान} = \frac{1}{15/4} = \frac{4}{15}$$

**Sol<sup>n</sup> 240.**  $x + y = 1$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 \text{ का मान न्यूनतम होगा जब}$$

$$x = y = \frac{1}{2}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 \text{ का न्यूनतम मान}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + 2\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + 2\right)^2$$

$$= (2.5)^2 + (2.5)^2 = 6.25 + 6.25 = 12.5$$

**Sol<sup>n</sup> 241.**  $p^a = q^b = r^c = k$  (माना)

$$p = k^{1/a}, q = k^{1/b}, r = k^{1/c}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{q}{r} \Rightarrow pr = q^2$$

$$k^{1/a} \cdot k^{1/c} = k^{2/b} \Rightarrow k^{1/a+1/c} = k^{2/b}$$

घातों की तुलना करने पर

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$$

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right) \cdot b = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 242.**  $x^2(x+y+z) = 36$  ... (i)

$$y^2(x+y+z) = 46$$
 ... (ii)

$$z^2(x+y+z) = 63$$
 ... (iii)

$$xy(x+y+z) = 111 \Rightarrow 2xy(x+y+z) = 222$$
 ... (iv)

$$yz(x+y+z) = 99 \Rightarrow 2yz(x+y+z) = 198$$
 ... (v)

$$zx(x+y+z) = 82 \Rightarrow 2zx(x+y+z) = 164$$
 ... (vi)

सभी 6: समीकरणों को जोड़ने पर

$$\Rightarrow (x+y+z)(x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx) = 729$$

$$\Rightarrow (x+y+z)(x+y+z)^2 = 729$$

$$\Rightarrow (x+y+z)^3 = 729$$

$$\Rightarrow x+y+z = 9$$

समीकरण (i) में मान रखने पर

$$9x^2 = 36$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

Sol<sup>n</sup> 243. विधि-1:

$$x = \frac{a-b}{a+b} \text{ और } \frac{1}{x} = \frac{a+b}{a-b}$$

योगान्तरनुपात नियम द्वारा

$$\frac{1+x}{1-x} = \frac{a+b+a-b}{a+b-a+b} = \frac{a}{b}$$

$$\text{उसी प्रकार से, } \frac{1+y}{1-y} = \frac{b}{c} \text{ और } \frac{1+z}{1-z} = \frac{c}{a}$$

$$\text{तब, } \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{1+y}{1-y} \cdot \frac{1+z}{1-z} = \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{a} = 1$$

विधि-2:

$$a = -1, b = 2, c = -3 \text{ का मान रखने पर}$$

$$\text{अतः, } x = -3, y = -5 \text{ और } z = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{1+y}{1-y} \cdot \frac{1+z}{1-z} = \frac{1-3}{1+3} \cdot \frac{1-5}{1+5} \cdot \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\left(-\frac{2}{4}\right) \left(-\frac{4}{6}\right) \left(\frac{3}{1}\right) = 1$$

Sol<sup>n</sup> 244.  $x = 5$  और  $y = z$

न्यूनतम मान

$$x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)$$

$$= \frac{1}{2}[(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2]$$

$y = z$  रखने पर

$$= \frac{1}{2}[(x-z)^2 + (z-x)^2]$$

$$= \frac{1}{2}[2(x-z)^2]$$

$$= (x-z)^2$$

$z = 0$  रखने पर (अधिकतम मान के लिए)

$$= (x-z)^2 = (5-0)^2 = 25$$

Sol<sup>n</sup> 245.  $x + 2y + z = -6 \Rightarrow x + y + (y+z) = -6$

तब,  $x^2 + 2y^2 + z^2 + 2yz$

$$= x^2 + y^2 + (y+z)^2$$

(अधिकतम मान के लिए,  $x = y = y+z = -2$ )

$$= (-2)^2 + (-2)^2 + (-2)^2$$

$$= 12$$

Sol<sup>n</sup> 246.  $a^x = bc$  ... (i)

$$b^y = ac$$
 ... (ii)

$$c^z = ab$$
 ... (iii)

तीनों समीकरण को गुणा करने पर

$$a^x b^y c^z = a^2 b^2 c^2$$

घात से तुलना करने पर

$$x = 2, y = 2, z = 2$$

$$\frac{x}{1+x} + \frac{y}{1+y} + \frac{z}{1+z} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 2$$

Sol<sup>n</sup> 247.  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$

$$\Rightarrow x = ak, y = bk, z = ck$$

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$x + y + z = k(a + b + c)$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = k^2(a + b + c)^2$$

$$2xy + 2yz + 2zx = k^2(a + b + c)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$k = \frac{x}{a} \text{ रखने पर}$$

$$2(xy + yz + zx) = \frac{x^2}{a^2}(a + b + c)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$xy + yz + zx = \frac{x^2(a + b + c)^2 - a^2(x^2 + y^2 + z^2)}{2a^2}$$

**Sol<sup>n</sup> 248.**  $\frac{x}{y} = \frac{z}{w} = k$  (माना)

$x = ky$  और  $z = kw$

$$\Rightarrow \frac{x^m + y^m + z^m + w^m}{x^{-m} + y^{-m} + z^{-m} + w^{-m}}$$

$$= \frac{k^m y^m + y^m + k^m w^m + w^m}{k^{-m} y^{-m} + y^{-m} + k^{-m} w^{-m} + w^{-m}}$$

$$= \frac{y^m(k^m + 1) + w^m(k^m + 1)}{y^{-m}(k^{-m} + 1) + w^{-m}(k^{-m} + 1)}$$

$$= \frac{(k^m + 1)(y^m + w^m)}{(k^{-m} + 1)(y^{-m} + w^{-m})}$$

$$= \frac{(k^m + 1)(y^m + w^m)}{\left(\frac{1}{k^m} + 1\right)\left(\frac{1}{y^m} + \frac{1}{w^m}\right)}$$

$$= \frac{(k^m + 1)(y^m + w^m)}{\frac{(k^m + 1)(y^m + w^m)}{k^m \cdot y^m \cdot w^m}}$$

$$= k^m y^m w^m = (kyw)^m = (k^2 y^2 w^2)^{m/2}$$

$$= (ky \cdot y \cdot w \cdot kw)^{m/2} = (xyzw)^{m/2}$$

**Sol<sup>n</sup> 249.**  $\sqrt{13x^3 - 14x + 29} + \sqrt{13x^3 - 14x - 21} = 10 \dots (i)$

$$\sqrt{13x^3 - 14x + 29} - \sqrt{13x^3 - 14x - 21} = t \dots (ii)$$

समी. (i) व समी. (ii) को गुणा करने पर

$$\Rightarrow \left(\sqrt{13x^3 - 14x + 29}\right)^2 - \left(\sqrt{13x^3 - 14x - 21}\right)^2 = 10t$$

$$\Rightarrow 13x^3 - 14x + 29 - 13x^3 + 14x + 21 = 10t$$

$$\Rightarrow 50 = 10t$$

$$\Rightarrow t = 5$$

**Sol<sup>n</sup> 250. विधि-1**

$$3x^2 = by + cz \dots (i)$$

$$3y^2 = cz + ax \dots (ii)$$

$$3z^2 = ax + by \dots (iii)$$

$ax, bx$  और  $cz$  क्रमशः तीनों समीकरण के दोनों पक्षों में जोड़ने

पर  $ax + 3x^2 = ax + by + cz \Rightarrow x(a + 3x) = k$  (माना)

$$by + 3y^2 = ax + by + cz \Rightarrow y(b + 3y) = k$$
 (माना)

$$cz + 3z^2 = ax + by + cz \Rightarrow z(c + 3z) = k$$
 (माना)

$$\Rightarrow \frac{a}{a + 3x} + \frac{b}{b + 3y} + \frac{c}{c + 3z}$$

$$= \frac{ax}{ax + 3x^2} + \frac{by}{by + 3y^2} + \frac{cz}{cz + 3z^2}$$

$$= \frac{ax}{k} + \frac{by}{k} + \frac{cz}{k} = \frac{ax + by + cz}{k} = \frac{k}{k} = 1$$

**विधि-2**

समीकरण में  $x = y = z = 2$  तथा  $a = b = c = 3$  तीनों समीकरण में रखने पर

$$\Rightarrow \frac{a}{a + 3x} + \frac{b}{b + 3y} + \frac{c}{c + 3z} = \frac{3}{9} + \frac{3}{9} + \frac{3}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 251.**  $x = \left(a + \sqrt{a^2 + b^3}\right)^{1/3} + \left(a - \sqrt{a^2 + b^3}\right)^{1/3}$

हम प्रश्न को दोनों तरफ घन करने हल कर सकते हैं, लेकिन हम देखते हैं विकल्प  $b$  पर निर्भर नहीं है।

अतः हम  $b = 0$  रख सकते हैं,

अब प्रश्न होगा।

$$x = \left(a + \sqrt{a^2}\right)^{1/3} + \left(a - \sqrt{a^2}\right)^{1/3} = (2a)^{1/3},$$

तब,  $x^3 - 2a = ?$

$$x = (2a)^{1/3}$$

$$x^3 = 2a$$

$$x^3 - 2a = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 252.**  $a = \frac{xy}{x+y} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \dots (i)$

$$b = \frac{xz}{x+z} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z} \dots (ii)$$

$$c = \frac{yz}{y+z} \Rightarrow \frac{1}{c} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \dots (iii)$$

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

$$\text{लेकिन } \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{c} \right) = \frac{2}{x} + \frac{2}{c}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{bc+ca-ab}{abc}$$

$$x = \frac{2abc}{bc+ca-ab}$$

$$\text{Sol}^n \text{ 253. } \frac{x-a^2}{b^2+c^2} + \frac{x-b^2}{c^2+a^2} + \frac{x-c^2}{a^2+b^2} = 3$$

$$a = b = c = 1 \text{ रखने पर}$$

$$\text{तब, } \frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} = 3$$

$$\text{अतः } x = 3$$

चारो विकल्पों में  $a = b = c = 1$  का मान रखने पर

- (a)  $a^2 + b^2 = 2$
- (b)  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$
- (c)  $a^2 - b^2 - c^2 = -1$
- (d)  $a^2 + b^2 - c^2 = 1$

अतः विकल्प (b) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 254. संकेत: (उदाहरण-131 देखें)**

$$\text{Sol}^n \text{ 255. } a + b + c + d = 4$$

$$\Rightarrow (a+1) + (b+1) + (c+1) + (d+1) = 8$$

$$\text{जब, } a+1 = b+1 = c+1 = d+1 = 2$$

$$\text{तब, } (a+1)(b+1)(c+1)(d+1) \text{ का अधिकतम मान } 2^4 = 16$$

$$\text{Sol}^n \text{ 256. } x + y + z = 1$$

$$\left( \frac{1}{x} - 1 \right) \left( \frac{1}{y} - 1 \right) \left( \frac{1}{z} - 1 \right) \text{ न्यूनतम होगा जब}$$

$$x = y = z = \frac{1}{3}$$

$$\left( \frac{1}{x} - 1 \right) \left( \frac{1}{y} - 1 \right) \left( \frac{1}{z} - 1 \right) \text{ का न्यूनतम मान}$$

$$= (2)(2)(2) = 8$$

$$\text{Sol}^n \text{ 257. } (a+b+c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$= 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + 1 + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + 1$$

$$= 3 + \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) + \left( \frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) + \left( \frac{c}{a} + \frac{a}{c} \right)$$

$$\text{माना, } \frac{a}{b} = x, \frac{b}{c} = y, \frac{c}{a} = z$$

$$= 3 + \left( x + \frac{1}{x} \right) + \left( y + \frac{1}{y} \right) + \left( z + \frac{1}{z} \right)$$

$$\text{अतः न्यूनतम मान} = 3 + 2 + 2 + 2 = 9$$

( $\because$  न्यूनतम मान  $x + \frac{1}{x} = 2$  यदि  $x$  धनात्मक पूर्णांक है)

**विधि:-2**

हम कह सकते हैं कि

$$(a+b+c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \text{ का मान न्यूनतम होगा जब } a=b=c$$

$$\text{न्यूनतम मान} = (3a) \left( \frac{3}{a} \right) = 9$$

$$\text{Sol}^n \text{ 258. } \frac{(a^2+a+1)(b^2+b+1)(c^2+c+1)}{abc}$$

$$= \frac{(a^2+a+1)}{a} \cdot \frac{(b^2+b+1)}{b} \cdot \frac{(c^2+c+1)}{c}$$

$$= \left( a + \frac{1}{a} + 1 \right) \cdot \left( b + \frac{1}{b} + 1 \right) \cdot \left( c + \frac{1}{c} + 1 \right)$$

$$\text{न्यूनतम मान} = (2+1)(2+1)(2+1) = 27$$



विधि : 2

$a = b = c = 1$  का मान रखने पर

तब, न्यूनतम मान = 27

$$\text{Sol}^n \text{ 259. } x = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{8}{9}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{9-8}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{9}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2\sqrt{2} \cdot 3} \right) = \frac{1}{12\sqrt{2}}$$

$$\frac{18\sqrt{1+x^2}}{x+\sqrt{1+x^2}} = \frac{18\sqrt{1+\frac{1}{288}}}{\frac{1}{12\sqrt{2}} + \sqrt{1+\frac{1}{288}}}$$

$$\frac{18\sqrt{\frac{289}{288}}}{\frac{1}{12\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{289}{288}}} = \frac{18 \times \frac{17}{12\sqrt{2}}}{\frac{1}{12\sqrt{2}} + \frac{17}{12\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{18 \times 17}{18} = 17$$

$$\text{Sol}^n \text{ 260. } \sqrt{10+\sqrt{24}} + \sqrt{40} + \sqrt{60} = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\Rightarrow 10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} = a + b + c + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ca}$$

$$\Rightarrow 10 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = a + b + c + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{c} + 2\sqrt{c} \cdot \sqrt{b}$$

परिमेय तथा अपरिमेय भाग की तुलना करने पर

$$\sqrt{a} = \sqrt{2} \Rightarrow a = 2$$

$$\sqrt{b} = \sqrt{3} \Rightarrow b = 3$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{5} \Rightarrow c = 5$$

$$\therefore a + b + c = 10$$

$$\text{Sol}^n \text{ 261. } x + \frac{1}{x} = 2a \text{ व } y + \frac{1}{y} = 2c$$

दोनों समीकरणों की गुणा करने पर

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right) = 4ac$$

$$xy + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{1}{xy} = 4ac \quad \dots(i)$$

$$x - \frac{1}{x} = 2b \text{ \& } y - \frac{1}{y} = 2d$$

दोनों समीकरणों की गुणा करने पर

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(y - \frac{1}{y}\right) = 4bd$$

$$xy - \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + \frac{1}{xy} = 4bd \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$2xy + \frac{2}{xy} = 4ac + 4bd$$

$$xy + \frac{1}{xy} = 2(ac + bd)$$

$$\text{Sol}^n \text{ 262. } 3s = (a + b + c)$$

$$(s - a) + (s - b) + (s - c) = 0$$

तब,

$$(s - a)^3 + (s - b)^3 + (s - c)^3 - 3(s - a)(s - b)(s - c) = 0 \quad \dots(i)$$

अब समीकरण (i) में  $(s - a)$ ,  $(s - b)$ ,  $(s - c)$  को क्रमशः  $a$ ,

$b$ , व  $c$  से प्रतिस्थापित करने पर

तब, समीकरण (i) से

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

विधि-2

हम  $s = 0$  रख सकते हैं।

इसका मतलब  $a + b + c = 0$

तब  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

$a, b, c$  की जगह  $-a, -b, -c$  रखने पर

$$(-a)^3 + (-b)^3 + (-c)^3 - 3(-a)(-b)(-c) = 0$$

$$\Rightarrow -a^3 - b^3 - c^3 + 3abc = 0$$

$$\Rightarrow -(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 263.**  $a = 1, b = 2, c = 3$  रखने पर

$$\begin{aligned} &\Rightarrow a(b-c)^3 + b(c-a)^3 + c(a-b)^3 \\ &= 1(2-3)^3 + 2(3-1)^3 + 3(1-2)^3 \\ &= -1 + 16 - 3 = 12 \end{aligned}$$

यह मान  $a = 1, b = 2, c = 3$  सभी विकल्पों में रखने पर

विकल्प (a)  $\Rightarrow 3abc = 18$

विकल्प (b)  $\Rightarrow (a-b)(b-c)(c-a) = 2$

विकल्प (c)  $\Rightarrow (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c) = 12$

विकल्प (d)  $\Rightarrow (a+b)(b+c)(c+a)(a+b+c) = 360$

अतः विकल्प (c) सही है

**Sol<sup>n</sup> 264.**  $a = 0, b = 1, c = 2$  रखने पर

$$\begin{aligned} &a^4(b^2 - c^2) + b^4(c^2 - a^2) + c^4(a^2 - b^2) \\ &= 0 + 1(4) + 16(-1) = -12 \end{aligned}$$

यह मान  $a = 0, b = 1, c = 2$  सभी विकल्पों में मान रखने पर

विकल्प (a)  $\Rightarrow 3a^2b^2c^2 = 0$

विकल्प (b)  $\Rightarrow (a^2 - b^2)(b^2 - c^2)(c^2 - a^2) = 12$

विकल्प (c)  $\Rightarrow -(a^2 - b^2)(b^2 - c^2)(c^2 - a^2) = -12$

विकल्प (d)  $\Rightarrow (a^2 + b^2)(b^2 + c^2)(c^2 + a^2) = 20$

अतः विकल्प (c) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 265.**  $a = 1, b = 2, c = 3$  रखने पर

$$\begin{aligned} &a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 + 8abc \\ &= 1(-1)^2 + 2(2)^2 + 3(-1)^2 + 8(1)(2)(3) \\ &= 1 + 8 + 3 + 48 = 60 \end{aligned}$$

यह मान  $a = 1, b = 2, c = 3$  सभी विकल्पों में रखने पर

विकल्प (a)  $\Rightarrow (a+b)(b+c)(c+a) = 60$

विकल्प (b)  $\Rightarrow (a-b)(b-c)(c-a) = 2$

विकल्प (c)  $\Rightarrow 0$

विकल्प (d)  $\Rightarrow abc = 6$

अतः विकल्प (a) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 266.**  $a = 1, b = -2, c = 3$  रखने पर

$$\begin{aligned} &(bc + ca + ab)^3 - b^3c^3 - c^3a^3 - a^3b^3 \\ &= (-6 + 3 - 2)^3 - (-8)(27) - (27)(1) - (1)(-8) \\ &= -125 + 216 - 27 + 8 = 72 \end{aligned}$$

यह मान  $a = 1, b = -2, c = 3$  सभी विकल्पों में रखने पर

विकल्प (a)  $\Rightarrow 3abc(a+b)(b+c)(c+a) = 72$

विकल्प (b)  $\Rightarrow (a+b)(b+c)(c+a) = -4$

विकल्प (c)  $\Rightarrow (a-b)(b-c)(c-a) = -30$

विकल्प (d)  $\Rightarrow 24abc = -144$

अतः विकल्प (a) सही है।

**विधि-2**

$$\because (x+y+z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 + 3(x+y)(y+z)(z+x)$$

$$\therefore (bc + ca + ab)^3 - b^3c^3 - c^3a^3 - a^3b^3$$

$$\Rightarrow b^3c^3 + c^3a^3 + a^3b^3 + 3(bc+ca)(ca+ab)(bc+ab) - b^3c^3 - c^3a^3 - a^3b^3$$

$$\Rightarrow 3(bc+ca)(ca+ab)(bc+ab)$$

$$\Rightarrow 3abc(a+b)(b+c)(c+a)$$

**Sol<sup>n</sup> 267.**  $a = 1, b = -2, c = 3$  रखने पर

$$= (a+b+c)^4 - (b+c)^4 - (c+a)^4 - (a+b)^4 + a^4 + b^4 + c^4$$

$$= (1-2+3)^4 - (-2+3)^4 - (3+1)^4 - (1-2)^4 + (1)^4 + (-2)^4 + (3)^4$$

$$= 16 - 1 - 256 - 1 + 1 + 16 + 81 = -144$$

यह मान  $a = 1, b = -2, c = 3$  सभी विकल्पों में रखने पर

विकल्प (a)  $\Rightarrow 12abc(a+b+c) = -144$

विकल्प (b)  $\Rightarrow abc(a+b+c) = -12$

विकल्प (c)  $\Rightarrow 2$

विकल्प (d)  $\Rightarrow abc = -6$

अतः विकल्प (a) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 268.**  $a = 1, b = 2, c = 3$  रखने पर

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2 - c^2 - a^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2 - a^2 - b^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{1-4-9}{(-1)(-2)} + \frac{4-9-1}{(-1)(+1)} + \frac{9-1-4}{(2)(1)}$$

$$= \frac{-12}{2} + \frac{-6}{-1} + \frac{4}{2}$$

$$= -6 + 6 + 2 = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 269.**  $a + b + c = 0$

$$a = 1, b = -1, c = 0 \text{ रखने पर}$$

$$\Rightarrow \frac{2(a^4 + b^4 + c^4)}{(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)} = \frac{2(1+1+0)}{(1+0+0)} = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 270.**  $x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = (5)^2 - 2 = 23 \dots (i)$

$$x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = (5)^3 - 3 \times 5 = 110 \dots (ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को जोड़ने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + x^3 + \frac{1}{x^3} = 23 + 110$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 133$$

$$8 + x^3 + \frac{1}{x^2} = 133$$

$$x^3 + \frac{1}{x^2} = 133 - 8 = 125$$

**Sol<sup>n</sup> 271.**  $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$

$$b = \frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

यहाँ,  $a+b=4$ ,  $a-b=2\sqrt{3}$  और  $ab=1$

$$7a^2 + 11ab - 7b^2 = 7(a^2 - b^2) + 11ab$$

$$= 7(a+b)(a-b) + 11ab$$

$$= 7(4)(2\sqrt{3}) + 11 = 11 + 56\sqrt{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 272.**  $2x = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$

$$4x^2 = a + \frac{1}{a} + 2$$

$$4x^2 - 4 = a + \frac{1}{a} + 2 - 4$$

$$4(x^2 - 1) = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$$

$$\sqrt{(x^2 - 1)} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$$

$$\frac{\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} = \frac{\frac{1}{2}\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)}{\frac{1}{2}\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)-\frac{1}{2}\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}}{\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}-\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}}}{\frac{\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}}{\frac{2}{\sqrt{a}}}} = \frac{a-1}{2}$$

**विधि-2**  $a=1$  प्रश्न व सभी विकल्पों में रखने पर

$$2x = 1+1 \Rightarrow x = 1$$

तब,  $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} = \frac{0}{1-0} = 0$

विकल्प (a)  $\frac{a-1}{2} = 0$  ( $a=1$  रखने पर)

अतः विकल्प (a) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 273.**  $\frac{x^3+1}{x^2-1} = x + \sqrt{\frac{6}{x}}$

$$\Rightarrow \frac{x^3+1}{x^2-1} - x = \sqrt{\frac{6}{x}}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3+1-x^3+x}{x^2-1} = \sqrt{\frac{6}{x}}$$

$$\Rightarrow \frac{1+x}{(x-1)(x+1)} = \sqrt{\frac{6}{x}}$$

$$\frac{1}{x-1} = \sqrt{\frac{6}{x}}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\frac{1}{x^2+1-2x} = \frac{6}{x}$$

$$6x^2 + 6 - 12x = x$$

$$6x^2 - 13x + 6 = 0$$

$x$  द्वारा भाग देने पर

$$6x - 13 + \frac{6}{x} = 0$$

$$6\left(x + \frac{1}{x}\right) = 13$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{6}$$

$$\text{Sol}^n \text{ 274. } \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{x+y}{\sqrt{xy}} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{xy}} = \frac{10}{3}$$

$$\sqrt{xy} = 3 \Rightarrow xy = 9$$

विकल्प द्वारा हम जाँच कर सकते हैं

$$x = 9, y = 1$$

या,

$$x + y = 10$$

$$x - y = \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$\text{अतः } x = 9, y = 1$$

$$\text{Sol}^n \text{ 275. } x = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{x + \sqrt{3}}{x - \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{-\sqrt{3}} \quad \dots(i)$$

$$\text{यदि, } \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{x + \sqrt{2}}{x - \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{-\sqrt{2}} \quad \dots(ii)$$

समी. (i) में से समी. (ii) को घटाने पर

$$\frac{x + \sqrt{3}}{x - \sqrt{3}} - \frac{x + \sqrt{2}}{x - \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{-\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-4 - \sqrt{6} + 6 + \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Sol}^n \text{ 276. } (x+1)(x+2) + \frac{1}{x(x-1)} = 0$$

$$(x^2+x)(x+2)(x-1)+1=0$$

$$(x^2+x)(x^2+x-2)+1=0$$

माना  $t' = (x^2+x)$  तब,

$$(t)(t-2)+1=0 \Rightarrow t^2-2t+1=0$$

$$(t-1)^2=0 \Rightarrow t=1$$

$$\text{अतः } x^2+x=1$$

$$\text{Sol}^n \text{ 277. } x^2 + xy + y^2 = 84$$

$$(x^2+x)(x+2)(x-1)+1=0 \quad \dots(i)$$

$$x - \sqrt{xy} + y = 6 \quad \dots(ii)$$

$$\Rightarrow x + y = 6 + \sqrt{xy}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2 + y^2 + 2xy = 36 + xy + 12\sqrt{xy}$$

$$x^2 + y^2 + xy = 36 + 12\sqrt{xy}$$

$$84 = 36 + 12\sqrt{xy}$$

$$12\sqrt{xy} = 84 - 36 = 48$$

$$\sqrt{xy} = 4 \quad \Rightarrow \quad xy = 16$$

$\sqrt{xy} = 4$  का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$x - 4 + y = 6$$

$$x + y = 10 \quad \dots(\text{iii})$$

$$\text{अतः } (x - y) = \sqrt{(x + y)^2 - 4xy} = \sqrt{100 - 64} = 6 \quad \dots(\text{iv})$$

समीकरण (iii) और (iv) को हल करने पर

$$x = 8, \quad y = 2$$

$$x^3 + y^3 = 512 + 8 = 520$$

$$\text{Sol}^n \text{ 278. } x^2 - xy + y^2 = 19 \quad \dots(\text{i})$$

$$x^4 + x^2y^2 + y^4 = 931 \quad \dots(\text{ii})$$

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = 931$$

$$(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 = 931$$

$$(x^2 + y^2 + xy)(x^2 - xy + y^2) = 931$$

$$\text{तब, } x^2 + y^2 + xy = \frac{931}{19} = 49 \quad \dots(\text{iii})$$

समी. (ii) व समी. (iii) को जोड़ने पर

$$2(x^2 + y^2) = 19 + 49 = 68$$

$$x^2 + y^2 = 34 \quad \dots(\text{iv})$$

समी. (iii) में से समी. (i) को घटाने पर

$$2xy = 49 - 19 = 30 \quad \dots(\text{v})$$

समी. (iv) और समी. (v) को जोड़ने पर

$$(x^2 + y^2 + 2xy) = 30 + 34$$

$$(x + y)^2 = 64 \Rightarrow x + y = 8 \quad \dots(\text{vi})$$

समी. (iv) में से समी. (v) को घटाने पर

$$x^2 + y^2 - 2xy = 34 - 30$$

$$(x - y)^2 = 4 \Rightarrow x - y = 2 \quad \dots(\text{vii})$$

समी. (vi) और समी. (vii) को हल करने पर

$$x = 5, y = 3$$

$$\text{तब, } 2x^2 + 3y^2 = 2 \times 25 + 3 \times 9 = 77$$

$$\text{Sol}^n \text{ 279. } (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$a^2 = a^2 + 2(xy + yz + zx)$$

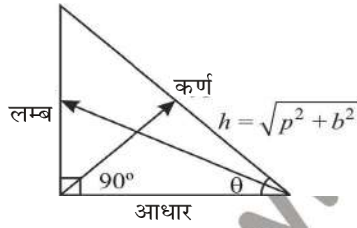
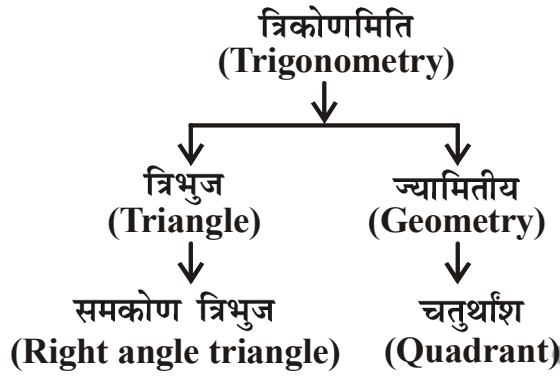
$$\Rightarrow xy + yz + zx = 0$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$a^3 - 3xyz = a(a^2 - 0) = a^3$$

$$3xyz = 0 \Rightarrow xyz = 0$$

# त्रिकोणमिति (Trigonometry)



$$h > p, b$$

कुछ अवधारणाएँ

$$\text{ज्या अनुपात} = \sin \theta = \frac{p}{h} \leftrightarrow \text{cosec } \theta = \frac{h}{p} \geq 1$$

$$\text{कोज्या अनुपात} = \cos \theta = \frac{b}{h} \leftrightarrow \text{sec } \theta = \frac{h}{b} \geq 1$$

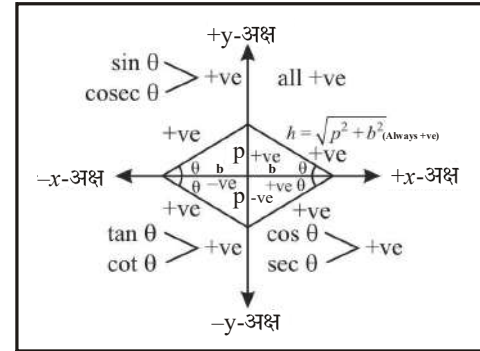
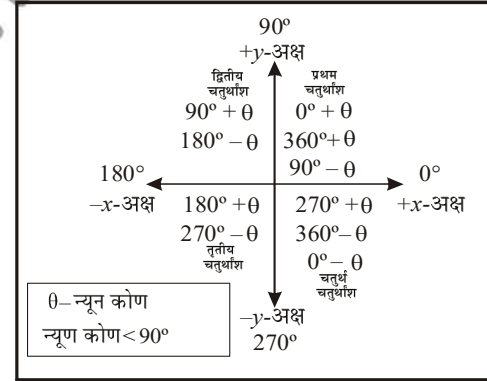
$$\text{स्पर्शज्या अनुपात} = \tan \theta = \frac{p}{b} \leftrightarrow \text{cot } \theta = \frac{b}{p}$$

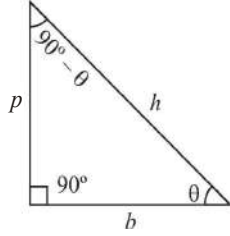
$$\Rightarrow \sin \theta \cdot \text{cosec } \theta = 1$$

$$\Rightarrow \cos \theta \cdot \text{sec } \theta = 1$$

$$\Rightarrow \tan \theta \cdot \text{cot } \theta = 1$$

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{1}{\text{cosec } \theta} \Rightarrow \text{cosec } \theta = \frac{1}{\sin \theta} \\ \cos \theta &= \frac{1}{\text{sec } \theta} \Rightarrow \text{sec } \theta = \frac{1}{\cos \theta} \\ \tan \theta &= \frac{1}{\text{cot } \theta} \Rightarrow \text{cot } \theta = \frac{1}{\tan \theta} \\ \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \text{cot } \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned}$$





ऊपर दिये गये त्रिभुज  $\sin \theta = \frac{p}{h}$  व  $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$

हम यहाँ देखते हैं कि  $90^\circ$  से कोण को घटाया जा रहा है, कोज्या व ज्या में परिवर्तित हुआ है, क्योंकि कोण  $(90^\circ - \theta)$  के लिए आधार, लम्ब में परिवर्तित होगा यदि हम दोबारा  $90^\circ$  जोड़ते हैं, तो यह बदलेगा होगा तथा अपने स्वयं के रूप में परिवर्तित होगा अतः हम कहते सकते हैं।

$\Rightarrow 90^\circ, 270^\circ \dots\dots\dots (90^\circ$  के विषम गुणांक) परिवर्तित होंगे

$\Rightarrow 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ \dots\dots\dots (90^\circ$  के सम गुणांक) परिवर्तित नहीं होंगे।

परिवर्तन इस प्रकार होगा।

$$\sin \theta \rightarrow \cos \theta \quad \text{व} \quad \cos \theta \rightarrow \sin \theta$$

$$\tan \theta \rightarrow \cot \theta \quad \text{व} \quad \cot \theta \rightarrow \tan \theta$$

$$\sec \theta \rightarrow \operatorname{cosec} \theta \quad \text{व} \quad \operatorname{cosec} \theta \rightarrow \sec \theta$$

e.g. (i)  $\sin(-\theta) = \sin(0 - \theta) = -\sin \theta$

( $\because (0^\circ - \theta)$  IV चतुर्थांश में है, और IV में  $\sin$  -ve होता है।

$$(ii) \cos(-\theta) = \cos(0 - \theta) = \cos \theta$$

( $\because (0^\circ - \theta)$  IV चतुर्थांश में है और IV में  $\cos$  +ve होता है

$$(iii) \tan(-\theta) = \tan(0 - \theta) = -\tan \theta$$

( $\because (0^\circ - \theta)$  IV चतुर्थांश में है और IV में  $\tan$  -ve होता है।

$$\text{इसी प्रकार} \quad \operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec} \theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \quad \text{व} \quad \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta \quad \text{व} \quad \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$$

$$\sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta \quad \text{व} \quad \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$$

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta \quad \text{व} \quad \cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(90^\circ + \theta) = -\cot \theta \quad \text{व} \quad \cot(90^\circ + \theta) = -\tan \theta$$

$$\sec(90^\circ + \theta) = -\operatorname{cosec} \theta \quad \text{व} \quad \operatorname{cosec}(90^\circ + \theta) = \sec \theta$$

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta \quad \text{व} \quad \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta \quad \text{व} \quad \cot(180^\circ - \theta) = -\cot \theta$$

$$\sec(180^\circ - \theta) = -\sec \theta \quad \text{व} \quad \operatorname{cosec}(180^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$$

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\sin \theta \quad \text{व} \quad \cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ + \theta) = \tan \theta \quad \text{व} \quad \cot(180^\circ + \theta) = \cot \theta$$

$$\sec(180^\circ + \theta) = -\sec \theta \quad \text{व} \quad \operatorname{cosec}(180^\circ + \theta) = -\operatorname{cosec} \theta$$

$$\sin(270^\circ - \theta) = -\cos \theta \quad \text{व} \quad \cos(270^\circ - \theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(270^\circ - \theta) = +\cot \theta \quad \text{व} \quad \cot(270^\circ - \theta) = +\tan \theta$$

$$\operatorname{cosec}(270^\circ - \theta) = -\sec \theta \quad \text{व} \quad \sec(270^\circ - \theta) = -\operatorname{cosec} \theta$$

$$\sin(270^\circ + \theta) = -\cos \theta \quad \text{व} \quad \cos(270^\circ + \theta) = +\sin \theta$$

$$\tan(270^\circ + \theta) = -\cot \theta \quad \text{व} \quad \cot(270^\circ + \theta) = -\tan \theta$$

$$\operatorname{cosec}(270^\circ + \theta) = -\sec \theta \quad \text{व} \quad \sec(270^\circ + \theta) = +\operatorname{cosec} \theta$$

$$\sin(360^\circ - \theta) = -\sin \theta \quad \text{व} \quad \cos(360^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(360^\circ - \theta) = -\tan \theta \quad \text{व} \quad \cot(360^\circ - \theta) = -\cot \theta$$

$$\operatorname{cosec}(360^\circ - \theta) = -\operatorname{cosec} \theta \quad \text{व} \quad \sec(360^\circ - \theta) = \sec \theta$$

$$\sin(360^\circ + \theta) = \sin \theta \quad \text{व} \quad \cos(360^\circ + \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(360^\circ + \theta) = \tan \theta \quad \text{व} \quad \cot(360^\circ + \theta) = \cot \theta$$

$$\operatorname{cosec}(360^\circ + \theta) = \operatorname{cosec} \theta \quad \text{व} \quad \sec(360^\circ + \theta) = \sec \theta$$

$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$
cot	$\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	$\infty$
cosec	$\infty$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

Ex 1.  $\frac{\sin(270^\circ + \theta) \cdot \cos(360^\circ + \theta) \cdot \tan(170^\circ + \theta)}{\cos(180^\circ + \theta) \cdot \sin(270^\circ - \theta) \cdot \cot(260^\circ + \theta)} = ?$

Sol<sup>n</sup>  $= \frac{-\cos\theta \cdot \cos\theta \cdot \tan(180^\circ + \theta - 10^\circ)}{-\cos\theta \cdot -\cos\theta \cdot \cot(270^\circ + \theta - 10^\circ)}$   
 $= \frac{(-1)\tan(\theta - 10^\circ)}{-\tan(\theta - 10^\circ)} = 1$

Ex 2.  $\sin 1125^\circ = \sin(3 \times 360^\circ + 45^\circ)$

$$= \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ex 3.  $\cot 780^\circ = \cot(2 \times 360^\circ + 60^\circ)$

$$= \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Ex 4.  $\tan 225^\circ = \tan(180^\circ + 45^\circ)$

$$= \tan 45^\circ = 1$$

Ex 5.  $\cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ)$

$$= -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

Ex 6.  $\operatorname{cosec}(1020^\circ) = \operatorname{cosec}(3 \times 360^\circ - 60^\circ)$

$$= -\operatorname{cosec} 60^\circ = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
-----------	------------	------------	------------	------------

sin	0	.....	बढ़ेगा	.....	1
-----	---	-------	--------	-------	---

cos	1	.....	घटेगा	.....	0
-----	---	-------	-------	-------	---

$\alpha, \beta$  - न्यून कोण है,

(1) यदि  $\alpha > \beta$

$$\sin \alpha > \sin \beta \quad \text{व} \quad \cos \alpha < \cos \beta$$

(2) यदि  $\alpha < \beta$

$$\sin \alpha < \sin \beta \quad \text{व} \quad \cos \alpha > \cos \beta$$

(3)  $0 \leq \theta < 45^\circ$

$$\text{तब } \cos \theta > \sin \theta \quad \text{तब } \cos \theta \geq \sin \theta$$

(4)  $45^\circ < \theta \leq 90^\circ$

$$\text{तब } \cos \theta < \sin \theta \quad \text{तब } \cos \theta \leq \sin \theta$$

Ex 7.  $\cos 10^\circ - \sin 10^\circ$

(i) +ve

(ii) -ve

(iii) 0

(iv) 1

Sol<sup>n</sup>  $10^\circ$  की रेंज  $0^\circ \leq \theta < 45^\circ$  तब

$$\cos \theta > \sin \theta \Rightarrow \cos 10^\circ > \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \cos 10^\circ - \sin 10^\circ > 0$$

अतः,  $\cos 10^\circ - \sin 10^\circ$  का मान धनात्मक होगा

Ex 8. यदि  $\alpha, \beta$  अधिकतम है, तथा  $\alpha > \beta$ .

$(90^\circ < (\alpha \text{ व } \beta) < 180^\circ)$  तो कौन-सा विकल्प सत्य है,

(a)  $\sin \alpha > \sin \beta$

(b)  $\sin \alpha < \sin \beta$

(c)  $\cos \alpha > \cos \beta$

(d)  $\cos \alpha < \cos \beta$

Sol<sup>n</sup> माना  $\alpha = 90^\circ + \theta_1$  व  $\beta = 90^\circ + \theta_2$

$$\because \alpha > \beta$$

$$\therefore 90^\circ + \theta_1 > 90^\circ + \theta_2$$

$$\theta_1 > \theta_2$$

$$\cos \theta_1 < \cos \theta_2$$

$$\cos(\alpha - 90^\circ) < \cos(\beta - 90^\circ)$$

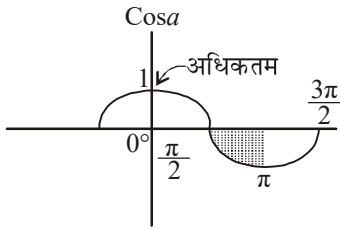
$$\sin \alpha < \sin \beta$$

अब,



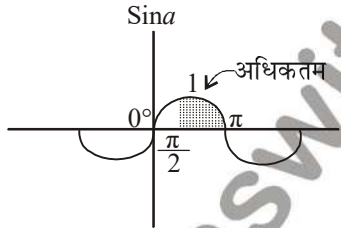
$\theta_1 > \theta_2$   
 $\sin\theta_1 > \sin\theta_2$   
 $\sin(\alpha - 90^\circ) > \sin(\beta - 90^\circ)$   
 $-\cos\alpha > -\cos\beta \quad (\because -x > -y \Rightarrow x < y)$   
 $\cos\alpha < \cos\beta$   
 (b) व (d) विकल्प सत्य है।

वेन आरेख से



$\alpha > \beta \left( \frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \right)$

तब,  $\cos\alpha < \cos\beta$



$\alpha > \beta \left( \frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \right)$

तब,  $\sin\alpha < \sin\beta$

**Type - 1**

1. यदि  $\tan\alpha \cdot \tan\beta = 1$  है, तब  $\alpha + \beta = 90^\circ$
2. यदि  $\sin\alpha \cdot \sec\beta = 1$  है, तब  $\alpha + \beta = 90^\circ$
3. यदि  $\cos\alpha \cdot \operatorname{cosec}\beta = 1$  है, तब  $\alpha + \beta = 90^\circ$
4. यदि  $\cot\alpha \cdot \cot\beta = 1$  है, तब  $\alpha + \beta = 90^\circ$
5. यदि  $\sin\alpha \cdot \operatorname{cosec}\beta = 1$  है, तब  $\alpha + \beta = 180^\circ$

सिद्ध: 1.  $\tan\alpha \cdot \tan\beta = 1$

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{\tan\beta} \Rightarrow \tan\alpha = \cot\beta$

$\Rightarrow \tan\alpha = \tan(90^\circ - \beta)$

$\Rightarrow \alpha = 90^\circ - \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$

**Ex 9.** यदि  $\tan 2\theta \cdot \tan 4\theta = 1$  है, तब  $\sin 2\theta + \cos 4\theta$  का मान का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>**  $\Rightarrow 2\theta + 4\theta = 90^\circ$

$\Rightarrow 6\theta = 90^\circ$

$\Rightarrow \theta = 15^\circ$

$\sin 2\theta + \cos 4\theta = \sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

**Ex 10.** यदि  $\sin(x+y) \cdot \sec(x-y) = 1$  है, तब  $\tan^2 x + \sin^2 x + \sec^2 x$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>**  $\Rightarrow x + y + x - y = 90^\circ$

$\Rightarrow 2x = 90^\circ$

$\Rightarrow x = 45^\circ$

$\tan^2 x + \sin^2 x + \sec^2 x = \tan^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ + \sec^2 45^\circ$

$= 1 + \frac{1}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

**Ex 11.** यदि  $\cos(2\alpha + 10^\circ) \cdot \operatorname{cosec}(\alpha - 40^\circ) = 1$  है, तब  $\alpha$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>**  $\Rightarrow 2\alpha + 10^\circ + \alpha - 40^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow 3\alpha = 90^\circ + 30^\circ$

$\Rightarrow \alpha = 40^\circ$

**Ex 12.**  $\tan 15^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 75^\circ$  का मान ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>**  $\frac{\tan 15^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 75^\circ}{1}$

$= \tan 45^\circ = 1$

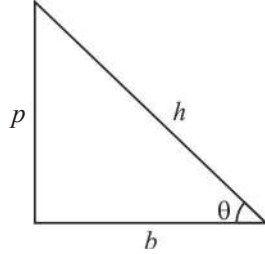
**Ex 13.**  $\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \dots \cdot \tan 89^\circ = ?$

**Sol<sup>n</sup>**  $\Rightarrow \tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ = 1$

$\Rightarrow \tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ = 1$  इसी प्रकार, सभी जोड़े 1 के

बराबर होगा और मध्य में  $\tan 45^\circ = 1$   
अतः  $\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \dots \dots \dots \tan 89^\circ = 1$

मूल सर्वसमिकाएँ (Basic Identity) :



सर्वसमिका सिद्धीकरण 1: पाइथागोरस प्रमेय से

$$\Rightarrow h^2 = p^2 + b^2 \text{ (दोनों पक्षों में } h^2 \text{ से भाग देने पर)}$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{h^2} = \frac{p^2}{h^2} + \frac{b^2}{h^2}$$

$$\Rightarrow 1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$$

सर्वसमिका सिद्धीकरण 2: पाइथागोरस प्रमेय से

$$\Rightarrow h^2 = p^2 + b^2 \text{ (दोनों पक्षों में } b^2 \text{ से भाग देने पर)}$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{b^2} = \frac{p^2}{b^2} + \frac{b^2}{b^2}$$

$$\Rightarrow \sec^2 \theta = \tan^2 \theta + 1$$

सर्वसमिका सिद्धीकरण 3: पाइथागोरस प्रमेय से

$$\Rightarrow h^2 = p^2 + b^2 \text{ (दोनों पक्षों में } p^2 \text{ से भाग देने पर)}$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{p^2} = \frac{p^2}{p^2} + \frac{b^2}{p^2}$$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$$

$$(1). \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \text{ और } \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$(2). \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \text{ और } \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$$

$$(3). \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta \text{ और } \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1$$

सर्वसमिका 1 पर आधारित प्रश्न:  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

(A).

Ex.14. यदि  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$  है, तब  $\sin \theta \cdot \cos \theta$  का मान ज्ञात कीजिए।

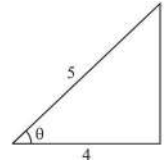
Sol<sup>n</sup>  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$  (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{49}{25}$$

$$2 \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{49}{25} - 1 = \frac{24}{25}$$

$$\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{12}{25}$$

या



हम समकोण त्रिभुज में देख सकते हैं यहाँ कर्ण 5, तथा आधार व लम्ब क्रमशः 4 व 3 है।

$$\text{जाँच करने पर } \Rightarrow \sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\text{अतः } \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$$

Ex 15. यदि  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{17}{13}$  है, तब  $\sin \theta \cdot \cos \theta$  का मान क्या होगा?

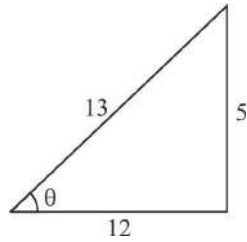
Sol<sup>n</sup>  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{17}{13}$  (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{289}{169}$$

$$2\sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{289}{169} - 1 = \frac{120}{169}$$

$$\sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{60}{169}$$

या



हम समकोण त्रिभुज में देख सकते हैं, जिसमें कर्ण 13, आधार 12 व लम्ब 5 है।

$$\text{तब, } \Rightarrow \sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$$

$$\text{अतः } \sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{5}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{60}{169}$$

**Ex 16.** यदि  $\cos^4\theta - \sin^4\theta = \frac{2}{13}$  है, तब  $\cos^2\theta - \sin^2\theta + 1$  का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \quad \therefore \cos^4\theta - \sin^4\theta = \frac{2}{13}$$

$$(\cos^2\theta - \sin^2\theta)(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = \frac{2}{13}$$

$$\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{2}{13} \quad (\text{दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर})$$

$$\cos^2\theta - \sin^2\theta + 1 = \frac{15}{13}$$

**Ex 17.** यदि  $k = (1 - \sin\alpha)(1 - \sin\beta)(1 - \sin\gamma) = (1 + \sin\alpha)(1 + \sin\beta)(1 + \sin\gamma)$  तब  $k = ?$

$$\text{Sol}^n \quad k = (1 - \sin\alpha)(1 - \sin\beta)(1 - \sin\gamma) \quad \dots(i)$$

$$k = (1 + \sin\alpha)(1 + \sin\beta)(1 + \sin\gamma) \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को गुणा करने पर

$$k^2 = [(1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)][(1 - \sin\beta)(1 + \sin\beta)][(1 - \sin\gamma)(1 + \sin\gamma)]$$

$$k^2 = (1 - \sin^2\alpha)(1 - \sin^2\beta)(1 - \sin^2\gamma)$$

$$k^2 = \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta \cdot \cos^2\gamma$$

$$k = \pm \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma$$

यदि  $\alpha, \beta, \gamma$  न्यून कोण है या  $\alpha, \beta, \gamma < 90^\circ$  या  $\alpha, \beta, \gamma$  प्रथम चतुर्थांश में है।

$$\text{तब, } k = (+ve) \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma$$

**Ex 18.** यदि  $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = m$  और  $\frac{\cos\alpha}{\sin\beta} = n$  है, तब  $(m^2 + n^2)\cos^2\beta$

का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \quad \Rightarrow \cos\alpha = m \cos\beta \quad \dots(i)$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = n \sin\beta \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$m \cos\beta = n \sin\beta$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$m^2 \cos^2\beta = n^2 \sin^2\beta$$

$$m^2 \cos^2\beta = n^2 (1 - \cos^2\beta)$$

$$(m^2 + n^2) \cos^2\beta = n^2$$

**Ex 19.** यदि  $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = m$  तथा  $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$  है, तब  $(m^2 - n^2)\cos^2\beta$

का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \quad \cos\alpha = m \cos\beta \quad \dots(i)$$

$$\sin\alpha = n \sin\beta \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = m^2 \cos^2\beta + n^2 \sin^2\beta$$

$$1 = m^2 \cos^2\beta + n^2 (1 - \cos^2\beta)$$

$$1 = m^2 \cos^2\beta + n^2 - n^2 \cos^2\beta$$

$$(m^2 - n^2) \cos^2\beta = 1 - n^2$$

**Ex 20.** यदि  $\tan\alpha = n \tan\beta$  और  $\sin\alpha = m \sin\beta$  है, तब  $\cos^2\alpha$  का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \quad \therefore \tan\alpha = n \tan\beta$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = n \frac{\sin\beta}{\cos\beta} \quad (\sin\alpha = m \sin\beta \text{ रखने पर})$$

$$\Rightarrow \frac{m \sin \beta}{\cos \alpha} = \frac{n \sin \beta}{\cos \beta}$$

$$m \cos \beta = n \cos \alpha \quad \dots(i)$$

$$\text{दिया है, } m \sin \beta = n \sin \alpha \quad \dots(ii)$$

समी. (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$\begin{aligned} m^2 \cos^2 \beta + m^2 \sin^2 \beta &= n^2 \cos^2 \alpha + n^2 \sin^2 \alpha \\ m^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) &= n^2 \cos^2 \alpha + (1 - \cos^2 \alpha) \\ m^2 &= n^2 \cos^2 \alpha + 1 - \cos^2 \alpha \\ m^2 - 1 &= \cos^2 \alpha (n^2 - 1) \end{aligned}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{m^2 - 1}{n^2 - 1}$$

$$\text{Ex 21. यदि } \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ और } \frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

है, तब  $5 \tan^2 A + \tan^2 B$  का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2 \sin A = \sqrt{3} \sin B \quad \dots(i)$$

$$\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2 \cos A = \sqrt{5} \cos B \quad \dots(ii)$$

समी. (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$\begin{aligned} 4 \sin^2 A + 4 \cos^2 A &= 3 \sin^2 B + 5 \cos^2 B \\ 4(\sin^2 A + \cos^2 A) &= 3 \sin^2 B + 5(1 - \sin^2 B) \\ 4 &= 3 \sin^2 B + 5 - 5 \sin^2 B \\ 4 &= 5 - 2 \sin^2 B \\ 2 \sin^2 B &= 1 \end{aligned}$$

$$\sin B = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ$$

$$B = 45^\circ$$

$$\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \text{ (समीकरण (i) व (ii) को भाग देने पर)}$$

$$\frac{\tan A}{\tan 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \tan A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore 5 \tan^2 A + \tan^2 B = 5 \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \right)^2 + 1 = 5 \times \frac{3}{5} + 1 = 4$$

$$\text{(B). } a \sin \theta + b \cos \theta = c$$

$$\frac{b \sin \theta - a \cos \theta = d \text{ or } a \cos \theta - b \sin \theta = d}{a^2 + b^2 = c^2 + d^2} \text{ (वर्ग करके जोड़ने पर)}$$

सिद्ध:

$$\begin{aligned} a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta + 2ab \sin \theta \cos \theta + b^2 \sin^2 \theta + \\ a^2 \cos^2 \theta - 2ab \sin \theta \cos \theta &= c^2 + d^2 \\ \Rightarrow a^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + b^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) &= c^2 + d^2 \\ \Rightarrow a^2 + b^2 &= c^2 + d^2 \end{aligned}$$

Ex 22. यदि  $a \sin \theta + b \cos \theta = c$  है, तब  $a \cos \theta - b \sin \theta = ?$

$$(i) \pm \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$(ii) \pm \sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$$

$$(iii) \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

(iv) इनमें से कोई नहीं

$$\text{Sol}^n a \sin \theta + b \cos \theta = c \quad \dots(i)$$

$$a \cos \theta - b \sin \theta = d \text{ (माना)} \quad \dots(ii)$$

समी. (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर, हम पाते हैं कि

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = d^2$$

$$\Rightarrow d = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

Ex 23. यदि  $p \sin \theta + q \cos \theta = 3$  और  $q \sin \theta - p \cos \theta = 2$ , तब  $p^2 + q^2$  का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n p \sin \theta + q \cos \theta = 3$$

$$q \sin \theta - p \cos \theta = 2$$

ऊपर दी गई सर्वसमिका से

$$\Rightarrow p^2 + q^2 = 3^2 + 2^2$$

$$\Rightarrow p^2 + q^2 = 13$$

Ex 24. यदि  $3 \sin \theta + 5 \cos \theta = 3$  है, तब  $5 \sin \theta - 3 \cos \theta$  का मान क्या होगा?

$$(a) \pm 5$$

$$(b) \pm 3$$

$$(c) \pm 4$$

$$(d) \pm 16$$

**Sol<sup>n</sup>**  $3\sin\theta + 5\cos\theta = 3$

$5\sin\theta - 3\cos\theta = x$

ऊपर दी गई सर्वसमिका से

$\Rightarrow 3^2 + 5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 5^2 = 25$

$\Rightarrow x = \pm 5$

**(C).**  $\sin\theta + \cos\theta = x$

$\frac{\sin\theta - \cos\theta = y}{2 = x^2 + y^2}$  (वर्ग करने के बाद जोड़ने पर)

$2 = x^2 + y^2$

**Ex 25.** यदि  $\sin\theta + \cos\theta = x$  है, तब  $\sin\theta - \cos\theta$  का मान क्या होगा?

(a)  $\pm \sqrt{2-x^2}$  (b)  $\pm \sqrt{2+x^2}$

(c)  $\pm \sqrt{4-x^2}$  (d)  $\pm \sqrt{4+x^2}$

**Sol<sup>n</sup>**  $\sin\theta + \cos\theta = x$

$\sin\theta - \cos\theta = y$  (माना)

ऊपर दी गई सर्वसमिका से

$\Rightarrow 2 = x^2 + y^2$

$\Rightarrow 2 - x^2 = y^2$

$\Rightarrow y = \pm \sqrt{2-x^2}$

**Ex 26.** यदि  $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2} \sin\theta$  है, तब  $\sin\theta - \cos\theta$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>**  $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2} \sin\theta$

$\sin\theta - \cos\theta = x$  (माना)

ऊपर दी गई सर्वसमिका से

$2 = (\sqrt{2} \sin\theta)^2 + y^2$

$2 = 2\sin^2\theta + y^2$

$2 - 2\sin^2\theta = y^2$

$y^2 = 2(1 - \sin^2\theta)$

$y^2 = 2\cos^2\theta$

$y = \pm \sqrt{2} \cos\theta$

**Ex 27.** यदि  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{17}{13}$  है, तब  $\sin\theta - \cos\theta$  का मान क्या होगा?

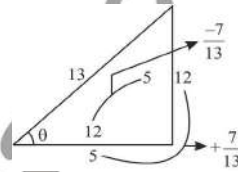
**Sol<sup>n</sup>** विधि 1: सर्वसमिका द्वारा

$\Rightarrow 2 = \left(\frac{17}{13}\right)^2 + y^2$

$\Rightarrow 2 - \frac{289}{169} = y^2$

$\Rightarrow y^2 = \frac{49}{169} \Rightarrow y = \pm \frac{7}{13}$

विधि 2:

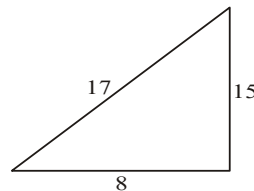


$\Rightarrow \sin\theta - \cos\theta = \frac{5}{13} - \frac{12}{13}$  or  $\frac{12}{13} - \frac{5}{13} = \pm \frac{7}{13}$

(यदि प्रश्न में (-) पूछा गया है, तो दो उत्तर  $\pm$  संभव है, इसलिए हम चित्र में लम्ब व आधार क्रमशः 5 व 12 तथा 12 व 5 लेते हैं,

**Ex 28.** यदि  $\sin\theta - \cos\theta = \frac{7}{17}$  है, तब  $\sin\theta + \cos\theta$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>**



$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \frac{15}{17} + \frac{8}{17} = \frac{23}{17}$

(यहाँ (+) पूछा गया है, तो केवल 1 ही उत्तर संभव है, 15, 8 या 8, 15 को लेकर मानों में कोई अन्तर नहीं होगा।)

**Ex 29.** यदि  $x \sin\theta + y \cos\theta = 2$  और  $x \sin\theta - y \cos\theta = 0$  है, तब निम्न में से कौन सा सही है?

(i)  $x^2 + y^2 = 4$  (ii)  $x^2 + y^2 = 1$

(iii)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$  (iv)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 4$

**Sol<sup>n</sup>**  $x \sin \theta - y \cos \theta = 0 \Rightarrow x \sin \theta = y \cos \theta$   
 $x \sin \theta + x \sin \theta = 2$

$$2x \sin \theta = 2 \Rightarrow x \sin \theta = 1 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{x} \dots(i)$$

$$y \cos \theta = x \sin \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{y} \dots(ii)$$

समी. (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$$

विकल्प (iii) सही है।

**Ex 30.** यदि  $x \sin^3 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cdot \cos \theta$

और  $x \sin \theta - y \cos \theta = 0$  है, तब  $x^2 + y^2 = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $x \sin \theta - y \cos \theta = 0$

$$x \sin \theta = y \cos \theta \dots(i)$$

$$x \sin \theta \cdot \sin^2 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cdot \cos \theta \dots(ii)$$

$$x \sin \theta = y \cos \theta \text{ समीकरण (ii) में रखने पर}$$

$$y \cos \theta \cdot \sin^2 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$y \cos \theta [\sin^2 \theta + \cos^2 \theta] = \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$y \cos \theta = \sin \theta \cos \theta$$

$$y = \sin \theta \quad [\text{समीकरण (i) में रखने पर}]$$

$$\text{तब, } x = \cos \theta$$

$$\therefore x^2 + y^2 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

**Ex 31.** यदि  $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y}$  है, तब  $\sin \theta - \cos \theta$  का मान क्या

होगा?

(i)  $x - y$  (ii)  $x + y$

(iii)  $\frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$  (iv)  $\frac{x-y}{\sqrt{x^2-y^2}}$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{y}$

$$\text{माना } \sin \theta = kx \dots(i)$$

$$\text{और } \cos \theta = ky \dots(ii)$$

वर्ग करके दोनों समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\Rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = k^2 x^2 + k^2 y^2$$

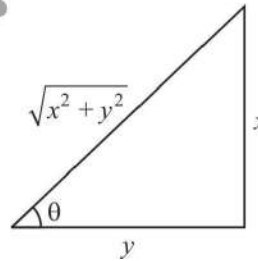
$$\Rightarrow 1 = k^2 (x^2 + y^2)$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\text{तब, } \sin \theta - \cos \theta = k(x - y) = \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

या

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{y} \Rightarrow \tan \theta = \frac{x}{y}$$



$$\sin \theta - \cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

**Ex 32.** यदि  $10 \sin^4 \alpha + 15 \cos^4 \alpha = 6$  है, तब  $27 \operatorname{cosec}^6 \alpha + 8 \sec^6 \alpha$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $10 \sin^4 \alpha + 15 \cos^4 \alpha = 6$

दोनों पक्षों को  $\cos^4 \alpha$  से भाग देने पर

$$10 \tan^4 \alpha + 15 = 6 \sec^4 \alpha$$

$$10 \tan^4 \alpha + 15 = 6(1 + \tan^2 \alpha)^2$$

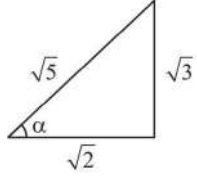
$$10 \tan^4 \alpha + 15 = 6 + 6 \tan^4 \alpha + 12 \tan^2 \alpha$$

$$4 \tan^4 \alpha - 12 \tan^2 \alpha + 9 = 0$$

$$(2 \tan^2 \alpha - 3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 \alpha = 3$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{\frac{3}{2}}$$



$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \operatorname{cosec}^2 \alpha = \frac{5}{3}$$

$$\operatorname{Sec} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \operatorname{Sec}^2 \alpha = \frac{5}{2}$$

$$\text{अब, } 27(\operatorname{cosec}^2 \alpha)^3 + 8(\operatorname{sec}^2 \alpha)^3$$

$$= 27 \times \left(\frac{5}{3}\right)^3 + 8 \left(\frac{5}{2}\right)^3 = 27 \times \frac{125}{27} + 8 \times \frac{125}{8}$$

$$= 125 + 125 = 250$$

**द्वितीय विधि :**

$\therefore \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  हम प्रश्न को इस सर्वसमिका के रूप में दिखा सकते हैं।

$$\Rightarrow 10 \sin^4 \alpha + 15 \cos^4 \alpha = 6$$

$$\Rightarrow \frac{10}{6} \sin^4 \alpha + \frac{15}{6} \cos^4 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{3} \sin^2 \alpha\right) \cdot \sin^2 \alpha + \left(\frac{5}{2} \cos^2 \alpha\right) \cdot \cos^2 \alpha = 1$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 1 & & 1 \end{array}$$

यदि दोनों मान 1 हो जाए तो सर्वसमिका  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  प्राप्त होगी।

इसके लिए:  $\sin^2 \alpha$  का मान  $\frac{3}{5}$  व  $\cos^2 \alpha$  का मान

$\frac{2}{5}$  होना चाहिए।

$$\sin^2 \alpha = \frac{3}{5} \text{ व } \cos^2 \alpha = \frac{2}{5}$$

इस मानों से हम देख सकते हैं  $\sin^2 \alpha$  व  $\cos^2 \alpha$  का योग 1 होगा

$$\text{अब, } 27 \operatorname{cosec}^6 \alpha + 8 \operatorname{sec}^6 \alpha = 27(\operatorname{cosec}^2 \alpha)^3 + 8(\operatorname{sec}^2 \alpha)^3$$

$$= 27 \left(\frac{5}{3}\right)^3 + 8 \left(\frac{5}{2}\right)^3 = 27 \times \frac{125}{27} + 8 \times \frac{125}{8}$$

$$= 125 + 125 = 250$$

**Ex 33.** यदि  $15 \sin^3 \alpha + 20 \cos^3 \alpha = 12$  है, तब  $10 \sin \alpha + 15 \cos \alpha$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $15 \sin^3 \alpha + 20 \cos^3 \alpha = 12$

$$\Rightarrow \frac{15}{12} \sin^3 \alpha + \frac{20}{12} \cos^3 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{5}{4} \sin \alpha\right) \sin^2 \alpha + \left(\frac{5}{3} \cos \alpha\right) \cos^2 \alpha = 1$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 1 & & 1 \end{array}$$

यदि ये दोनों मान 1 हो जायें तो सर्वसमिका  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  प्राप्त होगी

इसके लिए  $\sin \alpha$  का मान  $\frac{4}{5}$  व  $\cos \alpha$  का मान

$\frac{3}{5}$  होना चाहिए

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \text{ व } \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$$

इन मानों से हम देख सकते हैं कि  $\sin^2 \alpha$  व  $\cos^2 \alpha$  का योग 1 होगा।

$$\text{अतः } \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ और } \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$10 \sin \alpha + 15 \cos \alpha = 10 \times \frac{4}{5} + 15 \times \frac{3}{5}$$

$$= 8 + 9 = 17$$

**Ex 34.** यदि  $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$  है, तब  $\cos^{12} \theta + 3 \cos^{10} \theta + 3 \cos^8 \theta + \cos^6 \theta + 4$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\sin\theta + \sin^2\theta = 1 \Rightarrow \sin\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\Rightarrow \sin\theta = \cos^2\theta$  (समीकरण में रखने पर)

$= \cos^{12}\theta + 3\cos^{10}\theta + 3\cos^8\theta + \cos^6\theta + 4$

$= (\cos^2\theta)^6 + 3(\cos^2\theta)^5 + 3(\cos^2\theta)^4 + (\cos^2\theta)^3 + 4$

$= \sin^6\theta + 3\sin^5\theta + 3\sin^4\theta + \sin^3\theta + 4$

$= \sin^6\theta + 3\sin^2\theta \cdot \sin\theta(\sin^2\theta + \sin\theta) + \sin^3\theta + 4$

$= (\sin^2\theta + \sin\theta)^3 + 4$

$= 1 + 4 = 5$

**Ex 35.** यदि  $\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$  है, तब  $\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta$  का मान ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$

$\sin\theta + \sin^3\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\sin\theta(1 + \sin^2\theta) = \cos^2\theta$

$\sin\theta(1 + 1 - \cos^2\theta) = \cos^2\theta$

$\sin\theta(2 - \cos^2\theta) = \cos^2\theta$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$\sin^2\theta(2 - \cos^2\theta)^2 = \cos^4\theta$

$\sin^2\theta(4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta) = \cos^4\theta$

$(1 - \cos^2\theta)(4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta) = \cos^4\theta$

$4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta - 4\cos^2\theta - \cos^6\theta + 4\cos^4\theta = \cos^4\theta$

$4 - 8\cos^2\theta - \cos^6\theta + 4\cos^4\theta = 0$

$\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta = 4$

सर्वसमिका 2 पर आधारित प्रश्न :  $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

**(A).**

**Ex 36.** यदि  $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 7$  है, तब  $\sin\theta, \cos\theta$  और  $\tan\theta$  का मान क्या होगा? ( $\theta$  प्रथम चतुर्थांश में है).

**Sol<sup>n</sup>.**  $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 7 \dots (i)$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$  (सर्वसमिका से)  $\dots (ii)$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$2\sec^2\theta = 8 \Rightarrow \sec^2\theta = 4 \Rightarrow \sec\theta = 2 = \sec 60^\circ$   
 $\theta = 60^\circ$

$\cos\theta = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan\theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

**Ex 37.** यदि  $2\sec^2\theta + \tan^2\theta = 17$  है, तब  $\cot\theta$  का मान क्या होगा?

**Sol.**  $2\sec^2\theta + \tan^2\theta = 17$

$2(1 + \tan^2\theta) + \tan^2\theta = 17$

$3\tan^2\theta = 17 - 2 = 15$

$\tan^2\theta = 5$

$\tan\theta = \sqrt{5}$

$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

**Ex 38.** यदि  $\tan^2\alpha = 1 + 2\tan^2\beta$  है, तब  $\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\beta$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\tan^2\alpha = 1 + 2\tan^2\beta$  (सर्वसमिका द्वारा)

$\sec^2\alpha - 1 = 1 + 2(\sec^2\beta - 1)$

$\sec^2\alpha - 1 = 1 + 2\sec^2\beta - 2$

$\sec^2\alpha - 1 = 2\sec^2\beta - 1$

$\sec^2\alpha = 2\sec^2\beta$

$\sec\alpha = \sqrt{2}\sec\beta$

$\frac{1}{\cos\alpha} = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\cos\beta}\right)$

$\cos\beta = \sqrt{2}\cos\alpha$

$\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\beta = 0$

**द्वितीय विधि :**

$\alpha = 45^\circ$  और  $\beta = 0^\circ$ ,  $\tan^2\alpha = 1 + 2\tan^2\beta$  को संतुष्ट करता है, इसलिए

$\alpha = 45^\circ$  और  $\beta = 0^\circ$ , समी.  $\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\beta$  में रखने पर

$= \sqrt{2}\cos 45^\circ - \cos 0^\circ = 1 - 1 = 0$

**Ex 39.** यदि  $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 14$  है, तब  $\sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$  का मान क्या होगा?

**Sol.**  $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 14$  (दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर)

$\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2 = 16$

$(\tan\theta + \cot\theta)^2 = 16$



$$\tan\theta + \cot\theta = 4$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = 4 \Rightarrow \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} = 4$$

$$\frac{1}{\sin\theta \cdot \cos\theta} = 4 \Rightarrow \sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = 4$$

द्वितीय विधि :

$$\tan^2\theta + \cot^2\theta = 14$$

$$\sec^2\theta - 1 + \operatorname{cosec}^2\theta - 1 = 14$$

$$\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 16$$

$$\frac{1}{\cos^2\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} = 16$$

$$\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta \cos^2\theta} = 16$$

$$\frac{1}{\sin^2\theta \cos^2\theta} = 16$$

$$\frac{1}{\sin\theta \cos\theta} = 4$$

$$\sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = 4$$

(B).  $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$$(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$$

$$\sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta} \text{ or}$$

$$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{\sec\theta + \tan\theta}$$

$$\sec\theta + \tan\theta = x, \text{ तब } \sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{x}$$

जोड़ने पर

घटाने पर

$$2\sec\theta = x + \frac{1}{x} \quad \text{व} \quad \Rightarrow \quad 2\tan\theta = x - \frac{1}{x}$$

$$\sec\theta = \frac{x^2 + 1}{2x} \quad \text{व} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{x^2 - 1}{2x}$$

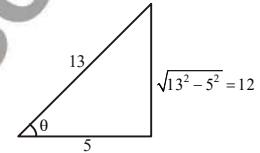
Ex 40. यदि  $\sec\theta + \tan\theta = 5$  है, तब  $\sin\theta$  का मान क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>.  $\therefore \sec\theta + \tan\theta = 5$

$$\therefore \sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{5}$$

$$2\sec\theta = \frac{26}{5} \Rightarrow \sec\theta = \frac{13}{5}$$

अतः  $\sin\theta = \frac{12}{13}$



Ex 41. यदि  $\tan^2\theta = 1 - e^2$  है, तब  $\sec\theta + \tan^3\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$  का मान क्या होगा?

(a)  $(1 - e^2)^{3/2}$

(b)  $(1 - e^2)^{1/2}$

(c)  $(2 - e^2)^{3/2}$

(d)  $(2 + e^2)^{1/2}$

Sol<sup>n</sup>.  $\tan^2\theta = 1 - e^2$

$$\Rightarrow \sec\theta + \tan^3\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = \sec\theta + \frac{\sin^3\theta}{\cos^3\theta} \cdot \operatorname{cosec}\theta$$

$$= \sec\theta + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \operatorname{cosec}\theta$$

$$= \sec\theta + \tan^2\theta \cdot \sec\theta \quad (\because \sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = 1)$$

$$= \sec\theta [1 + \tan^2\theta]$$

$$= \sqrt{1 + \tan^2\theta} \cdot [1 + \tan^2\theta]$$

$$= (1 + \tan^2\theta)^{3/2}$$

$$= (1 + 1 - e^2)^{3/2}$$

$$= (2 - e^2)^{3/2}$$

(C).  $a \sec\theta + b \tan\theta = c$

$$b \sec\theta + a \tan\theta = d$$

$$a^2 - b^2 = c^2 - d^2 \quad (\text{वर्ग करके घटाने पर})$$

या

$$a \sec\theta - b \tan\theta = c$$

$$b \sec\theta - a \tan\theta = d \quad \text{या} \quad a \tan\theta - b \sec\theta = d$$

$$a^2 - b^2 = c^2 - d^2 \quad (\text{वर्ग करके घटाने पर})$$

सिद्ध:

$$a^2 \sec^2 \theta + b^2 \tan^2 \theta + 2ab \sec \theta \cdot \tan \theta - b^2 \sec^2 \theta - a^2 \tan^2 \theta - 2ab \sec \theta \cdot \tan \theta = c^2 - d^2$$

$$\Rightarrow a^2 (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) - b^2 (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) = c^2 - d^2$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = c^2 - d^2$$

**Ex 42.** यदि  $p \sec \theta - q \tan \theta = 10$  और  $p \tan \theta - q \sec \theta = 8$  है, तब  $p^2 - q^2 + 4$  का मान क्या है?

**Sol<sup>n</sup>.**  $p \sec \theta - q \tan \theta = 10$

$$p \tan \theta - q \sec \theta = 8$$

(ऊपर वाली सर्वसमिका के प्रयोग से)

$$p^2 - q^2 = 10^2 - 8^2$$

$$p^2 - q^2 = 36 \quad (\text{दोनों पक्षों में 4 जोड़ने पर})$$

$$p^2 - q^2 + 4 = 40$$

**Ex 43.** यदि  $\sec \theta = a + \frac{1}{4a}$  है, तब  $\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta$  का मान

क्या होगा?

- (i)  $a$  (ii)  $2a$   
(iii)  $3a$  (iv)  $4a$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\sec \theta = a + \frac{1}{4a}$

$$\Rightarrow \tan \theta = \sqrt{\sec^2 \theta - 1} = \sqrt{\left(a + \frac{1}{4a}\right)^2 - 1}$$

$$= \sqrt{\left(a^2 + \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{2}\right) - 1} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{16a^2} - \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\left(a - \frac{1}{4a}\right)^2} = a - \frac{1}{4a}$$

$$\Rightarrow \sec \theta + \tan \theta = a + \frac{1}{4a} + a - \frac{1}{4a} = 2a$$

द्वितीय विधि :

$$a = 1 \text{ रखने पर तो, } \sec \theta = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\sec \theta + \tan \theta = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$a = 1$  सभी विकल्पों में रखने पर

अतः विकल्प (ii) सही है।

**Ex 44.**  $\frac{\tan A - \sec A + 1}{\tan A + \sec A - 1} = ?$

(i)  $\frac{1 + \sin A}{\cos A}$  (ii)  $\frac{1 - \sin A}{\cos A}$

(iii)  $\frac{1 + \cos A}{\sin A}$  (iv)  $\frac{1 - \cos A}{\sin A}$

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\frac{\tan A - \sec A + 1}{\tan A + \sec A - 1} = \frac{\tan A - \sec A + (\sec^2 A - \tan^2 A)}{\tan A + \sec A - 1}$$

$$= \frac{(\tan A - \sec A) + (\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)}{\tan A + \sec A - 1}$$

$$= \frac{(\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A - 1)}{\tan A + \sec A - 1} = \sec A - \tan A$$

$$= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1 - \sin A}{\cos A}$$

सर्वसमिका 3 पर आधारित प्रश्न:  $\operatorname{cosec}^2 \theta = \cot^2 \theta + 1$   
(सर्वसमिका 2 की तरह)

(A).

**Ex 45.** यदि  $\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta = 7$

तब  $\sin \theta$  व  $\cos \theta$  का मान ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta = 7$  (दिया है)

$$\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1 \quad (\text{सर्वसमिका 3 से})$$

$$2 \operatorname{cosec}^2 \theta = 8$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = 4$$

$$\operatorname{cosec} \theta = 2 \quad \text{तब, } \theta = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ व } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Ex 46.** यदि  $\operatorname{cosec}^4 \alpha = 17 + \cot^4 \alpha$  है, तब  $\sin \alpha$  व  $\cos \alpha$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\operatorname{cosec}^4 \alpha = 17 + \cot^4 \alpha \Rightarrow \operatorname{cosec}^4 \alpha - \cot^4 \alpha = 17$

$$\Rightarrow (\operatorname{cosec}^2 \alpha + \cot^2 \alpha)(\operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha) = 17$$

$$\operatorname{cosec}^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 17 \quad \dots(i)$$

$$\frac{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1}{\dots(ii)}$$

$$2\operatorname{cosec}^2 \alpha = 18 \Rightarrow \operatorname{cosec}^2 \alpha = 9$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

**(B).**  $\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$

$$\Rightarrow (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)(\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta) = 1$$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta}$$

$$\text{यदि } \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = x$$

$$\text{तब } \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{x}$$

जोड़ने पर

घटाने पर

$$2\operatorname{cosec} \theta = x + \frac{1}{x} \quad \text{व} \quad 2\cot \theta = x - \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec} \theta = \frac{x^2 + 1}{2x} \quad \text{व} \quad \cot \theta = \frac{x^2 - 1}{2x}$$

**Ex 47.** यदि  $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = 7$  है, तब  $\tan \theta$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\therefore \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = 7$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow 2\cot \theta = 7 - \frac{1}{7} \quad (\text{घटाने पर})$$

$$\Rightarrow 2\cot \theta = \frac{48}{7}$$

$$\Rightarrow \cot \theta = \frac{24}{7} \Rightarrow \tan \theta = \frac{7}{24}$$

**(C).**  $a \operatorname{cosec} \theta + b \cot \theta = c$

$$\frac{b \operatorname{cosec} \theta + a \cot \theta = d}{a^2 - b^2 = c^2 - d^2} \quad (\text{वर्ग करके घटाने पर})$$

या

$$a \operatorname{cosec} \theta - b \cot \theta = c$$

$$\frac{a \cot \theta - b \operatorname{cosec} \theta = d}{a^2 - b^2 = c^2 - d^2} \quad \text{या} \quad b \operatorname{cosec} \theta - a \cot \theta = d$$

$$(\text{वर्ग करके घटाने पर})$$

सिद्ध:

$$a^2 \operatorname{cosec}^2 \theta + b^2 \cot^2 \theta + 2ab \operatorname{cosec} \theta \cot \theta - b^2 \operatorname{cosec}^2 \theta - a^2 \cot^2 \theta - 2ab \operatorname{cosec} \theta \cot \theta = c^2 - d^2$$

$$\Rightarrow a^2 (\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta) - b^2 (\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta) = c^2 - d^2$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = c^2 - d^2$$

**Ex 48.** यदि  $3\operatorname{cosec} \theta - 7\cot \theta = 3$  है, तब  $3\cot \theta - 7\operatorname{cosec} \theta$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $3\operatorname{cosec} \theta - 7\cot \theta = 3$

$$3\cot \theta - 7\operatorname{cosec} \theta = d \quad (\text{माना})$$

$$\text{पिछली सर्वसमिका द्वारा } (a^2 - b^2 = c^2 - d^2)$$

$$3^2 - 7^2 = 3^2 - d^2$$

$$d^2 = 7^2 = 49$$

$$d = \pm 7$$

**Type - 2**

**(A)**

$$1. \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 2 \quad \text{या} \quad \sin \alpha + \sin \beta = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \alpha = \beta = 90^\circ \leftarrow \end{array} \right.$$

$$2. \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2 \quad \text{या} \quad \sin \alpha + \cos \beta = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \alpha = 90^\circ \text{ और } \beta = 0^\circ \leftarrow \end{array} \right.$$

$$3. \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2 \quad \text{या} \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \alpha = \beta = 0^\circ \leftarrow \end{array} \right.$$

- (B) 1.  $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = 0$  जब  $\alpha = \beta = 0^\circ$   
 2.  $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 0$  जब  $\alpha = 0^\circ$  &  $\beta = 90^\circ$   
 3.  $\cos^2\alpha + \cos^2\beta = 0$  जब  $\alpha = \beta = 90^\circ$

Ex 49.  $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 2$  तब  $\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = ?$

Sol<sup>n</sup>.  $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 2 \Rightarrow \alpha = 90^\circ, \beta = 0^\circ$

$$\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = \tan\left(\frac{90^\circ}{2}\right) = \tan 45^\circ = 1$$

Ex 50. यदि  $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \cos^2\gamma = 3$

है, तब  $\tan\left(\frac{\alpha+\beta+\gamma}{4}\right) + \cot\left(\frac{\alpha+\beta+\gamma}{4}\right)$  का मान क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>.  $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \cos^2\gamma = 3$

सभी  $\sin\alpha, \sin\beta$  व  $\cos\gamma = 1$  होना चाहिए इसलिए  
 $\alpha = \beta = 90^\circ$  &  $\gamma = 0^\circ$

$$\tan\left(\frac{\alpha+\beta+\gamma}{4}\right) + \cot\left(\frac{\alpha+\beta+\gamma}{4}\right)$$

$$= \tan\left(\frac{180^\circ}{4}\right) + \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right)$$

$$= \tan 45^\circ + \cot 45^\circ$$

$$= 1 + 1 = 2$$

Ex 51. यदि  $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 2$  है, तब  $\sin\left(\frac{2\alpha+\beta}{3}\right)$  का

मान क्या होगा?

- (a)  $\sin\frac{\alpha}{3}$       (b)  $\cos\frac{2\alpha}{3}$   
 (c)  $\cos\frac{\alpha}{3}$       (d) इनमें से कोई नहीं

Sol<sup>n</sup>.  $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 2 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$  व  $\beta = 0^\circ$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{2\alpha+\beta}{3}\right) = \sin\left(\frac{180^\circ}{3}\right) = \sin 60^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \cos\frac{\alpha}{3}$$

सूत्र:

- $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$$5. \tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$6. \tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

A = B क्रमशः सूत्र 1, 3 व 5 में रखने पर

$$7. \sin 2A = \boxed{2 \sin A \cos A}$$

$$= \frac{2 \sin A}{\cos A} \cdot \cos^2 A = \frac{2 \tan A}{\sec^2 A}$$

$$= \boxed{\frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}}$$

$$8. \cos 2A = \boxed{\cos^2 A - \sin^2 A}$$

$$= \boxed{2 \cos^2 A - 1} = \boxed{1 - 2 \sin^2 A}$$

$$= \cos^2 A \left(1 - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}\right) = \boxed{\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}}$$

$$9. \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

सूत्र (1) व (2) और (3) व (4) को जोड़ने तथा घटाने पर

$$10. 2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$11. 2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

$$12. 2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$$

$$13. 2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$$

माना  $A+B = C$  और  $A-B = D$

तब,  $A = \frac{C+D}{2}$  और  $B = \frac{C-D}{2}$  इन मानों को सूत्र (10),

(11), (12) और (13) में रखने पर

$$14. \sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$$

$$15. \sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cdot \sin \frac{C-D}{2}$$

$$16. \cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$$

$$17. \cos C - \cos D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cdot \sin \frac{D-C}{2}$$

$$18. \sin^2 A - \sin^2 B = \sin(A+B) \cdot \sin(A-B)$$

$$19. \cos^2 A - \sin^2 B = \cos(A+B) \cdot \cos(A-B)$$

$$20. \sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$$

$$21. \cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$$

$$22. \tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$$

सूत्रों पर आधारित प्रश्न :-

$$\text{Ex 52. } \frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = ?$$

$$\text{Sol}^n. \frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ - \sqrt{3} \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$$

$$= \frac{2 \left( \frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ \right)}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$$

$$= \frac{2 [\sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \sin 10^\circ]}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$$

$$= \frac{2.2 \sin(30^\circ - 10^\circ)}{2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ} = \frac{4 \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 4$$

$$\text{Ex 53. यदि } \cos x = \frac{2 \cos y - 1}{2 - \cos y} \text{ है, तब } \tan \frac{x}{2} \cdot \cot \frac{y}{2} = ?$$

$$\text{Sol}^n. \Rightarrow \frac{\cos x}{1} = \frac{2 \cos y - 1}{2 - \cos y}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{\cos x + 1}{\cos x - 1} = \frac{2 \cos y - 1 + 2 - \cos y}{2 \cos y - 1 - 2 + \cos y}$$

$$\frac{\cos x + 1}{\cos x - 1} = \frac{1 + \cos y}{3(\cos y - 1)}$$

$$\frac{2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 + 1}{1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1} = \frac{1 + 2 \cos^2 \frac{y}{2} - 1}{3 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{y}{2} - 1 \right)}$$

$$\frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{-2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \cos^2 \frac{y}{2}}{3 \left( -2 \sin^2 \frac{y}{2} \right)}$$

$$\cot^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{3} \cot^2 \frac{y}{2}$$

$$3 = \tan^2 \frac{x}{2} \cdot \cot^2 \frac{y}{2}$$

$$\tan \frac{x}{2} \cdot \cot \frac{y}{2} = \sqrt{3}$$

विधि-2

$$\cos x = \frac{2 \cos y - 1}{2 - \cos y}$$

$y = 90^\circ$  रखने पर

$$\cos x = \frac{2 \times 0 - 1}{2 - 0} = \frac{-1}{2} = \cos 120^\circ$$

$$x = 120^\circ$$

अतः,

$$\tan \frac{x}{2} \cdot \cot \frac{y}{2} = \tan 60^\circ \cdot \cot 45^\circ$$

$$= \sqrt{3} \cdot 1$$

$$= \sqrt{3}$$

**Ex 54.**  $\frac{1}{2} \operatorname{cosec} 10^\circ - 2 \sin 70^\circ = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{1}{2} \operatorname{cosec} 10^\circ - 2 \sin 70^\circ = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$   
 $= \frac{1 - 2 \cdot 2 \sin 70^\circ \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{1 - 2[\cos 60^\circ - \cos 80^\circ]}{2 \sin 10^\circ}$

**सूत्र द्वारा:**  $[2 \sin A \cdot \sin B = \cos(A - B) - \cos(A + B)]$

$$= \frac{1 - 2\left(\frac{1}{2} - \cos 80^\circ\right)}{2 \sin(90^\circ - 80^\circ)} = \frac{1 - 1 + 2 \cos 80^\circ}{2 \cos 80^\circ}$$

$$= \frac{2 \cos 80^\circ}{2 \cos 80^\circ} = 1$$

**Ex 55.**  $\cot 70^\circ + 4 \cos 70^\circ = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\cot 70^\circ + 4 \cos 70^\circ = \tan 20^\circ + 4 \sin 20^\circ$

$$= \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} + 4 \sin 20^\circ$$

$$= \frac{\sin 20^\circ + 4 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\sin 20^\circ + 2 \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ + 2 \sin(60^\circ - 20^\circ)}{\cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ + 2[\sin 60^\circ \cdot \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 20^\circ]}{\cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ + \sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \sqrt{3}$$

**Ex 56.**  $4 \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cot 20^\circ$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $4 \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cot 20^\circ = 4 \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$   
 $= \frac{4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$   
 $= \frac{2 \cdot 2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$

$$= \frac{2 \sin 40^\circ - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2 \sin(60^\circ - 20^\circ) - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2[\sin 60^\circ \cdot \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 20^\circ] - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = -1$$

**Type - 3**

**अग्रिम सर्वसमिकाएँ : (Advanced Identity)**

(A). If  $A + B + C = 180^\circ$  or  $\pi$  (या ABC एक त्रिभुज है)

$A + B = 180^\circ - C$  (दोनों पक्षों में  $\tan$  लेने पर)

$$\tan(A + B) = \tan(180^\circ - C)$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = -\tan C$$

$$\tan A + \tan B = -\tan C + \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$$

1.  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

$$\frac{1}{\cot A} + \frac{1}{\cot B} + \frac{1}{\cot C} = \frac{1}{\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C}$$

$$= \frac{\cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A + \cot A \cdot \cot B}{\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C} = \frac{1}{\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C}$$

2.  $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1$

**Ex 57.**  $\tan 20^\circ + \tan 72^\circ + \tan 88^\circ = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** कोणों का योग  $= 20^\circ + 72^\circ + 88^\circ = 180^\circ$

So,  $\tan 20^\circ + \tan 72^\circ + \tan 88^\circ$   
 $= \tan 20^\circ \cdot \tan 72^\circ \cdot \tan 88^\circ$

**Ex 58.**  $\tan(2x - y) + \tan(y - x) + \tan(\pi - x) = ?$

**Sol<sup>n</sup>.** कोणों का योग  $= 2x - y + y - x + \pi - x = \pi$

तब,  $\tan(2x - y) + \tan(y - x) + \tan(\pi - x)$

$$= \tan(2x - y) \cdot \tan(y - x) \cdot \tan(\pi - x)$$

**Ex 59.** त्रिभुज ABC में,  $\tan A + \tan B + \tan C = 6$  और  $\tan A$ .

$\tan B = 3$  तो कोण की प्रकृति ज्ञात कीजिए,

**Sol<sup>n</sup>.**  $\tan A + \tan B + \tan C = 6 = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

$$\Rightarrow 6 = 3 \cdot \tan C \quad \Rightarrow \tan C = 2$$

$\therefore$   $\tan C$  धनात्मक है, इसलिए कोण I<sup>st</sup> चतुर्थांश या III<sup>rd</sup> चतुर्थांश में होगा। III<sup>rd</sup> चतुर्थांश में कोई भी कोण  $180^\circ$  से बड़ा होगा इसलिए कोण C पहले चतुर्थांश में होगा। तथा न्यून कोण होगा। ( $\angle C < 90^\circ$ ).

इसी प्रकार  $\angle A$  और  $\angle B$

$$\Rightarrow \tan A \cdot \tan B = 3$$

(-ve) व (-ve)

या (+ve) व (+ve)

इस स्थिति में  $\tan A$  व  $\tan B$  दोनों धनात्मक या ऋणात्मक होंगे।

लेकिन जब दोनों ऋणात्मक है इसका मतलब  $\angle A$  व  $\angle B$  दोनों II<sup>nd</sup> चतुर्थांश में होंगे या IV<sup>th</sup> चतुर्थांश में होंगे जो त्रिभुज में सम्भव नहीं है।

अतः दोनों  $\tan A$  व  $\tan B$  धनात्मक होंगे तथा प्रथम चतुर्थांश में होंगे ( $\angle A$  व  $\angle B < 90^\circ$ )

$\Rightarrow \angle A, \angle B, \angle C$  न्यूनकोण है, इसलिए त्रिभुज न्यून कोण त्रिभुज होगा।

(B). यदि  $A + B + C = 90^\circ$

$$1. \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$$

$$2. \tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A = 1$$

Ex 60. एक चतुर्भुज में  $\angle D = 270^\circ$

तो  $\tan A \cdot \tan B + \tan B \cdot \tan C + \tan C \cdot \tan A = ?$

Sol<sup>n</sup>. चतुर्भुज में  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 360^\circ - 270^\circ$$

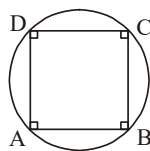
$$\angle A + \angle B + \angle C = 90^\circ$$

$$\text{तब } \tan A \cdot \tan B + \tan B \cdot \tan C + \tan C \cdot \tan A = 1$$

Ex 61. एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD में,

तो  $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = ?$

Sol<sup>n</sup>. चक्रीय चतुर्भुज में



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos A + \cos B + \cos(180^\circ - A) + \cos(180^\circ - B) \\ = \cos A + \cos B - \cos A - \cos B = 0 \end{aligned}$$

Ex 62. त्रिभुज ABC में

$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = ?$$

Sol<sup>n</sup>.  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

[सर्वसमिका B.(2) द्वारा]

$$\Rightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1$$

(C). यदि  $A + B = 45^\circ$  or  $225^\circ$

दोनों पक्षों में  $\tan$  लेने पर

$$\tan(A + B) = \tan 45^\circ$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = 1$$

$$\tan A + \tan B = 1 - \tan A \cdot \tan B$$

$$\tan A + \tan B + \tan A \cdot \tan B = 1$$

दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर

$$(1 + \tan A) + \tan B(1 + \tan A) = 1 + 1$$

$$(1 + \tan A) \cdot (1 + \tan B) = 2$$

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं,

$$(1 - \cot A) \cdot (1 - \cot B) = 2$$

$$(1). \boxed{(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2}$$

$$(2). \boxed{(1 - \cot A)(1 - \cot B) = 2}$$

or

$$\boxed{(\cot A - 1)(\cot B - 1) = 2}$$

Ex 63. ज्ञात करो  $(1 + \tan 2^\circ)(1 + \tan 43^\circ) = ?$

Sol<sup>n</sup>.  $\angle A + \angle B = 2^\circ + 43^\circ = 45^\circ$

$$\text{अतः } (1 + \tan 2^\circ)(1 + \tan 43^\circ) = 2$$

**Ex 64.**  $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) \dots (1 + \tan 45^\circ) = 2^n$

है, तब  $n$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) + \dots (1 + \tan 44^\circ)(1 + \tan 45^\circ) = 2^n$   
 $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 44^\circ) = 2$   
 $(1 + \tan 2^\circ)(1 + \tan 43^\circ) = 2$

इसी प्रकार  $44^\circ$  तक कुल 44 पद होंगे और दो पदों का गुणनफल 2 होगा तथा कुल पदों के इस प्रकार जोड़े 22 होंगे।

अन्तिम पद  $(1 + \tan 45^\circ)$  भी 2 होगा इसलिए

$(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) + \dots (1 + \tan 44^\circ)(1 + \tan 45^\circ)$   
 $= 2^{22} \cdot 2 = 2^{23} = 2^n$

घातों की तुलना करने पर  $\Rightarrow n = 23$

**Ex 65.**  $\left[1 + \tan\left(22\frac{1}{2}^\circ + x - y\right)\right] \left[1 + \tan\left(22\frac{1}{2}^\circ + y - x\right)\right] = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\angle A + \angle B = 22\frac{1}{2}^\circ + x - y + 22\frac{1}{2}^\circ + y - x = 45^\circ$

$\Rightarrow \left[1 + \tan\left(22\frac{1}{2}^\circ + x - y\right)\right] \left[1 + \tan\left(22\frac{1}{2}^\circ + y - x\right)\right] = 2$

**Ex 66.** यदि  $A + B = 45^\circ$  है, तब  $\frac{\tan A}{1 - \tan A} \cdot \frac{\tan B}{1 - \tan B}$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{\tan A}{1 - \tan A} \cdot \frac{\tan B}{1 - \tan B} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\cot A}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{\cot B}}$

$$= \frac{1}{\cot A - 1} \cdot \frac{1}{\cot B - 1}$$

$$= \frac{1}{(\cot A - 1)(\cot B - 1)} = \frac{1}{2}$$

**(D).** यदि  $A - B = 45^\circ$  or  $225^\circ$

यदि हम पिछली सर्वसमिका में  $B = -B$  रखते हैं तो हम प्राप्त करते हैं

$$1. \quad \boxed{(1 + \tan A)(1 - \tan B) = 2}$$

$$2. \quad \boxed{(1 - \cot A)(1 + \cot B) = 2}$$

**(E). सर्वसमिका**

$$(1) \quad \sin \theta \cdot \sin(60^\circ - \theta) \cdot \sin(60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

$$(2) \quad \cos \theta \cdot \cos(60^\circ - \theta) \cdot \cos(60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \cos 3\theta$$

$$(3) \quad \tan \theta \cdot \tan(60^\circ - \theta) \cdot \tan(60^\circ + \theta) = \tan 3\theta$$

$$(4) \quad \cot \theta \cdot \cot(60^\circ - \theta) \cdot \cot(60^\circ + \theta) = \cot 3\theta$$

**(1) का सिद्धीकरण:**

$$\Rightarrow \sin \theta \cdot \sin(60^\circ - \theta) \cdot \sin(60^\circ + \theta)$$

$$= \frac{1}{2} (2 \sin \theta \cdot \sin(60^\circ + \theta) \cdot \sin(60^\circ - \theta))$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta [\cos(60^\circ + \theta - 60^\circ + \theta) - \cos(60^\circ + \theta + 60^\circ - \theta)]$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta (\cos 2\theta - \cos 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta \left(1 - 2 \sin^2 \theta + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta \left(\frac{3}{2} - 2 \sin^2 \theta\right) = \frac{1}{2} \sin \theta \left(\frac{3 - 4 \sin^2 \theta}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4} (3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

ऊपर दी गई 4 सर्वसमिकाओं पर आधारित प्रश्न

**Ex 67.**  $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\theta = 20^\circ$  सर्वसमिका 1 में रखने पर

$$\Rightarrow \sin \theta \cdot \sin(60^\circ - \theta) \cdot \sin(60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

$$= \sin 20^\circ \cdot \sin(60^\circ - 20^\circ) \cdot \sin(60^\circ + 20^\circ) = \frac{1}{4} \sin 3 \times 20^\circ$$

$$= \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 80^\circ = \frac{1}{4} \sin 60^\circ$$

अतः  $\sin 60^\circ \cdot \sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$

$$= \sin 60^\circ \left(\frac{1}{4} \sin 60^\circ\right)$$



$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{16}$$

**Ex 68.**  $1 - \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $1 - \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

$$= 1 - \left( \frac{1}{4} \sin 3 \times 10^\circ \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{4} \times \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$$

**Ex 69.**  $\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 54^\circ = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 72^\circ}{\downarrow} \cdot \left( \frac{\sin 54^\circ}{\sin 72^\circ} \right)$

$$= \left( \frac{1}{4} \times \sin 3 \times 12^\circ \right) \times \frac{\cos 36^\circ}{2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \times \sin 36^\circ \times \frac{1}{2 \sin 36^\circ} = \frac{1}{8}$$

**Ex 70.**  $\sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{\sin 6^\circ \sin 54^\circ \sin 66^\circ}{\downarrow} \cdot \frac{\sin 42^\circ \sin 78^\circ}{\sin 54^\circ}$

$$= \frac{\left( \frac{1}{4} \sin 18^\circ \right) \cdot \sin 42^\circ \cdot \sin 78^\circ}{\sin 54^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \sin 54^\circ \cdot \frac{1}{\sin 54^\circ} = \frac{1}{16}$$

त्रिकोणमितिय अनुपातों का अधिकतम व न्यूनतम मान:

(Maximum & Minimum Value of Trigonometric)

	अधिकतम	न्यूनतम
$\sin \theta$ या $\cos \theta$	1	-1
$\sin^2 \theta$ या $\cos^2 \theta$	1	0
$\sin^3 \theta$ या $\cos^3 \theta$	1	-1
$\tan \theta$ या $\cot \theta$	$\infty$	$-\infty$
$\tan^2 \theta$ या $\cot^2 \theta$	$\infty$	0
$\tan^3 \theta$ या $\cot^3 \theta$	$\infty$	$-\infty$
$\sec \theta$ या $\operatorname{cosec} \theta$	$\infty$	$-\infty$

$$\sec^2 \theta \text{ या } \operatorname{cosec}^2 \theta \quad \infty \quad 1$$

$$\sec^3 \theta \text{ या } \operatorname{cosec}^3 \theta \quad \infty \quad -\infty$$

**नोट:**  $\sec \theta$  व  $\operatorname{cosec} \theta$  का मान  $-\infty$  से  $\infty$  तक कुछ भी हो सकता है। लेकिन  $\sec \theta$  व  $\operatorname{cosec} \theta$  का मान  $-1$  व  $1$  के बीच में नहीं हो सकता लेकिन यह  $-1$  व  $1$  हो सकता है।

**Ex 71.** निम्न में से कौन-सा गलत है?

(a)  $\sin \theta = \frac{3}{4}$  (b)  $\cos \theta = \frac{3}{4}$

(c)  $\sec \theta = \frac{1}{2}$  (d)  $\tan \theta = 9$

**Sol<sup>n</sup>.** (c)  $\sec \theta = \frac{1}{2}$  (यह  $-1$  व  $1$  के बीच नहीं हो सकता)

**Type - 1**

**Ex 72.**  $10 + \sin \alpha$  का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान =  $10 + 1 = 11$

न्यूनतम मान =  $10 - 1 = 9$

**Ex 73.**  $10 + \sin \alpha + \cos \beta$  का अधिकतम मान व न्यूनतम मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान =  $10 + 1 + 1 = 12$

न्यूनतम मान =  $10 - 1 - 1 = 8$

( $\alpha$  और  $\beta$  एक दूसरे पर निर्भर नहीं हैं।)

**Ex 74.**  $10 + \sin^2 \alpha$  का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान =  $10 + 1 = 11$

न्यूनतम मान =  $10 + 0 = 10$

**Ex 75.**  $10 + \tan^2 \alpha$  का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान नहीं पूछेगा तथा  $\infty$  के बराबर होगी।

न्यूनतम मान =  $10 + 0 = 10$

**Ex 76.**  $11 + \sec^2 \alpha$  का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान नहीं पूछेगा क्योंकि वह  $\infty$  होगा।

न्यूनतम मान =  $11 + 1 = 12$

**Ex 77.**  $10 \sin^2 \alpha + 12 \cos^2 \alpha$  का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ पर कोण बराबर हैं इसलिए  $\sin^2\alpha$  व  $\cos^2\alpha$  का मान सीधे नहीं रख सकते।

**नोट:** यदि  $a \sin^2\alpha + b \cos^2\alpha$  दिया हुआ है तब  $a$  और  $b$  का अधिक मान व्यंजक का अधिकतम मान होगा और कम मान व्यंजक का न्यूनतम मान होगा।

$$\begin{aligned} & 10 \sin^2\alpha + 12\cos^2\alpha \\ & = 10 \sin^2\alpha + 10 \cos^2\alpha + 2\cos^2\alpha \\ & = 10(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + 2\cos^2\alpha \\ & = 10 + 2\cos^2\alpha \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{अधिकतम मान} = 10 + 2(1) = 12$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 10 + 0 = 10$$

<b>eg.</b> यदि $a > b$	यदि $a < b$
अधिकतम = $a$	अधिकतम = $b$
न्यूनतम = $b$	न्यूनतम = $a$

**Ex 78.**  $32\sin^2\alpha + 43\cos^2\alpha$  का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान = 43

$$\text{न्यूनतम मान} = 32$$

**Ex 79.**  $10\sin^2\alpha - 23 \cos^2\alpha$  का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान = 10

$$\text{न्यूनतम मान} = -23$$

**Ex 80.**  $-11\sin^2\alpha - 3\cos^2\alpha$  का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान = -3

$$\text{न्यूनतम मान} = -11$$

**Ex 81.**  $10 \sin^2\alpha + 101 \cos^2\beta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** कोण अलग-अलग व एक-दूसरे पर निर्भर नहीं है तो  $\sin^2\alpha$  व  $\cos^2\beta$  का अलग-अलग न्यूनतम व अधिकतम मान रख सकते हैं।

$$\text{अधिकतम मान} = 10 \times 1 + 101 \times 1 = 111$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 10 \times 0 + 101 \times 0 = 0$$

**Ex 82.**  $23 \sec^2\theta + 20 \tan^2\theta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान नहीं पूछा जायेगा व  $\infty$  होगा।

$$\begin{aligned} \Rightarrow & 23\sec^2\theta + 20\tan^2\theta \\ & = 23(1 + \tan^2\theta) + 20\tan^2\theta \\ & = 23 + 43 \tan^2\theta \end{aligned}$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 23 + 0 = 23$$

या

$$\begin{aligned} \Rightarrow & 23 \sec^2\theta + 20 (\sec^2\theta - 1) \\ & = 43 \sec^2\theta - 20 \end{aligned}$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 43 - 20 = 23$$

**नोट:** यदि  $a \sec^2\alpha + b \tan^2\alpha$  दिया गया है, तो  $\sec^2\alpha$  का गुणांक न्यूनतम व  $a$  के बराबर होगा।

**Ex 83.**  $17 \sec^2\theta + 15 \tan^2\theta$  का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** न्यूनतम मान = 17

**Type - 2**

$$a \sin\theta + b \cos\theta$$

$$\text{अधिकतम मान} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{न्यूनतम मान} = -\sqrt{a^2 + b^2}$$

**सिद्ध:**

$$a \sin\theta + b \cos\theta$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \left[ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin\theta + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos\theta \right]$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} [\sin(\alpha + \theta)] = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\left( \text{माना, } \cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ तब } \sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

**Ex 84.**  $8\sin\theta + 15\cos\theta$  का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान =  $\sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

$$\text{न्यूनतम मान} = -\sqrt{8^2 + 15^2} = -17$$

**Ex 85.**  $27^{\sin x} \cdot 81^{\cos x}$  का अधिकतम मान और न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $27^{\sin x} \cdot 81^{\cos x}$

$$= (3^3)^{\sin x} \cdot (3^4)^{\cos x}$$

$$= 3^{3\sin x} \cdot 3^{4\cos x}$$

$$= 3^{3\sin x + 4\cos x}$$

$3\sin x + 4\cos x$  का अधिकतम और न्यूनतम मान

$$= \pm \sqrt{a^2 + b^2} = \pm \sqrt{3^2 + 4^2} = \pm 5$$

$$27^{\sin x} \cdot 81^{\cos x} \text{ का अधिकतम मान} = 3^5 = 243$$

$$27^{\sin x} \cdot 81^{\cos x} \text{ का न्यूनतम मान} = 3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$$

**Ex 86.**  $5\cos\theta + 3\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + 3$  का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $5\cos\theta + 3\left(\cos\theta \cdot \cos\frac{\pi}{3} - \sin\theta \cdot \sin\frac{\pi}{3}\right) + 3$

$$= 5\cos\theta + \frac{3}{2}\cos\theta - \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\theta + 3$$

$$= \frac{13}{2}\cos\theta - \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\theta + 3$$

अधिकतम व न्यूनतम मान

$$= \pm \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{169}{4} + \frac{27}{4}} = \pm \sqrt{49} = \pm 7$$

अधिकतम मान =  $+7 + 3 = 10$

न्यूनतम मान =  $-7 + 3 = -4$

**Ex 87.**  $10\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 2\sin^2 x$  का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.** प्रथम-विधि :

$$9\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + \sin^2 x + (\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$\downarrow$$

$$1$$

$$= (3\cos x - \sin x)^2 + 1$$

$$\downarrow$$

$$0 \quad [\because 10 + x^2 = 10 \text{ का न्यूनतम मान}]$$

तब न्यूनतम मान = 1

$$3\cos x - \sin x \text{ का अधिकतम मान} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$\text{तब अधिकतम मान} = (\sqrt{10})^2 + 1 = 10 + 1 = 11$$

**द्वितीय विधि :**

$$10\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 2\sin^2 x$$

$$= 8\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$= 8\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 2$$

$$= 8 \cdot \left(\frac{\cos 2x + 1}{2}\right) - 3 \cdot 2 \sin x \cos x + 2$$

$$= 4 \cos 2x - 3 \sin 2x + 6 \quad \left[\because \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}\right]$$

$4\cos 2x - 3\sin 2x$  का अधिकतम और न्यूनतम मान

$$= \pm \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \pm 5$$

$$\Rightarrow \text{अधिकतम मान} = +5 + 6 = 11$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = -5 + 6 = 1$$

**Type - 3**

$\sin^n \theta \cdot \cos^n \theta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान :-

$$\Rightarrow (\sin \theta \cdot \cos \theta)^n$$

$$= \left(\frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{2}\right)^n = \left(\frac{\sin 2\theta}{2}\right)^n = \frac{\sin^n 2\theta}{2^n}$$

$$\Rightarrow \text{अधिकतम मान} = \frac{1^n}{2^n} = \frac{1}{2^n}$$

[ $\because \sin 2\theta$  का अधिकतम मान = 1]

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = \frac{(-1)^n}{2^n} \begin{cases} \frac{-1}{2^n} & (n-\text{विषम}) \\ 0 & (n-\text{सम}) \end{cases}$$

[ $\because \sin^n 2\theta$  का न्यूनतम मान 0 है यदि  $n$  सम है व  $-1$  होगा यदि  $n$  विषम है]

**Ex 88.**  $\sin^4\theta \cdot \cos^4\theta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान  $= \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

व न्यूनतम मान  $= 0$

**Ex 89.**  $\sin^3\theta \cdot \cos^3\theta$  का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान  $= \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

न्यूनतम मान  $= \frac{-1}{2^n} = \frac{-1}{2^3} = \frac{-1}{8}$

#### Type - 4

$\sin^{2m}\theta \leq \dots \sin^6\theta \leq \sin^4\theta \leq \sin^2\theta \dots$  (i)

$\cos^{2n}\theta \leq \dots \cos^6\theta \leq \cos^4\theta \leq \cos^2\theta \dots$  (ii)

ऊपर दिये गये दोनों समीकरणों को जोड़ने पर

$\Rightarrow \sin^{2m}\theta + \cos^{2n}\theta \leq \sin^2\theta + \cos^2\theta$

$\Rightarrow \sin^{2m}\theta + \cos^{2n}\theta \leq 1$

$\sin^{2m}\theta + \cos^{2n}\theta$  का अधिकतम मान 1 होगा।

इस स्थिति में  $\sin$  व  $\cos$  की घात सम होनी चाहिए।

**Ex 90.**  $\sin^8\theta + \cos^{14}\theta$  का अधिकतम मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान  $= 1$

**Ex 91.**  $\sin^6\theta + \cos^6\theta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान  $= 1$

( $\because \sin^6\theta + \cos^6\theta = 1 - 3\sin^2\theta \cos^2\theta$ )

$\Rightarrow \sin^6\theta + \cos^6\theta = 1 - 3\sin^2\theta \cos^2\theta$  का मान न्यूनतम होना चाहिए जब  $\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$  का मान अधिकतम है।

$\Rightarrow$  न्यूनतम मान  $= 1 - 3\left(\frac{1}{2^2}\right) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

**Ex 92.**  $\sin^4\theta + \cos^4\theta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान होगा।

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान  $= 1$

( $\because \sin^4\theta + \cos^4\theta = 1 - 2\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$ )

$\Rightarrow \sin^4\theta + \cos^4\theta = 1 - 2\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$  का मान न्यूनतम

होना चाहिए जब  $\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$  का मान अधिकतम हो

$\Rightarrow$  न्यूनतम मान  $= 1 - 2\left(\frac{1}{2^2}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

**Ex 93.**  $\sin^2\theta + \cos^4\theta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान  $= 1$

$\because \sin^2\theta + \cos^4\theta = 1 - \cos^2\theta + \cos^4\theta$

$= 1 - \cos^2\theta \cdot (1 - \cos^2\theta) = 1 - \cos^2\theta \cdot \sin^2\theta$

$\Rightarrow \sin^2\theta + \cos^4\theta = 1 - \cos^2\theta \cdot \sin^2\theta$  का मान न्यूनतम होना चाहिए जब  $\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$  का मान अधिकतम हो

$\Rightarrow$  न्यूनतम मान  $= 1 - \left(\frac{1}{2^2}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

**Ex 94.**  $\cos^2\theta + \sin^4\theta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करें

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान  $= 1$

$\because \cos^2\theta + \sin^4\theta = 1 - \sin^2\theta + \sin^4\theta$

$= 1 - \sin^2\theta \cdot (1 - \sin^2\theta) = 1 - \sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$

$\cos^2\theta + \sin^4\theta = 1 - \sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$  का मान न्यूनतम होना चाहिए जब  $\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$  का मान अधिकतम हो

न्यूनतम मान  $= 1 - \left(\frac{1}{2^2}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

**Ex 95.**  $\sin^{88}\theta + \cos^{114}\theta$  का अधिकतम मान बताओ

**Sol<sup>n</sup>.** अधिकतम मान  $= 1$  (88 व 114 घात सम संख्या है)

**Ex 96.**  $\sin^2\theta + \cos\theta$  अधिकतम व न्यूनतम मान बताओ।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\sin^2\theta + \cos\theta = 1 - \cos^2\theta + \cos\theta$

$= 1 - \left(\cos^2\theta - \cos\theta + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right)$

$= 1 - \left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

$= \frac{5}{4} - \left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right)^2$

अधिकतम मान  $= \frac{5}{4}$  [ $\because 10 - x^2$  का अधिकतम मान  $= 10$ ]

$$\Rightarrow \sin^2 \theta + \cos \theta = \frac{5}{4} - \left( \cos \theta - \frac{1}{2} \right)^2 \text{ का मान न्यूनतम}$$

होना चाहिए जब  $\left( \cos \theta - \frac{1}{2} \right)^2$  का अधिकतम हो

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{न्यूनतम मान} &= \frac{5}{4} - \left( -1 - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{5}{4} - \left( -\frac{3}{2} \right)^2 \\ &= \frac{5}{4} - \frac{9}{4} = -1 \end{aligned}$$

**Ex 97.**  $\cos^2 \theta + \sin \theta$  का अधिकतम व न्यूनतम मान बताओ

**Sol<sup>n</sup>.**  $\cos^2 \theta + \sin \theta = 1 - \sin^2 \theta + \sin \theta$

$$= 1 - \left( \sin^2 \theta - \sin \theta + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) = 1 - \left( \sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{5}{4} - \left( \sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2$$

अधिकतम मान =  $\frac{5}{4}$  [  $\because 10 - x^2$  का न्यूनतम मान = 10 ]

$$\Rightarrow \cos^2 \theta + \sin \theta = \frac{5}{4} - \left( \sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2 \text{ का न्यूनतम होना}$$

चाहिए जब  $\left( \sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2$  का मान अधिकतम हो

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{न्यूनतम मान} &= \frac{5}{4} - \left( -1 - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{5}{4} - \left( -\frac{3}{2} \right)^2 \\ &= \frac{5}{4} - \frac{9}{4} = -1 \end{aligned}$$

**Type - 5**

(इस प्रकार के प्रश्नों में न्यूनतम मान पूछा जायेगा क्योंकि अधिकतम मान  $\infty$  होगा)

(A)  $a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta$

$$= (\sqrt{a} \tan \theta)^2 + (\sqrt{b} \cot \theta)^2 - 2\sqrt{a} \tan \theta \cdot \sqrt{b} \cot \theta + 2\sqrt{a} \tan \theta \cdot \sqrt{b} \cot \theta$$

$$= (\sqrt{a} \tan \theta - \sqrt{b} \cot \theta)^2 + 2\sqrt{a} \tan \theta \cdot \sqrt{b} \cot \theta$$

$$= (\sqrt{a} \tan \theta - \sqrt{b} \cot \theta)^2 + 2\sqrt{ab}$$

न्यूनतम मान  $2\sqrt{ab}$  जब  $\sqrt{a} \tan \theta - \sqrt{b} \cot \theta = 0$  है,

$$\text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} \Rightarrow \tan^2 \theta = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

[  $\because 10 + x^2 = 10$  का न्यूनतम मान जब  $x = 0$  ]

(B)  $a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$

पिछले सिद्धीकरण के आधार पर हम कह सकते हैं, न्यूनतम

$$\text{मान} = 2\sqrt{ab} \quad \text{जब} \Rightarrow \sin^2 \theta = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

लेकिन यहाँ यह आवश्यक है  $b \leq a$  अन्यथा  $\sin^2 \theta$  का मान 1 से बड़ा होगा जो संभव नहीं है यदि  $b \geq a$  तो

$a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$  का न्यूनतम मान  $a + b$  होगा।

(B) इसी प्रकार  $a \cos^2 \theta + b \sec^2 \theta$

**निष्कर्ष: (i)**  $a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab}$$

(ii)  $a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} \quad \text{जब } b \leq a$$

$$= a + b \quad \text{जब } b \geq a$$

(iii)  $a \cos^2 \theta + b \sec^2 \theta$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} \quad \text{जब } b \leq a$$

$$= a + b \quad \text{जब } b \geq a$$

(B)  $a \sec^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$

$$\text{न्यूनतम मान} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\text{सिद्ध: } a \sec^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$= a(1 + \tan^2 \theta) + b(1 + \cot^2 \theta)$$

$$= a + b + (a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta)$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$= (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

**Ex 98.**  $9 \tan^2 \theta + 4 \cot^2 \theta$  का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\text{Sol}^n. \text{ न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{9 \times 4} = 12$$

**Ex 99.**  $4 \cos^2 \theta + 9 \sec^2 \theta$  का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\text{Sol}^n. \text{ न्यूनतम मान} = a + b \text{ जब } b \geq a \\ = 4 + 9 = 13$$

**Ex 100.**  $4 \sec^2 \theta + 9 \operatorname{cosec}^2 \theta$  का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\text{Sol}^n. \text{ न्यूनतम मान} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{4} + \sqrt{9})^2 = 25$$

**Ex 101.**  $2 \sin^2 \theta + 32 \cot^2 \theta$  का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\text{Sol}^n. = 2 \sin^2 \theta + 32 \cot^2 \theta \\ = 2 \sin^2 \theta + 32(\operatorname{cosec}^2 \theta - 1) \\ = 2 \sin^2 \theta + 32 \operatorname{cosec}^2 \theta - 32 \\ \Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = a + b \text{ जब } b \geq a \\ = (2 + 32) - 32 = 2$$

**Ex 102.**  $32 \cos^2 \theta + 2 \tan^2 \theta$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{Sol}^n. = 32 \cos^2 \theta + 2 \tan^2 \theta \\ = 32 \cos^2 \theta + 2(\sec^2 \theta - 1) \\ = 32 \cos^2 \theta + 2 \sec^2 \theta - 2$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} - 2 = 2\sqrt{32 \times 2} - 2 = 14$$

**Ex 103.**

$$\sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta \\ = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta + 1 + \cot^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta \\ = 3 + 2 \tan^2 \theta + 2 \cot^2 \theta$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 3 + 2\sqrt{ab} = 3 + 2\sqrt{2 \times 2} = 7$$

**Ex 104.**

$$\sin^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sec^2 \beta + \tan^2 \gamma + \cot^2 \gamma$$

का न्यूनतम मान ज्ञात करें

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\sin^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sec^2 \beta + \tan^2 \gamma + \cot^2 \gamma \\ \Rightarrow \text{न्यूनतम मान} \\ = 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{1 \times 1} + 2\sqrt{1 \times 1} + 2\sqrt{1 \times 1} = 6$$

## प्रश्नावली-(मूल सर्वसमिकाएँ)

1.  $\frac{\sin 43^\circ}{\cos 47^\circ}$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a) 0 (b) 1  
 (c)  $\sin 43^\circ$  (d)  $\cos 47^\circ$
2. यदि  $\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$  है, तब  $\sin^5 \theta + \operatorname{cosec}^5 \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 1  
 (c) 0 (d) 2
3. यदि  $\tan \theta + \cot \theta = 2$  है, तब  $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 1  
 (c)  $\sqrt{2}$  (d) 0
4. यदि  $\cos \theta + \sec \theta = 2$  है, तब  $\sin^{100} \theta + \sec^{100} \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 100
5. यदि  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{5}{4}$  है, तब  $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta - 1}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{25}{16}$  (b)  $\frac{41}{40}$   
 (c)  $\frac{9}{41}$  (d)  $\frac{40}{41}$
6.  $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta}$  का मान ज्ञात करो।  
 (a)  $1 - \tan \theta - \cot \theta$  (b)  $1 + \tan \theta - \cot \theta$   
 (c)  $1 - \tan \theta + \cot \theta$  (d)  $1 + \tan \theta + \cot \theta$
7. यदि  $\tan \theta + \cot \theta = 2$  है, तब  $\tan^n \theta + \cot^n \theta$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ,  $n$  एक पूर्णांक है) का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b)  $2^n$   
 (c)  $2n$  (d)  $2^{n+1}$
8. यदि  $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{5}{3}$  है, तब  $\sin \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{4}$  (b)  $\frac{1}{3}$   
 (c)  $\frac{2}{3}$  (d)  $\frac{3}{4}$
9. यदि  $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{2}{3}$  है, तब  $1 - 2 \sin^2 \theta$  का मान होगा—  
 (a)  $\frac{4}{3}$  (b) 0  
 (c)  $\frac{2}{3}$  (d)  $\frac{1}{3}$
10.  $\tan 46^\circ - \cot 44^\circ = ?$   
 (a) 0 (b) 1  
 (c)  $\tan 46^\circ$  (d)  $\cot 44^\circ$
11.  $\cos 51^\circ - \sin 39^\circ + \sin 37^\circ - \cos 53^\circ = ?$   
 (a) 0 (b) 1  
 (c)  $\cos 104^\circ$  (d)  $\sin 39^\circ$
12. यदि  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$  है, तब  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $2 \cos 3\theta$  (b)  $2 \sin 3\theta$   
 (c)  $\sin 3\theta$  (d)  $\cos 3\theta$
13. यदि  $\sec \theta + \tan \theta = 3$  है, तब  $\sec \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{5}{3}$   
 (c)  $\frac{1}{6}$  (d) 9
14. यदि  $\cos \theta = \frac{5}{13}$  है, तब  $\tan^2 \theta + \sec^2 \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{39}{23}$  (b)  $\frac{39}{25}$   
 (c)  $\frac{313}{25}$  (d)  $\frac{329}{21}$

15. यदि  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  और

$\tan \theta = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots \infty}}}$  है, तब  $\sec^2 \theta$  का मान क्या होगा?

- (a) 10 (b) 12  
(c) 8 (d) 6

16. यदि  $\alpha + \beta = 90^\circ, \alpha = 2\beta$  है, तब  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \beta$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{3}{4}$   
(c)  $\frac{3}{2}$  (d)  $\frac{4}{3}$

17.  $\frac{1 - \tan^2 22\frac{1}{2}^\circ}{1 + \tan^2 22\frac{1}{2}^\circ}$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (b) 1  
(c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

18.  $\sin^2 88^\circ + \cos^2 88^\circ = ?$

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $\sqrt{3}$   
(c) 1 (d)  $\frac{1}{3}$

19. यदि  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  और  $\tan \phi = \frac{1}{3}$  है, तब  $\theta + \phi = ?$

- (a)  $\frac{\pi}{6}$  (b) 0  
(c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\pi$

20.  $(\tan A + \sec A - 1) \cos A$  का मान क्या होगा?

- (a)  $1 + \sin A$   
(b)  $(1 + \sin A)(\tan A - \sec A + 1)$   
(c)  $1 - \sin A$   
(d) इनमें से कोई नहीं

21. यदि  $2 \cos \theta = x + \frac{1}{x}$  है, तब  $2 \cos^2 \theta$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{1}{2} \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 1$  (b)  $\left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) - 1$   
(c)  $\frac{3}{x^3}$  (d) 1

22.  $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\left( \frac{1 - \cos A}{\sin A} \right)^2$  (b)  $\frac{1 - \cos A}{2 \sin A}$   
(c)  $\left( \frac{\sin A}{1 - \cos A} \right)^2$  (d)  $\frac{\sin A}{1 + \cos A}$

23.  $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\sec \theta - \tan \theta$  (b)  $\cos \theta - \cot \theta$   
(c)  $\sin \theta - \operatorname{cosec} \theta$  (d)  $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$

24.  $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} + \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $2 \sec \theta$  (b)  $\sec \theta$   
(c)  $2 \operatorname{cosec} \theta$  (d) इनमें से कोई नहीं

25.  $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} + \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}}$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $-2 \sec \theta$  (b)  $2 \sec \theta$   
(c)  $2 \operatorname{cosec} \theta$  (d)  $2 \tan \theta$

26. यदि  $\sec \theta = A$ ,  $\operatorname{cosec} \theta = B$  है, तब—

- (a)  $A^2 + B^2 = AB$   
(b)  $A^2 + B^2 = A^2 B^2$   
(c)  $A^2 - B^2 = A^2 B^2$   
(d)  $A^2 + B^2 = -A^2 B^2$



27.  $\sin^6 A + \cos^6 A$  बराबर है—

- (a)  $1 - 3\sin^2 A \cos^2 A$   
 (b)  $3\sin^2 A \cos^2 A - 1$   
 (c)  $1 + 3\sin^2 A \cos^2 A$   
 (d) 1

28.  $\sin \theta$  का  $\sec \theta$  के पद में मान ज्ञात करो।

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}$  (b)  $\frac{\sec^2 \theta}{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}$   
 (c)  $\frac{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}{\sec \theta}$  (d)  $\sqrt{\sec^2 \theta - 1}$

29. यदि  $\sin \alpha \sec(30^\circ + \alpha) = 1$  ( $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ ) है, तब  $\sin \alpha + \cos 2\alpha$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$   
 (c) 0 (d)  $\sqrt{2}$

30.  $(\sec \theta - \cos \theta)^2 + (\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)^2 - (\cot \theta - \tan \theta)^2$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c) 1 (d) 2

31. यदि  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 3$  है, तब  $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{1}{5}$  (b)  $\frac{2}{5}$   
 (c)  $\frac{3}{5}$  (d)  $\frac{4}{5}$

32. यदि  $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$  है, तब  $\sec 17^\circ - \sin 73^\circ$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{y^2 - x^2}{xy}$  (b)  $\frac{x^2}{\sqrt{y^2 - x^2}}$   
 (c)  $\frac{x^2}{y\sqrt{y^2 + x^2}}$  (d)  $\frac{x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}}$

33. यदि  $\cos 43^\circ = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  है, तब  $\tan 47^\circ$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\frac{y}{x}$  (b)  $\frac{x}{y}$   
 (c)  $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  (d)  $x$

34. यदि  $\tan \theta = \frac{x}{y}$  है, तब  $\frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{x \sin \theta - y \cos \theta}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$  (b)  $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$   
 (c)  $\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  (d)  $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

35.  $\left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\cot \theta}\right) \left(\frac{1}{\cos \theta} - \frac{1}{\cot \theta}\right)$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) -1  
 (c) 1 (d) 2

36. यदि  $\sin 61^\circ = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  है, तब  $\tan 61^\circ + \tan 29^\circ$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{a}{b}$  (b)  $\frac{(a+b)^2}{ab}$   
 (c)  $\frac{a}{b} + 1$  (d)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$
37. यदि  $\frac{\cos^2 \theta}{\cot^2 \theta - \cos^2 \theta} = 3$  और  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  है, तब  $\theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$   
 (c)  $60^\circ$  (d) None of these
38.  $\frac{2 \sin 68^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \cot 15^\circ}{5 \tan 75^\circ} - \frac{3 \tan 45^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 70^\circ}{5}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $-1$  (b)  $0$   
 (c)  $1$  (d)  $2$
39. यदि  $\operatorname{cosec} 39^\circ = x$  है, तब  $\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 51^\circ} + \sin^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - \frac{1}{\sin^2 51^\circ \sec^2 39^\circ}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\sqrt{x^2 - 1}$  (b)  $\sqrt{1 - x^2}$   
 (c)  $x^2 - 1$  (d)  $1 - x^2$
40.  $\frac{\sin 39^\circ}{\cos 51^\circ} + 2 \tan 11^\circ \tan 31^\circ \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ - 3(\sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ) = ?$
- (a)  $2$  (b)  $-1$   
 (c)  $1$  (d)  $0$
41.  $\frac{1}{(1 + \tan^2 \theta)} + \frac{1}{(1 + \cot^2 \theta)}$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a)  $2$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $\frac{1}{4}$  (d)  $1$
42.  $\frac{\cos^3 20^\circ - \cos^3 70^\circ}{\sin^3 70^\circ - \sin^3 20^\circ}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $5$  (b)  $7$   
 (c)  $1$  (d)  $3$
43.  $\frac{\cos^n 38^\circ - \cot^n 52^\circ}{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $5$  (b)  $7$   
 (c)  $1$  (d)  $3$
44.  $\frac{\cot^n 29^\circ - \cot^n 61^\circ}{\tan^n 61^\circ - \tan^n 29^\circ}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $5$  (b)  $7$   
 (c)  $1$  (d)  $3$
45. यदि  $x = \tan 15^\circ$  है, तब  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $16$  (b)  $15$   
 (c)  $14$  (d)  $18$
46. यदि  $x = \cot 75^\circ$  है, तब  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\sqrt{6}$  (b)  $\sqrt{7}$   
 (c)  $\sqrt{5}$  (d)  $\sqrt{3}$
47. यदि  $\tan(A+B) = \frac{1}{2}$ ,  $\tan(A-B) = \frac{1}{3}$  है, तब  $\tan 2A$  का मान क्या होगा?
- (a)  $5$  (b)  $7$   
 (c)  $1$  (d)  $3$
48. यदि  $\tan(A+2B) = \frac{1}{2}$ ,  $\tan 2(A-B) = \frac{1}{3}$  है, तब  $\angle A$  का मान क्या होगा?
- (a)  $45^\circ$  (b)  $30^\circ$   
 (c)  $60^\circ$  (d)  $15^\circ$
49. यदि  $\cos(A-B) = \frac{1}{2}$  और  $\sin(A+B) = \frac{1}{2}$  है, तब  $\angle A$  का न्यूनतम धनात्मक मान ज्ञात करें।
- (a)  $135^\circ$  (b)  $60^\circ$   
 (c)  $30^\circ$  (d)  $45^\circ$

50. यदि  $\sin(x+y) = 1$  और  $\tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  है, तब  $\sin x + \tan y$  ( $0^\circ < x, y < 90^\circ$ ) का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{5}{2\sqrt{3}}$   
 (c)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
51. यदि  $\sin A + \cos A = \frac{3}{5}$  है, तब  $\sin A - \cos A$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{\sqrt{41}}{5}$  (b)  $\frac{9}{4}$   
 (c)  $\frac{5}{\sqrt{41}}$  (d)  $\frac{7}{\sqrt{41}}$
52. यदि  $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{7}{12}$  है, तब  $\sec^4 \theta - \tan^4 \theta = ?$
- (a)  $\frac{7}{12}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $\frac{5}{12}$  (d) 1
53. यदि  $\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta = \frac{5}{7}$  है, तब  $\operatorname{cosec}^4 \theta - \cot^4 \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{5}{7}$  (b)  $\frac{7}{5}$   
 (c)  $\frac{1}{7}$  (d) इनमें से कोई नहीं
54. यदि  $\sec x + \tan x = a$  है, तब  $\sin x$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$  (b)  $\frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$   
 (c)  $\frac{a - 1}{a^2 + 1}$  (d)  $\frac{a^2 - 1}{a + 1}$
55. यदि  $\operatorname{cosec} x - \cot x = a$  है, तब  $\cos x$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1 - a^2}{1 + a^2}$  (b)  $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$   
 (c)  $\frac{a - 1}{a^2 + 1}$  (d)  $\frac{a^2 - 1}{a + 1}$
56.  $(\sin x + \operatorname{cosec} x)^2 + (\cos x + \sec x)^2 - (\tan^2 x + \cot^2 x)$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) 8 (b) 7  
 (c) 9 (d) 10
57.  $(\sin x + \operatorname{cosec} x)^2 + (\cos x + \sec x)^2 - (\tan x + \cot x)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) 7 (b) 5  
 (c) 9 (d) 4
58.  $(\sin x - \operatorname{cosec} x)^2 + (\cos x - \sec x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) -7 (b) 5  
 (c) 1 (d) 4
59.  $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) 1 (b) 5  
 (c) 9 (d) -1
60.  $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) 2 (b) 5  
 (c) 0 (d) -2
61. यदि  $u_n = \cos^n \delta + \sin^n \delta$  है, तब  $2u_6 - 3u_4 + 2$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) 5  
 (c) 0 (d) -1
62. यदि  $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = 2\frac{51}{79}$  है, तब  $\sin \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{35}{72}$  (b)  $\frac{65}{144}$   
 (c)  $\frac{91}{144}$  (d)  $\frac{39}{72}$
63. यदि  $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$  है, तब  $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) 5  
 (c) 0 (d) -1

64. यदि  $\cos\theta + \cos^2\theta = 1$  है, तब  $\sin^4\theta + \sin^2\theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 5  
 (c) 0 (d) 1
65. यदि  $\cos A + \cos^2 A = 1$  है, तब  $\sin^8 A + 2 \sin^6 A + \sin^4 A$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 5  
 (c) 0 (d) 1
66. यदि  $\cos A + \cos^2 A = 1$  है, तब  $\sin^{12} A + 3 \sin^{10} A + 3 \sin^8 A + \sin^6 A + \sin^4 A + \sin^2 A$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 5  
 (c) 2 (d) 1
67. यदि  $\sin A + \sin^2 A = 1$  है, तब  $\cos^{12} A + 3 \cos^{10} A + 3 \cos^8 A + \cos^6 A + \cos^4 A + \cos^2 A$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 5  
 (c) 2 (d) 1
68. यदि  $\cos^2 x + \cos^4 x = 1$  है, तब  $\tan^2 x + \tan^4 x$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 3  
 (c) 1 (d) 4
69. यदि  $3 \sin x + 4 \cos x = 2$  है, तब  $3 \cos x - 4 \sin x$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{21}$  (b) 5  
 (c) 0 (d)  $-\sqrt{29}$
70. यदि  $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \cos\theta$  है तब  $\cos\theta + \sin\theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{2} \cos\theta$  (b)  $\sqrt{2} \sin\theta$   
 (c)  $2 \sin\theta$  (d)  $\sqrt{2} \tan\theta$
71. यदि  $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$  है, तब  $\sin\theta - \cos\theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{2}$  (b) 0  
 (c)  $2\sqrt{2}$  (d) 2
72. यदि  $\sin\theta + \cos\theta = p$  और  $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$  है, तब  $q(p^2 - 1) = ?$   
 (a)  $p$  (b)  $2p$   
 (c)  $3p$  (d)  $2p^2$
73. यदि  $T_n = \sin^n\theta + \cos^n\theta$  है, तब  $\frac{T_3 - T_5}{T_1} = ?$   
 (a)  $\sin\theta \cdot \cos\theta$  (b)  $\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$   
 (c)  $\sin^2\theta \cdot \cos\theta$  (d)  $\sin\theta \cdot \cos^2\theta$
74. यदि  $x = a \cos^3\theta$ ,  $y = b \sin^3\theta$  है, तो  $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = ?$   
 (a) 1 (b) 0  
 (c) 2 (d) 4
75. यदि  $x = a \sec^n\theta$  और  $y = b \tan^n\theta$  है, तब  $\theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = 1$   
 (b)  $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{n}} = 1$   
 (c)  $\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$   
 (d) इनमें से कोई नहीं
76. यदि  $\tan^5\theta \tan^5 5\theta = 1$  है, तब  $\tan^n 3\theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) 5 (b) -1  
 (c) 1 (d) 3
77. यदि  $\tan\theta \cdot \tan 2\theta = 1$  है, तब  $\sin^2 2\theta + \tan^2 2\theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{10}{3}$   
 (c)  $3\frac{3}{4}$  (d) 3

78. यदि  $\cos\theta \operatorname{cosec} 23^\circ = 1$  है, तब  $\theta$  का मान क्या होगा?

- (a)  $23^\circ$  (b)  $37^\circ$   
(c)  $63^\circ$  (d)  $67^\circ$

79. यदि  $\sin(x+y) = \cos(x-y)$  है, तब  $\cos^2 x$  का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b)  $-\frac{1}{2}$   
(c)  $\frac{1}{2}$  (d) 3

80. यदि  $x, y$  घनात्मक न्यून कोण है,  $x+y < 90^\circ$  और  $\sin(2x-20^\circ) = \cos(2y+20^\circ)$ , तब  $\sec(x+y)$  का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b)  $\sqrt{2}$   
(c) 2 (d) 3

81. यदि A और B पूरक कोण है, तब

$\sqrt{\frac{\tan A \tan B + \cot A \cot B}{\sin A \sec B} - \frac{\sin^2 B}{\cos^2 A}}$  का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b)  $\sqrt{2}$   
(c) 1 (d) 3

82. A और B पूरक कोण है, तब  $\sin A \cos B + \cos A \sin B + 2 \tan A \tan B - \sec^2 A + \cot^2 B$  का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b)  $\sqrt{2}$   
(c) 2 (d) 3

83. यदि  $\theta$  एक न्यून कोण है और  $\sin\theta = \cos\theta$  है, तब  $2 \tan^2\theta + \sin^2\theta - 1$  का मान क्या होगा?

- (a)  $1\frac{1}{2}$  (b) -7  
(c) 1 (d) 3

84. यदि  $\sin(x+y) = \cos[3(x+y)]$  है, तब  $\tan[2(x+y)]$  का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) 7  
(c) 1 (d) 3

85. यदि  $\sec(5\theta-50^\circ) = \operatorname{cosec}(\theta+32^\circ)$  है, तब  $\theta$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) का मान क्या होगा?

- (a)  $33\frac{1}{3}^\circ$  (b)  $18^\circ$

- (c)  $3\frac{1}{3}^\circ$  (d)  $30^\circ$

86. यदि  $x = a \sin\theta$  और  $y = b \tan\theta$  है, तब  $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2}$  का

मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) -1  
(c) 1 (d) 3

87. यदि  $x = a \cos\theta$  और  $y = b \cot\theta$  है, तब  $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2}$

का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) -1  
(c) 1 (d) 3

88. यदि  $x = a \sec\theta \cos\theta$ ,  $y = b \sec\theta \sin\theta$  और  $z = c \tan\theta$  है, तब  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2}$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -10  
(c) 0 (d) 2

89.  $3 \sin 20^\circ - 4 \sin^3 20^\circ$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{1}{2}$

- (c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (d)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

90.  $3 \cos 20^\circ - 4 \cos^3 20^\circ$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $-\frac{1}{2}$

- (c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (d)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

91. यदि  $\cos^2\alpha + \cos^2\beta = 2$  है, तो  $\tan^3\alpha + \sin^5\beta$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1

- (c) -1 (d)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

92.  $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ = ?$

- (a) 0 (b) 3  
(c) 1 (d) 4

93.  $\tan^n 1^\circ \tan^n 2^\circ \tan^n 3^\circ \dots \tan^n 88^\circ \tan^n 89^\circ$ .

का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 3  
(c) 1 (d) 4

94.  $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 3^\circ \cos 4^\circ \dots \cos 100^\circ$ . का मान क्या होगा?

- (a) -1 (b)  $\frac{1}{4}$   
(c) 1 (d) 0

95.  $\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \cos 3^\circ \dots \cos 90^\circ$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) -1 (b) 0  
(c) 1 (d)  $\alpha$

96.  $\sin 1^\circ \cdot \sin 2^\circ \cdot \sin 3^\circ \dots \sin 180^\circ$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) -1 (b) 0  
(c) 1 (d)  $\alpha$

97.  $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$  का मान क्या होगा?

- (a)  $44\frac{1}{2}$  (b) 44  
(c)  $45\frac{1}{2}$  (d) इनमें से कोई नहीं

98.  $\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 87^\circ + \cos^2 88^\circ + \cos^2 89^\circ + \cos^2 90^\circ$  का मान क्या होगा?

- (a)  $44\frac{1}{2}$  (b) 44  
(c)  $45\frac{1}{2}$  (d) इनमें से कोई नहीं

99.  $\sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 85^\circ + \sin^2 90^\circ$  का मान क्या होगा?

(a)  $7\frac{1}{2}$  (b)  $8\frac{1}{2}$

(c) 9 (d)  $9\frac{1}{2}$

100.  $\sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ$  का मान क्या होगा?

(a) 8 (b)  $\frac{1}{16}$

(c) 16 (d)  $\frac{1}{2}$

101.  $\tan 4^\circ \cdot \tan 43^\circ \cdot \tan 47^\circ \cdot \tan 86^\circ$  का मान क्या होगा?

(a) 0 (b) 1

(c)  $\sqrt{3}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

102.  $\cot 10^\circ \cdot \cot 20^\circ \cdot \cot 60^\circ \cdot \cot 70^\circ \cdot \cot 80^\circ$  का मान क्या होगा?

(a) 1 (b) -1

(c)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (d)  $\sqrt{3}$

103.  $\tan 10^\circ \tan 15^\circ \tan 75^\circ \tan 80^\circ$  का मान क्या होगा?

(a) 0 (b) 1

(c) -1 (d) 2

104.  $\tan \frac{\pi}{8} \tan \frac{\pi}{12} \tan \frac{3\pi}{8} \tan \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{6} = ?$

(a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

(c)  $\frac{1}{4}$  (d)  $\frac{3}{4}$

105.  $\cot \frac{\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} \cot \frac{5\pi}{20} \cot \frac{7\pi}{20} \cot \frac{9\pi}{20} = ?$

(a) -1 (b) 1

(c)  $\frac{1}{2}$  (d) 0

106.  $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 16\theta}}}}$  सरल करो।

- (a)  $2\cos \theta$  (b)  $\sqrt{2} \cos \theta$   
(c)  $2\sin \theta$  (d)  $\sqrt{2} \sin \theta$

107.  $\tan 70^\circ$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\tan 50^\circ + \tan 20^\circ$   
(b)  $\tan 50^\circ + 2 \tan 20^\circ$   
(c)  $2 \tan 50^\circ + \tan 20^\circ$   
(d)  $2 \tan 50^\circ + 2 \tan 20^\circ$

108.  $80^\circ$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\tan 70^\circ + \tan 10^\circ$   
(b)  $\tan 70^\circ + 2 \tan 10^\circ$   
(c)  $2 \tan 70^\circ + \tan 10^\circ$   
(d)  $2 \tan 70^\circ + 2 \tan 10^\circ$

109. यदि  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sqrt{3}$  है, तो  $\cos \theta$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$   
(c)  $\frac{1}{2}$  (d) 1

110. यदि A, B और C एक त्रिभुज के कोण हैं, तो निम्नलिखित में से कौन सा सम्बन्ध गलत है?

- (a)  $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$   
(b)  $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$   
(c)  $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sec \frac{C}{2}$   
(d)  $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$

111. यदि  $\operatorname{cosec} A = 2$ , तब  $\frac{1}{\tan A} + \frac{\sin A}{1 + \cos A} = ?$

- (a) 2 (b) 3  
(c) 1 (d) 4

112. यदि  $\tan A = \sqrt{2} - 1$  है, तो  $\sin 2A = ?$

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (b)  $\sqrt{2}$   
(c) 2 (d)  $2\sqrt{2}$

113.  $\frac{5\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ - 4\tan^2 30^\circ}{2\sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ + \tan 45^\circ} = ?$

- (a)  $\frac{5}{6}(2 - \sqrt{3})$  (b)  $\frac{5}{6}(2 + \sqrt{3})$   
(c)  $2 - \sqrt{3}$  (d)  $\frac{1}{6}(2 - \sqrt{3})$

114.  $\frac{\cos(90^\circ - \theta) \cdot \sec(90^\circ - \theta) \cdot \tan \theta}{\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) \cdot \sin(90^\circ - \theta) \cdot \cot(90^\circ - \theta)} = ?$

- (a) 1 (b) 2  
(c) 3 (d) -1

115. यदि  $\tan^2 \alpha = \frac{8}{7}$ ,  $\alpha$  प्रथम चतुर्थांश में है, तब

$\frac{(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{7}{8}$  (b)  $\frac{8}{7}$   
(c)  $\frac{7}{4}$  (d)  $\frac{64}{49}$

116.  $\frac{k \operatorname{cosec}^2 30^\circ \cdot \sec^2 45^\circ}{8 \cos^2 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ} = \tan^2 60^\circ - \tan^2 30^\circ$  है, तब

k का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1  
(c) 2 (d) 0

117. यदि  $\alpha$  प्रथम चतुर्थांश में है और  $\sec^2 \alpha = 3$  है, तब

$\frac{\tan^2 \alpha - \operatorname{cosec}^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{4}{7}$  (b)  $\frac{3}{7}$   
(c)  $\frac{2}{7}$  (d)  $\frac{1}{7}$

118. यदि  $5\alpha$  और  $4\alpha$  प्रथम चतुर्थांश में है  $\sin 5\alpha = \cos 4\alpha$  है, तब  $2\sin 3\alpha - \sqrt{3}\tan 3\alpha$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 0  
 (c) -1 (d)  $1 + \sqrt{3}$
119. यदि  $(\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 = K + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$ , तब K का मान क्या होगा?  
 (a) 6 (b) 3  
 (c) 0 (d) 7
120.  $(\sin \alpha + \sec \alpha)^2 + (\cos \alpha + \operatorname{cosec} \alpha)^2 = (K + \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha)^2$  है, तब K का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
121.  $\frac{\sin \theta}{\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta} - \frac{\sin \theta}{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 0
122. यदि  $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = K + \tan A + \cot A$  है, तब K का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 0 (d) 3
123. यदि  $\frac{\cos^2 \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{\sin^3 \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$  है, तब K का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
124.  $\frac{(1 - \sin \theta + \cos \theta)^2}{(1 + \cos \theta)(1 - \sin \theta)}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 1  
 (c) 3 (d) 0
125.  $\sec^6 \theta - \tan^6 \theta - 3\tan^2 \theta \cdot \sec^2 \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 3  
 (c) 2 (d) -1
126.  $\operatorname{cosec}^6 \theta - \cot^6 \theta - 3\cot^2 \theta \cdot \operatorname{cosec}^2 \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) -1  
 (c) 1 (d) 4
127.  $\frac{(\operatorname{cosec} \theta - \sec \theta)(\cot \theta - \tan \theta)}{(\operatorname{cosec} \theta + \sec \theta)(\sec \theta \operatorname{cosec} \theta - 2)}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 2 (b) 1  
 (c) 3 (d) -1
128.  $\sec^4 \alpha (1 - \sin^4 \alpha) - 2\tan^2 \alpha$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 0
129. यदि  $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin(90^\circ - \theta)$  है, तब  $\cot \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{2} - 1$  (b)  $\sqrt{2} + 1$   
 (c)  $\sqrt{2}$  (d) 1
130. यदि  $\cot \alpha = \frac{15}{8}$  है, तब  $\frac{(2 + 2\sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(2 - 2\cos \alpha)}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{125}{8}$  (b)  $\frac{225}{64}$   
 (c)  $\frac{64}{225}$  (d)  $\frac{8}{125}$
131. यदि  $x = a \sin \alpha$  और  $y = b \cos \alpha$  है, तब  $b^2 x^2 + a^2 y^2$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c)  $a^2 b^2$  (d)  $a^2 + b^2$
132.  $\frac{\cot \theta}{\cot \theta - \cot 3\theta} + \frac{\tan \theta}{\tan \theta - \tan 3\theta}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) -1  
 (c) 2 (d) 0



133. यदि  $\tan \theta - \cot \theta = \frac{119}{60}$ ,  $0^\circ < \theta < \pi/2$  है, तब  $\sin \theta + \cos \theta$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{17}{13}$  (b)  $\frac{21}{13}$   
(c)  $\frac{19}{13}$  (d)  $\frac{23}{13}$

134. यदि  $x = 2\tan\alpha$ ,  $y = 2\cot\alpha$  है, तब

$16\left(\frac{1}{4+x^2} + \frac{1}{4+y^2}\right)$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2  
(c) 4 (d) 8

135.  $\cos^2 \frac{\pi}{16} + \cos^2 \frac{3\pi}{16} + \cos^2 \frac{5\pi}{16} + \cos^2 \frac{7\pi}{16} = ?$

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 3

136.  $\cos^2(A-B) + \cos^2 B - 2\cos(A-B) \cdot \cos A \cdot \cos B = ?$

- (a)  $\cos^2 A$  (b)  $\sin^2 A$   
(c)  $\tan^2 A$  (d)  $\cot^2 A$

137.  $\frac{\cot^2 \frac{\theta}{2} - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{\cot \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = ?$

- (a) 1 (b) -4  
(c) 4 (d) 1

138.  $\cos^2 \theta + \cos^2(\alpha + \theta) - 2\cos\alpha \cdot \cos\theta \cdot \cos(\theta + \alpha) = ?$

- (a)  $\sin^2 \alpha$  (b)  $\cos^2 \alpha$   
(c)  $\tan^2 \alpha$  (d)  $\sec^2 \alpha$

139. यदि  $\sin \theta = 3\sin(\theta + 2\alpha)$  है, तब  $\tan(\theta + \alpha) + 2\tan\alpha = ?$

- (a) 1 (b) -1  
(c) 0 (d) 2

140. यदि  $\tan x + \sec x = 2\cot(90^\circ + x)$  है, तब  $\operatorname{cosec} x = ?$

- (a) -1 (b) -3  
(c) -5 (d) -9

141. यदि  $\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta} - \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$  है, तो  $k$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{1}{3}$  (b)  $-\frac{1}{2}$   
(c)  $-\frac{1}{3}$  (d)  $\frac{1}{2}$

142. यदि  $\tan \theta = \frac{11}{13}$  है, तो  $\frac{5\sin \theta - 3\cos \theta}{5\sin \theta + 2\cos \theta}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{81}{16}$  (b)  $\frac{9}{4}$   
(c)  $\frac{16}{81}$  (d)  $\frac{4}{9}$

143. यदि  $7\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta = 4$  है, तो  $\tan \theta$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (b)  $\sqrt{3}$

- (c)  $2\sqrt{3}$  (d)  $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

144.  $(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta) = ?$

- (a) 1 (b) 2  
(c) 0 (d) -1

145.  $(\operatorname{cosec} x - \sin x)(\sec x - \cos x)(\tan x + \cot x) = ?$

- (a) 0 (b) -1  
(c) 1 (d) 2

146.  $\left(\frac{\cot \theta}{\cot \theta - \cot 3\theta} + \frac{\tan \theta}{\tan \theta - \tan 3\theta}\right) = ?$

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 4

147.  $\frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1} = ?$

- (a)  $\frac{\sin A}{1 + \cos A}$  (b)  $\frac{1 + \cos A}{\sin A}$   
(c)  $2\cot A$  (d)  $\frac{1 + \operatorname{cosec} A}{\cos A}$

148.  $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta}{1 + \cos \theta + \cos 2\theta} = ?$
- (a)  $\tan \theta$  (b)  $\sin \theta$   
(c)  $\cos \theta$  (d)  $\tan^2 \theta$
149.  $x$  का कौन सा मान 0 और  $2\pi$  के बीच में है, तब  $2 \operatorname{cosec} 2x \cot x - \cot^2 x = 1$  सही है।
- (a) 0 (b) 2  
(c) 1 (d)  $x$  के सभी मान के लिए
150. निम्नलिखित में से कौन सा सही नहीं है?
- (a)  $\sin \theta = -\frac{1}{5}$  (b)  $\cos \theta = 1$   
(c)  $\sec \theta = \frac{1}{2}$  (d)  $\tan \theta = 20$
151. यदि  $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$  और  $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$  है, जहाँ A और B धनात्मक न्यून कोण है, तब  $A + B$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\pi$  (b)  $\frac{\pi}{2}$   
(c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{3}$
152.  $\sqrt{\frac{1 - \sin 2A}{1 + \sin 2A}} = ?$
- (a)  $\sec A + \tan A$  (b)  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - A\right)$   
(c)  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{A}{2}\right)$  (d)  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{A}{2}\right)$
153. यदि  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  है, तो  $\sin \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $-\frac{4}{5}$ , लेकिन  $\frac{4}{5}$  नहीं (b)  $-\frac{4}{5}$  या  $\frac{4}{5}$   
(c)  $\frac{4}{5}$ , लेकिन  $-\frac{4}{5}$  नहीं (d)  $\frac{4}{5}$
154.  $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = ?$
- (a)  $\frac{1 + \cos A}{\sin A}$  (b)  $\frac{1 + \sin A}{\cos A}$   
(c)  $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$  (d)  $\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}$
155. यदि  $x = \sec \theta - \tan \theta$ , और  $y = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ , तब-
- (a)  $xy + 1 = x - y$  (b)  $xy + 1 = x - 2y$   
(c)  $xy + 1 = x + y$  (d)  $xy + 1 = y - x$
156. यदि  $\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1$  और  $\frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta = 1$  तब-
- (a)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$  (b)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$   
(c)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$  (d)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$
157. यदि  $x$  और  $y$  कोई वास्तविक संख्या है,  $\sec^2 \theta = \frac{4xy}{(x+y)^2}$  संभव है, जब-
- (a)  $x = y$  (b)  $x \neq y$   
(c)  $x > 2y$  (d)  $2x < y$
158.  $(\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)(\sec \theta - \cos \theta)(\tan \theta + \cot \theta) = ?$
- (a) -1 (b) 1  
(c) 2 (d) 0
159. यदि  $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = q$  है, तब  $\operatorname{cosec} \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{q}$  (b)  $q + \frac{1}{q}$   
(c)  $\frac{1}{2q}$  (d)  $\frac{1}{2} \left( q + \frac{1}{q} \right)$

160. यदि  $\sin \theta = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$  है, तब  $\tan \theta = ?$

- (a)  $\frac{m^2 + n^2}{2mn}$  (b)  $\frac{m^2 - n^2}{2mn}$   
 (c)  $\frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2}$  (d)  $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$

161. यदि  $\sec \theta + \tan \theta = p$  है, तब  $\sec \theta$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{1}{2} \left( p + \frac{1}{p} \right)$  (b)  $p - \frac{1}{p}$   
 (c)  $2 \left( p + \frac{1}{p} \right)$  (d)  $-p + \frac{1}{p}$

162. यदि  $\tan \theta = \frac{p}{q}$  है, तब  $\frac{p \sin \theta - q \cos \theta}{p \sin \theta + q \cos \theta}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2}$  (b)  $\frac{p^2 + q^2}{2p}$   
 (c)  $\frac{p^2 + q^2}{2q}$  (d)  $\frac{p^2 + q^2}{p^2 - q^2}$

163.  $\cos 15^\circ = ?$

- (a)  $\sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}}$  (b)  $\sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}}$   
 (c)  $\pm \sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}}$  (d)  $\pm \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}}$

164. यदि  $\sin A = \sin B$  और  $\cos A = \cos B$ , तब—

- (a)  $\sin \left( \frac{A - B}{2} \right) = 0$   
 (b)  $\sin \left( \frac{A + B}{2} \right) = 0$

(c)  $\cos \left( \frac{A - B}{2} \right) = 0$

(d)  $\cos \left( \frac{A + B}{2} \right) = 0$

165.  $\tan 3A - \tan 2A - \tan A = ?$

- (a)  $\tan 3A \tan 2A \tan A$   
 (b)  $-\tan 3A \tan 2A \tan A$   
 (c)  $\tan A \tan 2A - \tan 2A \tan 3A - \tan 3A \tan A$   
 (d) इनमें से कोई नहीं

166.  $\frac{1 + \sin A - \cos A}{1 + \sin A + \cos A} = ?$

(a)  $\tan \frac{A}{2}$  (b)  $\cot \frac{A}{2}$

(c)  $\sin \frac{A}{2}$  (d)  $\cos \frac{A}{2}$

167.  $\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = ?$

(a)  $\tan \frac{\theta}{2}$  (b)  $\cot \frac{\theta}{2}$

(c)  $\tan \theta$  (d)  $\cot \theta$

168.  $\cot x - \tan x = ?$

- (a)  $\cot 2x$  (b)  $2 \cot^2 x$   
 (c)  $2 \cot 2x$  (d)  $\cot^2 2x$

169.  $\sin 50^\circ - \sin 70^\circ + \sin 10^\circ = ?$

- (a) 1 (b) 0  
 (c)  $\frac{1}{2}$  (d) 2

170.  $\sin 75^\circ = ?$

(a)  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$

(c)  $\frac{\sqrt{3} - 1}{-2\sqrt{2}}$  (d)  $\frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$

171.  $\cos^2 A (3 - 4\cos^2 A)^2 + \sin^2 A (3 - 4\sin^2 A)^2 = ?$   
 (a) 1 (b)  $\sin 4A$   
 (c)  $\cos 4A$  (d) 0
172. यदि  $\tan A = \frac{3}{2}$  है, तब  $\frac{1 + \cot A}{1 - \cot A}$  का मान क्या होगा?  
 (a) -5 (b) 5  
 (c)  $\frac{9}{4}$  (d)  $\frac{4}{9}$
173.  $\tan 75^\circ - \cot 75^\circ = ?$   
 (a)  $2\sqrt{3}$  (b)  $2 + \sqrt{3}$   
 (c)  $2 - \sqrt{3}$  (d)  $-2 + \sqrt{3}$
174. यदि  $\tan \alpha = \frac{m}{m+1}$  और  $\tan \beta = \frac{1}{2m+1}$  है, तो  $(\alpha + \beta)$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{\pi}{3}$  (b)  $\frac{\pi}{4}$   
 (c)  $\frac{\pi}{6}$  (d)  $\frac{\pi}{2}$
175.  $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 60^\circ \tan 80^\circ = ?$   
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
176. यदि  $A = \frac{5\pi}{4}$  तब,  $\cos A - \sin A$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{2}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$   
 (c) 0 (d) 1
177. यदि  $a \tan \theta = b$  है, तो  $a \cos 2\theta + b \sin 2\theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $a$  (b)  $b$   
 (c)  $-a$  (d)  $-b$
178.  $\cos A + \sin(270^\circ + A) - \sin(270^\circ - A) + \cos(180^\circ + A) = ?$   
 (a) -1 (b) 0  
 (c) 1 (d)  $\frac{1}{2}$
179.  $\sin 15^\circ + \cos 105^\circ = ?$   
 (a) 0  
 (b)  $2 \sin 15^\circ$   
 (c)  $\cos 15^\circ + \sin 15^\circ$   
 (d)  $\sin 15^\circ - \cos 15^\circ$
180.  $\cos 105^\circ + \sin 105^\circ$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 1  
 (c)  $\sqrt{2}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
181.  $\cos 15^\circ - \sin 15^\circ$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$  (d) 0
182. यदि  $x \cos \theta - \sin \theta = 1$  है, तब  $x^2 + (1 + x^2) \sin \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) -1 (b) 0  
 (c) 1 (d) 2
183.  $\triangle ABC$  में,  $\operatorname{cosec} A (\sin B \cos C + \cos B \sin C) = ?$   
 (a)  $\frac{c}{a}$  (b)  $\frac{a}{c}$   
 (c) 1 (d) -1
184.  $x$  के वास्तविक मान के लिए यदि  $\cos \theta = x + \frac{1}{x}$  है, तब-  
 (a)  $\theta$  न्यून कोण है  
 (b)  $\theta$  समकोण है  
 (c)  $\theta$  अधिक कोण है  
 (d)  $\theta$  का मान संभव नहीं है।

185. यदि  $\cos A = \frac{3}{4}$  है, तब  $32 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{5A}{2}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{7}$  (b)  $-\sqrt{7}$   
 (c) 7 (d) -7
186. यदि  $\sin \theta_1 + \sin \theta_2 + \sin \theta_3 = 3$  है, तब  $\cos \theta_1 + \cos \theta_2 + \cos \theta_3$  का मान क्या होगा?  
 (a) 3 (b) 2  
 (c) 1 (d) 0
187. यदि  $\sin \theta = \frac{24}{25}$ ,  $\theta$  द्वितीय चतुर्थांश है, तो  $\sec \theta + \tan \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) -3 (b) -5  
 (c) -7 (d) -9
188.  $\frac{\cos 17^\circ + \sin 17^\circ}{\cos 17^\circ - \sin 17^\circ} = ?$   
 (a)  $\tan 62^\circ$  (b)  $\tan 56^\circ$   
 (c)  $\tan 54^\circ$  (d)  $\tan 73^\circ$
189. यदि  $\sin \alpha = \frac{-3}{5}$  है और  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  है, तब  $\cos \frac{\alpha}{2}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $-\frac{1}{\sqrt{10}}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$   
 (c)  $\frac{3}{\sqrt{10}}$  (d)  $-\frac{3}{\sqrt{10}}$
190.  $\sqrt{3} \sin x + \cos x$  का अधिकतम मान क्या होगा?  
 (a) 4 (b) 2  
 (c) 1 (d)  $\sqrt{3}$
191.  $\cos \theta (\tan \theta + 2) (2 \tan \theta + 1) = ?$   
 (a) 0 (b) 1  
 (c)  $2 \sec \theta + 5 \sin \theta$  (d)  $5 \sec \theta + 2 \sin \theta$
192. यदि  $x$  और  $y$  कोण द्वितीय चतुर्थांश में है और  $x < y$  है, तब निम्नलिखित में कौन सही होगा ?  
 (a)  $\sin x = \sin y$  (b)  $\sin x < \sin y$   
 (c)  $\sin x > \sin y$  (d) इनमें से कोई नहीं
193. यदि  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  है, तो  $\left( \frac{5 \cos \theta - 4}{3 - 5 \sin \theta} - \frac{3 + 5 \sin \theta}{4 + 5 \cos \theta} \right)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 0 (b) 1  
 (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{1}{4}$
194. यदि  $\alpha$  एक धनात्मक न्यून कोण है और  $2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$  है, तब  $\cot \alpha$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{2}{3}$   
 (c)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (d)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$
195. यदि  $3 \tan \theta + 4 = 0$  जहाँ  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  है, तब  $2 \cot \theta - 5 \cos \theta - \sin \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $-\frac{53}{10}$  (b)  $\frac{7}{10}$   
 (c)  $\frac{23}{10}$  (d)  $\frac{37}{10}$
196. यदि  $\sec^2 \theta = 3, 0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$  है, तब  $\frac{\tan^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta}{\tan^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta}$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{4}{7}$  (b)  $\frac{2}{7}$   
 (c)  $\frac{1}{7}$  (d)  $\frac{3}{7}$
197. यदि  $3 \cos \theta - 2 \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) है, तब  $3 \sin \theta + 2 \cos \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (b)  $\sqrt{2}$   
 (c)  $\frac{3}{\sqrt{2}}$  (d)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$
198. यदि  $\tan \theta - \cot \theta = 0$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) है, तब  $\sin \theta - \cos \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) -2 (d) 0

199. यदि  $\sin A + \operatorname{cosec} A = 3$  है, तब  $\frac{\sin^4 A + 1}{\sin^2 A}$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 0  
 (c) 7 (d) 11
200.  $\cos 7^\circ \cos 23^\circ \cos 45^\circ \operatorname{cosec} 83^\circ \operatorname{cosec} 67^\circ = ?$   
 (a) 0 (b) 1  
 (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
201. यदि  $\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = 2$ , ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ) है, तब  $\sin \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (c)  $\frac{1}{2}$  (d) 1
202. यदि  $\sin x + \cos x = c$  है, तब  $\sin^6 x + \cos^6 x$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{1+6c^2-3c^4}{16}$  (b)  $\frac{1+6c^2-3c^4}{4}$   
 (c)  $\frac{1+6c^2+3c^4}{16}$  (d)  $\frac{1+6c^2+3c^4}{4}$
203.  $\frac{1 - \sin A \cos A}{\cos A (\sec A - \operatorname{cosec} A)} \cdot \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin^3 A + \cos^3 A} = ?$   
 (a)  $\sin A$  (b)  $\cos A$   
 (c)  $\tan A$  (d)  $\operatorname{cosec} A$
204.  $12 \sin^2 \theta + 23 \cos^2 \theta$  का न्यूनतम मान बताओ।  
 (a) 0 (b) 23  
 (c) 12 (d) 1
205.  $(\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2$  का न्यूनतम मान बताओ।  
 (a) 8 (b) 7  
 (c) 9 (d) 4
206.  $4 \tan^2 \theta + 9 \cos^2 \theta$  का न्यूनतम और अधिकतम मान बताओ।  
 (a) 8 (b) 6  
 (c) 13 (d) 12
207.  $7 \cos \alpha + 24 \sin \beta$  का न्यूनतम और अधिकतम मान बताओ।  
 (a) -7 और 7 (b) -25 और 25  
 (c) -24 और 24 (d) -31 और 31
208.  $5 \sin^2 \theta + 10 \cos^2 \theta + 12 \sin \theta \cos \theta$  का न्यूनतम और अधिकतम मान बताओ।  
 (a) (1, 12) (b) (0, 14)  
 (c) (1, 14) (d) (-1, 14)
209. यदि  $A - B = \frac{\pi}{4}$  है, तब  $(1 + \tan A)(1 - \tan B)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) -1  
 (c) -2 (d) 2
210. यदि  $A + B = 135^\circ$  है, तब  $(1 + \cot A)(1 + \cot B)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
211. यदि  $\sec \theta = x + \frac{1}{4x}$  है, तब  $\sec \theta + \tan \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $x$  (b)  $2x$   
 (c)  $4x$  (d)  $5x$
212. यदि  $\operatorname{cosec} \theta = x + \frac{1}{4x}$  है, तब  $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $x$  (b)  $2x$   
 (c)  $4x$  (d)  $5x$
213. यदि  $\tan \theta + \sin \theta = m$  और  $\tan \theta - \sin \theta = n$  है, तब  $m^2 - n^2$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{mn}$  (b)  $2\sqrt{mn}$   
 (c)  $3\sqrt{mn}$  (d)  $4\sqrt{mn}$
214. यदि  $\cot \theta + \cos \theta = m$  और  $\cot \theta - \cos \theta = n$  है, तब  $m^2 - n^2$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{mn}$  (b)  $2\sqrt{mn}$   
 (c)  $3\sqrt{mn}$  (d)  $4\sqrt{mn}$

215. यदि  $\tan \theta + \sin \theta = m$  और

$\tan \theta - \sin \theta = n$  है, तब  $\sqrt{mn}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{1}{2}(m^2 - n^2)$  (b)  $2(m^2 - n^2)$   
 (c)  $\frac{1}{4}(m^2 - n^2)$  (d)  $\frac{1}{4}(m^2 + n^2)$

216. यदि  $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = l$

और  $\sec \theta - \cos \theta = m$

है, तब  $l^2 m^2 (l^2 + m^2 + 3)$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1  
 (c) 2 (d) 4

217. यदि  $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = m$  और  $\sec \theta - \cos \theta = n$

तब  $(m^2 n)^{\frac{2}{3}} + (mn^2)^{\frac{2}{3}}$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4

218. यदि  $\cot \theta + \tan \theta = x$  और  $\sec \theta - \cos \theta = y$  है, तब

$(x^2 y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}}$  का मान क्या होगा?

- (a) 4 (b) 3  
 (c) 2 (d) 1

219. यदि  $\sin \theta + \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = 1$  है, तो

$\cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta$  का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 3  
 (c) 1 (d) 4

220.  $\frac{\sin^8 \theta - \cos^8 \theta}{\cos 2\theta (1 + \cos^2 2\theta)} = ?$

- (a) 1 (b)  $-\frac{1}{2}$   
 (c) -1 (d) 2

221. यदि  $(\sec \alpha + \tan \alpha) (\sec \beta + \tan \beta) (\sec \gamma + \tan \gamma) = (\sec \alpha - \tan \alpha) (\sec \beta - \tan \beta) (\sec \gamma -$

$\tan \gamma)$ , है, तब प्रत्येक भुजा बराबर है—

- (a)  $\pm 1$  (b) -1  
 (c) +1 (d) 4

222. यदि  $a \sec \theta + b \tan \theta + c = 0$  और  $p \sec \theta + q \tan \theta + r = 0$ , तब  $(br - qc)^2 - (pc - ar)^2 = ?$

- (a)  $(bp - aq)$  (b)  $(aq - bp)^2$   
 (c)  $(aq + bp)^2$  (d) इनमें से कोई नहीं

223. यदि  $P = a \cos^3 x + 3a \cos x \cdot \sin^2 x$  और  $Q = a \sin^3 x + 3a \cos^2 x \cdot \sin x$ , है, तब  $(P+Q)^{2/3} + (P-Q)^{2/3}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $2a^{2/3}$  (b)  $a^{2/3}$   
 (c)  $2a^{1/3}$  (d)  $a^{1/3}$

224. यदि  $\sin A + \sin B = -\frac{21}{65}$ ,  $\cos A + \cos B = -\frac{27}{65}$

और  $\pi < (A-B) < 3\pi$  है, तब  $\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$  का मान क्या होगा?

- (a)  $-\frac{3}{\sqrt{130}}$  (b)  $\frac{3}{\sqrt{130}}$   
 (c)  $\frac{6}{65}$  (d)  $-\frac{6}{65}$

225. यदि  $8 \cos^2 \theta + 8 \sec^2 \theta = 65$  और  $0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$  है, तब  $4 \cos 2\theta$  का मान क्या होगा?

- (a) 3 (b) -3  
 (c)  $-\frac{31}{8}$  (d)  $-\frac{33}{32}$

226.  $\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{3}{2}$  (b)  $-\frac{2}{3}$   
 (c) 1 (d) -1

227.  $\cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{4\pi}{15} \cdot \cos \frac{8\pi}{15}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $-\frac{1}{16}$  (b)  $\frac{1}{16}$

- (c) 1 (d) 0
228.  $\left(1 + \cos \frac{\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{5\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{7\pi}{8}\right) = ?$
- (a)  $\frac{1}{4}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
(c)  $\frac{1}{6}$  (d)  $\frac{1}{8}$
229. यदि  $x = y \cos \frac{2\pi}{3} = z \cos \frac{4\pi}{3}$  है, तब  $xy + yz + zx$  का मान क्या होगा?
- (a) -1 (b) 1  
(c) 0 (d) 2
230. यदि  $A, B \in (0, \pi/2)$ ,  $\sin A = \frac{4}{5}$  and  $\cos(A+B) = -\frac{12}{13}$ , है, तब  $\sin B$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{61}{65}$  (b)  $\frac{8}{65}$   
(c)  $\frac{63}{65}$  (d)  $\frac{5}{13}$
231. यदि  $\cos(\theta - A) = a$ ,  $\cos(\theta - B) = b$ , है, तब  $\sin^2(A - B) + 2ab \cos(A - B)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $a^2 - b^2$  (b)  $a^2 + b^2$   
(c)  $b^2 - a^2$  (d)  $2ab$
232.  $\sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \sin^4 \frac{7\pi}{8} = ?$
- (a)  $\frac{3}{2}$  (b) 1  
(c)  $\frac{1}{2}$  (d) 0
233. यदि  $\alpha$  एक न्यून कोण है और  $2\sin^2 \alpha + 15\cos^2 \alpha = 7$  है, तब  $\cot \alpha$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{4}{3}$  (b)  $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$   
(c)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  (d)  $\frac{3}{4}$
234. यदि  $3x \sin \theta + 2y \cos \theta = 4$  और  $2x \sin \theta - 3y \cos \theta = 2$  है, तब  $x$  और  $y$  के बीच में क्या सम्बन्ध है?
- (a)  $\frac{81}{x^2} + \frac{49}{y^2} = 144$   
(b)  $\frac{36}{x^2} + \frac{64}{y^2} = 121$   
(c)  $\frac{289}{x^2} + \frac{4}{y^2} = 16$   
(d)  $\frac{256}{x^2} + \frac{4}{y^2} = 169$
235. यदि  $\sin \theta + \cos \theta = a$  और  $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = b$  है, तब  $b(a^2 - 1)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $2a$  (b)  $3a$   
(c) 0 (d)  $2ab$
236. यदि  $a \sec \theta + b \tan \theta = 1$  और  $a^2 \sec^2 \theta - b^2 \tan^2 \theta = 5$  है, तब  $a^2 b^2 + 4a^2$  का मान क्या होगा?
- (a)  $9b^2$  (b)  $\frac{9}{a^2}$   
(c)  $\frac{-2}{b}$  (d) 9
237. यदि  $\frac{\sec^4 \alpha}{\sec^2 \beta} - \frac{\tan^4 \alpha}{\tan^2 \beta} = 1$  जहाँ  $\alpha, \beta \neq \frac{\pi}{2}$  है, तब  $\frac{\sec^4 \beta}{\sec^2 \alpha} - \frac{\tan^4 \beta}{\tan^2 \alpha}$  का मान क्या होगा?
- (a) -1 (b) 0  
(c) 1 (d) 2
238. यदि  $\frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} = 1$  है, तब  $\frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha}$  का मान क्या होगा?
- (a) 4 (b) 0  
(c)  $\frac{1}{8}$  (d) 1
239.  $7 \operatorname{cosec} \theta + 24 \sec \theta = 25 \cos \theta \operatorname{cosec} \theta \sec \theta$  है, तब  $\cot \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{5}{24}$  (b)  $\frac{7}{24}$



- (c)  $\frac{11}{24}$  (d)  $\frac{13}{24}$
240. यदि  $8\sec \theta + 6\operatorname{cosec} \theta = 20$  है, तब  $\cot \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{4}{3}$
- (c) इनमें से कोई नहीं  
(d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
241.  $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 0  
(c)  $-\frac{1}{2}$  (d) 1
242.  $\cos 15^\circ \cos 7\frac{1}{2}^\circ \cos 82\frac{1}{2}^\circ = ?$
- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{1}{8}$   
(c)  $\frac{1}{4}$  (d)  $\frac{1}{16}$
243.  $\tan^2 \theta = 1 - e^2$  है, तब  $\sec \theta + \tan^3 \theta \operatorname{cosec} \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $(e^2 - 1)^{3/2}$  (b)  $1 - e$   
(c)  $(2 - e^2)^{3/2}$  (d)  $(e^2 - 2)^{1/2}$
244.  $3\tan \theta \tan \phi = 1$  है, तब  $\frac{\cos(\theta - \phi)}{\cos(\theta + \phi)}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 2  
(c)  $\frac{1}{3}$  (d) 3
245.  $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
(c)  $\sqrt{3}$  (d) 1

246.  $\sin 36^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 108^\circ \cdot \sin 144^\circ = ?$
- (a)  $\frac{5}{16}$  (b)  $\frac{16}{5}$   
(c)  $\frac{13}{5}$  (d)  $\frac{13}{16}$
247.  $\frac{2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = ?$
- (a) 0 (b)  $\sqrt{3}$   
(c) -1 (d) 2
248.  $2\sqrt{2} \sin 10^\circ \left( \frac{\sec 5^\circ}{2} + \frac{\cos 40^\circ}{\sin 5^\circ} - 2\sin 35^\circ \right) = ?$
- (a) 1 (b) 4  
(c)  $\sqrt{2}$  (d) -1
249.  $\frac{\cos x}{\cos y} = n, \frac{\sin x}{\sin y} = m$  है, तब  $(m^2 - n^2) \sin^2 y$  का मान क्या होगा?
- (a)  $1 - n^2$  (b)  $1 + n^2$   
(c)  $m^2$  (d)  $n^2$
250. यदि  $x \cos \theta + y \sin \theta = 4$  व  $x \cos \theta - y \sin \theta = 0$  है, तब इनमें से कौन सा सत्य है?
- (a)  $x^2 + y^2 = 4$  (b)  $x^2 + y^2 = 16$   
(c)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$  (d)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 4$
251. यदि  $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 14$ , है, तब  $\sec \theta \operatorname{cosec} \theta$  का मान क्या होगा?
- (a) 7 (b) 4  
(c)  $\sqrt{7}$  (d) 3
252. यदि  $\cos(\alpha + \beta) = \frac{4}{5}$  और  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{5}{13}$  जहाँ  $\alpha, \beta$  0 और  $\frac{\pi}{4}$  के बीच है, तब  $\tan 2\alpha$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{56}{33}$  (b)  $\frac{36}{33}$   
(c)  $\frac{33}{56}$  (d)  $\frac{49}{36}$

253. यदि  $\tan \theta - \tan \phi = x$  और  $\cot \phi - \cot \theta = y$  है, तब  $\cot(\theta - \phi)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$  (b)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$   
 (c)  $x + y$  (d)  $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$
254. यदि  $3 \cos \theta = 5 \sin \theta$  है, तब  $\left( \frac{5 \sin \theta - 2 \sec^3 \theta + 2 \cos \theta}{5 \sin \theta + 2 \sec^3 \theta - 2 \cos \theta} \right)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{371}{799}$  (b)  $\frac{171}{979}$   
 (c)  $\frac{271}{979}$  (d)  $\frac{979}{271}$
255. यदि  $\sec \theta + \tan \theta = 2 + \sqrt{5}$  है, तब  $\sin \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (c)  $\frac{4}{5}$  (d)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$
256. यदि  $3 \tan \theta + 4 = 0$ ,  $\left( \frac{\pi}{2} < \theta < \pi \right)$  है, तब  $2 \cot \theta - 5 \cos \theta - \sin \theta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $-\frac{53}{10}$  (b)  $\frac{7}{10}$   
 (c)  $\frac{23}{10}$  (d)  $\frac{37}{10}$
257. यदि  $\frac{1 + \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 4$  है, तब  $x$  का मान क्या होगा?
- (a)  $60^\circ$  (b)  $30^\circ$   
 (c)  $0^\circ$  (d)  $90^\circ$
258.  $\cos \theta (\tan \theta + 2)(2 \tan \theta + 1) = ?$
- (a)  $2 \sec \theta + 5 \sin \theta$  (b)  $3 \sec \theta + 4 \sin \theta$   
 (c)  $\sec \theta + \sin \theta$  (d)  $4 \sec \theta + 5 \sin \theta$
259.  $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \dots + \cos \frac{6\pi}{7} = ?$
- (a) 0 (b) 1  
 (c) -1 (d) 2
260.  $\tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ = ?$
- (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
261. यदि  $2 \cos x + \sin x = 1$  है, तब  $7 \cos x + 6 \sin x$  का मान क्या होगा?
- (a) 6 (b) 2  
 (c) 7 (d) 1
262. यदि  $\cos \sec \theta - \sin \theta = a^3$  व  $\sec \theta - \cos \theta = b^3$  है, तब  $a^2 b^2 (a^2 + b^2)$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) -1  
 (c) -2 (d) 2
263. यदि  $\sin A + \sin B = C$ , &  $\cos A + \cos B = D$ , है, तब  $\sin(A+B)$  का मान क्या होगा?
- (a) CD (b)  $\frac{CD}{C^2 + D^2}$   
 (c)  $\frac{C^2 + D^2}{2CD}$  (d)  $\frac{2CD}{C^2 + D^2}$
264. यदि  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  और  $\cos \phi = \frac{4}{5}$ , जहाँ  $\theta$  और  $\phi$  धनात्मक न्यून कोण है, तब  $\cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{7}{\sqrt{2}}$  (b)  $\frac{7}{5\sqrt{2}}$   
 (c)  $\frac{7}{\sqrt{5}}$  (d)  $\frac{7}{2\sqrt{5}}$
265.  $\cos^2 48^\circ - \sin^2 12^\circ = ?$
- (a)  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$  (b)  $\frac{\sqrt{5}+1}{8}$

- (c)  $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$
266.  $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)\sin\left(\frac{3\pi}{10}\right) = ?$
- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $-\frac{1}{2}$
- (c)  $\frac{1}{4}$  (d) 1
267. यदि  $\tan A - \tan B = x$  और  $\cot B - \cot A = y$  है, तब  $\cot(A-B)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{x} + y$  (b)  $\frac{1}{xy}$
- (c)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$  (d)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
268.  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = ?$
- (a)  $2 \tan 2\theta$  (b)  $2 \cot 2\theta$
- (c)  $\tan 2\theta$  (d)  $\cot 2\theta$
269.  $\cot\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) - \cot\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = ?$
- (a) -1 (b) 1
- (c) 0 (d)  $\infty$
270. यदि  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$  और  $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$  जहाँ  $\alpha, \beta$  धनात्मक न्यून कोण है, तब  $\alpha$  और  $\beta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $45^\circ$  and  $15^\circ$  (b)  $60^\circ$  and  $15^\circ$
- (c)  $15^\circ$  and  $45^\circ$  (d)  $45^\circ$  and  $60^\circ$
271. यदि  $\alpha + \beta - \gamma = \pi$  है, तब  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma$  का मान क्या होगा?
- (a)  $2 \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$
- (b)  $2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$
- (c)  $2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$
- (d)  $2 \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$
272.  $1 + \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = ?$
- (a)  $2 \cos x \cos 2x \cos 3x$
- (b)  $4 \sin x \cos 2x \cos 3x$
- (c)  $4 \cos x \cos 2x \cos 3x$
- (d)  $\cos x \cos 2x \cos 3x$
273.  $\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 54^\circ = ?$
- (a)  $\frac{1}{16}$  (b)  $\frac{1}{8}$
- (c)  $\frac{1}{4}$  (d)  $\frac{1}{32}$
274.  $\frac{1}{4} [\sqrt{3} \cos 23^\circ - \sin 23^\circ] = ?$
- (a)  $\cos 43^\circ$  (b)  $\cos 7^\circ$
- (c)  $\cos 53^\circ$  (d)  $\frac{1}{2} \cos 53^\circ$
275.  $2 \cos x - \cos 3x - \cos 5x = ?$
- (a)  $16 \cos^3 x \sin^2 x$  (b)  $\sin^3 x \cos^2 x$
- (c)  $4 \cos^3 x \sin^2 x$  (d)  $4 \sin^3 x \cos^2 x$
276.  $\sqrt{3} \cos \sec 20^\circ - \sec 20^\circ = ?$
- (a) 2 (b)  $\frac{2 \sin 20^\circ}{\sin 40^\circ}$
- (c) 4 (d)  $\frac{4 \sin 20^\circ}{\sin 40^\circ}$
277.  $\frac{\cos 12^\circ - \sin 12^\circ}{\cos 12^\circ + \sin 12^\circ} + \frac{\sin 147^\circ}{\cos 147^\circ} = ?$
- (a) 1 (b) -1
- (c) 0 (d)  $\frac{1}{2}$
278.  $\cos 24^\circ + \cos 55^\circ + \cos 125^\circ + \cos 204^\circ + \cos 300^\circ = ?$
- (a) 2 (b)  $-\frac{1}{2}$
- (c) 1 (d)  $\frac{1}{2}$
279.  $\frac{2 \sin \theta \tan \theta (1 - \tan \theta) + 2 \sin \theta \sec^2 \theta}{(1 + \tan \theta)^2} = ?$
- (a)  $\frac{\sin \theta}{1 + \tan \theta}$  (b)  $\frac{2 \sin \theta}{1 + \tan \theta}$
- (c)  $\frac{2 \sin \theta}{(1 + \tan \theta)^2}$  (d)  $\frac{2 \sin \theta}{(1 - \tan \theta)^2}$

280. यदि  $m \tan(\theta - 30^\circ) = n \tan(\theta + 120^\circ)$  है, तब

$\frac{m+n}{m-n}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $2 \cos 2\theta$  (b)  $\cos 2\theta$   
(c)  $2 \sin 2\theta$  (d)  $\sin 2\theta$

281.  $\cos A + \cos(240^\circ + A) + \cos(240^\circ - A) = ?$

- (a)  $\cos A$  (b) 0  
(c)  $\sqrt{3} \sin A$  (d)  $\sqrt{3} \cos A$

282.  $1 + \cos 56^\circ + \cos 58^\circ - \cos 66^\circ = ?$

- (a)  $2 \cos 28^\circ \cos 29^\circ \sin 33^\circ$   
(b)  $4 \cos 28^\circ \cos 29^\circ \cos 33^\circ$   
(c)  $4 \cos 28^\circ \cos 29^\circ \sin 33^\circ$   
(d)  $2 \cos 28^\circ \cos 29^\circ \cos 33^\circ$

283. यदि  $A + B = 225^\circ$  है, तब  $\frac{\tan A}{1 - \tan A} \cdot \frac{\tan B}{1 - \tan B}$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1  
(c) 0 (d)  $\frac{1}{2}$

284.  $\frac{\sin(B+A) + \cos(B-A)}{\sin(B-A) + \cos(B+A)} = ?$

- (a)  $\frac{\cos B + \sin B}{\cos B - \sin B}$  (b)  $\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A}$   
(c)  $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A}$  (d)  $\frac{\cos B - \sin B}{\cos B + \sin B}$

285. यदि  $\tan \theta = \frac{x \sin \phi}{1 - x \cos \phi}$  व  $\tan \phi = \frac{y \sin \theta}{1 - y \cos \theta}$

है, तब  $\frac{x}{y}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{\sin \theta}{\sin \phi}$  (b)  $\frac{\sin \phi}{\sin \theta}$   
(c)  $\frac{\sin \phi}{1 - \cos \theta}$  (d)  $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \phi}$

286. यदि  $\tan x = \frac{b}{a}$  है, तब  $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$  का मान क्या होगा?

(a)  $\frac{2 \sin x}{\sqrt{\sin 2x}}$  (b)  $\frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}$

(c)  $\frac{2 \cos x}{\sqrt{\sin 2x}}$  (d)  $\frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}$

287. यदि  $\cos(A+B) = \alpha \cos A \cos B + \beta \sin A \sin B$  है, तब  $(\alpha, \beta)$  का मान क्या होगा?

- (a)  $(-1, -1)$  (b)  $(1, -1)$   
(c)  $(-1, 1)$  (d)  $(1, 1)$

288.  $\tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + 4 \tan 4\alpha + 8 \cot 8\alpha = ?$

- (a)  $\tan \alpha$  (b)  $\tan 2\alpha$   
(c)  $\cot \alpha$  (d)  $\cot 2\alpha$

289.  $\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$  का अधिकतम मान क्या होगा?

- (a)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
(c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (d)  $\frac{3}{2}$

290.  $\frac{\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}}{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}} = ?$  ( $x$  चौथे चतुर्थांश में है)

- (a)  $\frac{x}{2}$  (b)  $\tan \frac{x}{2}$   
(c)  $\sec \frac{x}{2}$  (d)  $\operatorname{cosec} \frac{x}{2}$

291. यदि  $\sin A = n \sin B$  है, तब  $\left(\frac{n-1}{n+1}\right) \tan\left(\frac{A+B}{2}\right)$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$  (b)  $\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$   
(c)  $\cot\left(\frac{A-B}{2}\right)$  (d)  $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)$

292.  $\frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\sin A \cos A - \sin B \cos B} = ?$

- (a)  $\tan(A-B)$  (b)  $\tan(A+B)$   
(c)  $\cot(A-B)$  (d)  $\cot(A+B)$

293. यदि  $\cos A = m \cos B$  है, तब-

(a)  $\cot \frac{A+B}{2} = \frac{m+1}{m-1} \tan \frac{B-A}{2}$

(b)  $\tan \frac{A+B}{2} = \frac{m+1}{m-1} \cot \frac{B-A}{2}$

(c)  $\cot \frac{A+B}{2} = \frac{m+1}{m-1} \tan \frac{A-B}{2}$

(d)  $\cot \frac{A+B}{2} = \frac{m-1}{m+1} \tan \frac{A-B}{2}$

294. यदि  $x \cos \theta = y \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) = z \cos \left( \theta + \frac{4\pi}{3} \right)$

है, तब  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$  इसका मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2  
(c) 0 (d)  $3 \cos \theta$

295.  $2 \sin A \cos^3 A - 2 \sin^3 A \cos A = ?$

- (a)  $\sin 4A$  (b)  $\frac{1}{2} \sin 4A$   
(c)  $\frac{1}{4} \sin 4A$  (d)  $\frac{1}{8} \sin 4A$

296.  $\tan A + \tan(180^\circ + A) + \cot(90^\circ + A) + \cot(360^\circ - A) = ?$

- (a) 0 (b)  $2 \tan A$   
(c)  $2 \cot A$  (d)  $\tan A - \cot A$

297.  $\frac{\sin 3\theta + \sin 5\theta + \sin 7\theta + \sin 9\theta}{\cos 3\theta + \cos 5\theta + \cos 7\theta + \cos 9\theta} = ?$

- (a)  $\cot 6\theta$  (b)  $\tan 6\theta$   
(c)  $\cot 3\theta$  (d)  $\tan 3\theta$

298. यदि ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, तब  $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = ?$

- (a)  $2(\cos A + \cos C)$   
(b)  $2(\cos A + \cos B)$   
(c)  $2(\cos A + \cos D)$   
(d) 0

299. यदि  $\frac{2 \sin \alpha}{1 + \cos \alpha + \sin \alpha} = y$  है, तब

$\frac{1 - \cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $y$  (b)  $1/y$

- (c)  $1+y$  (d)  $\frac{1}{1+y}$

300.  $1 - \frac{\sin^2 y}{1 + \cos y} + \frac{1 + \cos y}{\sin y} - \frac{\sin y}{1 - \cos y} = ?$

- (a) 0 (b) 1  
(c)  $\sin y$  (d)  $\cos y$

301.  $\frac{\sin 70^\circ + \cos 40^\circ}{\cos 70^\circ + \sin 40^\circ} = ?$

- (a) 1 (b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$   
(c)  $\sqrt{3}$  (d)  $-\sqrt{3}$

302. यदि  $x = \sec \phi - \tan \phi$  और  $y = \operatorname{cosec} \phi + \cot \phi$  है, तब-

(a)  $x = \frac{y+1}{y-1}$  (b)  $y = \frac{1-x}{1+x}$

(c)  $x = \frac{y-1}{y+1}$  (d)  $y = \frac{1+x}{1-x}$

303. यदि  $\frac{\sin^4 A}{a} + \frac{\cos^4 A}{b} = \frac{1}{a+b}$  है, तब

$\frac{\sin^8 A}{a^3} + \frac{\cos^8 A}{b^3}$  का मान क्या होगा?

(a)  $\frac{1}{(a+b)^3}$  (b)  $\frac{a^2 b^2}{(a+b)^2}$

(c)  $\frac{a^3 b^3}{(a+b)^3}$  (d)  $\frac{ab}{a+b}$

304. यदि  $2y \cos \theta = x \sin \theta$  और

$2x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$  है, तब  $x^2 + 4y^2$  का मान क्या होगा?

- (a) 4 (b) -4  
(c)  $\pm 4$  (d) 0

305. यदि  $\tan \theta - \cot \theta = a$  और  $\cos \theta + \sin \theta = b$  है, तब

$(b^2 - 1)^2 (a^2 + 4)$  का मान क्या होगा?

- (a) 2 (b) -4  
(c)  $\pm 4$  (d) 4

306. यदि  $\tan\theta = \frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$  है, तब  $\sin\alpha + \cos\alpha$  और  $\sin\alpha - \cos\alpha$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\sqrt{2}\cos\theta, \sqrt{2}\sin\theta$   
 (b)  $\sqrt{2}\sin\theta, \sqrt{2}\cos\theta$   
 (c)  $\sqrt{2}\sin\theta, \sqrt{2}\sin\theta$   
 (d)  $\sqrt{2}\cos\theta, \sqrt{2}\cos\theta$
307. यदि  $\sin\theta + \sin\phi = a$  और  $\cos\theta + \cos\phi = b$  है, तब  $\tan\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4 - a^2 - b^2}}$  (b)  $\sqrt{\frac{4 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}}$   
 (c)  $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4 + a^2 + b^2}}$  (d)  $\sqrt{\frac{4 + a^2 + b^2}{a^2 + b^2}}$
308.  $\cos^2\alpha + \cos^2(\alpha + 120^\circ) + \cos^2(\alpha - 120^\circ) = ?$
- (a)  $\frac{3}{2}$  (b) 1  
 (c)  $\frac{1}{2}$  (d) 0
309.  $\sin\frac{\pi}{14} \cdot \sin\frac{3\pi}{14} \cdot \sin\frac{5\pi}{14} \cdot \sin\frac{7\pi}{14} \cdot \sin\frac{9\pi}{14} \cdot \sin\frac{11\pi}{14} \cdot \sin\frac{13\pi}{14}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{8}$  (b)  $\frac{1}{16}$   
 (c)  $\frac{1}{32}$  (d)  $\frac{1}{64}$
310. यदि  $\tan A = \frac{1 - \cos B}{\sin B}$  है, तब  $\tan 2A$  का मान  $\tan B$  के पद में ज्ञात करो।
- (a)  $\tan 2A = \tan B$   
 (b)  $\tan 2A = \tan^2 B$   
 (c)  $\tan 2A = \tan^2 A + \tan^2 B$   
 (d)  $\tan 2A = \tan^2 A - \tan^2 B$
311.  $\sin 600^\circ \cos 330^\circ + \cos 120^\circ \sin 150^\circ$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) -1  
 (c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
312. यदि  $\tan(A + B) = p$  और  $\tan(A - B) = q$  है, तब  $\tan 2A$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{p + q}{p - q}$  (b)  $\frac{p - q}{1 + pq}$   
 (c)  $\frac{p + q}{1 - pq}$  (d)  $\frac{1 + pq}{p - q}$
313.  $\frac{\sec 8A - 1}{\sec 4A - 1} = ?$
- (a)  $\frac{\tan 2A}{\tan 8A}$  (b)  $\frac{\tan 8A}{\tan 2A}$   
 (c)  $\frac{\cot 8A}{\cot 2A}$  (d)  $\frac{\cot 2A}{\cot 8A}$
314.  $\triangle ABC$  में  $\angle C = 90^\circ$  है, तब वह समीकरण ज्ञात करो जिसके मूल  $\tan A$  और  $\tan B$  हैं—
- (a)  $abx^2 + c^2x + ab = 0$   
 (b)  $abx^2 + c^2x - ab = 0$   
 (c)  $abx^2 - c^2x - ab = 0$   
 (d)  $abx^2 - c^2x + ab = 0$
315. यदि  $\sin A + \sin 2A = x$  और  $\cos A + \cos 2A = y$  है, तब  $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 3)$  का मान क्या होगा?
- (a)  $2y$  (b)  $3y$   
 (c)  $3y$  (d)  $4y$
316. यदि  $\cos(A - B) = \frac{3}{5}$  और  $\tan A \tan B = 2$  है, तब—
- (a)  $\cos A \cos B = \frac{2}{5}$   
 (b)  $\sin A \sin B = \frac{2}{5}$

- (c)  $\cos A \cos B = -\frac{1}{5}$
- (d)  $\sin A \sin B = -\frac{1}{5}$
317.  $\frac{\cos 9^\circ + \sin 9^\circ}{\cos 9^\circ - \sin 9^\circ} = ?$
- (a)  $\tan 54^\circ$  (b)  $\tan 36^\circ$   
(c)  $\tan 18^\circ$  (d)  $\cot 18^\circ$
318. यदि  $\tan \alpha = \frac{1}{7}$  और  $\tan \beta = \frac{1}{3}$  है, तब  $\cos 2\alpha = ?$
- (a)  $\sin 2\beta$  (b)  $\sin 4\beta$   
(c)  $\sin 3\beta$  (d)  $\cos 3\beta$
319. यदि  $A = 130^\circ$  और  $x = \sin A + \cos A$  है, तब—
- (a)  $x > 0$  (b)  $x < 0$   
(c)  $x = 0$  (d)  $x \leq 0$
320. यदि  $\tan A = \frac{1}{2}$ ,  $\tan B = \frac{1}{3}$  है, तब  $\cos 2A$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\sin B$  (b)  $\sin 2B$   
(c)  $\sin 3B$  (d)  $\cos 3B$
321. यदि  $\sin(120^\circ - A) = \sin(120^\circ - B)$ ,  $0^\circ < A, B < \pi$ , है, तब A और B का मान क्या होगा?
- (a)  $A = B$   
(b)  $A = B$  or  $A + B = \frac{\pi}{3}$   
(c)  $A + B = 0$ ,  $A + B = \frac{\pi}{3}$   
(d) इनमें से कोई नहीं
322.  $2\sin^2 \beta + 4\cos(\alpha + \beta)\sin \alpha \sin \beta + \cos 2(\alpha + \beta) = ?$
- (a)  $\sin 2\alpha$  (b)  $\cos 2\beta$   
(c)  $\cos 2\alpha$  (d)  $\sin 2\beta$
323.  $\cos 12^\circ + \cos 84^\circ + \cos 156^\circ + \cos 132^\circ$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 1  
(c)  $-\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{1}{8}$
324. यदि  $A + C = B$  है, तब  $\tan A \tan B \tan C$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\tan A \tan B - \tan C$   
(b)  $\tan B - \tan C - \tan A$   
(c)  $\tan A + \tan B - \tan C$   
(d)  $-\tan A \tan B + \tan C$
325.  $\tan \theta \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = ?$
- (a) 1 (b) 0  
(c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (d)  $\sin^2 \theta$
326. यदि  $x = \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$  है, तब x का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{4} \tan 10^\circ$  (b)  $\frac{1}{8} \tan 10^\circ$   
(c)  $\frac{1}{4} \cot 10^\circ$  (d)  $\frac{1}{8} \cot 10^\circ$
327.  $\sin 12^\circ \sin 24^\circ \sin 48^\circ \sin 84^\circ = ?$
- (a)  $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$   
(b)  $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ$   
(c)  $\frac{3}{16}$  (d)  $\frac{1}{16}$
328.  $\tan 5x \tan 3x \tan 2x = ?$
- (a)  $\tan 5x - \tan 3x - \tan 2x$   
(b) 0  
(c)  $\frac{\sin 6x - \sin 3x - \sin 2x}{\cos 5x - \cos 3x - \cos 2x}$   
(d)  $\tan 9x$

329. यदि  $\cos \alpha + \cos \beta = 0 = \sin \alpha + \sin \beta$  है, तब  $\cos 2\alpha + \cos 2\beta$  का मान क्या होगा?
- (a)  $-2 \sin(\alpha + \beta)$   
 (b)  $2 \cos(\alpha + \beta)$   
 (c)  $2 \sin(\alpha + \beta)$   
 (d)  $-2 \cos(\alpha + \beta)$
330. यदि  $A + B + C = 180^\circ$  है, तब  $\frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \tan B \tan C}$  का मान क्या होगा?
- (a) 0 (b) 2  
 (c) 1 (d) -1
331. यदि  $\cos A = a \cos B$  और  $\sin A = b \sin B$  है, तब  $(b^2 - a^2) \sin^2 B$  का मान क्या होगा?
- (a)  $1 + a^2$  (b)  $2 + a^2$   
 (c)  $1 - a^2$  (d)  $2 - a^2$
332. यदि  $A + B + C = \pi$  है, तब  $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C$  का मान क्या होगा?
- (a)  $1 + 4 \cos A \cos B \cos C$   
 (b)  $-1 + 4 \sin A \sin B \cos C$   
 (c)  $-1 - 4 \cos A \cos B \cos C$   
 (d)  $1 + 4 \sin A \sin B \sin C$
333. यदि A, B, C एक त्रिभुज के कोण हैं, तब  $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
334. यदि  $A + B + C = 180^\circ$  है, तब  $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$  का मान क्या होगा?
- (a)  $4 \sin A \sin B \cos C$   
 (b)  $4 \cos A \cos B \cos C$   
 (c)  $4 \sin A \sin B \sin C$   
 (d)  $8 \sin A \sin B \sin C$
335.  $\cos 52^\circ + \cos 68^\circ + \cos 172^\circ = ?$
- (a) 0 (b) 1
- (c) 2 (d)  $\frac{3}{2}$
336. यदि  $\cos 2B = \frac{\cos(A+C)}{\cos(A-C)}$  है, तब  $\tan A, \tan B, \tan C$  किसमें हैं?
- (a) समांतर श्रेणी (b) गुणोत्तर श्रेणी  
 (c) हरात्मक श्रेणी (d) इनमें से कोई नहीं
337. यह समीकरण  $(a+b)^2 = 4ab \sin^2 \theta$  तभी सही होगा, जब—
- (a)  $2a = b$  (b)  $a = b$   
 (c)  $a = 2b$  (d)  $a > b$
338. यदि  $\frac{\sin A - \sin C}{\cos C - \cos A} = \cot B$  है, तब A, B, C किसमें हैं?
- (a) समांतर श्रेणी (b) गुणोत्तर श्रेणी  
 (c) हरात्मक श्रेणी (d) इनमें से कोई नहीं
339. यदि  $b \sin \alpha = a \sin(\alpha + 2\beta)$  है, तब  $\frac{a+b}{a-b}$  का मान क्या होगा?
- (a)  $\frac{\tan \beta}{\tan(\alpha + \beta)}$  (b)  $\frac{\cot \beta}{\cot(\alpha - \beta)}$   
 (c)  $-\frac{\cot \beta}{\cot(\alpha + \beta)}$  (d)  $\frac{\tan \beta}{\tan(\alpha - \beta)}$
340.  $\tan 10^\circ - \tan 50^\circ + \tan 70^\circ = ?$
- (a) 0 (b) 1  
 (c)  $\sqrt{3}$  (d) 3
341.  $\cos^3 10^\circ + \cos^3 110^\circ + \cos^3 130^\circ = ?$



(a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{3}{8}$

(c)  $\frac{3\sqrt{3}}{8}$  (d)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

342.  $\alpha$  के किस मान के लिए यह समीकरण  $4\cos\alpha + 3\cos 2\alpha - 2\sin 3\alpha + \cos 4\alpha = 2\sqrt{3} - 1$  सही है?

(a)  $\frac{\pi}{6}$  (b)  $\frac{\pi}{3}$

(c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{2}$

343. यदि  $(\sin A + \sin B + \sin C)^2 = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$  है, तब इनमें से कौन सा सही है?

(a)  $\sin A + \sin B + \sin C = 0$

(b)  $\cos A + \cos B + \cos C = 0$

(c)  $\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

344. यदि  $\frac{\sin x}{\sin y} = p$  और  $\frac{\cos x}{\cos y} = q$  है, तब  $\tan x = ?$

(a)  $\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q^2 - 2}{1 - p^2}}$  (b)  $\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q^2 - 1}{1 - p^2}}$

(c)  $\frac{p}{q} \sqrt{\frac{1 - q^2}{1 - p^2}}$  (d)  $\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q^2 - 1}{1 - p^2}}$

345. यदि  $\cos A = \tan B$ ,  $\cos B = \tan C$  और  $\cos C = \tan A$  है, तब  $\sin A$  का मान क्या होगा?

(a)  $\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$  (b)  $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

(c)  $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$  (d)  $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

346. यदि  $\frac{3 - \tan^2 A}{1 - 3 \tan^2 A} = k$ , जहाँ  $k$  एक वास्तविक संख्या है,

तब  $\operatorname{cosec} A (3 \sin A - 4 \sin^3 A)$  का मान क्या होगा?

(a)  $\frac{2k}{k-1}$ , जहाँ  $k \geq \frac{1}{3}$  या  $k \geq 3$

(b)  $\frac{2k}{k-1}$ , जहाँ  $\frac{1}{3} \leq k \leq 3$

(c)  $\frac{2k}{k-1}$ , जहाँ  $k < \frac{1}{3}$  या  $k > 3$

(d)  $\frac{2k}{k+1}$

347. यदि  $a \cos^3 \alpha + 3 \cos \alpha \sin^2 \alpha = m$  और

$a \sin^3 \alpha + 3 \cos^2 \alpha \sin \alpha = n$  है, तब

$(m+n)^{2/3} + (m-n)^{2/3} = ?$

(a)  $a$  (b)  $2a$

(c)  $2a^2$  (d)  $2a^{2/3}$

348. यदि  $y = a \cos^2 x + 2b \sin x \cos x + c \sin^2 x$  और

$z = a \sin^2 x - 2b \sin x \cos x + c \cos^2 x$  है, तब—

(a)  $y+z = a+c$  (b)  $y+z = a+b$

(c)  $y+a = x+b$  (d) इसमें से कोई नहीं

349. यदि  $A+B+C = \pi$  है, तब—

$\frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B} = ?$

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

350. यदि  $\sin A$ ,  $\cos A$  और  $\tan A$  गुणोत्तर श्रेणी में है, तब  $\cos^3 A + \cos^2 A = ?$

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

351. यदि  $\cos(\theta - \alpha), \cos \theta, \cos(\theta + \alpha)$  हरात्मक श्रेणी में

है, तब  $\cos \theta \sec \frac{\alpha}{2} = ?$

- (a) 0 (b)  $\pm 1$   
(c) 2 (d)  $\pm \sqrt{2}$

352. यदि  $A + B = C, \tan A = k \tan B$  और  $A - B = \phi$  है, तब  $\sin C = ?$

- (a) 0 (b) 1  
(c)  $\frac{k+1}{k-1}$  (d)  $\frac{k+1}{k-1} \sin \phi$

353. यदि  $\tan \alpha$  और  $\tan \beta$ , इस समीकरण  $x^2 + px + q = 0$  ( $p \neq q$ ) के मूल हैं, तब  $\tan(\alpha + \beta) = ?$

- (a)  $p-1$  (b)  $\frac{p}{q-1}$   
(c)  $2q-p$  (d) इनमें से कोई नहीं

354. यदि  $A + B + C = \frac{3\pi}{2}$  है, तब  $\cos 2A + \cos 2B +$

$\cos 2C = ?$

- (a)  $1 - 4 \sin A \sin B \sin C$   
(b)  $1 - \sin A \sin B \sin C$   
(c)  $1 - 2 \sin A \sin B \sin C$   
(d) इनमें से कोई नहीं

355. यदि  $A + B + C = \pi$  और  $A, B, C$  धनात्मक न्यून कोण हैं, और  $\cot A \cot B \cot C = k$ , तब—

- (a)  $k < 1$  (b)  $k > \frac{1}{\sqrt{3}}$   
(c)  $k = \frac{1}{2\sqrt{3}}$  (d)  $k \leq \frac{1}{3\sqrt{3}}$

356. यदि  $\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{a+b}{a-b}$  तब  $\frac{\tan x}{\tan y} = ?$

- (a)  $a$  (b)  $b$   
(c)  $a/b$  (d)  $b/a$

357.  $\tan \frac{2\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{15} - \sqrt{3} \tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15} = ?$

- (a) 0 (b) 1  
(c)  $\sqrt{2}$  (d)  $\sqrt{3}$

358. यदि  $\sin A + \cos A = x$  है,

$\sin^6 A + \cos^6 A = \frac{1}{4} [4 - 3(x^2 - 1)^2]$  सही

होगा, यदि  $x^2 = ?$

- (a)  $< 0$  (b)  $< 1$   
(c)  $\leq -2$  (d)  $\leq 2$

359.  $\cos^2 10^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ = ?$

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 1  
(c)  $\frac{3}{2}$  (d) 2

360. यदि  $A + B + C = 180^\circ$  है, तब

$\tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} + \tan^2 \frac{C}{2}$  का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 3  
(c) 2 (d) 0

361.  $\frac{\cot^2 15^\circ - 1}{\cot^2 15^\circ + 1} = ?$

- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$   
(c) 1 (d) 0

## उत्तरमाला

1. (b) 2. (d) 3. (a) 4. (a) 5. (b) 6. (d) 7. (a) 8. (a) 9. (c)  
 10. (a) 11. (a) 12. (a) 13. (b) 14. (c) 15. (a) 16. (a) 17. (a) 18. (c)  
 19. (c) 20. (b) 21. (a) 22. (a) 23. (a) 24. (c) 25. (b) 26. (b) 27. (a)  
 28. (c) 29. (a) 30. (c) 31. (c) 32. (d) 33. (b) 34. (a) 35. (c) 36. (d)  
 37. (c) 38. (c) 39. (c) 40. (d) 41. (d) 42. (c) 43. (c) 44. (c) 45. (c)  
 46. (a) 47. (c) 48. (d) 49. (d) 50. (b) 51. (a) 52. (a) 53. (a) 54. (a)  
 55. (b) 56. (b) 57. (b) 58. (c) 59. (d) 60. (d) 61. (a) 62. (b) 63. (a)  
 64. (d) 65. (d) 66. (c) 67. (c) 68. (c) 69. (a) 70. (b) 71. (b) 72. (b)  
 73. (b) 74. (a) 75. (b) 76. (c) 77. (c) 78. (d) 79. (c) 80. (b) 81. (c)  
 82. (c) 83. (a) 84. (c) 85. (b) 86. (c) 87. (c) 88. (a) 89. (a) 90. (b)  
 91. (a) 92. (c) 93. (c) 94. (d) 95. (b) 96. (b) 97. (c) 98. (a) 99. (d)  
 100.(b) 101. (b) 102. (c) 103. (b) 104. (d) 105. (b) 106. (a) 107. (c) 108. (c)  
 109.(c) 110. (c) 111. (a) 112. (a) 113. (a) 114. (a) 115. (a) 116. (a) 117. (d)  
 118.(b) 119. (d) 120. (a) 121. (b) 122. (a) 123. (a) 124. (a) 125. (a) 126. (c)  
 127.(b) 128. (a) 129. (b) 130. (b) 131. (c) 132. (a) 133. (a) 134. (c) 135. (c)  
 136.(b) 137. (c) 138. (a) 139. (c) 140. (b) 141. (c) 142. (c) 143. (a) 144. (b)  
 145.(c) 146. (b) 147. (b) 148. (a) 149. (d) 150. (c) 151. (c) 152. (b) 153. (b)  
 154.(b) 155. (d) 156. (d) 157. (a) 158. (b) 159. (d) 160. (b) 161. (a) 162. (a)  
 163.(a) 164. (a) 165. (a) 166. (a) 167. (b) 168. (c) 169. (b) 170. (b) 171. (a)  
 172.(b) 173. (a) 174. (b) 175. (c) 176. (c) 177. (a) 178. (b) 179. (a) 180. (d)  
 181.(a) 182. (c) 183. (c) 184. (d) 185. (b) 186. (d) 187. (c) 188. (a) 189. (a)  
 190.(b) 191. (c) 192. (b) 193. (a) 194. (a) 195. (b) 196. (c) 197. (d) 198. (d)  
 199.(c) 200. (d) 201. (b) 202. (b) 203. (a) 204. (c) 205. (c) 206. (a) 207. (d)  
 208.(c) 209. (d) 210. (b) 211. (b) 212. (b) 213. (d) 214. (d) 215. (c) 216. (a)  
 217.(a) 218. (d) 219. (d) 220. (b) 221. (a) 222. (b) 223. (a) 224. (b) 225. (b)  
 226.(a) 227. (a) 228. (d) 229. (c) 230. (c) 231. (b) 232. (a) 233. (b) 234. (d)  
 235.(a) 236. (a) 237. (c) 238. (d) 239. (b) 240. (b) 241. (c) 242. (b) 243. (c)  
 244.(b) 245. (c) 246. (a) 247. (b) 248. (b) 249. (a) 250. (c) 251. (b) 252. (a)

253.(b) 254. (c) 255. (d) 256. (b) 257. (a) 258. (a) 259. (a) 260. (d) 261. (a)  
262. (a) 263. (d) 264. (d) 265. (b) 266. (c) 267. (d) 268. (a) 269. (b) 270. (a)  
271.(a) 272. (c) 273. (b) 274. (d) 275. (a) 276. (c) 277. (c) 278. (d) 279. (b)  
280.(a) 281. (b) 282. (c) 283. (d) 284. (b) 285. (a) 286. (d) 287. (b) 288. (c)  
289.(c) 290. (b) 291. (b) 292. (b) 293. (a) 294. (c) 295. (b) 296. (d) 297. (b)  
298.(d) 299. (a) 300. (d) 301. (c) 302. (c) 303. (a) 304. (a) 305. (d) 306. (a)  
307.(b) 308. (a) 309. (d) 310. (a) 311. (b) 312. (c) 313. (b) 314. (d) 315. (a)  
316.(b) 317. (a) 318. (b) 319. (a) 320. (b) 321. (a) 322. (c) 323. (c) 324. (b)  
325.(d) 326. (d) 327. (d) 328. (a) 329. (d) 330. (c) 331. (c) 332. (c) 333. (b)  
334.(c) 335. (a) 336. (b) 337. (b) 338. (a) 339. (c) 340. (c) 341. (c) 342. (a)  
343.(a) 344. (b) 345. (b) 346. (a) 347. (d) 348. (a) 349. (c) 350. (a) 351. (d)  
352.(d) 353. (b) 354. (a) 355. (d) 356. (c) 357. (d) 358. (d) 359. (c) 360. (a)  
361.(a)

mathswitha

**संकेत एवं हल**

**Sol<sup>n</sup> 1.**  $\sin 43^\circ = \sin(90^\circ - 47^\circ) = \cos 47^\circ$  [ $\therefore \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ ]

$$\Rightarrow \frac{\sin 43^\circ}{\cos 47^\circ} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 2.**  $\sin \theta + \frac{1}{\sin \theta} = 2$

$$\sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 1 = 0$$

$$(\sin \theta - 1)^2 = 0$$

$$\sin \theta = 1 \Rightarrow \operatorname{cosec} \theta = 1$$

$$\sin \theta^5 + \operatorname{cosec}^5 \theta = (1)^5 + (1)^5 = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 3.**  $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2$

$$(\tan \theta - 1)^2 = 0$$

$$\tan \theta = 1 \Rightarrow \cot \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = (1)^2 + (1)^2 = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 4.**  $\cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} = 2$

$$(\cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\cos \theta = 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ$$

$$\sin^{100} \theta + \sec^{100} \theta = (0)^{100} + (1)^{100} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 5.**  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{5}{4}$

(योगान्तरानुपात नियम को दोनों पक्षों में लागू करने पर)

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta + \sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta - \sin \theta + \cos \theta} = \frac{5 + 4}{5 - 4}$$

$$\frac{2 \sin \theta}{2 \cos \theta} = \frac{9}{1} \Rightarrow \tan \theta = 9$$

$$\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta - 1} = \frac{(9)^2 + 1}{(9)^2 - 1} = \frac{81 + 1}{81 - 1} = \frac{82}{80} = \frac{41}{40}$$

**Sol<sup>n</sup> 6.**  $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta}$

$$= \frac{\tan \theta}{1 - \frac{1}{\tan \theta}} + \frac{1}{\tan \theta(1 - \tan \theta)} \quad (\because \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta})$$

$$= \frac{\tan^2 \theta}{\tan \theta - 1} + \frac{1}{\tan \theta(1 - \tan \theta)}$$

$$= \frac{\tan^2 \theta}{\tan \theta - 1} - \frac{1}{\tan \theta(\tan \theta - 1)}$$

$$= \frac{\tan^3 \theta - 1}{\tan \theta(\tan \theta - 1)} \quad [\because a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)]$$

$$= \frac{(\tan \theta - 1)(\tan^2 \theta + \tan \theta + 1)}{\tan \theta(\tan \theta - 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan^2 \theta + \tan \theta + 1}{\tan \theta}$$

$$= 1 + \tan \theta + \cot \theta$$

**Sol<sup>n</sup> 7.**  $\tan \theta + \cot \theta = 2$

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2$$

$$\tan^2 \theta - 2 \tan \theta + 1 = 0$$

$$(\tan \theta - 1)^2 = 0$$

$$\tan \theta = 1 \Rightarrow \cot \theta = 1 \quad (\because \theta \text{ प्रथम चतुर्थांश में है, अतः}$$

$\tan \theta$  और  $\cot \theta$  धनात्मक होंगे।)

$$\tan^n \theta + \cot^n \theta$$

$$\Rightarrow (1)^n + (1)^n = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 8.**  $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{5}{3}$

(योगान्तरानुपात नियम को दोनों पक्षों में लागू करने पर)

$$\frac{\sec \theta + \tan \theta + \sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta + \tan \theta - \sec \theta + \tan \theta} = \frac{5 + 3}{5 - 3}$$

$$\frac{2 \sec \theta}{2 \tan \theta} = \frac{8}{2} \Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 4 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{4}$$

$$\text{Sol}^n 9. \cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{2}{3} \quad [\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \frac{2}{3}$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{2}{3} \quad (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1)$$

$$1 - \sin^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{2}{3}$$

$$1 - 2\sin^2 \theta = \frac{2}{3}$$

$$\text{Sol}^n 10. \tan 46^\circ - \cot 44^\circ$$

$$= \tan 46^\circ - \cot(90^\circ - 46^\circ) \quad (\because \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta)$$

$$= \tan 46^\circ - \tan 46^\circ = 0$$

$$\text{Sol}^n 11. \cos 51^\circ - \sin 39^\circ + \sin 37^\circ - \cos 53^\circ$$

$$\cos(90^\circ - 39^\circ) - \sin 39^\circ + \sin 37^\circ - \cos(90^\circ - 37^\circ)$$

$$\therefore [\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta]$$

$$\sin 39^\circ - \sin 39^\circ + \sin 37^\circ - \sin 37^\circ = 0$$

$$\text{Sol}^n 12. x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2 \cos \theta)^3 - 3(2 \cos \theta)$$

$$\Rightarrow 8 \cos^3 \theta - 6 \cos \theta$$

$$= 2(4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) = 2 \cos 3\theta$$

$$\text{Sol}^n 13. \sec \theta + \tan \theta = 3 \quad \dots(i)$$

$$\text{सर्वसमिका: } \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

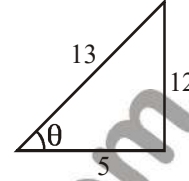
$$(\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta) = 1$$

$$3(\sec \theta - \tan \theta) = 1 \Rightarrow \sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{3} \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$2 \sec \theta = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow \sec \theta = \frac{5}{3}$$

$$\text{Sol}^n 14. \cos \theta = \frac{5}{13} \Rightarrow \tan \theta = \frac{12}{5}, \sec \theta = \frac{13}{5}$$



( $\tan \theta$  और  $\sec \theta$  के मान रखने पर)

$$\tan^2 \theta + \sec^2 \theta = \frac{144}{25} + \frac{169}{25} = \frac{313}{25}$$

$$\text{Sol}^n 15. \tan \theta = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots \infty}}}$$

$$\tan \theta = \sqrt{6 + \tan \theta} \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर})$$

$$\tan^2 \theta = 6 + \tan \theta \Rightarrow \tan^2 \theta - \tan \theta - 6 = 0$$

$$(\tan \theta + 2)(\tan \theta - 3) = 0 \Rightarrow \tan \theta = 3$$

( $\therefore \tan \theta = -2$  संभव नहीं है जैसा कि  $\theta$  पहले चतुर्थांश में है)

$$\text{अब, } \sec^2 \theta = \tan^2 \theta + 1$$

$$\tan \theta \text{ का मान रखने पर, हम पाते हैं।}$$

$$\sec^2 \theta = (3)^2 + 1 \Rightarrow 9 + 1 = 10$$

$$\text{Sol}^n 16. \alpha + \beta = 90^\circ, \alpha = 2\beta \Rightarrow 2\beta + \beta = 90^\circ$$

$$3\beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ \text{ और } \alpha = 60^\circ$$

$$\cos^2 60^\circ + \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Sol}^n 17. \frac{1 - \tan^2 22\frac{1}{2}^\circ}{1 + \tan^2 22\frac{1}{2}^\circ}$$

$$\left(\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}, \text{ यहाँ } \theta = 22\frac{1}{2}^\circ\right)$$

$$\Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**Sol<sup>n</sup>18.**  $\sin^2 88^\circ + \cos^2 88^\circ = 1$

( $\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ,  $\theta$  के किसी भी मान के लिए)

**Sol<sup>n</sup>19.**  $\tan(\theta + \phi) = \frac{\tan \theta + \tan \phi}{1 - \tan \theta \tan \phi}$

$\tan \theta$  व  $\tan \phi$  का मान रखने पर

$$\tan(\theta + \phi) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\theta + \phi = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

**Sol<sup>n</sup>20.**  $(\tan A + \sec A - 1) \cos A$

$$= [\tan A + \sec A - (\sec^2 A - \tan^2 A)] \cos A$$

( $\therefore \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$ )

$$= [\tan A + \sec A - (\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)] \cos A$$

( $\tan A + \sec A$ ) को बाहर लेने पर

$$= (\tan A + \sec A)(1 - \sec A + \tan A) \cos A$$

$$= \left( \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A} \right) (\tan A - \sec A + 1) \cos A$$

$$= \frac{(\sin A + 1)}{\cos A} (\tan A - \sec A + 1) \cos A$$

$$= (1 + \sin A)(\tan A - \sec A + 1)$$

**Sol<sup>n</sup>21.**  $2 \cos \theta = x + \frac{1}{x}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$4 \cos^2 \theta = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$2 \cos^2 \theta = \frac{1}{2} \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 1$$

**Sol<sup>n</sup>22.**  $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$  (परिमेयकरण करने पर)

$$= \frac{(1 - \cos A)}{(1 + \cos A)} \times \frac{(1 - \cos A)}{(1 - \cos A)} = \frac{(1 - \cos A)^2}{(1 - \cos^2 A)} = \left( \frac{1 - \cos A}{\sin A} \right)^2$$

**Sol<sup>n</sup>23.**  $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$  (परिमेयकरण करने पर)

$$= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta) \times (1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta) \times (1 - \sin \theta)}} = \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \sec \theta - \tan \theta$$

**Sol<sup>n</sup>24.**  $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} + \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$

$$= \frac{\sqrt{1 + \cos \theta}}{\sqrt{1 - \cos \theta}} + \frac{\sqrt{1 - \cos \theta}}{\sqrt{1 + \cos \theta}}$$

$$= \frac{(\sqrt{1 + \cos \theta})^2 + (\sqrt{1 - \cos \theta})^2}{\sqrt{1 - \cos \theta} \sqrt{1 + \cos \theta}}$$

$$= \frac{1 + \cos \theta + 1 - \cos \theta}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$$

**Sol<sup>n</sup>25.**  $\frac{\sqrt{1 - \sin \theta}}{\sqrt{1 + \sin \theta}} + \frac{\sqrt{1 + \sin \theta}}{\sqrt{1 - \sin \theta}}$

$$= \frac{1 - \sin \theta + 1 + \sin \theta}{\sqrt{1 + \sin \theta} \sqrt{1 - \sin \theta}} = \frac{2}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$$

$$= \frac{2}{\cos \theta} = 2 \sec \theta$$

**Sol<sup>n</sup>26.**  $\sec \theta = A \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{A}$

$$\operatorname{cosec} \theta = B \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{B}$$

( $\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ )

$$\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} = 1 \Rightarrow \frac{A^2 + B^2}{A^2 B^2} = 1$$

$$\Rightarrow A^2 + B^2 = A^2 B^2$$

**Sol<sup>n</sup> 27.**  $\sin^6 A + \cos^6 A$

$$[\because a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)]$$

$$\begin{aligned} &= (\sin^2 A + \cos^2 A)(\sin^4 A - \sin^2 A \cos^2 A + \cos^4 A) \\ &= (\sin^2 A + \cos^2 A)[\sin^4 A + 2\sin^2 A \cos^2 A + \cos^4 A - 3\sin^2 A \cos^2 A] \end{aligned}$$

$$(\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1)$$

$$= \left[ (\sin^2 A + \cos^2 A)^2 - 3\sin^2 A \cos^2 A \right]$$

$$= 1 - 3\sin^2 A \cos^2 A$$

**Sol<sup>n</sup> 28.**  $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{1}{\sec^2 \theta}}$

$$[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$= \frac{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}{\sec \theta}$$

**Sol<sup>n</sup> 29.**  $\sin \alpha = \frac{1}{\sec(30^\circ + \alpha)} = \cos(30^\circ + \alpha)$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \cos(30^\circ + \alpha)$$

$$[\because \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta]$$

$$90^\circ - \alpha = 30^\circ + \alpha$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 30.**

$$\sec^2 \theta + \cos^2 \theta - 2\sec \theta \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$- 2\sin \theta \cos \theta - \tan^2 \theta - \cot^2 \theta + 2\tan \theta \cot \theta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow &(\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) + (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + (\cos^2 \theta - \cot^2 \theta) \\ &- 2(\sec \theta \cos \theta + \sin \theta \cos \theta - \tan \theta \cot \theta) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1 + 1 + 1 - 2(1 + 1 - 1) = 3 - 2 = 1$$

$$\left[ \begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \\ \sec^2 \theta - \tan^2 \theta &= 1 \\ \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta &= 1 \end{aligned} \right]$$

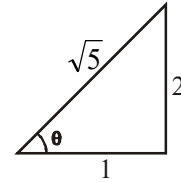
**द्वितीय विधि :**

$\theta = 45^\circ$  रखने पर

$$= \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 - (1-1)^2$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 31.**  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{3}{1}$



$$\sin \theta + \cos \theta = 3\sin \theta - 3\cos \theta$$

$$2\sin \theta = 4\cos \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\tan \theta = 2$$

(समकोण त्रिभुज से)

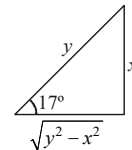
$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)$$

$$(\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

$$\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

**Sol<sup>n</sup> 32.**  $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$



$$\sec 17^\circ = \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}}$$

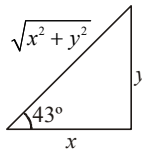


$$\sin 73^\circ = \cos 17^\circ = \frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y}$$

$$\sec 17^\circ - \sin 73^\circ = \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}} - \frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y}$$

$$= \frac{y^2 - y^2 + x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}} = \frac{x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}}$$

**Sol<sup>n</sup> 33.**  $\cos 43^\circ = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$



$$\tan 47^\circ = \cot 43^\circ = \frac{x}{y} \quad [\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta]$$

**Sol<sup>n</sup> 34.**  $\tan \theta = \frac{x}{y} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

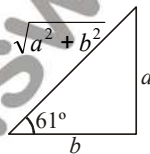
हम यहाँ  $\sin \theta = x$  व  $\cos \theta = y$  रख सकते हैं

$$\frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{x \sin \theta - y \cos \theta} = \frac{x.x + y.y}{x.x - y.y} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

**Sol<sup>n</sup> 35.**  $(\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta)$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 36.**  $\sin 61^\circ = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$



$$\tan 61^\circ = \frac{a}{b} \Rightarrow \tan 29^\circ = \cot 61^\circ = \frac{b}{a}$$

$$(\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta)$$

$$\tan 61^\circ + \tan 29^\circ = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

**Sol<sup>n</sup> 37.**  $\frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} = 3 \Rightarrow \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta \left( \frac{1}{\sin^2 \theta} - 1 \right)} = 3$

$$\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \theta - 1} = 3 \quad (\because \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 = \cot^2 \theta)$$

$$\frac{1}{\cot^2 \theta} = 3 \Rightarrow \tan^2 \theta = 3$$

$$\tan \theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 38.**  $\frac{2 \sin 68^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \cot 15^\circ}{5 \tan 75^\circ} - \frac{3 \tan 45^\circ \tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 50^\circ \tan 70^\circ}{5}$

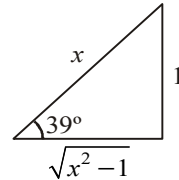
$$= \frac{2 \cos 22^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \tan 75^\circ}{5 \tan 75^\circ} - \frac{3}{5}$$

$$= 2 - \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \Rightarrow 2 - \frac{5}{5} = 2 - 1 = 1$$

$$\left[ \begin{array}{l} \because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \\ \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta \\ \tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ = 1 \text{ as } (20^\circ + 70^\circ) = 90^\circ \\ \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ = 1 \text{ as } (40^\circ + 50^\circ) = 90^\circ \end{array} \right]$$

**Sol<sup>n</sup> 39.**  $\operatorname{cosec} 39^\circ = x \Rightarrow \sin 39^\circ = \frac{1}{x}$

$$\Rightarrow \cos 39^\circ = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \sin 51^\circ$$



$$\Rightarrow \cot 39^\circ = \sqrt{x^2 - 1} = \tan 51^\circ$$

$$\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - \frac{1}{\sin^2 51^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 51^\circ}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + x^2 - 1 - 1$$

$$= 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + x^2 - 1 - 1 \Rightarrow x^2 - 1$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 40. \quad & \frac{\sin 39^\circ}{\sin 39^\circ} + 2 \tan 11^\circ \tan 79^\circ \tan 31^\circ \tan 59^\circ \\ & \tan 45^\circ - 3(\sin^2 21^\circ + \cos^2 21^\circ) \\ & = 1 + 2 - 3 = 0 \end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{l} \therefore \tan 11^\circ \tan 79^\circ = 1 \\ \tan 31^\circ \tan 59^\circ = 1 \end{array} \right)$$

$$\text{Sol}^n 41. \quad \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}} \Rightarrow \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{\tan^2 \theta}{\tan^2 \theta + 1}$$

$$\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 1$$

$$\text{Sol}^n 42. \quad \frac{\cos^3 20^\circ - \cos^3 70^\circ}{\sin^3 70^\circ - \sin^3 20^\circ} \Rightarrow \frac{\sin^3 70^\circ - \sin^3 20^\circ}{\sin^3 70^\circ - \sin^3 20^\circ} = 1$$

$$\left( \begin{array}{l} \therefore \cos 20^\circ = \sin 70^\circ \\ \cos 70^\circ = \sin 20^\circ \end{array} \right)$$

$$\text{Sol}^n 43. \quad \frac{\cos^n 38^\circ - \cot^n 52^\circ}{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ}$$

$$= \frac{\cos^n (90^\circ - 52^\circ) - \cot^n (90^\circ - 38^\circ)}{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ}$$

$$= \frac{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ}{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ} = 1$$

$$\text{Sol}^n 44. \quad \frac{\cot^n 29^\circ - \cot^n 61^\circ}{\tan^n 61^\circ - \tan^n 29^\circ}$$

$$(\because \cot^n 29^\circ = \cot^n (90^\circ - 61^\circ) = \tan^n 61^\circ)$$

$$\text{इसी प्रकार } \cot^n 61^\circ = \tan^n 29^\circ$$

$$= \frac{\tan^n 61^\circ - \tan^n 29^\circ}{\tan^n 61^\circ - \tan^n 29^\circ} = 1$$

$$\text{Sol}^n 45. \quad x = \tan 15^\circ$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2$$

$$= \left( \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} \right)^2 - 2$$

$$= \left( \frac{(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \right)^2 - 2$$

$$= \left( \frac{3 + 1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 + 2\sqrt{3}}{3 - 1} \right)^2 - 2$$

$$= \left( \frac{8}{2} \right)^2 - 2 \Rightarrow (4)^2 - 2 \Rightarrow 16 - 2 = 14$$

$$\text{Sol}^n 46. \quad x = \cot 75^\circ = \tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 = x + \frac{1}{x} + 2$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} + 2 = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} + 2$$

$$= \frac{3 + 1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 + 2\sqrt{3}}{3 - 1} + 2 = \frac{8}{2} + 2 = 6$$

$$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{6}$$

$$\text{Sol}^n 47. \quad \tan(A + B) = \frac{1}{2}, \quad \tan(A - B) = \frac{1}{3}$$

$$\tan 2A = \tan(A + B + A - B)$$

$$\frac{\tan(A + B) + \tan(A - B)}{1 - \tan(A + B)\tan(A - B)} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = 1$$

Sol<sup>n</sup> 48. प्रश्न 47 की तरह

$$\text{Sol}^n 49. \quad \cos(A - B) = \frac{1}{2} \quad \text{व} \quad \sin(A + B) = \frac{1}{2}$$

$$A - B = \cos^{-1} \frac{1}{2}, \quad A + B = \sin^{-1} \frac{1}{2}$$

$$A - B = 60^\circ \dots (i), \quad A + B = 30^\circ \dots (ii)$$

अब समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\angle A = \frac{60^\circ + 30^\circ}{2} = 45^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 50.**  $\sin(x+y) = 1$  और  $\tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$x + y = \sin^{-1} 1 \text{ और } (x - y) = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x + y = 90^\circ \dots (i)$$

$$x - y = 30^\circ \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2x = 120^\circ$$

$$x = 60^\circ, y = 30^\circ$$

$$\sin x + \tan y = \sin 60^\circ + \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3+2}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}}$$

**Sol<sup>n</sup> 51.**  $\sin A + \cos A = \frac{3}{5}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A \cos A = \frac{9}{25}$$

$$1 + 2\sin A \cos A = \frac{9}{25}$$

$$2\sin A \cos A = \frac{9}{25} - 1 = \frac{-16}{25}$$

अब,  $(\sin A - \cos A)^2 = \sin^2 A + \cos^2 A - 2\sin A \cos A$  का मान ज्ञात करने पर

$$= 1 - \left(\frac{-16}{25}\right) = 1 + \frac{16}{25} = \frac{41}{25}$$

$$\sin A - \cos A = \frac{\sqrt{41}}{5}$$

**Sol<sup>n</sup> 52.**  $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{7}{12}$  ... (i)

सर्वसमिका,  $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$  ... (ii)

समी. (i) व (ii) की गुणा करने पर

$$(\sec^2 \theta + \tan^2 \theta) \cdot (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) = \frac{7}{12}$$

$$\sec^4 \theta - \tan^4 \theta = \frac{7}{12}$$

**Sol<sup>n</sup> 53.**  $\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta = \frac{5}{7}$  ... (i)

सर्वसमिका,  $\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$  ... (ii)

समी. (i) व (ii) की गुणा करने पर

$$(\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta) \cdot (\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta) = \frac{5}{7}$$

$$\operatorname{cosec}^4 \theta - \cot^4 \theta = \frac{5}{7}$$

**Sol<sup>n</sup> 54.**  $\sec x + \tan x = a$  ... (1)

सर्वसमिका  $\sec^2 x - \tan^2 x = 1$   
 $(\sec x + \tan x)(\sec x - \tan x) = 1$

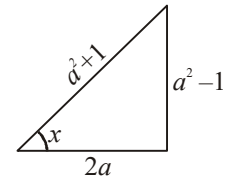
$$\sec x - \tan x = \frac{1}{a} \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2 \sec x = a + \frac{1}{a}$$

$$\sec x = \frac{a^2 + 1}{2a}$$

$$\sin x = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$$



**Sol<sup>n</sup> 55.**  $\operatorname{cosec} x - \cot x = a$  ... (i)

सर्वसमिका,  $\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1$   
 $(\operatorname{cosec} x + \cot x)(\operatorname{cosec} x - \cot x) = 1$

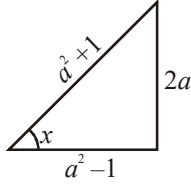
$$(\operatorname{cosec} x + \cot x) = \frac{1}{a} \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2 \operatorname{cosec} x = a + \frac{1}{a}$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{a^2 + 1}{2a}$$

$$\cos x = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$$



**Sol<sup>n</sup> 56.**  $\sin^2 x + \operatorname{cosec}^2 x + 2 \sin x \operatorname{cosec} x + \cos^2 x + \sec^2 x + 2 \cos x \sec x - \tan^2 x - \cot^2 x$   
 $(\because \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \sec^2 x - \tan^2 x = 1, \operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1)$   
 $1 + 1 + 1 + 2 + 2 = 7$

**Sol<sup>n</sup> 57.**  $\sin^2 x + \operatorname{cosec}^2 x + 2 \sin x \operatorname{cosec} x + \cos^2 x + \sec^2 x + 2 \cos x \sec x - \tan^2 x - \cot^2 x - 2 \tan x \cot x$   
 $1 + 1 + 1 + 2 + 2 - 2 = 5$

**Sol<sup>n</sup> 58.**  $\sin^2 x + \operatorname{cosec}^2 x - 2 \sin x \operatorname{cosec} x + \cos^2 x + \sec^2 x - 2 \cos x \sec x - \tan^2 x - \cot^2 x + 2 \tan x \cot x$   
 $1 + 1 + 1 - 2 - 2 + 2 = 1$

**Sol<sup>n</sup> 59.**  $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$   
 $= 2(1 - 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta) - 3(-2\sin^2 \theta \cos^2 \theta + 1)$   
 $= 2 - 6\sin^2 \theta \cos^2 \theta + 6\sin^2 \theta \cos^2 \theta - 3$   
 $= -1$

या उत्तर  $\theta$  पर निर्भर नहीं है

$\theta$  का कोई भी मान रखने पर

माना  $\theta = 0^\circ$

$$2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$2(0 + 1) - 3(0 + 1)$$

$$2 - 3 = -1$$

**Sol<sup>n</sup> 60.**  $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2$

जैसा कि उत्तर  $\theta$  पर निर्भर नहीं है।

अतः  $\theta$  का कोई भी मान रखने पर

माना  $\theta = 0^\circ$

$$= 2(\sin^6 0 + \cos^6 0) - 3(\sin^4 0 + \cos^4 0) - (\sin^2 0 + \cos^2 0)^2$$

$$= 2 - 3 - 1$$

$$= -2$$

**Sol<sup>n</sup> 61.**  $u_n = \cos^n \delta + \sin^n \delta$

$$2u_6 - 3u_4 + 2 = 2(\cos^6 \delta + \sin^6 \delta) - 3(\cos^4 \delta + \sin^4 \delta) + 2$$

माना  $\delta = 0^\circ$

$$2 - 3 + 2 = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 62.**  $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = 2 \frac{51}{79} = \frac{209}{79}$

योगान्तरनुपात नियम द्वारा

$$\frac{2 \sec \theta}{2 \tan \theta} = \frac{288}{130}$$

$$\frac{\sec \theta}{\tan \theta} = \frac{144}{65}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{144}{65}$$

$$\frac{1}{\sin \theta} = \frac{144}{65} \Rightarrow \sin \theta = \frac{65}{144}$$

**Sol<sup>n</sup> 63.**  $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$

$$\sin \theta = 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = \sin \theta \text{ रखने पर}$$

$$\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = \sin \theta + \sin^2 \theta = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 64.**  $\cos \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\cos \theta = 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \cos \theta \text{ रखने पर}$$

$$\sin^4 \theta + \sin \theta = \cos^2 \theta + \cos \theta = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 65.**  $\cos A + \cos^2 A = 1$

$$\cos A = 1 - \cos^2 A = \sin^2 A$$

$$\sin^2 A = \cos A \text{ रखने पर}$$

$$\sin^8 A + 2\sin^6 A + \sin^4 A = \cos^4 A + 2\cos^3 A + \cos^2 A = (\cos^2 A + \cos A)^2 = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 66.**  $\cos A + \cos^2 A = 1$

$$\cos A = 1 - \cos^2 A = \sin^2 A$$

$$\sin^{12} A + 3\sin^{10} A + 3\sin^8 A + \sin^6 A + \sin^4 A + \sin^2 A$$

$$\sin^2 A = \cos A \text{ रखने पर}$$

$$= \cos^6 A + 3\cos^5 A + 3\cos^4 A + \cos^3 A + \cos^2 A +$$

$$\begin{aligned} & \cos A \\ &= (\cos^2 A + \cos A)^3 + \cos^2 A + \cos A \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 67. \sin A + \sin^2 A = 1$$

$$\begin{aligned} \sin A &= 1 - \sin^2 A = \cos^2 A \\ \cos^{12} A + 3\cos^{10} A + 3\cos^8 A + \cos^6 A + \cos^4 A + \cos^2 A & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 A &= \sin A \text{ रखने पर} \\ &= \sin^6 A + 3\sin^5 A + 3\sin^4 A + \sin^3 A + \sin^2 A + \sin A \\ &= (\sin^2 A + \sin A)^3 + \sin^2 A + \sin A \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 68. \cos^4 x = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\cos^4 x = \sin^2 x$$

$$\begin{aligned} \tan^2 x + \tan^4 x &= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x} \\ &= \frac{\sin^2 x}{\sin x} + \frac{\sin^4 x}{\sin^2 x} \\ &= \sin x + \sin^2 x \\ &= \cos^2 x + \cos^4 x = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 69. 3\sin x + 4\cos x = 2 \quad \dots (i)$$

$$3\cos x - 4\sin x = t \quad \dots (ii)$$

वर्ग करके समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\begin{aligned} &= 9\sin^2 x + 16\cos^2 x + 24\sin x \cos x + 9\cos^2 x + \\ & \quad 16\sin^2 x - 24\sin x \cos x = 4 + t^2 \\ &= 9(\sin^2 x + \cos^2 x) + 16(\sin^2 x + \cos^2 x) = 4 + t^2 \\ & \quad 9 + 16 = 4 + t^2 \\ & \quad 25 = 4 + t^2 \\ & \quad \sqrt{21} = t \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 70. \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta \quad \dots (i)$$

$$\cos \theta + \sin \theta = x \quad \dots (ii)$$

वर्ग करके समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\begin{aligned} 1 + 1 &= 2 \cos^2 \theta + x^2 \\ x^2 &= 2(1 - \cos^2 \theta) = 2 \sin^2 \theta \\ x &= \sqrt{2} \sin \theta \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 71. \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \quad \dots (i)$$

$$\sin \theta - \cos \theta = x \quad \dots (ii)$$

वर्ग करके समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\begin{aligned} 1 + 1 &= 2 + x^2 \\ x^2 &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 72. \sin \theta + \cos \theta = p \quad \text{व} \quad \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = q$$

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} = q$$

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{p}{q}$$

$$\begin{aligned} q(p^2 - 1) &= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta - 1) \\ &= q(2\sin \theta \cos \theta + 1 - 1) = q \left( 2 \times \frac{p}{q} \right) \\ &= 2p \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 73. \frac{T_3 - T_5}{T_1} = \frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta - \sin^5 \theta - \cos^5 \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^3 \theta (1 - \sin^2 \theta) + \cos^3 \theta (1 - \cos^2 \theta)}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^3 \theta \cos^2 \theta + \cos^3 \theta \sin^2 \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (\sin \theta + \cos \theta)}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\text{Sol}^n 74. \frac{x}{a} = \cos^3 \theta, \quad \frac{y}{b} = \sin^3 \theta$$

$$= (\cos^3 \theta)^{2/3} + (\sin^3 \theta)^{2/3}$$

$$= \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\text{Sol}^n 75. \left( \frac{x}{a} \right)^{1/n} = \sec \theta, \quad \left( \frac{y}{b} \right)^{1/n} = \tan \theta$$

सर्वसमिका,  $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2/n} - \left(\frac{y}{b}\right)^{2/n} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 76.**  $\tan^5 \theta \cdot \tan^5 5\theta = 1$

$$(\tan \theta \cdot \tan 5\theta)^5 = 1$$

$$\tan \theta \cdot \tan 5\theta = 1$$

$$\theta + 5\theta = 90^\circ$$

$$6\theta = 90^\circ$$

$$3\theta = 45^\circ$$

$$\tan^n 45^\circ = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 77.**  $\tan \theta \cdot \tan 2\theta = 1$

$$\tan \theta \cdot \tan 2\theta = 1 \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\sin^2 60^\circ + \tan^2 60^\circ = \frac{3}{4} + 3 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

**Sol<sup>n</sup> 78.**  $\cos \theta \cdot \operatorname{cosec} 23^\circ = 1$

$$\theta + 23^\circ = 90^\circ$$

$$\theta = 67^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 79.**  $\sin(x + y) = \cos(x - y)$

$$\sin(x + y) = \sin\{90^\circ - (x - y)\}$$

$$x + y = 90^\circ - x + y$$

$$x = 45^\circ$$

$$\cos^2 x = \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 80.**  $\sin(2x - 20^\circ) = \sin(90^\circ - 2y - 20^\circ)$

$$2x - 20^\circ = 90^\circ - 2y - 20^\circ \quad (\because \sin 90^\circ - \theta = \cos \theta)$$

$$x + y = 45^\circ$$

$$\sec(x + y) = \sec 45^\circ = \sqrt{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 81.**  $A + B = 90^\circ$

तब,

$$\tan A \cdot \tan B = 1$$

$$\cot A \cdot \cot B = 1$$

$$\sin A \cdot \sec B = 1$$

अब,  $B = 90^\circ - A$

$$\sin B = \sin(\sin 90^\circ - A) = \cos A$$

$$= \sqrt{\frac{\tan A \tan B + \cot A \cot B}{\sin A \cdot \sec B} - \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A}}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{1} - 1}$$

$$= 1$$

**Sol<sup>n</sup> 82.**  $A + B = 90^\circ$

$$\cos B = \sin A, \quad \sin B = \cos A, \quad \tan A \cdot \tan B = 1$$

$$= \sin A \cdot \sin A + \cos A \cdot \cos A + 2 \tan A \tan B - (\sec^2 A - \tan^2 A)$$

$$= \sin^2 A + \cos^2 A + 2 \tan A \tan B - (\sec^2 A - \tan^2 A)$$

$$= 1 + 2 - 1 = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 83.**  $\sin \theta = \cos \theta$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$2 \tan^2 \theta + \sin^2 \theta - 1 = 2 \tan^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ - 1$$

$$= 2 + \frac{1}{2} - 1 = 1\frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 84.**  $\sin(x + y) = \sin(90^\circ - 3x - 3y)$

$$x + y = 90^\circ - 3x - 3y$$

$$4(x + y) = 90^\circ$$

$$2(x + y) = 45^\circ$$

$$\tan\{2(x + y)\} = \tan 45^\circ = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 85.**  $\sec(5\theta - 50^\circ) = \sec(90^\circ - \theta - 32^\circ)$

$$5\theta - 50^\circ = 90^\circ - \theta - 32^\circ$$

$$6\theta = 108^\circ$$

$$\theta = 18^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 86.**  $\frac{a}{x} = \operatorname{cosec} \theta, \quad \frac{b}{y} = \cot \theta$

$$\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 87.**  $\frac{a}{x} = \sec \theta, \quad \frac{b}{y} = \tan \theta$

$$\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 88.**  $\frac{x}{a} = \sec \theta \cos \theta, \quad \frac{y}{b} = \sec \theta \sin \theta, \quad \frac{z}{c} = \tan \theta$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} &= \sec^2 \theta \cos^2 \theta + \sec^2 \theta \sin^2 \theta - \tan^2 \theta \\ &= \sec^2 \theta (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - \tan^2 \theta \\ &= \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 89.**  $3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta = \sin 3\theta$

$$3 \sin 20^\circ - 4 \sin^3 20^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 90.** प्रश्न 89 की तरह

**Sol<sup>n</sup> 91.**  $\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ$

$$\tan^3 0^\circ + \sin^5 0^\circ = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 92.**  $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$

$$= 1 \quad [\tan \alpha \tan \beta = 1, \text{ यदि } \alpha + \beta = 90^\circ]$$

**Sol<sup>n</sup> 93.**  $\tan^n 1^\circ \tan^n 2^\circ \tan^n 3^\circ \dots \dots \tan^n 88^\circ \tan^n 89^\circ$

$$= 1 \quad [\tan \alpha \tan \beta = 1, \text{ यदि } \alpha + \beta = 90^\circ]$$

**Sol<sup>n</sup> 94.**  $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \dots \dots \cos 90^\circ \cos 100^\circ = 0$  ( $\because \cos 90^\circ = 0$ )

**Sol<sup>n</sup> 95.**  $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \dots \dots \cos 90^\circ = 0$  ( $\because \cos 90^\circ = 0$ )

**Sol<sup>n</sup> 96.**  $\sin 1^\circ \sin 2^\circ \dots \dots \sin 180^\circ = 0$  ( $\because \sin 180^\circ = 0$ )

**Sol<sup>n</sup> 97.**  $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots \dots \sin^2 45^\circ + \cos^2 44^\circ + \cos^2 43^\circ + \dots \dots \cos^2 1^\circ + \sin^2 90^\circ$

$$\begin{aligned} &= 1 + 1 \dots 44 \text{ बार} + \frac{1}{2} + 1 \\ &= 45 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 98.**  $\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots \dots + \cos^2 45^\circ + \sin^2 44^\circ + \sin^2 43^\circ + \sin^2 1^\circ + \cos^2 90^\circ$

$$\begin{aligned} &= 1 + 1 + \dots \dots 44 \text{ बार} + \frac{1}{2} \\ &= 44 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 99.**  $\sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \dots \dots + \sin^2 45^\circ + \cos^2 40^\circ + \dots \dots + \cos^2 5^\circ + \sin^2 90^\circ$

$$\begin{aligned} &= 1 + 1 + \dots \dots 8 \text{ बार} + \frac{1}{2} + 1 \\ &= 9 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 100.**  $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 30^\circ$

$$\begin{aligned} &\left( \because \sin \theta \sin(60^\circ - \theta) \sin(60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta \right) \\ &\therefore \theta = 10^\circ \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} \sin 30^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

**Sol<sup>n</sup> 101.**  $\tan 4^\circ \cdot \tan 86^\circ \cdot \tan 43^\circ \cdot \tan 47^\circ = 1$

$$[\because \tan \theta \cdot (\tan(90^\circ - \theta)) = 1]$$

**Sol<sup>n</sup> 102.**  $\cot 10^\circ \cdot \cot 80^\circ \cdot \cot 20^\circ \cdot \cot 70^\circ \cdot \cot 60^\circ$

$$= 1 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$[\because \cot \theta \cdot (\cot(90^\circ - \theta)) = 1]$$

**Sol<sup>n</sup> 103.**  $\tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ \cdot \tan 15^\circ \cdot \tan 75^\circ = 1$

$$[\tan \alpha \tan \beta = 1, \text{ यदि } \alpha + \beta = 90^\circ]$$

**Sol<sup>n</sup> 104.**  $\tan \frac{\pi}{8} \tan \frac{3\pi}{8} \cdot \tan \frac{\pi}{12} \cdot \tan \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{6}$

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$(\because \tan \frac{\pi}{8} \cdot \tan \frac{3\pi}{8} = 1, \because \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2})$$

$$(\because \tan \frac{\pi}{12} \cdot \tan \frac{5\pi}{12} = 1, \because \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{2})$$

**Sol<sup>n</sup> 105.**  $\cot \frac{\pi}{20} \cot \frac{9\pi}{20} \cdot \cot \frac{3\pi}{20} \cot \frac{7\pi}{20} \cdot \cot \frac{5\pi}{20}$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \cot \frac{\pi}{4} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 106.**  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2(1 + \cos 16\theta)}}}}$

$$= \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 \cdot 2 \cos^2 8\theta}}}}$$

$$(\because 2 \cos^2 \theta = \cos 2\theta + 1)$$

$$= \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos 8\theta}}}$$

$$= \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos 4\theta}}$$

$$= \sqrt{2 + 2 \cos 2\theta} = 2 \cos \theta$$

**Sol<sup>n</sup>107.**

$$\tan 50^\circ = \frac{\tan 70^\circ - \tan 20^\circ}{1 + \tan 70^\circ \tan 20^\circ} \left( \because \tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} \right)$$

$$\tan 50^\circ = \frac{\tan 70^\circ - \tan 20^\circ}{1 + 1}$$

$$(\because \tan 70^\circ \tan 20^\circ = 1)$$

$$2 \tan 50^\circ + \tan 20^\circ = \tan 70^\circ$$

**Sol<sup>n</sup>108.**  $\tan 70^\circ = \frac{\tan 80^\circ - \tan 10^\circ}{1 + \tan 80^\circ \tan 10^\circ}$  ( $\because \tan 80^\circ \tan 10^\circ = 1$ )

$$2 \tan 70^\circ + \tan 10^\circ = \tan 80^\circ$$

**Sol<sup>n</sup>109.**  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \cot \frac{\theta}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \cot \frac{\theta}{2} = \cot 30^\circ$

$$\frac{\theta}{2} = 30^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$\cos \theta = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup>110.**  $A + B + C = 180^\circ$

$$\frac{A+B}{2} = \frac{180^\circ - C}{2}$$

$$\frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2}$$

$$\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$$

$$\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$$

$$\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$$

$$\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$$

विकल्प (c) गलत है।

**Sol<sup>n</sup>111.**  $\operatorname{cosec} A = 2 \Rightarrow A = 30^\circ$

$$\frac{1}{\tan A} + \frac{\sin A}{1 + \cos A} = \frac{1}{\tan 30^\circ} + \frac{\sin 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ}$$

$$= \sqrt{3} + \frac{1}{2\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3} + \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 2$$

**Sol<sup>n</sup>112.**  $\tan A = \sqrt{2} - 1$

$$\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{1 + 2 + 1 - 2\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{2(2 - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**Sol<sup>n</sup>113.**  $\frac{5 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{3}}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1} = \frac{\frac{5}{4} + \frac{1}{2} - \frac{4}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}$

$$= \frac{15 + 6 - 16}{12} \times \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{10}{12(2 + \sqrt{3})} = \frac{5}{6} \times \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{5}{6}(2 - \sqrt{3})$$

**Sol<sup>n</sup>114.**  $\frac{\sin \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta \cdot \tan \theta}{\sec \theta \cdot \cos \theta \cdot \tan \theta} = 1$

**Sol<sup>n</sup>115.**  $\tan^2 \alpha = \frac{8}{7}$

$$\frac{(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$



$$\cot^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{7}{8}$$

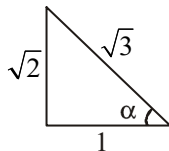
**Sol<sup>n</sup> 116.**  $\frac{k \operatorname{cosec}^2 30^\circ \cdot \sec^2 45^\circ}{8 \cos^2 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ} = \tan^2 60^\circ - \tan^2 30^\circ$

$$\frac{4k \cdot 2}{8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = 3 - \frac{1}{3} \Rightarrow k = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 117.**  $\sec^2 \alpha = 3 \Rightarrow \sec \alpha = \pm \sqrt{3}$

लेकिन  $\sec \alpha = +\sqrt{3}$  ( $\because \alpha$  पहले चतुर्थांश में है)

$$\frac{\tan^2 \alpha - \operatorname{cosec}^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha} = \frac{2 - \frac{3}{2}}{2 + \frac{3}{2}}$$



$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{7}$$

**Sol<sup>n</sup> 118.**  $5\alpha + 4\alpha = 90^\circ$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$2 \sin 30^\circ - \sqrt{3} \tan 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 119.**  $\sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \sin \theta \operatorname{cosec} \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta +$

$$2 \cos \theta \sec \theta = K + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

$$\Rightarrow 1 + 2 + 2 + \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta + \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = K$$

$$\Rightarrow 5 + 1 + 1 = K$$

$$K = 7$$

**Sol<sup>n</sup> 120.**  $\sin^2 \alpha + \sec^2 \alpha + 2 \sin \alpha \sec \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha +$

$$2 \cos \alpha \operatorname{cosec} \alpha = K^2 + \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = K^2$$

$$+ \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} + \frac{2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} = K^2$$

$$+ \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\Rightarrow 1 + \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2 \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha = K^2$$

$$+ \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर हम पाते हैं  $\Rightarrow K = 1$

**Sol<sup>n</sup> 121.**  $\frac{\sin \theta \cot \theta - 1 - \sin \theta \cot \theta - 1}{(\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta)(\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)}$

$$= \frac{-2}{\cot^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta} = \frac{-2}{-1} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 122.**  $\frac{\tan A}{1 - \frac{1}{\tan A}} + \frac{1}{\tan A(1 - \tan A)} = K + \tan A + \cot A$

$$- \frac{\tan^2 A}{(1 - \tan A)} + \frac{1}{\tan A(1 - \tan A)} = K + \tan A + \cot A$$

$$\frac{1 - \tan^3 A}{\tan A(1 - \tan A)} = K + \tan A + \cot A$$

$$\frac{(1 - \tan A)(1 + \tan^2 A + \tan A)}{\tan A(1 - \tan A)} = K + \tan A + \cot A$$

$$1 + \tan A + \cot A = K + \tan A + \cot A \Rightarrow K = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 123.**  $\frac{\cos^2 \theta}{1 - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} + \frac{\sin^3 \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$

$$\frac{\cos^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} - \frac{\sin^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{\cos^3 \theta - \sin^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta)}{\cos \theta - \sin \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$$

$$1 + \sin \theta \cos \theta = K + \sin \theta \cos \theta$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर, हम पाते हैं  $K = 1$

**Sol<sup>n</sup> 124.**  $\theta = 0^\circ$  रखने पर

$$= \frac{(1 - 0 + 1)^2}{(1 + 1)(1 - 0)} = \frac{4}{2} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 125.**  $(\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)^3 = (1)^3 = 1$

**Sol<sup>n</sup> 126.**  $(\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta)^3 = (1)^3 = 1$

**Sol<sup>n</sup> 127.** 
$$\frac{\left(\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\cos \theta}\right) \left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)}{\left(\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta}\right) \left(\frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} - 2\right)}$$

$$= \frac{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{(\cos \theta + \sin \theta)(1 - 2 \cos \theta \sin \theta)}$$

$$= \frac{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2 \cos \theta \sin \theta)}$$

$$= \frac{(\cos \theta - \sin \theta)^2}{(\cos \theta - \sin \theta)^2} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 128.**  $\sec^4 \alpha - \sec^2 \alpha \cdot \sin^4 \alpha - 2 \tan^2 \alpha$

$$= \sec^4 \alpha - \tan^4 \alpha - 2 \tan^2 \alpha$$

$$= [(\sec^2 \alpha)^2 - (\tan^2 \alpha)^2] - 2 \tan^2 \alpha$$

$$= [(\sec^2 \alpha + \tan^2 \alpha)(\sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha)] - 2 \tan^2 \alpha$$

$$= \sec^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 2 \tan^2 \alpha \quad (\because \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1)$$

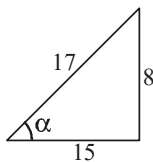
$$= \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 129.**  $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta$

$$\sin \theta = (\sqrt{2} - 1) \cos \theta$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1$$

**Sol<sup>n</sup> 130.**  $\cot \alpha = \frac{15}{8}$



$$\frac{(2 + 2 \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(2 - 2 \cos \alpha)} = \frac{\left(2 + 2 \times \frac{8}{17}\right) \left(1 - \frac{8}{17}\right)}{\left(1 + \frac{15}{17}\right) \left(2 - 2 \times \frac{15}{17}\right)}$$

$$= \frac{50}{17} \times \frac{9}{17} = \frac{50 \times 9}{17 \times 17} = \frac{450}{289}$$

**Sol<sup>n</sup> 131.**  $\frac{x^2}{a^2} = \sin^2 \alpha, \quad \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 \alpha$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

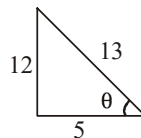
$$b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$$

**Sol<sup>n</sup> 132.**  $\theta = 45^\circ$  रखने पर

$$= \frac{\cot 45^\circ}{\cot 45^\circ - \cot 135^\circ} + \frac{\tan 45^\circ}{\tan 45^\circ - \tan 135^\circ}$$

$$= \frac{1}{1 - (-1)} + \frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 133.**  $\tan \theta - \cot \theta = \frac{119}{60}$



$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{12}{13} + \frac{5}{13} = \frac{17}{13}$$

**Sol<sup>n</sup> 134.**  $16 \left( \frac{1}{4 + 4 \tan^2 \alpha} + \frac{1}{4 + 4 \cot^2 \alpha} \right)$

$$\frac{16}{4} \left( \frac{1}{\sec^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \alpha} \right) = 4(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$= 4$$

**Sol<sup>n</sup> 135.**  $\cos^2 \frac{\pi}{16} + \cos^2 \frac{3\pi}{16} + \cos^2 \frac{5\pi}{16} + \cos^2 \frac{7\pi}{16}$

$$= \cos^2 \frac{\pi}{16} + \cos^2 \frac{3\pi}{16} + \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{16} \right) + \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{16} \right)$$

$$= \cos^2 \frac{\pi}{16} + \cos^2 \frac{3\pi}{16} + \sin^2 \frac{3\pi}{16} + \sin^2 \frac{\pi}{16} = 1 + 1 = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 136.**  $\cos^2(A - B) + \cos^2 B - 2 \cos(A - B) \cos A \cos B$

$$A = 60^\circ \text{ व } B = 30^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= \cos^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ - 2 \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{4} = \cos^2 30^\circ = \sin^2 60^\circ = \sin^2 A$$

**Sol<sup>n</sup> 137.**  $\frac{\cot^2 \frac{\theta}{2} - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{\cot \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} \Rightarrow \theta = 60^\circ$  रखने पर

$$= \frac{\cot^2 30^\circ - \tan^2 30^\circ}{\cot 60^\circ \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ}$$

$$= \frac{3 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{2} = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 138.** उत्तर  $\theta$  पर निर्भर नहीं है, अतः हम  $\theta$  का कोई भी मान रख सकते हैं  $\theta = 0^\circ$  रखने पर

$$= \cos^2 \theta + \cos^2 (\alpha + \theta) - 2 \cos \alpha \cdot \cos \theta \cdot \cos (\theta + \alpha)$$

$$= \cos^2 0^\circ + \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cdot \cos 0^\circ \cdot \cos \alpha$$

$$= 1 + \cos^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

**Sol<sup>n</sup> 139.**  $\sin \theta = 3 \sin (\theta + 2\alpha)$

$$\frac{\sin \theta}{\sin (\theta + 2\alpha)} = \frac{3}{1}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{\sin \theta + \sin (\theta + 2\alpha)}{\sin \theta - \sin (\theta + 2\alpha)} = \frac{3+1}{3-1} = 2$$

$$\frac{2 \sin \left( \frac{\theta + \theta + 2\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\theta - \theta - 2\alpha}{2} \right)}{2 \cos \left( \frac{\theta + \theta + 2\alpha}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\theta - \theta - 2\alpha}{2} \right)} = 2$$

$$\frac{\sin (\theta + \alpha) \cdot \cos (-\alpha)}{\cos (\theta + \alpha) \cdot \sin (-\alpha)} = 2$$

$$\tan (\theta + \alpha) = -2 \tan \alpha$$

$$\tan (\theta + \alpha) + 2 \tan \alpha = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 140.**  $\tan x + \sec x = -2 \tan x$

$$\sec x = -3 \tan x \Rightarrow \frac{1}{\cos x} = \frac{-3 \sin x}{\cos x}$$

$$\operatorname{cosec} x = -3$$

**Sol<sup>n</sup> 141.**

$$\frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{(\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)(\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta)} - \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$\frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta} - \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$-\left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$-\frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{\sin \theta \cos \theta} = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$-\sec \theta \operatorname{cosec} \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta \Rightarrow k = -\frac{1}{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 142.**  $\tan \theta = \frac{11}{13}$

$$\frac{5 \tan \theta - 3}{5 \tan \theta + 2} = \frac{\frac{55}{13} - 3}{\frac{55}{13} + 2} = \frac{55 - 39}{55 + 26} = \frac{16}{81}$$

**Sol<sup>n</sup> 143.**  $4 \sin^2 \theta + 3(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 4$

$$4 \sin^2 \theta = 4 - 3 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\tan \theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

**Sol<sup>n</sup> 144.**  $(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta)$

$$\theta = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= (1 + 1 - \sqrt{2})(1 + 1 + \sqrt{2})$$

$$= (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 145.**  $(\operatorname{cosec} x - \sin x)(\sec x - \cos x)(\tan x + \cot x)$

$x = 45^\circ$  रखने पर

$$= \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (1+1)$$

$$= \frac{(2-1)}{\sqrt{2}} \times \frac{(2-1)}{\sqrt{2}} \times 2 = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 146.**  $\frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\sin 3\theta}} + \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\sin 3\theta}{\cos 3\theta}}$

$$\Rightarrow \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{\sin \theta \sin 3\theta}{\sin 3\theta \cos \theta - \sin \theta \cos 3\theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{\cos \theta \cos 3\theta}{\sin \theta \cos 3\theta - \cos \theta \sin 3\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \theta \cdot \sin 3\theta}{\sin(3\theta - \theta)} + \frac{\sin \theta \cos 3\theta}{-\sin 2\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \theta \cdot \sin 3\theta}{\sin 2\theta} - \frac{\sin \theta \cos 3\theta}{2 \sin \theta \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 3\theta}{2 \sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{2 \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta}{2 \sin \theta} - \frac{4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta}{2 \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} - 2 \sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 3 - 2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \Rightarrow 3 - 2 = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 147.**  $\frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$

$$= \frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - (\cos^2 A - \cot^2 A)}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{(\cot A + \operatorname{cosec} A) - (\cot A + \operatorname{cosec} A)(-\cot A + \operatorname{cosec} A)}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{(\cot A + \operatorname{cosec} A)(1 - \operatorname{cosec} A + \cot A)}{(1 - \operatorname{cosec} A + \cot A)}$$

$$= \cot A + \operatorname{cosec} A = \frac{\cos A + 1}{\sin A}$$

**Sol<sup>n</sup> 148.**  $\frac{\sin \theta + 2 \sin \theta \cos \theta}{1 + \cos \theta + 2 \cos^2 \theta - 1}$

$$= \frac{\sin \theta(1 + 2 \cos \theta)}{\cos \theta(1 + 2 \cos \theta)} = \tan \theta$$

**Sol<sup>n</sup> 149.**  $2 \operatorname{cosec} 2x \cdot \cot x - \cot^2 x = 1$

L.H.S. लेने पर

$$= \frac{2}{\sin 2x} \cdot \cot x - \cot^2 x$$

$$= \frac{2}{2 \sin x \cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - \cot^2 x$$

$$= \frac{1}{\sin^2 x} - \cot^2 x$$

$$= \operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x$$

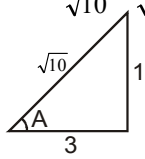
$$= 1 \text{ (सर्वसमिका से).}$$

L.H.S. = R.H.S.  $x$  के सभी मानों के लिए,

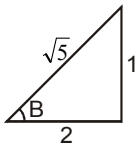
**Sol<sup>n</sup> 150.**  $\sec \theta = \frac{1}{2}$  संभव नहीं है  
अन्यथा  $\cos \theta = 2$  जो संभव नहीं है

**Sol<sup>n</sup> 151.**  $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$= \frac{1}{\sqrt{10}} \times \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{\sqrt{5}}$$



$$= \frac{2}{\sqrt{50}} + \frac{3}{\sqrt{50}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$A + B = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}$$

**Sol<sup>n</sup> 152.**

$$\sqrt{\frac{1 - \sin 2A}{1 + \sin 2A}} = \sqrt{\frac{\sin^2 A + \cos^2 A - 2 \sin A \cos A}{\sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cos A}}$$

$$= \frac{-\sin A + \cos A}{\sin A + \cos A} = \frac{-\tan A + 1}{\tan A + 1}$$

$$= \tan\left(\frac{\pi}{4} - A\right)$$

**Sol<sup>n</sup> 153.**  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  ( $\theta$ , 1<sup>st</sup> व 3<sup>rd</sup> चतुर्थांश में है)

$$\sin \theta = \frac{4}{5} \text{ (1<sup>st</sup> चतुर्थांश)}$$

$$= -\frac{4}{5} \text{ (3<sup>rd</sup> चतुर्थांश)}$$

**Sol<sup>n</sup> 154.**  $\frac{\tan A + \sec A - (\sec^2 A - \tan^2 A)}{\tan A - \sec A + 1}$

$$= \frac{\tan A + \sec A - (\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A)}{\tan A - \sec A + 1}$$

$$= \frac{(\sec A + \tan A)(1 - \sec A + \tan A)}{(1 - \sec A + \tan A)}$$

$$= \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$$

**Sol<sup>n</sup> 155.**  $x = \sec \theta - \tan \theta$ ,  $y = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$

$\theta = 45^\circ$  रखने पर

$$x = \sqrt{2} - 1, \quad y = \sqrt{2} + 1$$

$$xy = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 1$$

$$y - x = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$$

अतः,  $xy + 1 = y - x$

**Sol<sup>n</sup> 156.**  $\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1$  ... (i)

$$\frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta = 1 \quad \dots \text{(ii)}$$

वर्ग करने के बाद दोनों समी. को जोड़ने पर

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + 1 = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 157.**  $\sec^2 \theta = \frac{4xy}{(x+y)^2}$

$$\text{या, } \cos^2 \theta = \frac{(x+y)^2}{4xy}$$

$$0 \leq \cos^2 \theta \leq 1$$

$$\frac{(x+y)^2}{4xy} \leq 1$$

$$(x+y)^2 \leq 4xy \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy - 4xy \leq 0$$

$$(x-y)^2 \leq 0$$

किसी भी पद का वर्ग करने पर वह 0 से छोटा नहीं हो सकता है।

इसलिए,  $(x - y)^2 = 0$

$$x = y$$

**Sol<sup>n</sup> 158.**

$$(\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)(\sec \theta - \cos \theta)(\tan \theta + \cot \theta)$$

$$\theta = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (1+1)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 159.**  $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = q$  ... (i)

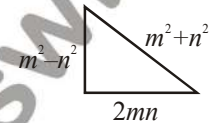
$$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{1}{q}$$
 ... (ii)

दोनों समी. को जोड़ने पर

$$2 \operatorname{cosec} \theta = q + \frac{1}{q}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{2} \left( q + \frac{1}{q} \right)$$

**Sol<sup>n</sup> 160.**  $\sin \theta = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$

$$\tan \theta = \frac{m^2 - n^2}{2mn}$$


**Sol<sup>n</sup> 161.**  $\sec \theta + \tan \theta = p$  ... (i)

$$\sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{p}$$
 ... (ii)

दोनों समी. को जोड़ने पर

$$2 \sec \theta = p + \frac{1}{p}$$

$$\Rightarrow \sec \theta = \frac{1}{2} \left( p + \frac{1}{p} \right)$$

**Sol<sup>n</sup> 162.**  $\tan \theta = \frac{p}{q}$

$$\frac{p \sin \theta - q \cos \theta}{p \sin \theta + q \cos \theta} = \frac{p \tan \theta - q}{p \tan \theta + q}$$

$$= \frac{p \cdot \frac{p}{q} - q}{p \cdot \frac{p}{q} + q} = \frac{\frac{p^2}{q} - q}{\frac{p^2}{q} + q} = \frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2}$$

**Sol<sup>n</sup> 163.**  $\cos 15^\circ = \sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}}$

$$(\because \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1)$$

$$\therefore \sqrt{\frac{\cos 2\theta + 1}{2}} = \cos \theta$$

**Sol<sup>n</sup> 164.**  $\sin A = \sin B$ ,  $\cos A = \cos B$

$$A = B$$

$$\sin \left( \frac{A - B}{2} \right) = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 165.**  $\tan 3A = \frac{\tan A + \tan 2A}{1 - \tan A \tan 2A}$

$$\tan 3A - \tan 2A - \tan A = \tan 3A \tan 2A \tan A$$

**Sol<sup>n</sup> 166.**  $\frac{1 + 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} - 1 + 2 \sin^2 \frac{A}{2}}{1 + 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} + 2 \cos^2 \frac{A}{2} - 1}$

$$= \frac{\sin \frac{A}{2} \left( \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2} \right)}{\cos \frac{A}{2} \left( \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2} \right)}$$

$$= \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}} = \tan \frac{A}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 167. \quad \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} &= \frac{1 + \frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}}}{\frac{2 \tan \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}}} \\ &= \frac{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2} + 1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{2 \tan \frac{\theta}{2}} \\ &= \frac{2}{2 \tan \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 168. \quad \cot x - \tan x &= \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} \\ &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} \\ &= \frac{2 \cos 2x}{2 \sin x \cos x} \\ &= 2 \times \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = 2 \cot 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 169. \quad (\sin 50^\circ + \sin 10^\circ) - \sin 70^\circ \\ 2 \sin 30^\circ \cdot \cos 20^\circ - \sin 70^\circ \\ \cos 20^\circ - \sin 70^\circ \\ \sin 70^\circ - \sin 70^\circ = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 170. \quad \sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 171. \quad \cos^2 A (3 - 4 \cos^2 A)^2 + \sin^2 A (3 - 4 \sin^2 A)^2 \\ &= (3 \cos A - 4 \cos^3 A)^2 + (3 \sin A - 4 \sin^3 A)^2 \\ &= (4 \cos^3 A - 3 \cos A)^2 + (3 \sin A - 4 \sin^3 A)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (\cos 3A)^2 + (\sin 3A)^2 \\ &= \cos^2 3A + \sin^2 3A = 1 \quad (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 172. \quad \tan A = \frac{3}{2} \Rightarrow \cot A = \frac{2}{3} \\ \frac{1 + \cot A}{1 - \cot A} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{1} = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 173. \quad \tan 75^\circ - \cot 75^\circ &= \tan 75^\circ - \tan 15^\circ \\ &= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} - \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{3 + 1 + 2\sqrt{3} - 3 - 1 + 2\sqrt{3}}{3 - 1} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 174. \quad \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{\frac{m}{m+1} + \frac{1}{2m+1}}{1 - \frac{m}{m+1} \cdot \frac{1}{2m+1}} \\ &= \frac{2m^2 + m + m + 1}{(m+1)(2m+1)} \times \frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2 + 3m + 1 - m} \\ &= \frac{(2m^2 + 2m + 1)}{(m+1)(2m+1)} \times \frac{(m+1)(2m+1)}{(2m^2 + 2m + 1)} = 1 \\ \Rightarrow \alpha + \beta &= \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 175. \quad \tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ \tan 60^\circ \\ \{\because \tan \theta \tan(60^\circ - \theta) \tan(60^\circ + \theta) = \tan 3\theta\} \\ \text{अतः, } \theta = 20^\circ \\ &= \tan 60^\circ \cdot \tan 60^\circ \\ &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sol}^n 176. \quad & \cos \frac{5\pi}{4} - \sin \frac{5\pi}{4} \\
 &= \cos 225^\circ - \sin 225^\circ \\
 &= \cos(180^\circ + 45^\circ) - \sin(180^\circ + 45^\circ) \\
 &= -\cos 45^\circ - (-\sin 45^\circ) \\
 &= -\cos 45^\circ + \sin 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 177. \quad \tan \theta = \frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned}
 a \cos 2\theta + b \sin 2\theta &= a \left( \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \right) + b \left( \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \right) \\
 &= \frac{a \left( 1 - \frac{b^2}{a^2} \right) + b \times \frac{2b}{a}}{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\left( \frac{a^2 - b^2}{a} \right) + \frac{2b^2}{a}}{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} \\
 &= \frac{(a^2 + b^2)}{a} \times \frac{a^2}{(a^2 + b^2)} = a
 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 178. \quad \cos A - \cos A + \cos A - \cos A = 0$$

$$\begin{aligned}
 (\because \sin(270^\circ - \theta) &= -\cos \theta) \\
 \cos(180^\circ + \theta) &= -\cos \theta)
 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 179. \quad \sin 15^\circ + \cos 105^\circ$$

$$\sin 15^\circ - \sin 15^\circ = 0$$

$$(\because \cos 105^\circ = \cos(90^\circ + 15^\circ) = -\sin 15^\circ)$$

$$\text{Sol}^n 180. \quad \cos 105^\circ + \sin 105^\circ$$

$$\cos 105^\circ + \cos 15^\circ = 2 \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Sol}^n 181. \quad \cos 15^\circ - \sin 15^\circ$$

$$\sin 75^\circ - \sin 15^\circ = 2 \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**Sol<sup>n</sup> 182.** विकल्प  $\theta$  पर निर्भर नहीं है, अतः हम  $\theta$  का कोई भी मान रख सकते हैं

$$\theta = 0^\circ \text{ रखने पर, तब } x = 1$$

$$x^2 + (1 + x^2) \sin \theta = 1 + 2 \sin 0^\circ = 1$$

$$\text{Sol}^n 183. \quad \operatorname{cosec} A \cdot \sin(B + C)$$

$$= \operatorname{cosec} A \cdot \sin(180^\circ - A)$$

$$= \operatorname{cosec} A \cdot \sin A = 1$$

$$\text{Sol}^n 184. \quad \cos \theta = x + \frac{1}{x}, x \text{ के सभी वास्तविक मानों के लिए}$$

$x + \frac{1}{x}$  कभी भी  $-2$  व  $2$  के बीच नहीं हो सकता

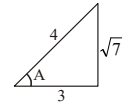
$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \text{ व } x + \frac{1}{x} \leq -2$$

लेकिन  $\cos \theta$ ,  $-1$  व  $1$  के बीच में होगा।

अतः  $\theta$  का मान सम्भव नहीं है।

$$\text{Sol}^n 185. \quad \cos A = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$32 \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{5A}{2} = 16 \cdot 2 \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{5A}{2}$$



$$= 16 \left[ \sin \left( \frac{A}{2} + \frac{5A}{2} \right) + \sin \left( \frac{A - 5A}{2} \right) \right]$$

$$= 16(\sin 3A - \sin 2A)$$

$$= 16(3 \sin A - 4 \sin^3 A - 2 \sin A \cos A)$$

$$= 16 \sin A (3 - 4 \sin^2 A - 2 \cos A)$$

$$= 16 \times \frac{\sqrt{7}}{4} \left( 3 - 4 \times \frac{7}{16} - 2 \times \frac{3}{4} \right)$$

$$= 4\sqrt{7} \left( 3 - \frac{7}{4} - \frac{6}{4} \right)$$

$$= \sqrt{7}(12 - 7 - 6)$$

$$= -\sqrt{7}$$

$$\text{Sol}^n 186. \quad \sin \theta_1 + \sin \theta_2 + \sin \theta_3 = 3$$

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 90^\circ$$

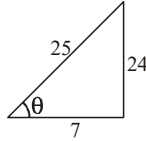
$$\cos \theta_1 + \cos \theta_2 + \cos \theta_3 = 0$$



**Sol<sup>n</sup> 187.**  $\sin \theta = \frac{24}{25}$

$$\sec \theta + \tan \theta = \frac{25}{-7} + \frac{24}{-7}$$

$$= \frac{-49}{7} = -7$$



**Sol<sup>n</sup> 188.**  $\frac{\cos 17^\circ + \sin 17^\circ}{\cos 17^\circ - \sin 17^\circ} = \frac{1 + \tan 17^\circ}{1 - \tan 17^\circ}$

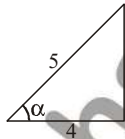
$$= \frac{\tan 45^\circ + \tan 17^\circ}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan 17^\circ}$$

$$= \tan(45^\circ + 17^\circ)$$

$$= \tan 62^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 189.**  $\sin \alpha = \frac{-3}{5}$

$$\cos \alpha = \frac{-4}{5}$$



$$2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = \cos \alpha$$

$$2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 + \cos \alpha$$

$$= 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{-1}{\sqrt{10}}$$

( $\cos \frac{\alpha}{2}$  ऋणात्मक होगा क्योंकि  $\alpha$  तीसरे चतुर्थांश में

हैं अतः  $\frac{\alpha}{2}$  दूसरे चतुर्थांश में होगा।)

**Sol<sup>n</sup> 190.**  $\sqrt{3} \sin x + \cos x$  का अधिकतम मान

$$= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{3+1} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 191.**  $\cos \theta (\tan \theta + 2) (2 \tan \theta + 1)$

$$= \cos \theta (2 \tan^2 \theta + \tan \theta + 4 \tan \theta + 2)$$

$$= \cos \theta [2(1 + \tan^2 \theta) + 5 \tan \theta]$$

$$= \cos \theta (2 \sec^2 \theta + 5 \tan \theta)$$

$$= 2 \sec^2 \theta \cos \theta + \frac{5 \sin \theta}{\cos \theta} \cdot \cos \theta$$

$$= 2 \sec \theta + 5 \sin \theta$$

**Sol<sup>n</sup> 192.** उदाहरण को पुस्तक में देखें

**Sol<sup>n</sup> 193.** उत्तर  $\theta$  पर निर्भर नहीं है, अतः, हम  $\theta$  का कोई भी मान रख सकते हैं अतः  $\theta = 0^\circ$  रखने पर

$$\frac{5 \cos \theta - 4}{3 - 5 \sin \theta} - \frac{3 + 5 \sin \theta}{4 + 5 \cos \theta} = \frac{1}{3} - \frac{3}{9} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 194.**  $2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$

$$2 \sin \alpha + 15(1 - \sin^2 \alpha) = 7$$

$$15 \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha - 8 = 0$$

$$15 \sin^2 \alpha - 12 \sin \alpha + 10 \sin \alpha - 8 = 0$$

$$5 \sin \alpha (3 \sin \alpha + 2) - 4 (3 \sin \alpha + 2) = 0$$

$$(3 \sin \alpha + 2) (5 \sin \alpha - 4) = 0$$

यहाँ,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}, \frac{-2}{3}$  लेकिन  $\alpha$ , एक धनात्मक न्यून कोण है

इसलिए,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  तब,  $\cot \alpha = \frac{3}{4}$

**Sol<sup>n</sup> 195.**  $3 \tan \theta + 4 = 0 \Rightarrow \tan \theta = \frac{-4}{3}$

$\theta$ , 2<sup>nd</sup> चतुर्थांश में होगा।

तब,  $\cot \theta = \frac{-3}{4}$ ,  $\cos \theta = \frac{-3}{5}$  व  $\sin \theta = \frac{4}{5}$

$$2 \cot \theta - 5 \cos \theta - \sin \theta = 2 \left( \frac{-3}{4} \right) - 5 \left( \frac{-3}{5} \right) - \frac{4}{5}$$

$$= \frac{-3}{2} + 3 - \frac{4}{5} = \frac{7}{10}$$

**Sol<sup>n</sup> 196.**  $\sec^2 \theta = 3 \Rightarrow \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1 = 2$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{\sec^2 \theta} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\tan^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta}{\tan^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta} = \frac{2 - \frac{3}{2}}{2 + \frac{3}{2}} = \frac{1}{7}$$

**Sol<sup>n</sup> 197.**  $3 \cos \theta - 2 \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

यहाँ,  $\theta = 45^\circ$  संतुष्ट करता है।

$$\text{तब, } 3 \sin \theta + 2 \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

**Sol<sup>n</sup> 198.**  $\tan \theta = \cot \theta \Rightarrow \theta = 45^\circ$

$$\text{तब, } \sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 199.**  $\sin A + \operatorname{cosec} A = 3$

$$\sin A + \frac{1}{\sin A} = 3$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\sin^2 A + \frac{1}{\sin^2 A} + 2 = 9$$

$$\frac{\sin^4 A + 1}{\sin^2 A} = 9 - 2 = 7$$

**Sol<sup>n</sup> 200.**  $\cos \alpha \operatorname{cosec} \beta = 1$  यदि  $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\cos 7^\circ \cos 23^\circ \cos 45^\circ \operatorname{cosec} 83^\circ \operatorname{cosec} 67^\circ$$

$$= (\cos 7^\circ \operatorname{cosec} 83^\circ) (\cos 23^\circ \operatorname{cosec} 67^\circ) \cos 45^\circ$$

$$= 1 \times 1 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**Sol<sup>n</sup> 201.**  $\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = 2$

$$\tan \theta + \cot \theta = 2 \tan \theta - 2 \cot \theta$$

$$3 \cot \theta = \tan \theta$$

$$\frac{3}{\tan \theta} = \tan \theta$$

$$\tan^2 \theta = 3 \Rightarrow \tan \theta = \sqrt{3} \text{ or } \theta = 60^\circ$$

$$\sin \theta = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 202.**  $\sin x + \cos x = c$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = c^2$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{c^2 - 1}{2}$$

हमें ज्ञात हैं कि

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

$$= 1 - 3 \left( \frac{c^2 - 1}{2} \right)^2$$

$$= 1 - 3 \left( \frac{c^4 + 1 - 2c^2}{4} \right)$$

$$= \frac{1 + 6c^2 - 3c^4}{4}$$

**द्वितीय विधि :**

$x = 0$  रखने पर

तब,  $c = 1$

सभी विकल्पों में  $c = 1$  रखने पर

$$\text{विकल्प (a)} = \frac{1}{4}$$

$$\text{विकल्प (b)} = 1$$

$$\text{विकल्प (c)} = \frac{5}{8}$$

$$\text{विकल्प (d)} = \frac{5}{2}$$

$$\text{अतः } \sin^6 x + \cos^6 x = 1$$

विकल्प (b) सही है।

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 203. & \frac{1 - \sin A \cdot \cos A}{\cos A (\sec A - \operatorname{cosec} A)} \cdot \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin^3 A + \cos^3 A} \\ &= \frac{(1 - \sin A \cos A)}{\cos A \left( \frac{\sin A - \cos A}{\sin A \cos A} \right)} \cdot \frac{(\sin A + \cos A)(\sin A - \cos A)}{(\sin A + \cos A)(\sin^2 A + \cos^2 A - \sin A \cos A)} \\ &= \frac{\sin A (1 - \sin A \cos A)}{(1 - \sin A \cos A)} = \sin A \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 204.** उदाहरण 77 देखें

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 205. & (\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 \\ &= \sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + 2 \\ &= 5 + \operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta \\ &= 7 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta \\ &= 7 + 2\sqrt{1 \times 1} = 9 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 206. \quad 4 \tan^2 \theta + 9 \cos^2 \theta$$

$$\begin{aligned} &= 4(\sec^2 \theta - 1) + 9 \cos^2 \theta \\ &= 9 \cos^2 \theta + 4 \sec^2 \theta - 4 \end{aligned}$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{9 \times 4} - 4 = 8$$

**Sol<sup>n</sup> 207.**  $\cos \alpha$  और  $\sin \beta$  का अधिकतम और न्यूनतम

मान 1 और -1 होगा ( $\alpha, \beta$  स्वतन्त्र हैं।)

$$\begin{aligned} 7 \cos \alpha + 24 \sin \beta \text{ का अधिकतम मान} \\ &= 7 \times 1 + 24 \times 1 = 31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \cos \alpha + 24 \sin \beta \text{ का न्यूनतम मान} \\ &= 7 \times (-1) + 24 \times (-1) = -31 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 208. \quad 5 \sin^2 \theta + 10 \cos^2 \theta + 12 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\begin{aligned} &(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + [(2 \sin \theta)^2 + (3 \cos \theta)^2 + 2 \times 2 \sin \theta \cdot 3 \cos \theta] \\ &= 1 + (2 \sin \theta + 3 \cos \theta)^2 \end{aligned}$$

तब, न्यूनतम मान = 1

$$\text{अधिकतम मान} = 1 + (\sqrt{4+9})^2 = 14$$

$$\text{Sol}^n 209. \quad A - B = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan(A - B) = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B} = 1$$

$$\tan A - \tan B = 1 + \tan A \tan B$$

$$\tan A - \tan B - \tan A \tan B = 1$$

Adding 1 to both sides

$$1 + \tan A - \tan B - \tan A \tan B = 2$$

$$(1 + \tan A) - \tan B (1 + \tan A) = 2$$

$$(1 + \tan A)(1 - \tan B) = 2$$

$$\text{Sol}^n 210. \quad A + B = 135^\circ$$

$$\tan(A + B) = \tan 135^\circ = -1$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = -1$$

$$\tan A + \tan B = -1 + \tan A \cdot \tan B$$

$$\frac{1}{\cot A} + \frac{1}{\cot B} = \frac{1}{\cot A \cdot \cot B} - 1$$

$$\frac{\cot B + \cot A}{\cot A \cdot \cot B} = \frac{1 - \cot A \cdot \cot B}{\cot A \cdot \cot B}$$

$$\cot A + \cot B + \cot A \cdot \cot B = 1$$

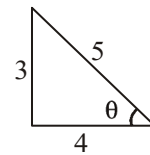
दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर

$$(1 + \cot A) + \cot B (1 + \cot A) = 1 + 1$$

$$(1 + \cot A)(1 + \cot B) = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 211.**  $x = 1$  रखने पर

$$\text{तब, } \sec \theta = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$



$$\text{तब, } \sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2$$

सभी विकल्पों में  $x = 1$  रखने पर, तब विकल्प (b), 2 के समान है, अतः विकल्प (b) सही है।

**विधि-2**

$$\sec\theta = x + \frac{1}{4x}$$

$$2\sec\theta = 2x + \frac{1}{2x} \quad \dots(i)$$

$$(\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1)$$

$$2\tan\theta = 2x - \frac{1}{2x} \quad \dots(ii)$$

दोनों समीकरण को जोड़ने पर

$$2(\sec\theta + \tan\theta) = 4x$$

$$\sec\theta + \tan\theta = 2x$$

**Sol<sup>n</sup> 212.** संकेत: प्रश्न 211 की तरह

**Sol<sup>n</sup> 213.**

$$mn = (\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta) = \tan^2\theta - \sin^2\theta$$

$$= \frac{\sin^2\theta(1 - \cos^2\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$mn = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta \Rightarrow \sqrt{mn} = \tan\theta \cdot \sin\theta$$

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = 2\tan\theta \cdot 2\sin\theta$$

$$m^2 - n^2 = 4\tan\theta \sin\theta$$

$$m^2 - n^2 = 4\tan\theta \sin\theta = 4\sqrt{mn}$$

**Sol<sup>n</sup> 214.**  $mn = \cot^2\theta - \cos^2\theta$

$$= \frac{\cos^2\theta(1 - \sin^2\theta)}{\sin^2\theta}$$

$$mn = \cot^2\theta \cdot \cos^2\theta \Rightarrow \sqrt{mn} = \cot\theta \cdot \cos\theta$$

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = 2\cot\theta \cdot 2\cos\theta$$

$$= 4\cot\theta \cos\theta = 4\sqrt{mn}$$

**Sol<sup>n</sup> 215.**  $mn = (\tan\theta + \sin\theta)(\tan\theta - \sin\theta)$

$$= \tan^2\theta - \sin^2\theta = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta$$

$$= \frac{\sin^2\theta(1 - \cos^2\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$= \tan^2\theta \sin^2\theta$$

$$\sqrt{mn} = \tan\theta \cdot \sin\theta$$

$$(m^2 - n^2) = (m+n)(m-n) = 4\tan\theta \sin\theta$$

$$\sqrt{mn} = \tan\theta \sin\theta = \frac{1}{4}(m^2 - n^2)$$

**Sol<sup>n</sup> 216.**  $\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta = l$  व  $\sec\theta - \cos\theta = m$   
 $\theta = 45^\circ$  रखने पर

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = l, \quad \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = m$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = l, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} = m$$

$$\Rightarrow l^2 m^2 (l^2 + m^2 + 3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 3 \right) = \frac{1}{4} (4) = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 217.**

$$\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta = m \quad \text{व} \quad \sec\theta - \cos\theta = n$$

$$\theta = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad n = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(m^2 n)^{2/3} + (mn^2)^{2/3} = \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^{2/3} + \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^{2/3}$$

$$= \left( \frac{1}{8} \right)^{1/3} + \left( \frac{1}{8} \right)^{1/3}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 218.**  $x = \cot\theta + \tan\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta \cos\theta} = \frac{1}{\sin\theta \cos\theta}$$

$$y = \sec\theta - \cos\theta = \frac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$$

$$(x^2y)^{2/3} = \left( \frac{1}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \right)^{2/3} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$(xy^2)^{2/3} = \left( \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta} \right)^{2/3} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$(x^2y)^{2/3} - (xy^2)^{2/3} = \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1$$

द्वितीय विधि:-

$$\theta = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$x = \cot 45^\circ + \tan 45^\circ = 2$$

$$y = \sec 45^\circ - \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(x^2y)^{2/3} - (xy^2)^{2/3} = \left( \frac{4}{\sqrt{2}} \right)^{2/3} - \left( \frac{2}{2} \right)^{2/3} = 2 - 1 = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 219.**  $\sin \theta + \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = 1$

$$\sin \theta + \sin^3 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta + \sin^3 \theta = \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta (1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta (2 - \cos^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\sin^2 \theta (2 - \cos^2 \theta)^2 = \cos^4 \theta$$

$$(1 - \cos^2 \theta)(4 + \cos^4 \theta - 4 \cos^2 \theta) = \cos^4 \theta$$

हल करने पर

$$\cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 220.**  $\frac{\sin^8 \theta - \cos^8 \theta}{\cos 2\theta (1 + \cos^2 2\theta)}$

$$= \frac{(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)(1 + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2)}$$

$$= - \frac{(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)}{(1 + \cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta)}$$

$$= - \frac{(1 - 2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta)}{(1 + 1 - 2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta - 2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta)}$$

$$= - \frac{1}{2}$$

द्वितीय विधि:-

इसका उत्तर  $\theta$  पर निर्भर नहीं करता ,

$\theta = 90^\circ$  रखने पर

$$\frac{\sin^8 90^\circ - \cos^8 90^\circ}{\cos 180^\circ (1 + \cos^2 180^\circ)} = \frac{1 - 0}{-1(1+1)} = - \frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 221.**

$$k = (\sec \alpha + \tan \alpha)(\sec \beta + \tan \beta)(\sec \gamma + \tan \gamma) \dots (i)$$

$$k = (\sec \alpha - \tan \alpha)(\sec \beta - \tan \beta)(\sec \gamma - \tan \gamma) \dots (ii)$$

समी. (i) और (ii) की गुणा करने पर

$$k^2 = (\sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha)(\sec^2 \beta - \tan^2 \beta)(\sec^2 \gamma - \tan^2 \gamma)$$

$$k^2 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$$

**Sol<sup>n</sup> 222.**  $a \sec \theta + b \tan \theta + c = 0$

$$p \sec \theta + q \tan \theta + r = 0$$

क्रॉस गुणन द्वारा समीकरण को हल करे

$$\frac{\sec \theta}{br - qc} = \frac{\tan \theta}{pc - ar} = \frac{1}{aq - bp}$$

$$\sec \theta = \frac{br - qc}{aq - bp} \text{ व } \tan \theta = \frac{pc - ar}{aq - bp}$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\left( \frac{br - qc}{aq - bp} \right)^2 - \left( \frac{pc - ar}{aq - bp} \right)^2 = 1$$

तब,  $(br - qc)^2 - (pc - ar)^2 = (aq - bp)^2$

**Sol<sup>n</sup> 223.**  $P = a \cos^3 x + 3a \cos x \sin^2 x$

$$Q = a \sin^3 x + 3a \cos^2 x \sin x$$

$x = 45^\circ$  का मान रखने पर

$$P = \frac{a}{2\sqrt{2}} + \frac{3a}{2\sqrt{2}},$$

$$Q = \frac{a}{2\sqrt{2}} + \frac{3a}{2\sqrt{2}}$$

$$P = \frac{4a}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}a, \quad Q = \sqrt{2}a$$

$$(P+Q)^{2/3} + (P-Q)^{2/3} = (\sqrt{2}a + \sqrt{2}a)^{2/3} + 0 \\ = (2\sqrt{2}a)^{2/3} = 2a^{2/3}$$

**Sol<sup>n</sup> 224.**  $\sin A + \sin B = -\frac{21}{65}$  ... (i)

$$\cos A + \cos B = -\frac{27}{65} \quad \dots (ii)$$

समी. को वर्ग करने के बाद जोड़ने पर

$$\Rightarrow \sin^2 A + \sin^2 B + 2\sin A \cdot \sin B + \cos^2 A + \cos^2 B +$$

$$2\cos A \cdot \cos B = \left(-\frac{21}{65}\right)^2 + \left(-\frac{27}{65}\right)^2 \\ = \frac{21^2 + 27^2}{65^2} = \frac{3^2(7^2 + 9^2)}{65^2}$$

$$= \frac{9(49 + 81)}{65 \times 65} = \frac{9 \times 130}{65 \times 65} = \frac{18}{65}$$

$$2 + 2(\sin A \cdot \sin B + \cos A \cdot \cos B) = \frac{18}{65}$$

$$1 + \sin A \cdot \sin B + \cos A \cdot \cos B = \frac{9}{65}$$

$$\cos(A-B) = -\frac{56}{65}$$

$$2 \cos^2 \left(\frac{A-B}{2}\right) - 1 = -\frac{56}{65}$$

$$2 \cos^2 \left(\frac{A-B}{2}\right) = -\frac{56}{65} + 1 = \frac{9}{65}$$

$$\cos^2 \left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{9}{130} \Rightarrow \cos \left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{3}{\sqrt{130}}$$

**Sol<sup>n</sup> 225.**  $8 \cos^2 \theta + 8 \sec^2 \theta = 65$  और  $0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$

$$8 \cos^2 \theta + \frac{8}{\cos^2 \theta} = 65$$

$$8 \cos^4 \theta + 8 = 65 \cos^2 \theta$$

$$8 \cos^4 \theta - 64 \cos^2 \theta - \cos^2 \theta + 8 = 0$$

$$8 \cos^2 \theta [\cos^2 \theta - 8] - 1 (\cos^2 \theta - 8) = 0$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{8}, \quad \cos^2 \theta = 8 \text{ (संभव नहीं है)}$$

$$\cos 2\theta = 2 \times \frac{1}{8} - 1 \quad (\because \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1)$$

$$= -\frac{3}{4}$$

$$4 \cos 2\theta = 4 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -3$$

**Sol<sup>n</sup> 226.**  $\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8}$

$$\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right) + \cos^4 \left(\pi - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$= \cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{\pi}{8}$$

$$= 2 \left( \cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$= 2 \left( \cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \right)$$

$$= 2 \left( \cos^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{\pi}{8} \right)$$

$$= 2 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} \right)$$

$$= 2 \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot 4 \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} \right)$$

$$= 2 \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \sin \frac{\pi}{4} \right)^2 \right)$$

$$= 2 \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) = 2 \left( \frac{3}{4} \right) = \frac{3}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 227.**  $\cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{4\pi}{15} \cdot \cos \frac{8\pi}{15}$

$$= \cos 12^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ \cos 96^\circ$$

$$= \frac{(\cos 12^\circ \cos 48^\circ \cos 72^\circ) \cos 24^\circ \cos 96^\circ}{\cos 72^\circ}$$

$$= \frac{\left( \frac{1}{4} \cos 36^\circ \right) \cos 24^\circ \cos 96^\circ}{\cos 72^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{\cos 36^\circ \cos 24^\circ \cos 96^\circ}{\cos 72^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{\frac{1}{4} \cos 108^\circ}{\cos 72^\circ} = \frac{1}{16} \times \frac{\cos(180^\circ - 72^\circ)}{\cos 72^\circ}$$

$$= -\frac{1}{16} \times \frac{\cos 72^\circ}{\cos 72^\circ} = -\frac{1}{16}$$

**Sol<sup>n</sup> 228.**

$$\left( 1 + \cos \frac{\pi}{8} \right) \left( 1 + \cos \frac{3\pi}{8} \right) \left( 1 + \cos \frac{5\pi}{8} \right) \left( 1 + \cos \frac{7\pi}{8} \right)$$

$$= \left( 1 + \cos \frac{\pi}{8} \right) \left( 1 + \cos \frac{3\pi}{8} \right) \left( 1 + \cos \left( \pi - \frac{3\pi}{8} \right) \right) \left( 1 + \cos \left( \pi - \frac{\pi}{8} \right) \right)$$

$$= \left( 1 + \cos \frac{\pi}{8} \right) \left( 1 + \cos \frac{3\pi}{8} \right) \left( 1 - \cos \frac{3\pi}{8} \right) \left( 1 - \cos \frac{\pi}{8} \right)$$

$$= \left( 1 - \cos^2 \frac{\pi}{8} \right) \left( 1 - \cos^2 \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$= \left( \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) \left( \sin^2 \frac{3\pi}{8} \right) = \frac{1}{4} \left( 2 \sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8} \right)^2$$

$$= \frac{1}{4} \left( \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

**Sol<sup>n</sup> 229.**  $x = y \cos \frac{2\pi}{3} = z \cos \frac{4\pi}{3}$

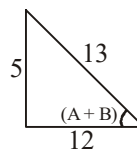
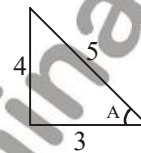
$$\left( \because \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}, \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} \right)$$

$$x = \frac{-y}{2} = \frac{-z}{2}$$

$$xy + yz + zx = \left( \frac{-y}{2} \right) \cdot y + y \cdot y + \left( \frac{-y}{2} \right) \cdot y$$

$$= \frac{-y^2}{2} + y^2 - \frac{y^2}{2} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 230.**  $\sin A = \frac{4}{5}$  व  $\cos A = \frac{3}{5}$



$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B = -\frac{12}{13}$$

$$= \frac{3}{5} \cos B - \frac{4}{5} \sin B = -\frac{12}{13}$$

$$= 4 \sin B - 3 \cos B = \frac{60}{13} \quad \dots(i)$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{5}{13}$$

$$= \frac{4}{5} \cos B + \frac{3}{5} \sin B = \frac{5}{13}$$

$$= 3 \sin B + 4 \cos B = \frac{25}{13} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) हल करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\sin B = \frac{63}{65}$$

**Sol<sup>n</sup> 231.**  $\cos(\theta - A) = a$ ,  $\cos(\theta - B) = b$

$$\text{माना } \theta = 90^\circ$$

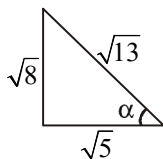
$$a = \cos(90^\circ - A) = \sin A,$$

$$\begin{aligned}
 b &= \cos(90^\circ - B) = \sin B \\
 \cos A &= \sqrt{1 - a^2}, \quad \cos B = \sqrt{1 - b^2} \\
 &\Rightarrow \sin^2(A - B) + 2ab \cos(A - B) \\
 &= (\sin A \cos B - \cos A \sin B)^2 + 2ab(\cos A \cos B + \sin A \sin B) \\
 &= \left(a\sqrt{1 - b^2} - b\sqrt{1 - a^2}\right)^2 \\
 &\quad + 2ab\left(\sqrt{1 - a^2} \cdot \sqrt{1 - b^2} + ab\right) \\
 &= a^2(1 - b^2) + b^2(1 - a^2) - 2ab\sqrt{1 - a^2} \cdot \sqrt{1 - b^2} \\
 &\quad + 2ab\sqrt{1 - a^2} \cdot \sqrt{1 - b^2} + 2a^2b^2 \\
 &= a^2 - a^2b^2 + b^2 - a^2b^2 + 2a^2b^2 \\
 &= a^2 + b^2
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 232.**  $\sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \sin^4 \frac{7\pi}{8}$

$$\begin{aligned}
 &= 2\left(\sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{3\pi}{8}\right) \\
 &= 2\left(\sin^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{\pi}{8}\right) \\
 &\left(\because \sin \frac{3\pi}{8} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = \cos \frac{\pi}{8}\right) \\
 &= 2\left(\left(\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8}\right)^2 - 2\sin^2 \frac{\pi}{8} \cdot \cos^2 \frac{\pi}{8}\right) \\
 &= 2\left(1 - \frac{1}{2}\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)^2\right) = 2\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 233.**  $2\sin^2 \alpha + 15\cos^2 \alpha = 7$

$$2 + 13\cos^2 \alpha = 7$$


$$\cos^2 \alpha = \frac{5}{13} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

**Sol<sup>n</sup> 234.**  $3x \sin \theta + 2y \cos \theta = 4$  ... (i)

$$2x \sin \theta - 3y \cos \theta = 2$$
 ... (ii)

समी. (i) को 3 और समी. (ii) को 2 से गुणा करने के बाद जोड़ने पर

$$9x \sin \theta + 6y \cos \theta + 4x \sin \theta - 6y \cos \theta = 12 + 4$$

$$13x \sin \theta = 16 \Rightarrow 13 \sin \theta = \frac{16}{x}$$

उसी प्रकार,  $13y \cos \theta = 2 \Rightarrow 13 \cos \theta = \frac{2}{y}$

वर्ग करने के बाद जोड़ने पर

$$169 \sin^2 \theta + 169 \cos^2 \theta = \frac{256}{x^2} + \frac{4}{y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{256}{x^2} + \frac{4}{y^2} = 169$$

**Sol<sup>n</sup> 235.**  $\sin \theta + \cos \theta = a$ ,  $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = b$

$$b(a^2 - 1) = \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}\right)(\sin^2 + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta - 1)$$

$$= \frac{(\sin \theta + \cos \theta)}{\sin \theta \cos \theta} \times 2 \sin \theta \cos \theta = 2a$$

**Sol<sup>n</sup> 236.**  $(a \sec \theta + b \tan \theta)(a \sec \theta - b \tan \theta) = 5$

$$(a \sec \theta + b \tan \theta) = 1$$
 ... (1)

$$(a \sec \theta - b \tan \theta) = 5$$
 ... (2)

समीकरण (i) और (ii) से

$$a \sec \theta = 3, \quad b \tan \theta = -2$$

$$a^2 b^2 + 4a^2 = \frac{9}{\sec^2 \theta} \times \frac{4}{\tan^2 \theta} + 4 \times \frac{9}{\sec^2 \theta}$$

$$= \frac{36(1 + \tan^2 \theta)}{\sec^2 \theta \tan^2 \theta} = \frac{36 \sec^2 \theta}{\sec^2 \theta \tan^2 \theta}$$



$$= \frac{36}{\tan^2 \theta} = \frac{36 \times b^2}{4} = 9b^2$$

**Sol<sup>n</sup> 237.**  $\frac{\sec^4 \alpha}{\sec^2 \beta} - \frac{\tan^4 \alpha}{\tan^2 \beta} = 1$

माना  $\alpha = \beta = 45^\circ$

$$\frac{\sec^4 45^\circ}{\sec^2 45^\circ} - \frac{\tan^4 45^\circ}{\tan^2 45^\circ} = 1$$

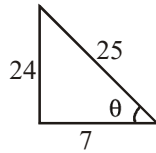
**Sol<sup>n</sup> 238.**  $\frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} = 1$

माना  $\alpha = \beta = 45^\circ$

$$\frac{\cos^4 45^\circ}{\cos^2 45^\circ} + \frac{\sin^4 45^\circ}{\sin^2 45^\circ} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 239.**  $\frac{7}{\sin \theta} + \frac{24}{\cos \theta} = \frac{25}{\sin \theta \cos \theta}$   
 $7 \cos \theta + 24 \sin \theta = 25$

$$\cot \theta = \frac{7}{24}$$



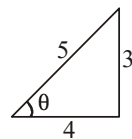
**Sol<sup>n</sup> 240.**  $\frac{8}{20} \sec \theta + \frac{6}{20} \operatorname{cosec} \theta = 1$

$$\frac{2}{5} \sec \theta + \frac{3}{10} \operatorname{cosec} \theta = 1$$

यह हम मानते हैं  $\frac{2}{5} \sec \theta = \frac{3}{10} \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{2}$

तब,  $\sec \theta = \frac{5}{4}$  &  $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$  जो त्रिभुज को संतुष्ट

करते हैं।



तब,  $\cot \theta = \frac{4}{3}$

**Sol<sup>n</sup> 241.**  $\left( \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)$

$$[2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)]$$

$$= \frac{1}{2 \sin \frac{\pi}{7}} \left( \sin \frac{3\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} - \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{7\pi}{7} - \sin \frac{5\pi}{7} \right)$$

$$= \frac{1}{2 \sin \frac{\pi}{7}} \left( \sin \pi - \sin \frac{\pi}{7} \right) = -\frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 242.**  $\frac{1}{2} \left( \cos 15^\circ \cdot \cos 7 \frac{1}{2}^\circ \cdot \cos 82 \frac{1}{2}^\circ \right) \times 2$

$$\frac{1}{2} \cos 15^\circ \cdot \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

**Sol<sup>n</sup> 243.**  $\tan^2 \theta = 1 - e^2$

$$\tan^2 + 1 = \sec^2 \theta = 2 - e^2$$

$$\sec \theta + \tan^2 \theta \cdot \tan \theta \operatorname{cosec} \theta = \sec \theta + \tan^2 \theta \cdot \sec \theta$$

$$= \sec \theta (1 + \tan^2 \theta)$$

$$= (2 - e^2)^{1/2} \cdot (2 - e^2)$$

$$= (2 - e^2)^{3/2}$$

**Sol<sup>n</sup> 244.**  $3 \tan \theta \tan \phi = 1$

$$\theta = \phi = 30^\circ$$

$$\frac{\cos(30^\circ - 30^\circ)}{\cos(30^\circ + 30^\circ)} = \frac{\cos 0^\circ}{\cos 60^\circ} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 245.**  $\tan 60^\circ = \frac{\tan 20^\circ + \tan 40^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 40^\circ}$

$$\tan 20^\circ + \tan 40^\circ = \sqrt{3} - \sqrt{3} \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ$$

$$\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ = \sqrt{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 246.**  $\sin 36^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 36^\circ$

$$= (\sin 36^\circ \cdot \sin 72^\circ)^2$$

$$\begin{aligned}
 &= (\sin 36^\circ \cdot \cos 18^\circ)^2 \\
 &= \left( \frac{1}{4} \sqrt{10-2\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{10+2\sqrt{5}} \right)^2 \\
 &= \left( \frac{1}{16} \times \sqrt{80} \right)^2 = \frac{80}{16 \times 16} = \frac{5}{16}
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 247.**

$$\begin{aligned}
 \frac{2 \cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} &= \frac{\cos 40^\circ - \cos 20^\circ + \cos 40^\circ}{\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \sin 10^\circ + \cos 40^\circ}{\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{-\sin 10^\circ + \sin 50^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 20^\circ \cdot \cos 30^\circ}{\sin 20^\circ} \\
 &= 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sol<sup>n</sup> 248. } &2\sqrt{2} \sin 10^\circ \left( \frac{1}{2 \cos 5^\circ} + \frac{\cos 40^\circ}{\sin 5^\circ} - 2 \sin 35^\circ \right) \\
 &= 2\sqrt{2} \sin 10^\circ \left( \frac{\sin 5^\circ + 2 \cos 5^\circ \cos 40^\circ - 2 \sin 35^\circ \cdot 2 \sin 5^\circ \cos 5^\circ}{2 \sin 5^\circ \cos 5^\circ} \right) \\
 &= 2\sqrt{2} \sin 10^\circ \left( \frac{\sin 5^\circ + \cos 45^\circ + \cos 35^\circ - 2 \sin 35^\circ \cdot \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} \right) \\
 &= 2\sqrt{2} (\sin 5^\circ + \cos 45^\circ + \cos 35^\circ - 2 \sin 35^\circ \cdot \sin 10^\circ) \\
 &= 2\sqrt{2} \left[ \sin 5^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 35^\circ - (\cos 25^\circ - \cos 45^\circ) \right] \\
 &= 2\sqrt{2} \left[ \sin 5^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \\
 &= 2\sqrt{2} \left[ \sin 5^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ + \frac{2}{\sqrt{2}} \right] \\
 &= 2\sqrt{2} \left[ \sin 5^\circ - 2 \sin 30^\circ \cdot \sin 5^\circ + \frac{2}{\sqrt{2}} \right] \\
 &= 2\sqrt{2} [\sin 5^\circ - \sin 5^\circ + \sqrt{2}] = 4
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 249.**  $\cos x = n \cos y$ ,  $\sin x = m \sin y$ 

$$\begin{aligned}
 \cos^2 x + \sin^2 x &= n^2 \cos^2 y + m^2 \sin^2 y \\
 1 &= n^2 (1 - \sin^2 y) + m^2 \sin^2 y \\
 1 &= n^2 + \sin^2 y (m^2 - n^2) \\
 1 - n^2 &= (m^2 - n^2) \sin^2 y
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 250.**  $x \cos \theta + y \sin \theta = 4 \Rightarrow x \cos \theta = y \sin \theta$ 

$$y \sin \theta = 2 = x \cos \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{2}{y}, \cos \theta = \frac{2}{x}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{4}{y^2} + \frac{4}{x^2} = 1$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$$

**Sol<sup>n</sup> 251.**  $(\sec^2 \theta - 1) + (\operatorname{cosec}^2 \theta - 1) = 14$ 

$$\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta = 16$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} = 16$$

$$\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} = 16$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} = 16$$

$$\sec^2 \theta \cdot \operatorname{cosec}^2 \theta = 16 \quad \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta = 4$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 252. } \cos(\alpha + \beta) = \frac{4}{5} \quad \begin{array}{c} \triangle \\ \text{side } 5 \\ \text{side } 4 \\ \text{side } 3 \\ \alpha + \beta \end{array} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{3}{4}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{5}{13} \quad \begin{array}{c} \triangle \\ \text{side } 13 \\ \text{side } 5 \\ \text{side } 12 \\ \alpha - \beta \end{array} \Rightarrow \tan(\alpha - \beta) = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \tan(\alpha + \beta + \alpha - \beta) = \frac{\tan(\alpha + \beta) + \tan(\alpha - \beta)}{1 - \tan(\alpha + \beta) \tan(\alpha - \beta)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{12}} = \frac{14}{12} \times \frac{48}{48 - 15} = \frac{56}{33}
 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 253.

$$\tan \theta - \tan \phi = x, \frac{\tan \theta - \tan \phi}{\tan \theta \tan \phi} = y = \frac{x}{\tan \theta \tan \phi}$$

$$\tan \theta \tan \phi = \frac{x}{y}$$

$$\cot(\theta - \phi) = \frac{1}{\tan(\theta - \phi)} = \frac{1 + \tan \theta \tan \phi}{\tan \theta - \tan \phi}$$

$$= \frac{1 + \frac{x}{y}}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Sol<sup>n</sup> 254.  $3 \cos \theta = 5 \sin \theta$

$$\tan \theta = \frac{3}{5} \Rightarrow \sec \theta = \sqrt{1 + \tan^2 \theta}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{34}}{5}$$

$$\frac{(5 \tan \theta - 2 \sec^4 \theta + 2)}{(5 \tan \theta + 2 \sec^4 \theta - 2)} = \frac{5 - 2 \sec^4 \theta}{1 + 2 \sec^4 \theta}$$

$$= \frac{5 - 2 \left( \frac{1156}{625} \right)}{1 + 2 \left( \frac{1156}{625} \right)} = \frac{271}{979}$$

Sol<sup>n</sup> 255.  $\sec \theta + \tan \theta = \sqrt{5} + 2$

$$\sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{\sec \theta + \tan \theta} = \frac{1}{\sqrt{5} + 2} = \sqrt{5} - 2$$

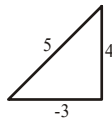
दोनों समीकरण को जोड़ने पर

$$2 \sec \theta = 2\sqrt{5} \Rightarrow \sec \theta = \sqrt{5} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Sol<sup>n</sup> 256.  $3 \tan \theta = -4$

$$\tan \theta = \frac{-4}{3}$$



$$= 2 \left( \frac{-3}{4} \right) - 5 \left( \frac{-3}{5} \right) - \left( \frac{4}{5} \right)$$

$$= \frac{-3}{2} + \frac{15}{5} + \frac{-4}{5} = \frac{-15 + 30 - 8}{10} = \frac{7}{10}$$

Sol<sup>n</sup> 257.  $\frac{1 + \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x(1 - \sin x)}{\cos^2 x} = 4$

$$\frac{1 + \sin x}{\cos x} + \frac{1 - \sin x}{\cos x} = 4 \Rightarrow \frac{2}{\cos x} = 4$$

$$\sec x = 2 \Rightarrow x = 60^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 258.  $\cos \theta \cdot \frac{(\sin \theta + 2 \cos \theta)}{\cos \theta} \cdot \frac{(2 \sin \theta + \cos \theta)}{\cos \theta}$

$$= \frac{2 \sin^2 \theta + 5 \sin \theta \cos \theta + 2 \cos^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{2 + 5 \sin \theta \cos \theta}{\cos \theta} = 2 \sec \theta + 5 \sin \theta$$

Sol<sup>n</sup> 259.

$$\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$$

$$= \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \left( \pi - \frac{3\pi}{7} \right) +$$

$$\cos \left( \pi - \frac{2\pi}{7} \right) + \cos \left( \pi - \frac{\pi}{7} \right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} - \cos \frac{3\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} - \cos \frac{\pi}{7} = 0$$

Sol<sup>n</sup> 260.  $\tan 9^\circ + \cot 9^\circ - (\tan 27^\circ + \cot 27^\circ)$

$$= \frac{\sin 9^\circ}{\cos 9^\circ} + \frac{\cos 9^\circ}{\sin 9^\circ} - \left( \frac{\sin 27^\circ}{\cos 27^\circ} + \frac{\cos 27^\circ}{\sin 27^\circ} \right)$$

$$= \frac{1}{\sin 9^\circ \cos 9^\circ} - \frac{1}{\sin 27^\circ \cos 27^\circ}$$

$$= \frac{2}{\sin 18^\circ} - \frac{2}{\sin 54^\circ} = \frac{2(\sin 54^\circ - \sin 18^\circ)}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ}$$

$$= \frac{2(2 \sin 18^\circ \cos 36^\circ)}{\sin 18^\circ \cos 36^\circ} = 4$$

Sol<sup>n</sup> 261.  $\sin x + 2 \cos x = 1$

$x = 90^\circ$  रखने पर

$$7 \cos x + 6 \sin x = 7 \cos 90^\circ + 6 \sin 90^\circ = 6$$

**Sol<sup>n</sup> 262.**  $\theta = 45^\circ$  रखने पर

$$\Rightarrow a^3 = \operatorname{cosec} 45^\circ - \sin 45^\circ = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow b^3 = \sec 45^\circ - \cos 45^\circ = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow a^3 = b^3 \Rightarrow a^2 b^2 (a^2 + b^2) = 2a^6 = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 263.**  $\sin A + \sin B = C$ ,  $\cos A + \cos B = D$

$$A = B = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$C = \sqrt{2}, \quad D = \sqrt{2}$$

$$\sin(A+B) = \sin 90^\circ = 1$$

$$\frac{2CD}{C^2 + D^2} = \frac{2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2+2} = 1$$

समीकरण संतुष्ट है।

**Sol<sup>n</sup> 264.**  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  व  $\cos \phi = \frac{4}{5}$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 = \frac{3}{5} \text{ व } \Rightarrow 2 \cos^2 \frac{\phi}{2} - 1 = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\theta}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ व } \Rightarrow \cos \frac{\phi}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ व } \Rightarrow \sin \frac{\phi}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right) = \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{50}} + \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{7}{\sqrt{50}} = \frac{7}{2\sqrt{5}}$$

**Sol<sup>n</sup> 265.**  $\cos^2 48^\circ - \sin^2 12^\circ$

$$[\because \cos^2 A - \sin^2 B = \cos(A+B) \cdot \cos(A-B)]$$

$$\cos 60^\circ \cdot \cos 36^\circ = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{5}+1}{4} \right) = \frac{\sqrt{5}+1}{8}$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 266. } \frac{1}{2} \left[ 2 \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \sin\frac{3\pi}{10} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left( \cos \frac{2\pi}{10} - \cos \frac{7\pi}{10} \right) = \frac{1}{2} (\cos 36^\circ - \cos 72^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (\cos 36^\circ - \sin 18^\circ)$$

( $\cos 36^\circ$  और  $\sin 18^\circ$  का मान रखने पर)

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{5}+1}{4} - \frac{\sqrt{5}-1}{4} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 267. } \cot(A-B) = \frac{1}{\tan(A-B)} = \frac{1 + \tan A \tan B}{\tan A - \tan B} = \frac{1 + \frac{x}{y}}{x}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\left( \because \cot B - \cot A = y \Rightarrow \frac{\tan A - \tan B}{\tan A \tan B} = y \Rightarrow \tan A \tan B = \frac{x}{y} \right)$$

**Sol<sup>n</sup> 268.**  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$

$$= \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} - \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta}$$

$$= \frac{1 + \tan^2 \theta + 2 \tan \theta - 1 - \tan^2 \theta + 2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{2 \cdot 2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = 2 \tan 2\theta$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 269. } \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)} \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)}$$

$$\frac{(1 - \tan \theta)(1 + \tan \theta)}{(1 + \tan \theta)(1 - \tan \theta)} = 1$$

Sol<sup>n</sup> 270.

$$\begin{aligned}\sin(\alpha - \beta) &= \cos(\alpha + \beta) = \sin(90^\circ - \alpha - \beta) \\ \alpha - \beta &= 90 - \alpha - \beta \\ \alpha &= 45^\circ, \quad \beta = 15^\circ\end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 271.  $\alpha + \beta = \pi + \gamma$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin(\alpha + \beta) &= \sin(\pi + \gamma) \\ \Rightarrow \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta &= -\sin \gamma \\ \text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर} \\ \Rightarrow \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) + \sin^2 \beta (1 - \sin^2 \alpha) + \\ 2 \sin \alpha \cos \beta \cdot \cos \alpha \sin \beta &= \sin^2 \gamma\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \cos \beta \cdot \cos \alpha \sin \beta = \sin^2 \gamma$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma \\ = 2 \sin \alpha \sin \beta (\sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta) \\ = -2 \sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha + \beta) \\ = -2 \sin \alpha \sin \beta \cos(180^\circ + \gamma) \\ = 2 \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma\end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 272.  $1 + \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x$

$$\begin{aligned}1 + 2 \cos^2 x - 1 + 2 \cos \left( \frac{4x + 6x}{2} \right) \cos \left( \frac{6x - 4x}{2} \right) \\ = 2 \cos^2 x + 2 \cos 5x \cdot \cos x \\ = 2 \cos x (\cos x + \cos 5x) \\ = 2 \cos x \left[ 2 \cos \left( \frac{5x + x}{2} \right) \cos \left( \frac{5x - x}{2} \right) \right] \\ = 2 \cos x \cdot 2 \cos 3x \cdot \cos 2x \\ = 4 \cos x \cos 2x \cos 3x\end{aligned}$$

द्वितीय विधि

$\theta = 0^\circ$  का मान हम सभी विकल्पों और प्रश्नों में रख सकते हैं।

$$\begin{aligned}1 + \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x \\ = 1 + \cos 0^\circ + \cos 0^\circ + \cos 0^\circ = 4\end{aligned}$$

विकल्प (a)  $2 \cos x \cos 2x \cos 3x = 2$

विकल्प (b)  $4 \sin x \cos 2x \cos 3x = 0$

विकल्प (c)  $4 \cos x \cos 2x \cos 3x = 4$

विकल्प (d)  $\cos x \cos 2x \cos 3x = 1$

अतः विकल्प (c) सही है।

Sol<sup>n</sup> 273.  $\frac{\sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 54^\circ}{\sin 72^\circ}$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\sin 36^\circ \cdot \sin 54^\circ}{2 \sin 36^\circ \cdot \cos 36^\circ}$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{\sin 54^\circ}{\sin 54^\circ} = \frac{1}{8}$$

Sol<sup>n</sup> 274.  $\frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 23^\circ - \frac{1}{2} \sin 23^\circ \right)$

$$= \frac{1}{2} (\cos 30^\circ \cdot \cos 23^\circ - \sin 30^\circ \sin 23^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (\cos 53^\circ)$$

Sol<sup>n</sup> 275. प्रथम-विधि

$$\begin{aligned}&= 2 \cos x - (\cos 3x + \cos 5x) \\ &= 2 \cos x - \left[ 2 \cos \left( \frac{3x + 5x}{2} \right) \cos \left( \frac{5x - 3x}{2} \right) \right] \\ &= 2 \cos x - 2 \cos 4x \cos x \\ &= 2 \cos x (1 - \cos 4x) \\ &= 2 \cos x (1 - 1 + 2 \sin^2 2x) \\ &= 4 \cos x \sin^2 2x \\ &= 4 \cos x (2 \sin x \cdot \cos x)^2 \\ &= 16 \cos^3 x \cdot \sin^2 x\end{aligned}$$

द्वितीय-विधि

$x = 45^\circ$  सभी प्रश्नों और सभी विकल्पों में रखने पर

$$2 \cos 45^\circ - \cos 135^\circ - \cos 225^\circ$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

जब  $x = 45^\circ$ ,  $(\sin x = \cos x)$

विकल्प (a)  $16 \cos^5 x = 16 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5 = \frac{16}{4\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$

विकल्प (b)  $\sin^5 x = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5 = \frac{1}{4\sqrt{2}}$

विकल्प (c)  $4 \cos^5 x = 4 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5 = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

विकल्प (d)  $4 \cos^5 x = 4 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5 = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

अतः विकल्प (a) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 276.**  $\frac{\sqrt{3}}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = \frac{2 \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ - \frac{1}{2} \sin 20^\circ \right]}{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}$$

$$= \frac{2.2 [\sin 60^\circ \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \sin 20^\circ]}{2 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}$$

$$= \frac{4 \sin 40^\circ}{\sin 40^\circ} = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 277.**  $\frac{\sin 78^\circ - \sin 12^\circ}{\sin 78^\circ + \sin 12^\circ} + \frac{\sin 147^\circ}{\cos 147^\circ}$

$$\frac{2 \cos 45^\circ \cdot \sin 33^\circ}{2 \sin 45^\circ \cdot \cos 33^\circ} - \frac{\sin 33^\circ}{\cos 33^\circ} = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 278.**  $\cos 24^\circ + \cos 55^\circ + \cos 125^\circ + \cos 204^\circ + \cos 300^\circ$   
 $\cos 24^\circ + \cos(90^\circ - 35^\circ) + \cos(90^\circ + 35^\circ) + \cos(180^\circ + 24^\circ) + \cos(360^\circ - 60^\circ)$   
 $= \cos 24^\circ + \sin 35^\circ - \sin 35^\circ - \cos 24^\circ + \cos 60^\circ$   
 $= \frac{1}{2}$

**Sol<sup>n</sup> 279.**  $\frac{2 \sin \theta \tan \theta - 2 \sin \theta \tan^2 \theta + 2 \sin \theta \sec^2 \theta}{(1 + \tan \theta)^2}$

$$= \frac{2 \sin \theta \tan \theta + 2 \sin \theta (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)}{(1 + \tan \theta)^2}$$

$$= \frac{2 \sin \theta \tan \theta + 2 \sin \theta}{(1 + \tan \theta)^2} = \frac{2 \sin \theta (1 + \tan \theta)}{1 + \tan \theta^2}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{1 + \tan \theta}$$

**Sol<sup>n</sup> 280.**  $m \tan(\theta - 30^\circ) = -n \cot(\theta + 30^\circ)$

$$\tan(\theta - 30^\circ) \cdot \tan(\theta + 30^\circ) = \frac{-n}{m}$$

$$\frac{\sqrt{3} \tan \theta - 1}{\sqrt{3} + \tan \theta} \cdot \frac{\sqrt{3} \tan \theta + 1}{\sqrt{3} - \tan \theta} = \frac{-n}{m}$$

$$\frac{3 \tan^2 \theta - 1}{3 - \tan^2 \theta} = \frac{-n}{m}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{3 - \tan^2 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$$

$$\frac{m+n}{m-n} = \frac{4 - 4 \tan^2 \theta}{2 + 2 \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{4(1 - \tan^2 \theta)}{2(1 + \tan^2 \theta)} = 2 \cos 2\theta$$

**Sol<sup>n</sup> 281. प्रथम-विधि:**

$$\cos A + 2 \cos \left( \frac{240^\circ + A + 240^\circ - A}{2} \right)$$

$$\cos \left( \frac{240^\circ + A - 240^\circ + A}{2} \right)$$

$$= \cos A + 2 \cos 240^\circ \cdot \cos A$$

$$= \cos A \left[ 1 + 2 \left( \frac{-1}{2} \right) \right] = 0$$

द्वितीय-विधि:

$$\begin{aligned} & \cos A + \cos(240^\circ + A) + \cos(240^\circ - A) \\ & \text{हम } A = 240^\circ \text{ का मान रख सकते हैं, तब} \\ & = \cos 240^\circ + \cos(480^\circ) + \cos 0^\circ \\ & = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 = 0 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 282.**  $1 + \cos 56^\circ + \cos 58^\circ - \cos 66^\circ$

$$\begin{aligned} & 1 + 2\cos^2 28^\circ - 1 + 2\sin\left(\frac{58^\circ + 66^\circ}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{66^\circ - 58^\circ}{2}\right) \\ & = 2\cos^2 28^\circ + 2\sin 62^\circ \sin 4^\circ \\ & = 2\cos^2 28^\circ + 2\cos 28^\circ \cos 86^\circ \\ & = 2\cos 28^\circ (\cos 28^\circ + \cos 86^\circ) \\ & = 2\cos 28^\circ (2\cos 57^\circ \cos 29^\circ) \\ & = 4\cos 28^\circ \cos 29^\circ \sin 33^\circ \end{aligned}$$

$$\left[ \because \cos C + \cos D = 2\cos\left(\frac{C+D}{2}\right)\cos\left(\frac{C-D}{2}\right) \right]$$

**Sol<sup>n</sup> 283.**  $\frac{\tan A}{1 - \tan A} \cdot \frac{\tan B}{1 - \tan B}$

$$= \frac{\frac{1}{\cot A}}{1 - \frac{1}{\cot A}} \cdot \frac{\frac{1}{\cot B}}{1 - \frac{1}{\cot B}}$$

$$= \frac{1}{(\cot A - 1)} \cdot \frac{1}{(\cot B - 1)} = \frac{1}{2}$$

$$\left( \begin{array}{l} \because \text{यदि } A + B = 225^\circ \\ \text{तब } (\cot A - 1)(\cot B - 1) = 2 \end{array} \right)$$

**Sol<sup>n</sup> 284.**  $\frac{\sin(B+A) + \cos(B-A)}{\sin(B-A) + \cos(B+A)}$

$$= \frac{\sin B \cos A + \cos B \sin A + \cos A \cos B + \sin A \sin B}{\sin B \cos A - \cos B \sin A + \cos A \cos B - \sin A \sin B}$$

$$= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos B + \sin B)}{(\cos A - \sin A)(\cos B + \sin B)}$$

$$= \frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A}$$

**Sol<sup>n</sup> 285.**  $\tan \theta = \frac{x \sin \phi}{1 - \cos \phi}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{x \sin \phi} - \cot \phi$$

$$\frac{1}{\tan \theta} + \cot \phi = \frac{1}{x \sin \phi}$$

$$\Rightarrow \cot \theta + \cot \phi = \frac{1}{x \sin \phi} \quad \dots (i)$$

$$\tan \phi = \frac{y \sin \theta}{1 - y \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan \phi} = \frac{1}{y \sin \theta} - \cot \theta$$

$$\frac{1}{\tan \phi} + \cot \theta = \frac{1}{y \sin \theta}$$

$$\Rightarrow \cot \phi + \cot \theta = \frac{1}{y \sin \theta} \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\frac{1}{x \sin \phi} = \frac{1}{y \sin \theta} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\sin \theta}{\sin \phi}$$

**Sol<sup>n</sup> 286.**  $\tan x = \frac{b}{a}$

$$= \sqrt{\frac{1 + \frac{b}{a}}{1 - \frac{b}{a}}} + \sqrt{\frac{1 - \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}} + \sqrt{\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(1 + \tan x) + (1 - \tan x)}{\sqrt{1 - \tan^2 x}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}} \\
 &= \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 287.**  $\cos(A + B) = \alpha \cos A \cos B + \beta \sin A \sin B$

$$\alpha = 1, \quad \beta = -1$$

**Sol<sup>n</sup> 288.**  $\tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + 4 \tan 4\alpha + \frac{8(1 - \tan^2 4\alpha)}{2 \tan 4\alpha}$

$$\begin{aligned}
 &\left( \because \cot 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{2 \tan \theta} \right) \\
 &= \tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + \frac{8 \tan^2 4\alpha + 8 - 8 \tan^2 \alpha}{2 \tan 4\alpha} \\
 &= \tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + \frac{4}{\tan 4\alpha} \\
 &= \tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + \frac{4(1 - \tan^2 2\alpha)}{2 \tan 2\alpha} \\
 &= \tan \alpha + \frac{2}{\tan 2\alpha} = \tan \alpha + \frac{2(1 - \tan^2 \alpha)}{2 \tan \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha} \\
 &= \cot \alpha
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 289**  $\left( \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \right) \left( \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \right)$

$$\left[ \cos \frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x + \cos \frac{\pi}{3} \cos x - \sin \frac{\pi}{3} \sin x \right] \times$$

$$\left[ \cos \frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x - \cos \frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[ 2 \cos \frac{\pi}{3} \cos x \right] \left[ 2 \sin \frac{\pi}{3} \sin x \right] \\
 &= (\cos x)(\sqrt{3} \sin x) \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} (2 \sin x \cos x) \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x \quad (\sin 2x \text{ का अधिकतम मान} = 1) \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 290.**  $\frac{(\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x})}{(\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x})} \times \frac{(\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x})}{(\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x})}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 + \sin x + 1 - \sin x + 2\sqrt{1 - \sin^2 x}}{1 + \sin x - 1 + \sin x} \\
 &= \frac{2(1 - \cos x)}{2 \sin x}, \text{ here } \sqrt{\cos^2 x} = -\cos x \\
 &\quad (x, \text{ IV चतुर्थांश में})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 - 1 + 2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 291. प्रथम-विधि**

$$\sin A = n \sin B$$

$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{n}{1}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin A + \sin B}{\sin A - \sin B} &= \frac{n + 1}{n - 1} \\
 2 \sin \left( \frac{A + B}{2} \right) \cos \left( \frac{A - B}{2} \right) &= \frac{n + 1}{n - 1} \\
 2 \cos \left( \frac{A + B}{2} \right) \sin \left( \frac{A - B}{2} \right) &= \frac{n + 1}{n - 1} \\
 \tan \left( \frac{A + B}{2} \right) &= \frac{n + 1}{n - 1} \\
 \tan \left( \frac{A - B}{2} \right) &= \frac{n - 1}{n + 1}
 \end{aligned}$$



$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

द्वितीय-विधि:

$$\sin A = n \sin B$$

A = 90° और B = 30° मान रखने पर

तब, n = 2

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)\tan 60^\circ = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

यह मान सभी विकल्पों में रखने पर

$$\text{विकल्प (a)} \quad \sin\left(\frac{A-B}{2}\right) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{विकल्प (b)} \quad \tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{विकल्प (c)} \quad \cot\left(\frac{A-B}{2}\right) = \cot 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{विकल्प (d)} \quad \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

अतः विकल्प (b) सही है।

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n 292. \quad & \frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\sin A \cos A - \sin B \cos B} \\ &= \frac{\sin(A+B) \cdot \sin(A-B)}{\frac{1}{2}(2 \sin A \cos A - 2 \sin B \cos B)} \\ &= \frac{\sin(A+B) \cdot \sin(A-B)}{\frac{1}{2}(2 \sin 2A - 2 \sin 2B)} \\ &= \frac{\sin(A+B) \cdot \sin(A-B)}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cos(A+B) \cdot \sin(A-B)} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sin(A+B) \sin(A-B)}{\cos(A+B) \sin(A-B)} = \tan(A+B)$$

$$\text{Sol}^n 293. \quad \cos A = m \cos B$$

$$\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{m}{1}$$

$$\frac{\cos A + \cos B}{\cos A - \cos B} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\frac{2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}}{2 \sin \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{B-A}{2}} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\cot \frac{A+B}{2} \cdot \cot \frac{B-A}{2} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\cot \frac{A+B}{2} = \frac{m+1}{m-1} \tan \frac{B-A}{2}$$

Sol<sup>n</sup> 294.

$$x \cos \theta = y \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = z \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) = k \quad (\text{let})$$

$$\frac{k}{x} + \frac{k}{y} + \frac{k}{z} = \cos \theta + \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$= \cos \theta + \cos \theta \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin \theta \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos \theta \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \sin \theta \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$= \cos \theta - \frac{\cos \theta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$$

$$\text{Sol}^n 295. \quad 2 \sin A \cos^3 A - 2 \sin^3 A \cos A$$

$$2 \sin A \cos A (\cos^2 A - \sin^2 A)$$

$$\frac{1}{2} (2 \sin 2A \cdot \cos 2A) = \frac{1}{2} \sin 4A$$

$$\text{Sol}^n 296. \quad \tan A + \cot A - \tan A - \cot A = \tan A - \cot A$$

$$\text{Sol}^n 297. \frac{(\sin 3\theta + \sin 5\theta) + (\sin 7\theta + \sin 9\theta)}{(\cos 3\theta + \cos 5\theta) + (\cos 7\theta + \cos 9\theta)}$$

$$= \frac{2 \sin 4\theta \cdot \cos \theta + 2 \sin 8\theta \cdot \cos \theta}{2 \cos 4\theta \cos \theta + 2 \cos 8\theta \cdot \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin 4\theta + \sin 8\theta}{\cos 4\theta + \cos 8\theta} = \frac{2 \sin 6\theta \cdot \cos 2\theta}{2 \cos 6\theta \cdot \cos 2\theta}$$

$$= \tan 6\theta$$

**Sol<sup>n</sup> 298.** A, B, C, D चतुर्भुज के कोण है।

$$\angle A + \angle C = 180^\circ, \quad \angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\cos A + \cos B + \cos(180^\circ - A) + \cos(180^\circ - B)$$

$$\cos A + \cos B - \cos A - \cos B = 0$$

$$\text{Sol}^n 299. \frac{2 \sin \alpha}{1 + \cos \alpha + \sin \alpha} = y$$

$\alpha = 45^\circ$  रखने पर

$$\Rightarrow \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = y$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{2 + \sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{1} = 2 - \sqrt{2} = y$$

$$\text{Sol}^n 300. 1 - \frac{\sin^2 y}{1 + \cos y} + \frac{1 + \cos y}{\sin y} - \frac{\sin y}{1 - \cos y}$$

$$= 1 - \frac{1 - \cos^2 y}{1 + \cos y} + \frac{1 + \cos y}{\sin y} - \frac{\sin y}{1 - \cos y}$$

$$= 1 - \frac{(1 + \cos y)(1 - \cos y)}{1 + \cos y} + \frac{(1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin y(1 - \cos y)}$$

$$= 1 - (1 - \cos y) = \cos y$$

$$= \frac{\sin^3 y \cos y}{\sin^3 y} = \cos y$$

$$\text{Sol}^n 301. \frac{\sin 70^\circ + \cos 40^\circ}{\cos 70^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{\cos 20^\circ + \cos 40^\circ}{\sin 20^\circ + \sin 40^\circ}$$

$$= \frac{2 \cos 30^\circ \cdot \cos 10^\circ}{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 10^\circ} = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{Sol}^n 302. x = \sec \phi - \tan \phi, \quad y = \operatorname{cosec} \phi + \cot \phi$$

$$x = \frac{1 - \sin \phi}{\cos \phi}, \quad y = \frac{1 + \cos \phi}{\sin \phi}$$

$\phi = 45^\circ$  रखने पर

$$x = \sqrt{2} - 1, \quad y = \sqrt{2} + 1$$

$$\frac{y-1}{y+1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2} - 1$$

अतः विकल्प (c) सही है।

$$\text{Sol}^n 303. \frac{\sin^4 A}{a} + \frac{\cos^4 A}{b} = \frac{1}{a+b}$$

$$\left(\frac{a+b}{a}\right) \sin^4 A + \left(\frac{a+b}{b}\right) \cos^4 A = 1$$

$$\left(\frac{a+b}{a} \sin^2 A\right) \sin^2 A + \left(\frac{a+b}{b} \cos^2 A\right) \cos^2 A = 1$$

$$\left(\because \frac{a+b}{a} \sin^2 A = 1 \text{ व } \frac{a+b}{b} \cos^2 A = 1\right)$$

$$\sin^2 A = \frac{a}{a+b} \quad \text{व} \quad \cos^2 A = \frac{b}{a+b}$$

$$\frac{\sin^8 A}{a^3} + \frac{\cos^8 A}{b^3} = \frac{a^4}{(a+b)^4 a^3} + \frac{b^4}{(a+b)^4 b^3}$$

$$= \frac{a+b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}$$

**Sol<sup>n</sup> 304.**  $2y \cos \theta = x \sin \theta \Rightarrow 2y \operatorname{cosec} \theta = x \sec \theta$

$x \sec \theta$  का मान रखने पर

$$2x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$$

$$2.2y \operatorname{cosec} \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$$

$$4y \operatorname{cosec} \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$$

$$3y \operatorname{cosec} \theta = 3 \Rightarrow y \operatorname{cosec} \theta = 1$$

or  $\sin \theta = y$

तब,  $2y \cos \theta = xy \Rightarrow 2 \cos \theta = x$

अतः  $x^2 + 4y^2 = 4 \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta$   
 $= 4$

**द्वितीय-विधि:**

$\theta = 45^\circ$  रखने पर

$$2y \cos 45^\circ = x \sin 45^\circ \Rightarrow x = 2y$$

$$2x \sec 45^\circ - y \operatorname{cosec} 45^\circ = 3$$

$$\sqrt{2}(2x - y) = 3 \Rightarrow \sqrt{2}(4y - y) = 3$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$x^2 + 4y^2 = 2 + 4 \times \frac{1}{2} = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 305.**  $\tan \theta - \cot \theta = a$  और  $\cos \theta + \sin \theta = b$

$\theta = 45^\circ$  रखने पर

$$\tan 45^\circ - \cot 45^\circ = a,$$

$$\cos 45^\circ + \sin 45^\circ = b$$

$$a = 0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = b$$

$$\frac{1+1}{\sqrt{2}} = b \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$(b^2 - 1)^2 (a^2 + 4) = [(\sqrt{2})^2 - 1]^2 (0 + 4)$$

$$= (2 - 1)^2 (4)$$

$$= 4$$

**Sol<sup>n</sup> 306.**  $\tan \theta = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

माना,  $\sin \alpha - \cos \alpha = k \sin \theta$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = k \cos \theta$$

समी. को वर्ग करने के बाद जोड़ने पर

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= k^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

$$2 = k^2$$

$$k = \sqrt{2}$$

अतः  $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \theta$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \cos \theta$$

**Sol<sup>n</sup> 307.**  $\sin \theta + \sin \phi = a,$   $\cos \theta + \cos \phi = b$

$\theta = 90^\circ$  और  $\phi = 30^\circ$  का मान रखने पर

$$a = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \left( \frac{\theta - \phi}{2} \right) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

विकल्प (b)  $\Rightarrow \sqrt{\frac{4 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}} = \sqrt{\frac{4 - \frac{9}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

अतः विकल्प (b) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 308.** उत्तर पर निर्भर नहीं करता इसलिए  $\alpha = 0^\circ$  रखने पर

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 (\alpha + 120^\circ) + \cos^2 (\alpha - 120^\circ)$$

$$= \cos^2 0^\circ + \cos^2 120^\circ + \cos^2 (-120^\circ)$$

$$= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sol}^{\text{a}} 309. & \sin \frac{3\pi}{14} \sin \frac{5\pi}{14} \sin \frac{7\pi}{14} \sin \frac{9\pi}{14} \sin \frac{11\pi}{14} \sin \frac{13\pi}{14} \\
 &= \sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \sin \left( \pi - \frac{5\pi}{14} \right) \cdot \sin \left( \pi - \frac{3\pi}{14} \right) \cdot \sin \left( \pi - \frac{\pi}{14} \right) \\
 &= \sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{14} \\
 &= \sin^2 \frac{\pi}{14} \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{14} \cdot \sin^2 \frac{5\pi}{14} \\
 &= \left( \sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \right)^2 \\
 &= \left( \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{6\pi}{14} \right) \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{14} \right) \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{14} \right) \right)^2 \\
 &= \left( \cos \left( \frac{6\pi}{14} \right) \cdot \cos \left( \frac{4\pi}{14} \right) \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{14} \right) \right)^2 \\
 &= \left( \cos \left( \frac{3\pi}{7} \right) \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{7} \right) \cdot \cos \left( \frac{\pi}{7} \right) \right)^2 \\
 &= \left( \frac{\cos \left( \frac{3\pi}{7} \right) \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{7} \right) \cdot 2 \sin \left( \frac{\pi}{7} \right) \cdot \cos \left( \frac{\pi}{7} \right)}{2 \sin \left( \frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 \\
 &= \left( \frac{\cos \left( \frac{3\pi}{7} \right) \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{7} \right) \cdot 2 \sin \left( \frac{2\pi}{7} \right)}{2.2 \sin \left( \frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 \\
 &= \left( \frac{\cos \left( \pi - \frac{4\pi}{7} \right) \cdot \sin \left( \frac{4\pi}{7} \right)}{2.2 \sin \left( \frac{\pi}{7} \right)} \right)^2
 \end{aligned}$$

$$= \left( \frac{-\cos \left( \frac{4\pi}{7} \right) \cdot 2 \sin \left( \frac{4\pi}{7} \right)}{2.2 \sin \left( \frac{\pi}{7} \right)} \right)^2$$

$$= \left( \frac{-\sin \left( \frac{8\pi}{7} \right)}{8 \sin \left( \frac{\pi}{7} \right)} \right)^2$$

$$= \left( \frac{-\sin \left( \pi + \frac{\pi}{7} \right)}{8 \sin \left( \frac{\pi}{7} \right)} \right)^2$$

$$= \left( \frac{\sin \left( \frac{\pi}{7} \right)}{8 \sin \left( \frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 = \left( \frac{1}{8} \right)^2 = \frac{1}{64}$$

$$\text{Sol}^{\text{a}} 310. \tan A = \frac{1 - \cos B}{\sin B} = \frac{1 - 1 + 2 \sin^2 \frac{B}{2}}{2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}} = \tan \frac{B}{2}$$

$$A = \frac{B}{2} \Rightarrow B = 2A$$

$$\tan 2A = \tan B$$

$$\text{Sol}^{\text{a}} 311. \sin 600^\circ \cos 330^\circ + \cos 120^\circ \cdot \sin 150^\circ$$

$$\sin(2 \times 360^\circ - 120^\circ) \cdot \cos(360^\circ - 30^\circ) + \cos(90^\circ + 30^\circ) \cdot \sin(180^\circ - 30^\circ)$$

$$(-\sin 120^\circ) \cdot (\cos 30^\circ) + (-\sin 30^\circ) \cdot (\sin 30^\circ)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = -\frac{4}{4} = -1$$

$$\text{Sol}^{\text{a}} 312.$$

$$\tan 2A = \tan(A + B + A - B) = \frac{\tan(A + B) + \tan(A - B)}{1 - \tan(A + B) \cdot \tan(A - B)}$$

$$= \frac{p+q}{1-pq}$$

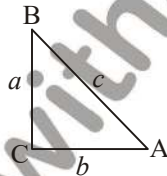
**Sol<sup>n</sup> 313.**

$$\begin{aligned} \frac{\sec 8A - 1}{\sec 4A - 1} &= \frac{1 - \cos 8A}{1 - \cos 4A} \times \frac{\cos 4A}{\cos 8A} = \frac{2 \sin^2 4A}{2 \sin^2 2A} \times \frac{\cos 4A}{\cos 8A} \\ &= \frac{2 \sin 4A \cos 4A \cdot \sin 4A}{2 \sin^2 2A \cdot \cos 8A} \\ &= \frac{\sin 8A \times 2 \sin 2A \cos 2A}{\cos 8A \times 2 \sin^2 2A} \\ &= \tan 8A \cdot \frac{\cos 2A}{\sin 2A} \\ &= \frac{\tan 8A}{\tan 2A} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 314.**  $\alpha + \beta = \tan A + \tan B = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$

$$\alpha \beta = \tan A \cdot \tan B = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

तब समीकरण



$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right)x + 1 = 0$$

$$abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$$

$$abx^2 - c^2x + ab = 0 \quad (\because a^2 + b^2 = c^2)$$

**Sol<sup>n</sup> 315.**  $\sin A + \sin 2A = x$  और  $\cos A + \cos 2A = y$

A = 0 रखने पर

तब,  $x = 0$  ,  $y = 2$

$$(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 3) = 4(4 - 3)$$

$$= 4 = 2y$$

**Sol<sup>n</sup> 316.**  $\cos(A - B) = \frac{3}{5}$  व  $\frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B} = 2$

$$\cos A \cos B + \sin A \sin B = \frac{3}{5}$$

$$3 \cos A \cos B = \frac{3}{5}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{5}$$

$$\sin A \sin B = \frac{2}{5}$$

**Sol<sup>n</sup> 317.**  $\frac{\cos 9^\circ + \sin 9^\circ}{\cos 9^\circ - \sin 9^\circ} = \frac{\sin 81^\circ + \sin 9^\circ}{\sin 81^\circ - \sin 9^\circ}$

$$= \frac{2 \sin 45^\circ \cdot \cos 36^\circ}{2 \cos 45^\circ \cdot \sin 36^\circ} = \cot 36^\circ = \tan 54^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 318.**  $\tan \alpha = \frac{1}{7}$  ,  $\tan \beta = \frac{1}{3}$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{49}}{1 + \frac{1}{49}} = \frac{48}{50} = \frac{24}{25}$$

$$\sin 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{9}} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\cos 2\beta = \frac{4}{5}$$

$$\sin 4\beta = 2 \sin 2\beta \cos 2\beta = 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$$

अतः  $\cos 2\alpha = \sin 4\beta$

**Sol<sup>n</sup> 319.** दिया है,  $A = 130^\circ$

$$x = \sin A + \cos A$$

$$x = \sin 130^\circ + \cos 130^\circ$$

$$= \cos 40^\circ - \sin 40^\circ$$

( $\theta = 0^\circ$  to  $45^\circ$   $\cos \theta > \sin \theta$ )

$$x = +ve$$

$$x > 0$$

$$\text{Sol}^n \text{ 320. } \tan A = \frac{1}{2}, \quad \tan B = \frac{1}{3}$$

$$\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{3}{5}$$

$$\sin 2B = \frac{2 \tan B}{1 + \tan^2 B} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{9}} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\text{अतः } \cos 2A = \sin 2B$$

$$\text{Sol}^n \text{ 321. } \sin(120^\circ - A) = \sin(120^\circ - B)$$

$$\Rightarrow 120^\circ - A = 120^\circ - B$$

$$\Rightarrow A = B$$

$$\text{Sol}^n \text{ 322. } \beta = 0^\circ \text{ रखने पर कोई भी विकल्प बराबर नहीं है।}$$

(हम  $\alpha = 0^\circ$  भी रख सकते हैं।)

$$2 \sin^2 \beta + 4 \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos 2(\alpha + \beta)$$

$$= 0 + 0 + \cos 2\alpha$$

$$= \cos 2\alpha$$

विकल्प (c) सही है।

$$\text{Sol}^n \text{ 323. } \cos 12^\circ + \cos 84^\circ - \cos 24^\circ - \cos 48^\circ$$

$$= 2 \cos \frac{(12^\circ + 84^\circ)}{2} \cos \frac{(84^\circ - 12^\circ)}{2} - \left[ 2 \cos \frac{(48^\circ + 24^\circ)}{2} \cos \frac{(48^\circ - 24^\circ)}{2} \right]$$

$$= 2 \cos 48^\circ \cdot \cos 36^\circ - 2 \cos 36^\circ \cos 12^\circ$$

$$= 2 \cos 36^\circ (\cos 48^\circ - \cos 12^\circ)$$

$$= 2 \cos 36^\circ (-2 \sin 30^\circ \cdot \sin 18^\circ)$$

$$= -2 \cos 36^\circ \cdot \sin 18^\circ$$

$$= -2 \left( \frac{\sqrt{5} + 1}{4} \right) \left( \frac{\sqrt{5} - 1}{4} \right)$$

$$= -2 \times \frac{4}{4 \times 4} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Sol}^n \text{ 324. } A + C = B$$

$$\tan(A + C) = \tan B$$

$$\frac{\tan A + \tan C}{1 - \tan A \tan C} = \tan B$$

$$\tan A + \tan C = \tan B - \tan A \tan B \tan C$$

$$\tan A \tan B \tan C = \tan B - \tan C - \tan A$$

$$\text{Sol}^n \text{ 325. } \tan \theta \sin \left( \frac{\pi}{2} + \theta \right) \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\tan \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta = \sin^2 \theta$$

$$\text{Sol}^n \text{ 326. } x = \frac{\cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\cos 80^\circ}$$

$$x = \frac{1}{4} \cdot \frac{\cos 10^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\cos 80^\circ}$$

$$x = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sin 80^\circ}{\cos 80^\circ} \times \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{8} \cdot \tan 80^\circ = \frac{1}{8} \cot 10^\circ$$

$$\text{Sol}^n \text{ 327.}$$

$$\frac{(\sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ \cdot \sin 72^\circ) \cdot (\sin 24^\circ \cdot \sin 36^\circ \cdot \sin 84^\circ)}{\sin 72^\circ \cdot \sin 36^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \sin 36^\circ \times \frac{1}{4} \sin 72^\circ \times \frac{1}{\sin 72^\circ \sin 36^\circ}$$

$$= \frac{1}{16}$$

$$\text{Sol}^n \text{ 328. } \tan 5x = \frac{\tan 3x - \tan 2x}{1 - \tan 3x \tan 2x}$$

$$= \tan 5x - \tan 5x \tan 3x \tan 2x = \tan 3x + \tan 2x$$

$$= \tan 5x \tan 3x \tan 2x = \tan 5x - \tan 3x - \tan 2x$$

$$\text{Sol}^n \text{ 329. } \cos \alpha + \cos \beta = \sin \alpha + \sin \beta$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) + 2(\cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta) = 0$$

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + 2 \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta = -2 \cos(\alpha + \beta)$$

**Sol<sup>n</sup> 330.**  $A + B + C = 180^\circ$

$$A + B = 180^\circ - C$$

$$\tan(A + B) = \tan(180^\circ - C) = -\tan C$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\tan C$$

$$\tan A + \tan B = -\tan C + \tan A \tan B \tan C$$

$$\frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \tan B \tan C} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 331.**  $\cos A = a \cos B \Rightarrow \cos^2 A = a^2 \cos^2 B = a^2$

$$(1 - \sin^2 B) \dots (i)$$

$$\sin A = b \sin B \Rightarrow \sin^2 A = b^2 \sin^2 B \dots (ii)$$

दोनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$\cos^2 A + \sin^2 A = a^2 - a^2 \sin^2 B + b^2 \sin^2 B$$

$$1 = a^2 + \sin^2 B (b^2 - a^2)$$

$$(b^2 - a^2) \sin^2 B = 1 - a^2$$

**Sol<sup>n</sup> 332.**  $A = 90^\circ, B = 60^\circ, C = 30^\circ$  मान रखने पर

$$(\because A + B + C = \pi)$$

$$\text{तब, } \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C$$

$$= \cos 180^\circ + \cos 120^\circ + \cos 60^\circ$$

$$= -1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -1$$

$A = 90^\circ, B = 60^\circ, C = 30^\circ$  यह मान सभी विकल्पों में रखने पर

$$\text{विकल्प (a)} = 1 + 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C = 1$$

$$\text{विकल्प (b)} = -1 + 4 \sin A \sin B \cdot \cos C$$

$$= 1 + 4 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= -1 + 3 = 2$$

$$\text{विकल्प (c)} = -1 - 4 \cos A \cos B \cdot \cos C$$

$$= -1 - 0 = -1$$

$$\text{विकल्प (d)} = 1 + 4 \sin A \sin B \cdot \sin C$$

$$= 1 + 4 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1 + 3 = 4$$

अतः विकल्प (c) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 333.** माना  $A = B = 45^\circ$  और  $C = 90^\circ$

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 - 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 0$$

$$= 2$$

**Sol<sup>n</sup> 334.** प्रथम-विधि

$$A + B + C = 180^\circ$$

$A = B = 45^\circ$  और  $C = 90^\circ$  का मान समीकरण और

विकल्पों में रखने पर

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = \sin 90^\circ + \sin 90^\circ +$$

$$\sin 180^\circ = 1 + 1 + 0 = 2$$

$$\text{विकल्प (a)} = 0$$

$$\text{विकल्प (b)} = 0$$

$$\text{विकल्प (c)} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 = 2$$

$$\text{विकल्प (d)} = 8 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 = 4$$

विकल्प (c) सही है।

द्वितीय विधि

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$$

$$= 2 \sin(A + B) \cdot \cos(A - B) + 2 \sin C \cdot \cos C$$

$$= 2 \sin(180^\circ - C) \cdot \cos(A - B) + 2 \sin C \cdot \cos C$$

$$= 2 \sin C [\cos(A - B) + \cos C]$$

$$= 2 \sin C [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

$$= 2 \sin C (2 \sin A \cdot \sin B) = 4 \sin A \sin B \sin C$$

**Sol<sup>n</sup> 335.**  $\cos 52^\circ + \cos 68^\circ + \cos(180^\circ - 8^\circ)$

$$= 2 \cos 60^\circ \cos 8^\circ - \cos 8^\circ$$

$$= \cos 8^\circ - \cos 8^\circ = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 336.**  $\cos 2B = \frac{\cos(A + C)}{\cos(A - C)}$

$$\frac{\cos^2 B - \sin^2 B}{1} = \frac{\cos A \cos C - \sin A \sin C}{\cos A \cos C + \sin A \sin C} = \frac{\cos^2 B - \sin^2 B}{\cos^2 B + \sin^2 B}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा)

$$\frac{2 \cos A \cos C}{2 \sin A \sin C} = \frac{2 \cos^2 B}{2 \sin^2 B}$$

$$\frac{1}{\tan A \cdot \tan C} = \frac{1}{\tan^2 B}$$

$$\tan A \cdot \tan C = \tan^2 B$$

$\tan A, \tan B, \tan C$  गुणोत्तर श्रेणी में है।

**Sol<sup>n</sup> 337.**  $(a+b)^2 = 4ab \sin^2 \theta$

$2a = b$  के लिए

$$(3a)^2 = 4a \cdot 2a \sin^2 \theta$$

$$9a^2 = 8a^2 \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \frac{9}{8} > 1 \text{ यह संभव नहीं है।}$$

दिया हुआ समीकरण सत्य है यदि और केवल यदि  $a = b$  हो।

$$(2a)^2 = 4a \cdot a \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = 1 \Rightarrow a = b$$

**Sol<sup>n</sup> 338.**  $\frac{\sin A - \sin C}{\cos C - \cos A} = \cot B$

$$\frac{2 \cos \frac{A+C}{2} \cdot \sin \frac{A-C}{2}}{2 \sin \frac{A+C}{2} \cdot \sin \frac{A-C}{2}} = \cot B$$

$$\cot \left( \frac{A+C}{2} \right) = \cot B$$

$$\frac{A+C}{2} = B$$

तब A, B, C समांतर श्रेणी में है।

**Sol<sup>n</sup> 339.**  $b \sin \alpha = a \sin(\alpha + 2\beta)$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + 2\beta)} = \frac{a}{b}$$

(योगान्तरानुपात नियम द्वारा)

$$\frac{\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\beta)}{\sin \alpha - \sin(\alpha + 2\beta)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{2 \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\beta)}{2 \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin(-\beta)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = -\frac{\cot \beta}{\cot(\alpha + \beta)}$$

**Sol<sup>n</sup> 340.**  $\tan 10^\circ - \tan 50^\circ + \tan 70^\circ$

$$\tan 10^\circ + \frac{\tan 60^\circ + \tan 10^\circ}{1 - \tan 60^\circ \cdot \tan 10^\circ} - \frac{\tan 60^\circ - \tan 10^\circ}{1 + \tan 60^\circ \cdot \tan 10^\circ}$$

$$\tan 10^\circ + \frac{\sqrt{3} + \tan 10^\circ}{1 - \sqrt{3} \tan 10^\circ} - \frac{\sqrt{3} - \tan 10^\circ}{1 + \sqrt{3} \tan 10^\circ}$$

$$\tan 10^\circ + \frac{\sqrt{3} + \tan 10^\circ + 3 \tan 10^\circ + \sqrt{3} + \tan^2 10^\circ - \sqrt{3} + 3 \tan 10^\circ + \tan 10^\circ - \sqrt{3} + \tan^2 10^\circ}{1 - 3 \tan^2 10^\circ}$$

$$\tan 10^\circ + \frac{8 \tan 10^\circ}{1 - 3 \tan^2 10^\circ}$$

$$= \frac{9 \tan 10^\circ - 3 \tan^3 10^\circ}{1 - 3 \tan^2 10^\circ}$$

$$= \frac{3(\tan 10^\circ - \tan^3 10^\circ)}{1 - 3 \tan^2 10^\circ} = 3 \tan 30^\circ$$

$$= \sqrt{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 341.** नोट : यदि  $\alpha = 60^\circ$  or  $120^\circ$  or  $240^\circ$  or  $300^\circ$

$$\text{तब, } \cos^3 \theta + \cos^3(\alpha + \theta) + \cos^3(\alpha - \theta) = \frac{3}{4} \cos 3\theta$$

$$\text{तब, } \cos^3 10^\circ + \cos^3 110^\circ + \cos^3 130^\circ$$

$$= \frac{3}{4} \cos 3 \times 10^\circ = \frac{3}{4} \cos 30^\circ = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

**Sol<sup>n</sup> 342.** विकल्प द्वारा हल करें।

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ रखने पर}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{6} + 3 \cos \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{2\pi}{3}$$



$$= 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} - 2 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{2} - 1 = 2\sqrt{3} - 1$$

अतः विकल्प (a) सही है।

**Sol<sup>n</sup> 343.**

$$(\sin A + \sin B + \sin C)^2 = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$$

$$\therefore 2(\sin A \sin B + \sin B \sin C + \sin C \sin A) = 0$$

$$\Rightarrow \sin A \sin B + \sin B \sin C + \sin C \sin A = 0$$

ऊपर दी हुई शर्त तब सत्य है जब

$$A = B = C = 0$$

$$\therefore \sin A + \sin B + \sin C = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 344.**  $\frac{\sin x}{\sin y} = p$  व  $\frac{\cos x}{\cos y} = q$

$$\frac{\sin x}{p} = \sin y \Rightarrow \frac{\sin^2 x}{p^2} = \sin^2 y$$

$$\frac{\cos x}{q} = \cos y \Rightarrow \frac{\cos^2 x}{q^2} = \cos^2 y$$

दोनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$\frac{\sin^2 x}{p^2} + \frac{\cos^2 x}{q^2} = \sin^2 y + \cos^2 y = 1$$

$\cos^2 x$  द्वारा भाग देने पर

$$\frac{\tan^2 x}{p^2} + \frac{1}{q^2} = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\tan^2 x \left( \frac{1}{p^2} - 1 \right) = 1 - \frac{1}{q^2}$$

$$\tan^2 x = \frac{\frac{q^2 - 1}{q^2}}{\frac{1 - p^2}{p^2}}$$

$$\tan x = \frac{p}{q} \sqrt{\frac{q^2 - 1}{1 - p^2}}$$

**Sol<sup>n</sup> 345.** यदि  $\cos A = \tan B$ ,  $\cos B = \tan C$  और  $\cos C = \tan A$  तब,  $\sin A = \sin B = \sin C = 2 \sin 18^\circ =$

$$2 \times \frac{\sqrt{5} - 1}{4} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

समीकरण को हल करने पर हमें  $A = B = C$  प्राप्त होता है, तब

$$\cos A = \tan A$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{\sin A}{\cos A} \Rightarrow \cos^2 A = \sin A$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 A = \sin A$$

$$\Rightarrow \sin^2 A + \sin A - 1 = 0$$

$$\text{तब, } \sin A = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 346.**  $\frac{3 - \tan^2 A}{1 - 3 \tan^2 A} = k \Rightarrow \tan^2 A = \frac{k - 3}{3k - 1}$

$$\operatorname{cosec} A (3 \sin A - 4 \sin^3 A) = (3 - 4 \sin^2 A)$$

$$= 3 - \frac{4}{\operatorname{cosec}^2 A} = 3 - \frac{4}{1 + \cot^2 A}$$

$$= 3 - \frac{4}{1 + \frac{3k - 1}{k - 3}} = \frac{2k}{k - 3}$$

$$\Rightarrow \sin^2 A = \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A} = \frac{1}{1 + \cot^2 A} = \frac{k - 3}{4(k - 1)}$$

$$0 \leq \sin^2 A \leq 1$$

$$0 \leq \frac{k - 3}{4(k - 1)} \leq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{3} \text{ or } k \geq 3$$

**Sol<sup>n</sup> 347.**  $m + n = a(\cos \alpha + \sin \alpha)(\cos^2 \alpha - \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha)$

$$+ 3 \cos \alpha \sin \alpha (2 \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$= a(\cos \alpha + \sin \alpha)(1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$= a(\cos \alpha + \sin \alpha)^3$$

$$\begin{aligned}
 m - n &= a(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha) \\
 &\quad - 3 \cos \alpha \sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) \\
 &= a(\cos \alpha - \sin \alpha)(1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha) \\
 &= a(\cos \alpha - \sin \alpha)^3 \\
 (m + n)^{2/3} + (m - n)^{2/3} \\
 &= a^{2/3}(1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha) + a^{2/3}(1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha) \\
 &= 2a^{2/3}
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 348.**  $y = a \cos^2 x + 2b \sin x \cos x + c \sin^2 x$   
 $z = a \sin^2 x - 2b \sin x \cos x + c \cos^2 x$   
 $y + z = a(\sin^2 x + \cos^2 x) + c(\sin^2 x + \cos^2 x)$   
 $y + z = a + c$

**Sol<sup>n</sup> 349.**  $A + B + C = \pi$   
 उत्तर A, B व C पर निर्भर नहीं करता।  
 $A = B = C = 60^\circ$  रखने पर  

$$= \frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B}$$

$$= \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \sin 60^\circ} + \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \sin 60^\circ} + \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ}$$

$$= 3 \times \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{3}{4}} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 350.**  $\sin A, \cos A$  और  $\tan A$  गुणोत्तर श्रेणी में है।  
 तब,  $\cos^2 A = \sin A \cdot \tan A$   
 $\cos^2 A = \frac{\sin A \cdot \sin A}{\cos A}$   
 $\cos^3 A = \sin^2 A = 1 - \cos^2 A$   
 $\cos^3 A + \cos^2 A = 1$

**Sol<sup>n</sup> 351.**  $\cos(\theta - \alpha), \cos \theta, \cos(\theta + \alpha)$  हरात्मक श्रेणी में है। तब,  

$$\cos \theta = \frac{2 \cos(\theta - \alpha) \cdot \cos(\theta + \alpha)}{\cos(\theta - \alpha) + \cos(\theta + \alpha)}$$

$$\cos \theta = \frac{\cos 2\theta + \cos 2\alpha}{2 \cos \theta \cdot \cos \alpha}$$

$$2 \cos^2 \theta \cdot \cos \alpha = 2 \cos^2 \theta - 1 + \cos 2\alpha$$

$$2 \cos^2 \theta (\cos \alpha - 1) = -1 + 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\begin{aligned}
 2 \cos^2 \theta \left[ 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right] &= -2 \sin^2 \alpha \\
 2 \cos^2 \theta \left( -2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) &= -2 \cdot 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \\
 \cos^2 \theta &= 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \\
 \cos^2 \theta \cdot \sec^2 \frac{\alpha}{2} &= 2 \\
 \cos \theta \cdot \sec \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 352.**  $A + B = C, \tan A = k \tan B$  और  $A - B = \phi$

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin A}{\cos A} &= \frac{k \sin B}{\cos B} \\
 \frac{\sin A \cos B}{\cos A \sin B} &= \frac{k}{1} \\
 \text{योगान्तरानुपात नियम द्वारा} \\
 \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\sin A \cos B - \cos A \sin B} &= \frac{k + 1}{k - 1} \\
 \frac{\sin(A + B)}{\sin(A - B)} &= \frac{k + 1}{k - 1} \\
 \frac{\sin C}{\sin \phi} &= \frac{k + 1}{k - 1} \\
 \sin C &= \frac{k + 1}{k - 1} \sin \phi
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 353.** समी.  $x^2 + px + q = 0$  के मूल  $\tan \alpha$  व  $\tan \beta$  है।

$$\begin{aligned}
 \tan \alpha + \tan \beta &= -p \\
 \tan \alpha \cdot \tan \beta &= q \\
 \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \\
 &= \frac{-p}{1 - q} = \frac{p}{q - 1}
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 354.**  $A + B + C = \frac{3\pi}{2}$

$A = B = C = \frac{\pi}{2}$  का मान समीकरण और सभी विकल्पों में रखने पर  
 $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = \cos \pi + \cos \pi + \cos \pi = -3$   
 विकल्प

(a)  $= 1 - 4 \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 1 - 4 = -3$

अतः विकल्प (a) सही है।

द्वितीय-विधि:

$$\begin{aligned} & (\cos 2A + \cos 2B) + \cos 2C \\ &= 2 \cos(A+B) \cdot \cos(A-B) + 1 - 2 \sin^2 C \\ &= 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} - C\right) \cdot \cos(A-B) - 2 \sin^2 C + 1 \\ &= -2 \sin C \cdot \cos(A-B) - 2 \sin^2 C + 1 \\ &= 1 - 2 \sin C [\cos(A-B) + \sin C] \\ &= 1 - 2 \sin C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] \\ &= 1 - 2 \sin C \cdot 2 \sin A \sin B \\ &= 1 - 4 \sin A \cdot \sin B \sin C \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 355.**  $\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$  का अधिकतम मान संभव है, जब  $\cot A = \cot B = \cot C$  हो।

$$A = B = C = \frac{\pi}{3}$$

$$k \leq \cot \frac{\pi}{3} \cdot \cot \frac{\pi}{3} \cdot \cot \frac{\pi}{3}$$

$$k \leq \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

**Sol<sup>n</sup> 356.**

$$\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{\sin x \cos y + \cos x \sin y}{\sin x \cos y - \cos x \sin y} = \frac{a+b}{a-b}$$

योगान्तरानुपात नियम लगाने पर

$$\frac{2 \sin x \cdot \cos y}{2 \cos x \cdot \sin y} = \frac{2a}{2b}$$

$$\frac{\tan x}{\tan y} = \frac{a}{b}$$

**Sol<sup>n</sup> 357.**  $\tan \frac{\pi}{3} = \tan\left(\frac{2\pi}{5} - \frac{\pi}{15}\right)$

$$\tan \frac{\pi}{3} = \frac{\tan \frac{2\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{15}}{1 + \tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15}}$$

$$\Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15} = \tan \frac{2\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{15}$$

$$\Rightarrow \tan \frac{2\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{15} - \sqrt{3} \tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15} = \sqrt{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 358.**  $\sin A + \cos A = x$   
 $\sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cdot \cos A = x^2$   
 $2 \sin A \cdot \cos A = x^2 - 1$   
 हम जानते हैं कि  
 $\sin^6 A + \cos^6 A = 1 - 3 \sin^2 A \cdot \cos^2 A$

$$\frac{1}{4} \left(4 - 3(x^2 - 1)^2\right) = 1 - 3 \left(\frac{x^2 - 1}{2}\right)^2$$

$$1 - \frac{3}{4}(x^2 - 1)^2 = 1 - \frac{3}{4}(x^2 - 1)^2$$

L.H.S. = R.H.S.

अतः यह  $x$  के सभी मानों के लिए सत्य है।

लेकिन,  $\sin A + \cos A = x$

इसलिए  $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \Rightarrow x^2 \leq 2$

**Sol<sup>n</sup> 359.** चोट: तब  $\alpha = 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ$  या  $300^\circ$

$$\text{तब } \cos^2 \theta + \cos^2(\alpha - \theta) + \cos^2(\alpha + \theta) = \frac{3}{2}$$

$$\text{अतः } \cos^2 10^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ = \frac{3}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 360.** उत्तर A, B व C पर निर्भर नहीं है और  $A + B + C = 180^\circ$ .

$A = B = C = 60^\circ$  रखने पर

$$\tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} + \tan^2 \frac{C}{2} = \tan^2 30^\circ + \tan^2 30^\circ + \tan^2 30^\circ$$

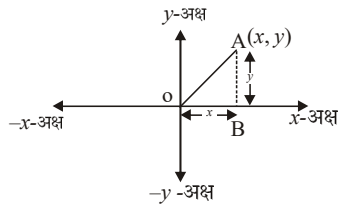
$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 361.**  $\frac{\cot^2 15^\circ - 1}{\cot^2 15^\circ + 1} = \frac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ}$

$$= \frac{\cos 30^\circ}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3

## निर्देशांक ज्यामिति (Co-ordinate Geometry)



XOX और YOY समकोणिक निर्देशांक अक्ष है जो O पर प्रतिच्छेदित करती है। O को मूल बिन्दु कहते हैं। OB बिन्दु A का  $x$  निर्देशांक है और यह भुज कहलाता है।

AB बिन्दु A का  $y$  - निर्देशांक है और यह कोटि कहलाता है। किसी भी बिन्दु की स्थिति ज्ञात करने के लिए O के दायीं तरफ भुज को धनात्मक लेते हैं तथा बाँयी तरफ ऋणात्मक और O के ऊपर कोटि को धनात्मक तथा नीचे ऋणात्मक लेते हैं।

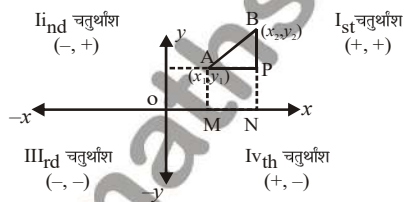
(a)  $x$  - अक्ष पर किसी बिन्दु की कोटि = 0

(b)  $y$  - अक्ष पर किसी बिन्दु का भुज = 0

इसलिए मूल बिन्दु O के निर्देशांक  $(0, 0)$  होंगे।

त्रिभुज OAB के में पाइथागोरस का प्रयोग करने पर तब बिन्दु

$(x, y)$  की मूल बिन्दु से दूरी  $= \sqrt{x^2 + y^2}$



यहाँ,  $AM = y_1$  और  $BN = y_2$

तब  $BP = y_2 - y_1$

इसी प्रकार  $AP = x_2 - x_1$

त्रिभुज ABP के में पाइथागोरस का प्रयोग करने पर

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

यही दो बिन्दुओं  $A(x_1, y_1)$  और  $B(x_2, y_2)$  के बीच की दूरी ज्ञात करने का सूत्र है।

Ex.1 बिन्दु  $(2, 3)$  का भुज होगा ?

Sol<sup>n</sup>. 2

Ex.2. बिन्दु  $(-2, 3)$  किस चतुर्थांश में होगा ?

Sol<sup>n</sup>. द्वितीय चतुर्थांश

Ex.3 यदि बिन्दु  $(0, -5)$  और  $(x, 0)$  के बीच की दूरी 13 ईकाई हो तो  $x$  का मान क्या होगा?

(a) 10

(b)  $\pm 10$

(c) 12

(d)  $\pm 12$

Sol<sup>n</sup>. दूरी सूत्र प्रयोग करने पर पर

$$13 = \sqrt{(x-0)^2 + (0+5)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

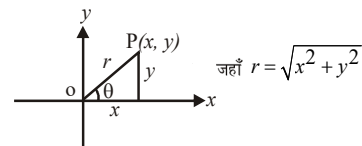
$$(13)^2 = x^2 + 25$$

$$x^2 = 169 - 25 = 144$$

$$x = \pm\sqrt{144} = \pm 12$$

**बिन्दु का ध्रुवीय रूप ( Polar co-ordinate of point ) :-**

जब निर्देशांक मूल बिन्दु से दूरी और कोण के रूप में लिखे जाते हैं तब यह बिन्दु का ध्रुवीय रूप कहलाता है।



$$\sin \theta = \frac{y}{r} \text{ और } \cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\Rightarrow x = r \cos \theta \text{ व } y = r \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

तब बिन्दु  $(x, y)$  की ध्रुवीय निर्देशांक  $(r \cos \theta, r \sin \theta)$  होंगे।

**Ex. 4** बिन्दु  $(1, \sqrt{3})$  के ध्रुवीय निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

$$\text{Sol}^n. \quad r = \sqrt{(1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \tan 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

तब ध्रुवीय निर्देशांक  $= (2 \cos 60^\circ, 2 \sin 60^\circ)$  होंगे।

**विभाजन सूत्र (Section formula):-**

दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा को दिए गए अनुपात में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करेंगे।

**(I) अंतः विभाजन (Internal Division):**

$$A \frac{m}{(x_1, y_1)} \frac{n}{(x_2, y_2)} B \left( \frac{PA}{PB} = \frac{m}{n} \right)$$

माना बिन्दु  $P(x, y)$ , बिन्दु  $A(x_1, y_1)$  और  $B(x_2, y_2)$  को मिलाने वाली रेखा को अनुपात  $m : n$  में अंतः विभाजित करता है।

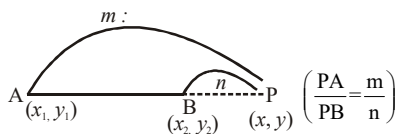
तब बिन्दु  $P$  निर्देशांक-

$$\Rightarrow (x, y) \equiv \left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

यदि  $P$ ,  $AB$  का मध्य बिन्दु है, तब  $m = n$  और  $AB$  के मध्य बिन्दु के निर्देशांक-

$$\Rightarrow (x, y) \equiv \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

**(II) बाह्य विभाजन (External division)**



माना बिन्दु  $P(x, y)$ , बिन्दु  $A(x_1, y_1)$  और  $B(x_2, y_2)$  को मिलाने वाली रेखा को अनुपात  $m : n$  में बाह्य विभाजित करता है।

तब बिन्दु  $P$  निर्देशांक-

$$\Rightarrow (x, y) \equiv \left( \frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n} \right)$$

**Ex. 5** उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करो जो बिन्दु  $(2, -3)$  और  $(-4, 6)$  को मिलाने वाली रेखा को  $1 : 2$  में अंतः विभाजित करता है।

- (a)  $(8, 0)$  (b)  $(0, 0)$   
(c)  $(3, -5)$  (d)  $(4, 3)$

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ  $x_1 = 2, y_1 = -3, x_2 = -4, y_2 = 6$   
 $m = 1, n = 2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x, y) &\equiv \left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right) \\ &\equiv \left( \frac{1 \times (-4) + 2 \times 2}{1+2}, \frac{1 \times 6 + 2 \times (-3)}{1+2} \right) \equiv (0, 0) \end{aligned}$$

**Ex. 6** उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करो जो बिन्दु  $(2, 1)$  और  $(3, 5)$  को मिलाने वाली रेखा को  $2 : 3$  में बाह्यः विभाजित करता है।

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. \quad (x, y) &\equiv \left( \frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n} \right) \\ &\equiv \left( \frac{2 \times 3 - 3 \times 2}{2-3}, \frac{2 \times 5 - 3 \times 1}{2-3} \right) \equiv (0, -7) \end{aligned}$$

**Ex. 7** बिन्दु  $(1, 4)$  और  $(9, -12)$  को मिलाने वाली रेखा को बिन्दु  $(6, -6)$  किस अनुपात में विभाजित करेगा?

$$\text{Sol}^n. \quad \frac{\lambda}{(1, 4)} : \frac{1}{(6, -6)} \frac{1}{(9, 12)}$$

अनुपात  $m : n \rightarrow \frac{m}{n} : 1$  (माना  $\frac{m}{n} \rightarrow \lambda$ )

माना बिन्दु  $\lambda : 1$  में अंतः विभाजित करेगा।

$$\text{अब } x\text{-निर्देशांक} = \left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} \right)$$

यहाँ,  $m = \lambda, n = 1, x_1 = 1, x_2 = 9$

$$6 = \frac{9\lambda + 1}{\lambda + 1}$$

$$6\lambda + 6 = 9\lambda + 1$$

$$3\lambda = 5 \Rightarrow \lambda = \frac{5}{3}$$

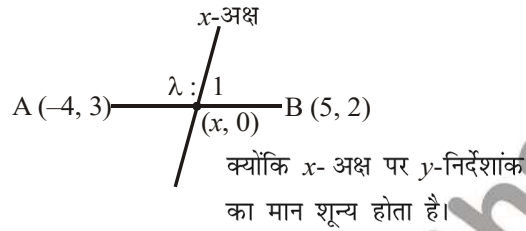
{यदि हम  $y$ -निर्देशांक लेते हैं, तो भी  $\lambda$  का मान यही होता।}

अतः अनुपात  $5 : 3$  (अंतः) होगा।

**नोट:** यदि  $\lambda$  का मान ऋणात्मक होता तो हम कहते कि बाह्य विभाजन है।

**Ex. 8** बिन्दु  $A(-4, 3)$  और  $B(5, 2)$  को मिलाने वाली रेखा को  $x$ -अक्ष किस अनुपात में विभाजित करेगा।

**Sol<sup>n</sup>.**



माना अनुपात  $\lambda : 1$  (अंतः)

$$\text{यहाँ } y\text{-निर्देशांक} = \left( \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{2\lambda + 1(3)}{\lambda + 1} \quad (x\text{-अक्ष पर } y\text{-निर्देशांक} = 0)$$

$$\Rightarrow 2\lambda + 3 = 0 \Rightarrow \lambda = -3/2$$

अतः अनुपात  $3 : 2$  होगा किन्तु बाह्य विभाजन होगा। (चूँकि  $\lambda$  ऋणात्मक है।)

**Ex. 9** यदि बिन्दु  $(-8, 13)$  और  $(k, 7)$  के मध्य बिन्दु के निर्देशांक  $(4, 10)$  है, तब  $k$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ  $x_1 = -8, x_2 = k, x = 4$

$$x\text{-निर्देशांक} = \left( \frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$

$$4 = \frac{-8 + k}{2} \Rightarrow 8 = -8 + k \Rightarrow k = 16$$

**Ex. 10** बिन्दु  $(-2, 7)$  किस चतुर्थांश में होगा?

- (a) प्रथम (b) द्वितीय  
(c) तृतीय (d) चतुर्थ

**Ans.** (b) द्वितीय

**Ex. 11** बिन्दु  $(a \sin \alpha, a \cos \alpha)$  और  $(0, 0)$  के बीच की दूरी ज्ञात करो।

- (a)  $a$  (b)  $a^2$   
(c)  $a \sin \alpha$  (d)  $a \cos \alpha$

**Ans.** (a)  $a$

**Ex. 12** बिन्दु  $(2a, a)$  और  $(-a, -3a)$  के बीच की दूरी ज्ञात करो।

- (a)  $4a$  (b)  $25a$   
(c)  $5a$  (d)  $5\sqrt{a}$

**Ans.** (c)  $5a$

**Ex. 13** बिन्दु  $(a \sin \theta, a \cos \theta)$  और  $(a \cos \theta, -a \sin \theta)$  के बीच की दूरी होगी?

- (a)  $a\sqrt{2}$  (b)  $a\sqrt{3}$   
(c)  $3a$  (d)  $2a$

**Ans.** (a)  $a\sqrt{2}$

**Ex. 14** बिन्दु  $(at_1^2, 2at_1)$  और  $(at_2^2, 2at_2)$  के बीच की दूरी होगी?

- (a)  $a(t_1 + t_2)\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4}$   
(b)  $a(t_2 - t_1)\sqrt{(t_1 + t_2)^2 + 4}$   
(c)  $a(t_2 - t_1)\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4}$   
(d) इनमें से कोई नहीं

**Ans.** (b)

**Ex. 15** यदि बिन्दुओं  $(4, 0)$  और  $(0, x)$  के बीच की दूरी 5 इकाई हो तब  $x = ?$

- (a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) 3

**Ans.** (d) 3

**Ex. 16** बिन्दु P दो बिन्दुओं (8, 9) और (-7, 4) को मिलाने वाली रेखा को 2 : 3 में अन्तः विभाजित करता है, तब बिन्दु P के निर्देशांक होंगे?

- (a) (-2, 7) (b) (2, 7)  
(c) (7, 2) (d) (-7, 2)

**Ans.** (b) (2, 7)

**Ex. 17** बिन्दुओं (-2, 1) और (7, 4) को मिलाने वाली रेखा को बिन्दु P(1, 2) किस अनुपात में विभाजित करेगा?

- (a) 2 : 1 (बाह्य) (b) 1 : 2 (अन्तः)  
(c) 3 : 2 (बाह्य) (d) 2 : 3 (अन्तः)

**Ans.** (a) 1 : 2 (अन्तः)

**Ex. 18** बिन्दुओं (2, -3) और (5, 6) को मिलाने वाली रेखा को x-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करेगा?

- (a) 1 : 2 (बाह्य) (b) 2 : 1 (बाह्य)  
(c) 1 : 2 (अन्तः) (d) 2 : 1 (अन्तः)

**Ans.** (c) 1 : 2 (अन्तः)

**Ex. 19** बिन्दुओं (4, 2) और (8, 3) को मिलाने वाली रेखा को y-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करेगा?

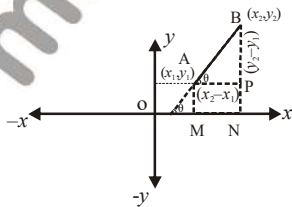
- (a) 1 : 2 (बाह्य) (b) 2 : 1 (बाह्य)  
(c) 1 : 2 (अन्तः) (d) 2 : 1 (अन्तः)

**Ans.** (a) 1 : 2 (बाह्य)

### रेखा (Line)

**रेखा की प्रवणता या ढाल (Slope of line) :** यदि एक रेखा धनात्मक x-अक्ष के साथ  $\theta$  कोण बनाती है तब उस कोण की स्पर्शज्या (tangent) को उस रेखा की प्रवणता कहते हैं। इसे  $m$  से प्रदर्शित करते हैं।

$$\Rightarrow m = \tan \theta$$



$$m = \tan \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(a) x-अक्ष या x-अक्ष के समांतर किसी रेखा की प्रवणता  $m = \tan 0^\circ = 0$

(b) y-अक्ष या y-अक्ष के समांतर किसी रेखा की प्रवणता

$$m = \tan 90^\circ = \infty = \frac{1}{0}$$

(c) रेखा  $ax + by + c = 0$  में रेखा की प्रवणता

$$m = -\frac{x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}} = -\frac{a}{b}$$

**Ex. 20** यदि दो बिन्दु  $(a+3, b+k)$  और  $(a, b)$  रेखा  $x-2y+9=0$  पर स्थित है, तब  $k$  का मान ज्ञात करो।

**Sol.**  $\overline{\text{---}(a+3, b+k) \text{---} x-2y+9=0 \text{---} (a, b)}$

$$x-2y+9=0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

तब रेखा की प्रवणता =  $\frac{1}{2}$ , यह प्रवणता दो बिन्दुओं

$(a+3, b+k)$  और  $(a, b)$  को मिलाने वाली रेखा की प्रवणता के बराबर होगी।

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{b+k-b}{a+3-a} = \frac{k}{3}$$

$$\therefore k = \frac{3}{2}$$

### रेखा का समीकरण (Equation of a line)

$x$  और  $y$  में एक ऐसा संबंध जिसे  $x$  और  $y$  के सभी मान संतुष्ट करे तो वह संबंध रेखा की समीकरण कहलाएगा।

(1) **रेखा का बिन्दु रूप (Point form of line):**

$$\overline{\text{---}(x_1, y_1) \text{---} (x, y) \text{---} (x_2, y_2)}$$

रेखा के किन्हीं भी दो बिन्दुओं की प्रवणता को बराबर करने पर

$$\Rightarrow \left( \frac{y - y_1}{x - x_1} \right) = \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) = m$$

$$(y - y_1) = \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1) \quad \dots(i)$$

**Ex. 21** बिन्दुओं (2, 3) और (5, 4) को मिलाने वाली रेखा की समीकरण ज्ञात करो।

$$(y - 3) = \left( \frac{4 - 3}{5 - 2} \right) (x - 2)$$

$$3y - 9 = x - 2$$

$$\text{रेखा की समीकरण: } -x - 3y + 7 = 0$$

**(2) रेखा का प्रवणता रूप (Slope form of a line):**

$$\text{समीकरण (i) में } \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) = m \text{ रखने पर—}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y = mx + y_1 - mx_1$$

$$\Rightarrow [y = mx + c] \text{ (माना } c = y_1 - mx_1 \text{ जो अचर है)}$$

**Ex. 22** उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो धनात्मक  $x$ -अक्ष से  $45^\circ$  का कोण बनाती है और बिन्दु (5, 7) से गुजरती है।

**Sol<sup>n</sup>.** प्रवणता  $m = \tan 45^\circ = 1$

$$m = 1, y = mx + c \text{ में रखने पर}$$

$\Rightarrow$  रेखा  $y = x + c$  बिन्दु (5, 7) से गुजरती है।

$$x = 5 \text{ और } y = 7 \text{ इस समीकरण में रखने पर}$$

$$7 = 5 + c \Rightarrow c = 2$$

$\therefore$  रेखा का समीकरण :-  $y = x + 2$

**Ex. 23** रेखा  $3y = 2x + 9$  की प्रवणता ज्ञात करो।

$$\text{Sol<sup>n</sup>. } \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{9}{3}$$

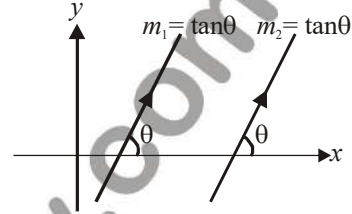
$$y = \frac{2}{3}x + 3 \quad [y = mx + c \text{ से तुलना करने पर}]$$

$$\Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

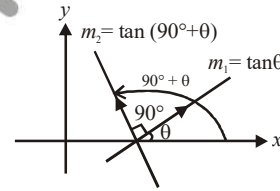
**नोट:**

(a) यदि दो रेखाएँ एक-दूसरे समांतर हैं तो उनकी प्रवणताएँ बराबर होंगी।

$$\Rightarrow m_1 = m_2$$



(b) यदि दो रेखाएँ एक-दूसरे के लम्बवत हैं, तो उनकी प्रवणताओं का गुणफल  $-1$  होगा।



$$m_1 = \tan \theta, m_2 = \tan(90^\circ + \theta) = -\cot \theta$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$$

**Ex. 24** यदि दो रेखाएँ  $2y = 3x + 5$  और  $4y = kx + 11$  एक-दूसरे के समांतर हैं, तब  $k$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ पहली रेखा की प्रवणता  $m_1 = 3/2$  और दूसरी रेखा की प्रवणता  $m_2 = k/4$  क्योंकि रेखाएँ समांतर हैं—

$$\text{तब } k/4 = 3/2 \Rightarrow k = 6$$

**Ex. 25** यदि दो रेखाएँ  $y = x + 15$  और  $4y = kx + 11$  एक दूसरे के लम्बवत हैं, तब  $k$  का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ पहली रेखा की प्रवणता  $m_1 = 1$  और दूसरी रेखा की प्रवणता  $m_2 = k/4$  क्योंकि रेखाएँ लम्बवत हैं।

$$\text{तब } (k/4) \cdot (1) = -1 \Rightarrow k = -4$$

**Ex. 26** उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो रेखा  $5x + 7y = 199$  के समांतर है और बिन्दु (2, 1) से गुजरती है।

**Sol<sup>n</sup>.** यदि दो रेखाएँ समांतर हैं तो उनकी प्रवणता बराबर होगी।



$$\text{प्रवणता} = -\frac{x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}}$$

रेखा की प्रवणता  $x$  और  $y$  के गुणांक पर निर्भर करती है, यदि दो रेखाएँ समांतर हैं, तो दोनों रेखाओं के  $x$  और  $y$  के गुणांक बराबर होंगे।

तो रेखा  $5x + 7y = 199$  के समांतर दूसरी रेखा का समीकरण  $5x + 7y = \lambda$  होगा।

यदि यह रेखा बिन्दु  $(2, 1)$  से गुजरती है, तो यह बिन्दु इस रेखा को संतुष्ट करेगा।

$$\Rightarrow 5(2) + 7(1) = \lambda$$

$$\Rightarrow \lambda = 17$$

अतः रेखा का समीकरण  $\Rightarrow 5x + 7y = 17$

**Ex. 27** उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो रेखा  $4x + 3y = 111$  के लम्बवत है और बिन्दु  $(3, 2)$  से गुजरती है।

**Sol<sup>n</sup>.** रेखा की प्रवणता  $x$  और  $y$  के गुणांक पर निर्भर करती है, यदि दो रेखाएँ लम्बवत हैं, तो दोनों रेखाओं के  $x$  और  $y$  के गुणांक आपस में बदल जाएंगे और विपरित चिन्ह के होंगे। (the coefficient of  $x$  &  $y$  will be interchanged with opposite sign.)

तब रेखा  $4x + 3y = 111$  के लम्बवत दूसरी रेखा

$$3x - 4y = \lambda \text{ होगी।}$$

यह रेखा बिन्दु  $(3, 2)$  से गुजरती है, तो यह बिन्दु रेखा की समीकरण को संतुष्ट करेगा।

$$\Rightarrow 3(3) - 4(2) = \lambda \Rightarrow \lambda = 1$$

अतः रेखा की समीकरण  $\Rightarrow 3x - 4y = 1$

**रेखाओं के प्रकार (Types of lines):**

माना दो रेखाएँ हैं जिनका समीकरण निम्न हैं।

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \dots(i)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \dots(ii)$$

(a) **प्रतिच्छेदी रेखाएँ (Intersecting lines):** यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को काटती हैं तो उन रेखाओं की समीकरण से अद्वितीय हल (unique solution) प्राप्त होगा। तब इसकी शर्त होगी—

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \quad \begin{array}{l} \diagup a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ \diagdown a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array}$$

$(x, y) \rightarrow$  अद्वितीय हल

(b) **समांतर रेखाएँ (Parallel lines):** यदि दो रेखाएँ समांतर हैं, तो वे आपस में कभी नहीं काट सकती इसलिये उन रेखाओं की समीकरण से कोई हल नहीं (no solution) प्राप्त होगा। तब इसकी शर्त होगी।

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

$$\begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array}$$

उदाहरण.  $2x + 3y = 11 \quad \dots(i)$

$$4x + 6y = 38 \quad \dots(ii) \text{ दो समांतर रेखाएँ}$$

हैं क्योंकि  $4x + 6y = 38 \Rightarrow 2x + 3y = 19$

(c) **सम्पाती रेखाएँ (Coincident lines):** यदि दो रेखाएँ एक दूसरे पर सम्पाती हैं, तब इन रेखाओं के समीकरण से अनंत हल (infinite solution) प्राप्त होंगे।

$$\begin{array}{c} \text{A} \text{-----} \text{B} \text{-----} \text{C} \\ \text{-----} \end{array}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

उदाहरण:  $x + y = 5$

$$2x + 2y = 10$$

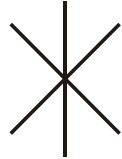
**Ex. 28** यदि रेखाएँ  $3x + 2y = 11$  और  $kx + 4y = 22$  सम्पाती रेखाएँ हैं तब  $k$  का मान क्या होगा?

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. & \Rightarrow \frac{3}{k} = \frac{2}{4} = \frac{11}{22} = \frac{1}{2} \\ & \Rightarrow k = 6 \end{aligned}$$

**Ex. 29** यदि दो रेखाओं की समीकरण  $2x + 3y = 122$  और  $4x + ky = 119$  से अद्वितीय हल प्राप्त होता है, तब  $k$  होगा।

$$\text{Sol}^n. \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{2}{4} \neq \frac{3}{k} \Rightarrow k \neq 6$$

- (D) **संगामी रेखाएँ (Concurrent lines):** यदि दो से अधिक रेखाएँ एक ही बिन्दु से गुजरती हों तो उन रेखाओं को संगामी रेखाएँ कहते हैं।



$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \dots(i)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \dots(ii)$$

$$a_3x + b_3y + c_3 = 0 \quad \dots(iii)$$

यदि ऊपर की तीन रेखाएँ संगामी हैं तब

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

or

$$a_1(b_2c_3 - c_2b_3) - b_1(a_2c_3 - c_2a_3) + c_1(a_2b_3 - b_2a_3) = 0$$

- Ex. 30** यदि रेखाएँ  $4x + 3y = k$ ,  $2x + 3y = 12$  और  $x + y = 5$  संगामी हैं, तब  $k$  का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** ऊपर दिए गए सूत्र से हम  $k$  का मान ज्ञात कर सकते हैं, किन्तु हम एक दूसरी अवधारणा (concept) का प्रयोग करेंगे।

हम दो रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु को ज्ञात कर लेंगे और तीसरी रेखा भी उसी बिन्दु से गुजरेगी तो हम उस बिन्दु को तीसरी रेखा में रख कर  $k$  का मान ज्ञात कर लेंगे।

$$2x + 3y = 12 \quad \dots(i)$$

$$x + y = 5 \Rightarrow 2x + 2y = 10 \quad \dots(ii)$$

हल करने पर  $\Rightarrow x = 3$  &  $y = 2$

इन मानों को समीकरण  $4x + 3y = k$  में रखने पर।

$$\begin{aligned} \Rightarrow k &= 4(3) + 3(2) \\ &= 12 + 6 = 18 \end{aligned}$$

- (E) **लम्बवत रेखाएँ (Perpendicular lines):**

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

यदि दो रेखाएँ लम्बवत हैं तब  $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$\Rightarrow \left(-\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \left(-\frac{a_2}{b_2}\right) = -1$$

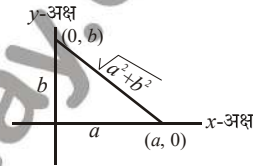
$$\Rightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

- Ex. 31** यदि रेखाएँ  $3x + 4y + 9 = 0$  और  $kx + 6y + 41 = 0$  एक दूसरे के लम्बवत हैं, तो  $k$  का मान क्या होगा?

$$\text{Sol<sup>n</sup>.} \Rightarrow 3k + 24 = 0$$

$$\Rightarrow k = -8$$

- (3) **रेखा का अन्तःखण्ड रूप (Intercept form of a line):**



$$\Rightarrow (y - 0) = \frac{0 - b}{a - 0}(x - a)$$

$$\Rightarrow \frac{-y}{b} = \frac{x}{a} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (\text{रेखा का अन्तःखण्ड रूप})$$

जहाँ  $a$ ,  $x$ -अक्ष पर काटे गए अन्तःखण्ड की लम्बाई है तथा  $b$ ,  $y$ -अक्ष पर काटे गए अन्तःखण्ड की लम्बाई है।

**दो अक्ष के बीच काटे गए अन्तःखण्ड की लम्बाई**  $= \sqrt{a^2 + b^2}$

- Ex. 32** रेखा  $3x + 4y = 12$  द्वारा दोनों अक्ष के बीच काटे गए अन्तःखण्ड की लम्बाई क्या होगी?

$$\text{Sol<sup>n</sup>.} \Rightarrow \frac{3x}{12} + \frac{4y}{12} = \frac{12}{12} \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\text{यहाँ } a = 4, b = 3$$

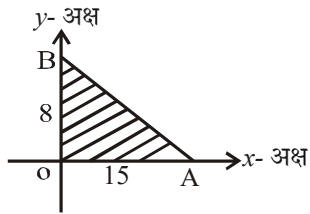
अक्षों के बीच अन्तःखण्ड की लम्बाई  $= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$x$ -अक्ष पर काटा गया अन्तःखण्ड  $\rightarrow 4$

$y$ -अक्ष पर काटा गया अन्तःखण्ड  $\rightarrow 3$

**Ex. 33** रेखाएँ  $8x + 15y = 120$ ,  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\Rightarrow \frac{8x}{120} + \frac{15y}{120} = 1 \Rightarrow \frac{x}{15} + \frac{y}{8} = 1$

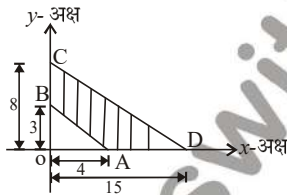


त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल  $= \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60$

**Ex. 34** चार रेखाओं  $8x + 15y = 120$ ,  $3x + 4y = 12$ ,  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष द्वारा बने चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा।

**Sol<sup>n</sup>.**  $8x + 15y = 120 \Rightarrow \frac{x}{15} + \frac{y}{8} = 1$

$3x + 4y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

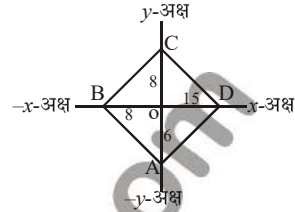


चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल  
 $= \Delta OCD$  का क्षेत्रफल  $- \Delta OAB$  का क्षेत्रफल  
 $= \frac{1}{2} \times 15 \times 8 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 60 - 6 = 54$

**Ex. 35** चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसके विकर्ण AC और BD क्रमशः  $x$ -अक्ष, और  $y$ -अक्ष है। रेखा AB का समीकरण  $3x + 4y = -24$  और CD का समीकरण  $8x + 15y = 120$  है।

**Sol<sup>n</sup>.**  $3x + 4y = -24 \Rightarrow \frac{x}{-8} + \frac{y}{-6} = 1$

$8x + 15y = 120 \Rightarrow \frac{x}{15} + \frac{y}{8} = 1$



चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = त्रिभुजों OCD, OBC, OAB और OAD के क्षेत्रफलों का योग  
 $= \frac{1}{2} \times [(8 \times 15) + (8 \times 8) + (8 \times 6) + (15 \times 6)]$   
 $= 161$  वर्ग इकाई

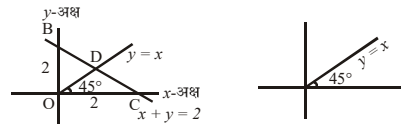
**विधि - 2**

यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण लम्बवत हों तब उसका

क्षेत्रफल  $= \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 23 \times 14 = 161$

**Ex. 36** रेखाएँ  $x + y = 2$ ,  $y = x$  और  $x$ -अक्ष द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**

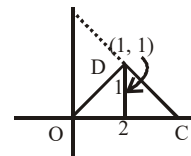


$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$ , OD त्रिभुज OBC की माध्यिका होगी तो यह त्रिभुज को दो बराबर क्षेत्रफलों वाले भाग में विभाजित करेगी।

$\Delta OBC$  का क्षेत्रफल  $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

$\Delta ODC$  का क्षेत्रफल  $= \frac{1}{2} \times \Delta OBC$  का क्षेत्रफल  $= 1$

**विधि 2 :** हल करने पर रेखाएँ  $x = y$  और  $x + y = 2$  का प्रतिच्छेद बिन्दु (1, 1) होगा।



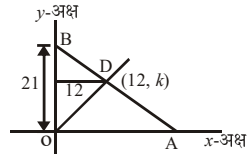
त्रिभुज ODC का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$  वर्ग इकाई

**Ex. 37** तीन रेखाओं  $3x + 4y = 84$ ,  $y = x$  और  $y$ -अक्ष द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{x}{28} + \frac{y}{21} = 1$

रेखाओं  $3x + 4y = 84$  और  $y = x$  के प्रतिच्छेद बिन्दु का  $x$  निर्देशांक ज्ञात करते हैं।

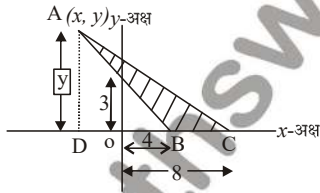
[समीकरण (i) में  $x = y$  रखने पर]  $\Rightarrow 3x + 4x = 84$   
 $7x = 84 \Rightarrow x = 12$



$\Delta ODB$  का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times 21 \times 12 = 126$

**Ex. 38** तीन रेखाओं  $3x + 4y = 12$ ,  $5x + 8y = 40$  और  $x$ -अक्ष द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$  और  $\frac{x}{8} + \frac{y}{5} = 1$



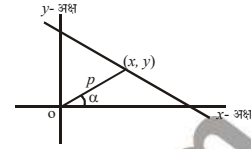
समीकरण  $3x + 4y = 12$  और  $5x + 8y = 40$  को हल करने पर इन रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु  $A(-16, 15)$  होगा। इस बिन्दु का  $y$ -निर्देशांक त्रिभुज ABC की ऊँचाई होगी जो 15 के बराबर है।

आधार  $BC = 8 - 4 = 4$ , ऊँचाई  $AD = 15$

ABC का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$

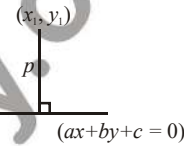
=  $\frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$  वर्ग इकाई

(4) रेखा का अभिलम्ब रूप (Normal form of a line):



$\Rightarrow x \sin \alpha + y \cos \alpha = p$

एक बिन्दु से किसी रेखा की लम्बवत दूरी:-  
 (Perpendicular distance from a point to the straight line)



$p = \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

**Ex. 39** बिन्दु (2, 3) की रेखा  $3x + 4y + 7 = 0$  से लम्बवत दूरी क्या होगी?

**Sol<sup>n</sup>.**  $p = \left| \frac{3(2) + 4(3) + 7}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \right|$   
 $= \left| \frac{6 + 12 + 7}{5} \right| = \frac{25}{5} = 5$

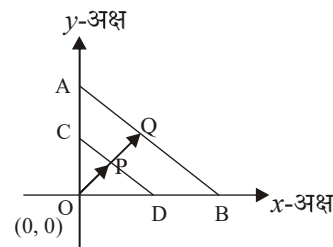
**नोट-1 :** मूल बिन्दु (0, 0) की रेखा  $ax + by + c = 0$  से लम्बवत

दूरी =  $\left| \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$ .

**नोट-2 :** दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी

(Distance between two parallel lines)

(दो समांतर रेखाओं  $x$  और  $y$  के गुणांक बराबर होते हैं।)



$$\text{रेखा AB} \equiv ax + by + c_1 = 0$$

$$\text{रेखा CD} \equiv ax + by + c_2 = 0$$

रेखा AB और CD के बीच की दूरी, दोनों रेखाओं पर मूल बिन्दु से डाले गए लम्ब के लम्बाईओं के अन्तर के बराबर होगी।

यदि AB और CD के बीच की दूरी  $PQ = d$

$$\text{तब, } d = |OQ - OP|$$

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

**Ex. 40** दो समांतर रेखाओं  $3x + 4y + 12 = 0$  और  $3x + 4y - 13 = 0$  के बीच की दूरी ज्ञात करो।

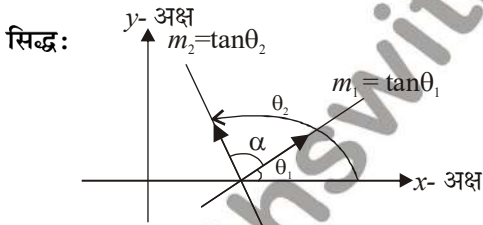
$$\text{Sol}^n. \quad d = \frac{|12 - (-13)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{25}{5} = 5$$

**दो रेखाओं के मध्य कोण (Angle between two lines):**

यदि दो रेखाओं की समीकरण  $y = m_1x + c_1$  और  $y = m_2x + c_2$  हैं।

एक लम्ब  $d$  लम्बाई है, तब

$$\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$



चित्र से  $\alpha = \theta_2 - \theta_1$

दोनों पक्षों का  $\tan$  लेने पर

$$\tan \alpha = \tan (\theta_2 - \theta_1)$$

$$= \frac{\tan \theta_2 - \tan \theta_1}{1 + \tan \theta_2 \tan \theta_1}$$

$$\therefore \tan \alpha = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} \right|$$

**Ex. 41** दो रेखाओं  $x - 3y + 13 = 0$  और  $x + 2y - 11 = 0$  के बीच का कोण क्या होगा?

$$\text{Sol}^n. \quad 3y = x + 13 \Rightarrow y = \frac{x}{3} + \frac{13}{3} \text{ तब } m_1 = \frac{1}{3}$$

$$2y = -x + 11 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2} \text{ तब } m_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 + \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2}\right)} \right| = \left| \frac{\frac{5}{6}}{1 - \frac{1}{6}} \right| = 1$$

$$\therefore \alpha = 45^\circ$$

**Ex. 42** दो रेखाओं  $x \sin \alpha + y \cos \alpha = p_1$ , और  $x \sin \beta + y \cos \beta = p_2$  का कोण क्या होगा?

$$\text{Sol}^n. \Rightarrow x \sin \alpha + y \cos \alpha = p_1$$

$$y = \frac{-x \sin \alpha + p_1}{\cos \alpha} = -x \tan \alpha + p_1 \sec \alpha$$

$$\Rightarrow x \sin \beta + y \cos \beta = p_2$$

$$y = \frac{-x \sin \beta + p_2}{\cos \beta} = -x \tan \beta + p_2 \sec \beta$$

$$m_1 = -\tan \alpha \text{ और } m_2 = -\tan \beta$$

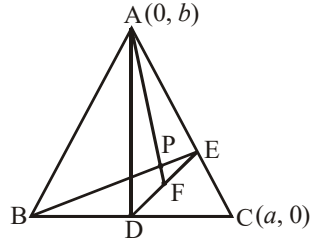
माना दोनों रेखाओं के बीच कोण  $\theta$  है।

$$\Rightarrow \tan \theta = \left| \frac{-\tan \alpha + \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right| = \tan (\beta - \alpha)$$

$$\therefore \theta = (\beta - \alpha)$$

**Ex. 43** त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें  $AB = AC$ . बिन्दु D, भुजा BC का मध्य बिन्दु है। बिन्दु E, भुजा AC पर बिन्दु D से डाले गए लम्ब का पाद है। बिन्दु F भुजा DE का मध्य बिन्दु है, तब AF और BE के बीच कोण होगा?

**Sol}^n.** बिन्दु D को मूल बिन्दु और BC को x-अक्ष लिया। तब बिन्दु B और बिन्दु C के निर्देशांक क्रमशः  $(-a, 0)$  और  $(a, 0)$  होंगे। चूँकि ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, शीर्ष A से गुजरने वाला लम्ब AD, y-अक्ष को प्रदर्शित करेगा।



माना बिन्दु A (0, b) है।

$$AC \text{ का समीकरण } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \dots(i)$$

$$DE \text{ का समीकरण } y = \frac{a}{b}x \quad \dots(ii)$$

यहाँ, DE, AC के लम्बवत है।

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

$$\text{तब बिन्दु E} \equiv \left( \frac{ab^2}{a^2+b^2}, \frac{a^2b}{a^2+b^2} \right)$$

यहाँ, DE का मध्य बिन्दु F है।

$$\text{तब बिन्दु F} \equiv \left( \frac{ab^2}{2(a^2+b^2)}, \frac{a^2b}{2(a^2+b^2)} \right)$$

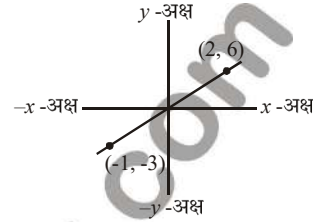
$$\text{BE की प्रवणता } m_1 = \frac{\frac{a^2b}{a^2+b^2} - 0}{\frac{ab^2}{a^2+b^2} + a} = \frac{ab}{(2b^2+a^2)}$$

$$\text{AF की प्रवणता } m_2 = \frac{\frac{a^2b}{2(a^2+b^2)} - b}{\frac{ab^2}{2(a^2+b^2)}} = \frac{-(2b^2+a^2)}{ab}$$

$$\text{AF और BE के बीच का कोण} = \frac{\pi}{2} \quad (\because m_1 \cdot m_2 = -1)$$

आलेख पर पूछे गए प्रश्न (SSC में)

Ex. 44 नीचे दिए गए चित्र में मूल बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण क्या होगा?

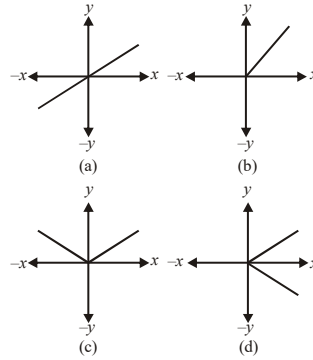


$$\text{Sol}^n. \text{ रेखा की प्रवणता} = \frac{6 - (-3)}{2 - (-1)} = \frac{9}{3} = 3$$

मूल बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण  $y = mx$  होता है।

$$m = 3 \quad \therefore y = 3x$$

Ex. 45  $y = x + |x|$  का आलेख निम्न में से कौन सा होगा?



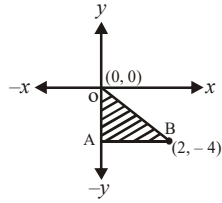
$$\text{Sol}^n. y = x + |x|$$

$$y = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$\therefore |x|$  की परिभाषा निम्न होती है—

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

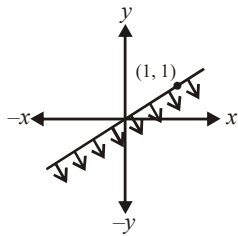
Ex. 46 निम्न चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



Sol<sup>n</sup>. OA = 4 और AB = 2

तब, त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

Ex. 47 निम्न में से कौन-सा सम्बंध है?



- (a)  $y \leq x$
- (b)  $y \geq x$
- (c)  $y \leq -x$
- (d)  $y \geq -x$

Sol<sup>n</sup>. बिन्दु (1, 1) इस रेखा पर स्थित है, इसलिए इस रेखा का

समीकरण  $y = x$  या  $\frac{y}{x} = 1 = \tan 45^\circ$

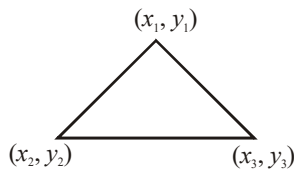
इस रेखा से नीचे का क्षेत्र  $45^\circ$  से कम कोण बनाएगा इसलिए रेखा की प्रवणता एक से कम होगी।

( $\therefore \tan \theta < 1$ , when  $\theta < 45^\circ$ )

$$m = \frac{y}{x} \leq 1 \Rightarrow y \leq x \quad (\because y = mx)$$

**त्रिभुज (Triangles)**

माना एक त्रिभुज ABC जिसके शीर्ष  $[(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  और  $(x_3, y_3)]$  हैं।



तब, त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + 1(x_2y_3 - y_2x_3)]$$

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

**नोट 1 :** एक समबाहु त्रिभुज के सभी शीर्षों के निर्देशांक परिमेय संख्या नहीं हो सकते। उदाहरण के लिए— यदि एक त्रिभुज के शीर्ष  $(2, -5), (6, 7)$  और  $(5, 4)$  हैं, तब वह समबाहु त्रिभुज नहीं हो सकता क्योंकि समबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफल में  $\sqrt{3}$  होता है और यदि सभी शीर्षों के निर्देशांक परिमेय संख्या होंगे तो ऊपर दिए गए क्षेत्रफल के सूत्र से क्षेत्रफल निकालने पर कभी भी  $\sqrt{3}$  नहीं आएगा।

**नोट 2 :** यदि तीन बिन्दु  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  और  $(x_3, y_3)$  संरेखीय हो तो इनके द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा।

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

या

$$x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$$

Ex. 48 यदि बिन्दु  $(p, q), (m, n)$  और  $(p - m, q - n)$

संरेखीय हों तो  $p, q, m$  और  $n$  में क्या सम्बंध होगा?

- (a)  $pq = mn$
- (b)  $mp = nq$
- (c)  $np = qm$
- (d) इनमें से कोई नहीं

Sol<sup>n</sup>. हम ऊपर दिए गए सूत्र से भी यह संबंध ज्ञात कर सकते हैं। परन्तु गणना करना कठिन होगा। इसलिए एक दूसरी अवधारणा (concept) का प्रयोग करेंगे।



प्रत्येक रेखा की प्रवणता अद्वितीय (unique) होती है। इसलिए हम रेखा AB और AC की प्रवणता को बराबर करते हैं।

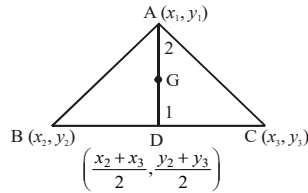
$$\text{प्रवणता} = \frac{q-n}{p-m} = \frac{q-q+n}{p-p+m}$$

$$np - mn = mq - mn$$

$$np = mq$$

**त्रिभुज का केन्द्रक (Centroid of Triangle)**

त्रिभुज का केन्द्रक माध्यिकाओं का कटान बिन्दु होता है।



त्रिभुज ABC में AD माध्यिका है, और केन्द्रक G है। बिन्दु D भुजा BC का मध्य बिन्दु होगा। और G माध्यिका AD को 2 : 1 में अन्तः विभाजित करेगा।

अन्तः विभाजन सूत्र का प्रयोग करके हम केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कर सकते हैं।

$$G \equiv \left( \frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \right)$$

**Ex. 49** यदि  $x - 2y + k = 0$  एक त्रिभुज की माध्यिका का समीकरण है जिसके शीर्ष  $(-1, 3)$ ,  $(0, 4)$  और  $(-5, 2)$  है, तब  $k$  का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ हम यह नहीं तय कर सकते की माध्यिका त्रिभुज के किस शीर्ष से गुजरेगी किन्तु यह निश्चित है की माध्यिका त्रिभुज के केन्द्रक से गुजरेगी।

त्रिभुज का केन्द्रक

$$\equiv \left( \frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \right)$$

$$\equiv \left( \frac{-1+0-5}{3}, \frac{3+4+2}{3} \right) \equiv (-2, 3)$$

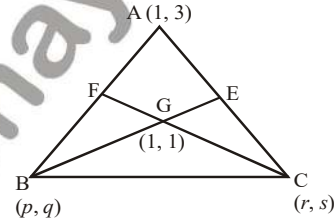
बिन्दु  $(-2, 3)$  माध्यिका के समीकरण में रखने पर

$$\Rightarrow (-2) - 2(3) + k = 0$$

$$\Rightarrow k = 2 + 6 = 8$$

**Ex. 50** त्रिभुज ABC का एक शीर्ष  $A(1, 3)$  है और माध्यिकाएँ BE और CF के समीकरण  $x - 2y + 1 = 0$  और  $y - 1 = 0$ । तब इस त्रिभुज के सभी भुजाओं के समीकरण ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** दोनों माध्यिकाओं के समीकरण को हल करने पर केन्द्रक के निर्देशांक  $G(1, 1)$  होंगे।



माना दोनों शीर्ष  $B(p, q)$  और  $C(r, s)$  है। F, रेखा BF  $\Rightarrow y = 1$  और भुजा AB का मध्यबिंदु है।

$$\therefore \frac{3+q}{2} = 1 \Rightarrow q = -1$$

केन्द्रक G का  $y$ -निर्देशांक =  $\left( \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \right)$

$$\Rightarrow \frac{3+q+s}{3} = 1 \Rightarrow q+s=0$$

$$\Rightarrow s = -q = 1$$

E, भुजा AC, का मध्यबिंदु है।

$$\therefore \frac{3+s}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 = E \text{ का } y\text{-निर्देशांक}$$

यह E का  $y$ -निर्देशांक माध्यिका BE  $\Rightarrow x - 2y + 1 = 0$  पर होगा।

$$\therefore x = 3 \text{ क्योंकि } y = 2$$

$$\frac{1+r}{2} = 3 \text{ या } r = 5$$

$\therefore$  बिन्दु  $C(5, 1)$  और बिन्दु  $B(p, -1)$  है।



$$\therefore \frac{1+p+5}{3} = 1 \Rightarrow p = -3$$

तब बिन्दु B  $\equiv (-3, -1)$

दो बिन्दुओं से जाने वाली रेखा के समीकरण ज्ञात करने

के सूत्र  $(y - y_1) = \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1)$  से तीनों

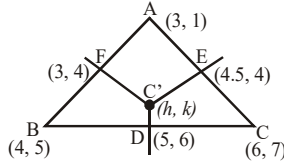
रेखाओं का समीकरण निम्न होगा।

$$x + 2y - 7 = 0, \quad x - 4y - 1 = 0 \quad \text{और} \quad x - y + 2 = 0$$

### परिकेन्द्र (Circumcentre)

त्रिभुज का परिकेन्द्र भुजाओं के लम्ब समद्विभाजकों का कटान बिन्दु होता है।

त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात करने के लिए हम निम्न त्रिभुज का उदाहरण लेते हैं।



यहाँ:  $DC' \perp BC$ ,  $EC' \perp AC$  और  $FC' \perp AB$

$\Rightarrow$  माना परिकेन्द्र के निर्देशांक  $C'(h, k)$

$$\therefore \text{रेखा } C'D \text{ की प्रवणता} = \left( \frac{k-6}{h-5} \right)$$

$$\text{रेखा } BC \text{ की प्रवणता} = \left( \frac{7-5}{6-4} \right) = 1$$

$$(\text{रेखा } C'D \text{ की प्रवणता}) \times (\text{रेखा } BC \text{ की प्रवणता}) = -1$$

$$\left( \frac{k-6}{h-5} \right) \times 1 = -1 \Rightarrow h+k=11 \quad \dots(1)$$

$$\text{रेखा } C'E \text{ की प्रवणता} = \left( \frac{k-4}{h-4.5} \right)$$

$$\text{रेखा } AC \text{ की प्रवणता} = \left( \frac{7-1}{6-3} \right) = 2$$

$$(\text{रेखा } C'E \text{ की प्रवणता}) \times (\text{रेखा } AC \text{ की प्रवणता}) = -1$$

$$\left( \frac{k-4}{h-4.5} \right) \times 2 = -1 \Rightarrow h+2k=12.5 \dots(2)$$

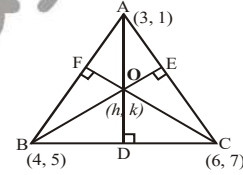
समीकरण (1) और (2) का हल करने पर

$$(h, k) \equiv (10.5, 1.5)$$

### लम्बकेन्द्र (Orthocentre)

त्रिभुज का लम्बकेन्द्र ऊँचाईयों (शीर्ष से भुजाओं पर डाले गए लम्ब) का कटान बिन्दु होता है।

त्रिभुज का लम्बकेन्द्र ज्ञात करने के लिए हम निम्न त्रिभुज का उदाहरण लेते हैं।



यहाँ:  $AD \perp BC$ ,  $BE \perp AC$  और  $CF \perp AB$

$\Rightarrow$  माना लम्ब केन्द्र के निर्देशांक  $O(h, k)$  है।

$$\therefore \text{रेखा } AD \text{ की प्रवणता} = \left( \frac{k-1}{h-3} \right)$$

$$\text{रेखा } BC \text{ की प्रवणता} = \left( \frac{7-5}{6-4} \right) = 1$$

$$(\text{रेखा } AD \text{ की प्रवणता}) \times (\text{रेखा } BC \text{ की प्रवणता}) = -1$$

$$\left( \frac{k-1}{h-3} \right) \times 1 = -1 \Rightarrow h+k=4 \quad \dots(1)$$

$$\text{रेखा } CF \text{ की प्रवणता} = \left( \frac{k-7}{h-6} \right)$$

$$\text{रेखा } AB \text{ की प्रवणता} = \left( \frac{5-1}{4-3} \right) = 4$$

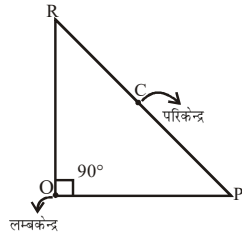
$$(\text{रेखा } CF \text{ की प्रवणता}) \times (\text{रेखा } AB \text{ की प्रवणता}) = -1$$

$$\left( \frac{k-7}{h-6} \right) \times 4 = -1 \Rightarrow 4h+k=31 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) और (2) हल करने पर

$$(h, k) \equiv (9, -5)$$

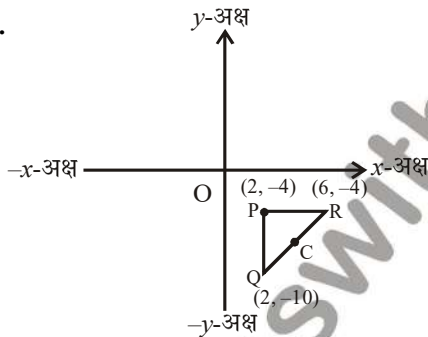
**नोट:** सामान्यतः परीक्षा में किसी सामान्य त्रिभुज में परिकेन्द्र और लम्बकेन्द्र के निर्देशांक नहीं पूछे जाते हैं। अब तक समकोण त्रिभुज में ही परिकेन्द्र और लम्बकेन्द्र के निर्देशांक पूछे गए हैं।



किसी भी समकोण त्रिभुज में कर्ण का मध्य बिन्दु परिकेन्द्र तथा समकोण वाला शीर्ष लम्ब केन्द्र होता है।

**Ex. 51** उस त्रिभुज के परिकेन्द्र तथा लम्बकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात करो जिसके शीर्ष  $(2, -4)$ ,  $(6, -4)$  और  $(2, -10)$  हैं।

**Sol<sup>n</sup>.**



इस त्रिभुज PQR का परिकेन्द्र भुजा QR का मध्य बिन्दु

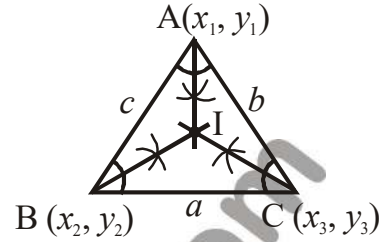
$$C \equiv \left( \frac{2+6}{2}, \frac{-10-4}{2} \right) = (4, -7)$$

इस त्रिभुज PQR का लम्बकेन्द्र समकोण वाला शीर्ष

$$P \equiv (2, -4)$$

**अन्तःकेन्द्र (Incentre)**

किसी त्रिभुज का अन्तःकेन्द्र सभी शीर्ष कोणों के समद्विभाजकों का कटान बिन्दु होता है।



अन्तःकेन्द्र के निर्देशांक:

$$I \equiv \left( \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

जहाँ  $a, b, c$  त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई है।

**मूल बिन्दु से गुजरने वाली रेखा युग्म का समीकरण (Pair of straight lines passing through origin)**

$$\text{मानक समीकरण: } ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$$

यदि दोनों रेखाओं के बीच कोण  $\theta$  है, तब

$$\tan \theta = \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a+b}$$

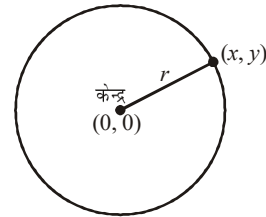
$\Rightarrow$  यदि  $a + b = 0$  है, तब  $\tan \theta = \infty \Rightarrow \theta = 90^\circ$

**Ex. 52** समीकरण  $3x^2 - 11xy - 3y^2 = 0$  से प्रदर्शित होने वाली दोनों रेखाओं के बीच का कोण क्या होगा।

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ  $a + b = 3 - 3 = 0$ ,

तब रेखाओं के बीच का कोण  $90^\circ$  होगा।

**वृत्त (Circle)**



$$\Rightarrow r = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$$

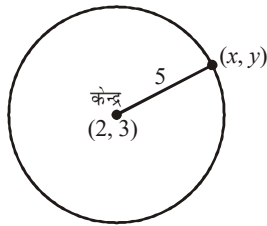
$$\Rightarrow x^2 + y^2 = r^2 \text{ वृत्त की समीकरण है।}$$

**Ex.53** यदि किसी वृत्त की समीकरण  $x^2 + y^2 = 25$  है, तो इसकी त्रिज्या और केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** केन्द्र = (0, 0)  
त्रिज्या = 5

**Ex. 54** उस वृत्त का समीकरण ज्ञात करो जिसका केन्द्र (2, 3) और त्रिज्या 5 है।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\begin{aligned} \Rightarrow r^2 &= (x-2)^2 + (y-3)^2 \\ \Rightarrow 25 &= (x-2)^2 + (y-3)^2 \\ \therefore x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 &= 0 \\ \text{वृत्त का मानक समीकरण} \\ x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c &= 0 \\ \text{जहाँ केन्द्र} &\equiv (-g, -f) \end{aligned}$$

$$\text{त्रिज्या} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

**Ex. 55** यदि किसी वृत्त की समीकरण  $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 11 = 0$  है, तब इसके केन्द्र के निर्देशांक और त्रिज्या ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** समीकरण  $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 11 = 0$  की वृत्त की मानक समीकरण  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  से तुलना करने पर,

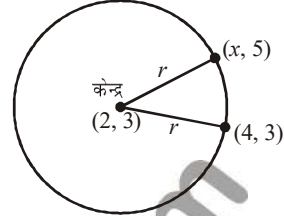
$$g = 3, f = 4 \text{ और } c = 11$$

$$\text{तब केन्द्र} \equiv (-g, -f) \equiv (-3, -4)$$

$$\text{त्रिज्या} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 - 11} = \sqrt{14}$$

**Ex. 56** यदि दो बिन्दु (x, 5) और (4, 3) एक वृत्त की परिधि पर स्थित हैं, तथा वृत्त के केन्द्र के निर्देशांक (2, 3) है तब x का मान ज्ञात करें।

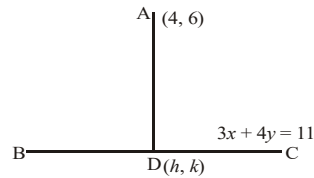
**Sol.**



$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x-2)^2 + (5-3)^2} \\ &= \sqrt{(4-2)^2 + (3-3)^2} \\ (x-2)^2 &= 0 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

**लम्ब का पाद (Foot of the Perpendicular):**

**Ex. 57** नीचे दिए गए चित्र में लम्ब के पाद का निर्देशांक क्या होगा।



माना (h, k) के लम्ब AD के पाद के निर्देशांक है, जो रेखा BC  $\equiv 3x + 4y = 11$  पर बिन्दु (4, 6) से डाला गया है।  
(रेखा AD की प्रवणता)  $\times$  (रेखा BC की प्रवणता) = -1

$$\left(\frac{k-6}{h-4}\right)\left(\frac{-3}{4}\right) = -1 \Rightarrow 4h - 3k = -2 \quad \dots(i)$$

बिन्दु (h, k) रेखा  $3x + 4y = 11$  पर स्थित है, इसलिए  
 $3h + 4k = 11 \quad \dots(ii)$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

$$(h, k) \equiv (1, 2)$$

**चतुर्भुज (Quadrilateral)**

एक चतुर्भुज ABCD है, जिसके शीर्ष A(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) B(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>), C(x<sub>3</sub>, y<sub>3</sub>) और D(x<sub>4</sub>, y<sub>4</sub>) तब चतुर्भुज क्या होगा—समचतुर्भुज, वर्ग, आयत, या समान्तर चतुर्भुज ?

**चरण I:** पहले विकर्णों की लम्बाई ज्ञात करते हैं। दो स्थितियाँ संभव हैं—

(i) case I  $\rightarrow$  विकर्ण समान  $\rightarrow$  (वर्ग या आयत)

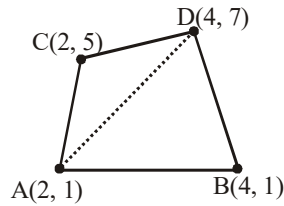
- (ii) case II  $\rightarrow$  विकर्ण असमान  $\rightarrow$  (समचतुर्भुज या समांतर चतुर्भुज)

**चरण II:** विकर्णों की प्रवणता ज्ञात करते हैं। दो स्थितियाँ संभव है।

- (i) case I  $\rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \rightarrow$  (समचतुर्भुज या वर्ग)  
 (ii) case II  $\rightarrow m_1 \cdot m_2 \neq -1 \rightarrow$  (आयत या समांतर चतुर्भुज)

**Ex. 58** उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो, जिसके शीर्ष (2, 1), (4, 1), (2, 5) और (4, 7) है।

**Sol<sup>n</sup>.**



त्रिभुज ADC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [2(7 - 5) + 4(5 - 1) + 2(1 - 7)] = 4$$

त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

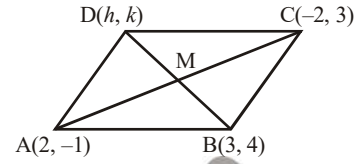
$$= \frac{1}{2} [2(1 - 7) + 4(7 - 1) + 4(1 - 1)] = 6$$

अतः चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = त्रिभुज ADC का क्षेत्रफल + त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = 4 + 6 = 10 वर्ग ईकाई

**Ex. 59** यदि किसी समचतुर्भुज के तीन शीर्षों के निर्देशांक

(2, -1), (3, 4) और (-2, 3) चौथे शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**



माना शीर्ष D is (h, k).

M विकर्ण AC का मध्य बिन्दु होगा।

$$M \text{ के निर्देशांक } \equiv \left( \frac{-2+2}{2}, \frac{-1+3}{2} \right) \equiv (0, 1)$$

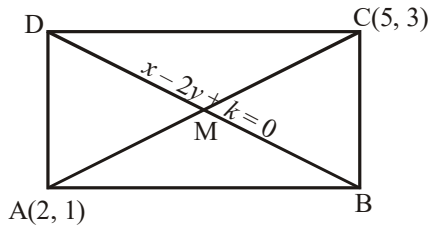
M विकर्ण BD का भी मध्य बिन्दु होगा।

$$M \text{ के निर्देशांक } \equiv \left( \frac{h+3}{2}, \frac{k+4}{2} \right) \equiv (0, 1)$$

हल करने पर,

$$D \equiv (h, k) \equiv (-3, -2)$$

**Ex. 60** यदि किसी आयत के एक विकर्ण के दो शीर्ष (2, 1) और (5, 3) है तथा दूसरे विकर्ण की समीकरण  $x - 2y + k = 0$  है, तब k का मान क्या होगा?



M विकर्ण AC और BD का मध्य बिन्दु है।

$$M \text{ के निर्देशांक } \equiv \left( \frac{2+5}{2}, \frac{3+1}{2} \right) \equiv (3.5, 2)$$

बिन्दु M रेखा  $x - 2y + k = 0$  पर स्थित है, इसलिए।

$$3.5 - 2 \times 2 + k = 0$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

## प्रश्नावली

1.  $x$ -अक्ष का समीकरण ज्ञात करो।  
(a)  $y=0$  (b)  $x=0$   
(c)  $x=1$  (d)  $y=2$
2.  $y$ -अक्ष का समीकरण ज्ञात करो।  
(a)  $y=0$  (b)  $x=0$   
(c)  $x=1$  (d)  $y=2$
3.  $x$ -अक्ष की प्रवणता ज्ञात करो।  
(a) 0 (b) 1  
(c) -1 (d)  $\infty$
4.  $y$ -अक्ष के प्रवणता ज्ञात करो।  
(a) 0 (b) 1  
(c) -1 (d)  $\infty$
5. निम्नलिखित में से कौन-सा समीकरण मूल बिन्दु से गुजरेगा?  
(a)  $2x+3y=1$  (b)  $3x-5y=-1$   
(c)  $5x+7y=0$  (d)  $2x-5y+1=0$
6. रेखा जिसका समीकरण  $2x-4=0$  है किस चतुर्थांश से गुजरेगी।  
(a) I, II (b) II, III  
(c) III, IV (d) IV, I
7. वक्र जिसका समीकरण  $x^2+y^2=25$  है किस चतुर्थांश से गुजरेगा।  
(a) I, II, III, IV (b) II, III, IV  
(c) III, IV (d) IV, I
8. रेखा जिसका समीकरण  $2x+3y=5$  है, किस चतुर्थांश से गुजरेगा।  
(a) I, II, III (b) II, III, IV  
(c) III, IV, I (d) I, II, IV
9. रेखा जिसका समीकरण  $x-3y-9=0$  किस चतुर्थांश से गुजरेगा।  
(a) I, II, III (b) II, III, IV  
(c) III, IV, I (d) I, II, IV
10. रेखा  $3x+4y-12=0$  द्वारा  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष पर काटे गये अन्तर्खण्ड की लम्बाई होगी।  
(a) 2 और 3 (b) 4 और 3  
(c) 3 और 5 (d) इनमें से कोई नहीं।
11. रेखा  $12x-9y=108$  द्वारा अक्षों के बची काटे गये अन्तर्खण्ड की लम्बाई होगी?  
(a) 12 इकाई (b) 18 इकाई  
(c) 15 इकाई (d) 9 इकाई
12. वह बिंदु ज्ञात करो जहाँ रेखा  $2x-3y=12$ ,  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष को काटती है?  
(a) (6, 0) और (0, 4) (b) (-6, 0) और (0, 4)  
(c) (6, 0) और (0, -4) (d) (4, 0) और (6, 0)
13. वह बिंदु ज्ञात करें जहाँ रेखा  $3x-5y=-15x$ ,  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष को काटती है?  
(a) (5, 0) और (0, -3) (b) (-5, 0) और (0, 3)  
(c) (-5, 0) और (0, -3) (d) (-3, 0) और (0, 5)
14. बिन्दु (3, 4) के बीच की दूरी से (i)  $x$ -अक्ष से (ii)  $y$ -अक्ष से (iii) मूल बिन्दु होगी—  
(a) 3, 4, 5 (b) 4, 3, 5  
(c) 5, 3, 4 (d) -3, 4, 5
15. रेखा P(3, 6) और Q(5, 6) के बीच की दूरी ज्ञात करो?  
(a) 2 (b) -2  
(c) 5 (d) 6
16. रेखा P(-2, 6) और Q(7, -1) के बीच की दूरी ज्ञात करो?  
(a)  $\sqrt{30}$  (b)  $\sqrt{24}$   
(c)  $\sqrt{96}$  (d)  $\sqrt{130}$
17. बिन्दु (1, 4) और (3, 8) से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता ज्ञात करो?  
(a) 5 (b) -2  
(c) -5 (d) 2
18. बिन्दु  $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$  और  $\left(3, \frac{4}{3}\right)$  से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता ज्ञात करो?  
(a)  $\frac{4}{15}$  (b)  $\frac{8}{15}$   
(c)  $\frac{16}{15}$  (d)  $-\frac{16}{15}$
19. रेखा की प्रवणता जो बिन्दु P(2, -1) और Q(-3, -5) से गुजरने वाली रेखा के लम्बवत है?  
(a)  $\frac{4}{5}$  (b)  $\frac{2}{3}$   
(c)  $-\frac{5}{4}$  (d)  $-\frac{4}{5}$

20. रेखा का प्रवणता ज्ञात करो जिसका समीकरण  $2x + 3y = 7$  है?
- (a)  $-\frac{3}{2}$  (b)  $-\frac{1}{2}$   
(c)  $\frac{2}{3}$  (d)  $-\frac{2}{3}$
21. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा  $8x - 3y = 24$ ,  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष से है?
- (a) 12 वर्ग ईकाई (b) 6 वर्ग ईकाई  
(c) 18 वर्ग ईकाई (d) 9 वर्ग ईकाई
22. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा  $5x + 3y = 12$ ,  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष से बना है?
- (a)  $\frac{24}{5}$  वर्ग ईकाई (b)  $\frac{12}{5}$  वर्ग ईकाई  
(c) 24 वर्ग ईकाई (d) 12 वर्ग ईकाई
23. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा  $x - 2y = 5$ ,  $2x + 3y = 10$  और  $x$ -अक्ष से बना है?
- (a)  $\frac{165}{12}$  वर्ग ईकाई (b)  $\frac{175}{12}$  वर्ग ईकाई  
(c) 15 वर्ग ईकाई (d) 12 वर्ग ईकाई
24. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा  $2x - 3y + 6 = 0$ ,  $2x + 3y - 18 = 0$  और  $y - 1 = 0$  से बना है?
- (a) 27 वर्ग ईकाई (b) 13.5 वर्ग ईकाई  
(c) 9 वर्ग ईकाई (d) इनमें से कोई नहीं
25. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा  $x + y = 4$ ,  $2x - y = 2x = 0$  से बना है?
- (a) 4 वर्ग ईकाई (b) 9 वर्ग ईकाई  
(c) 16 वर्ग ईकाई (d) 6 वर्ग ईकाई
26. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा  $2x + y = 6$  और  $4x + 2y = 24$  के द्वारा अक्षों पर कटे अन्तः खण्ड से बना है।
- (a) 18 वर्ग ईकाई (b) 54 वर्ग ईकाई  
(c) 16 वर्ग ईकाई (d) 27 वर्ग ईकाई
27. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो सीधी रेखा  $x + y = 2$  और  $3x + 4y = 24$  के द्वारा अक्षों पर कटे अन्तः खण्ड से बना है।
- (a) 22 वर्ग ईकाई (b) 26 वर्ग ईकाई  
(c) 44 वर्ग ईकाई (d) 11 वर्ग ईकाई
28. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो सरल रेखायें  $x = 1$ ,  $x = 3$ ,  $y = 2$  और  $x = y + 3$  के द्वारा बना है?
- (a) 6 वर्ग ईकाई (b) 12 वर्ग ईकाई  
(c) 3 वर्ग ईकाई (d) इनमें से कोई नहीं।
29. नीचे दिये गये समीकरण  $kx + 3y = k - 3$  और  $12x + ky = k$  के अन्ततः हल है।  $k$  का मान क्या होगा।
- (a)  $\pm 6$  (b) 6  
(c)  $-6$  (d) 7.2
30. यदि समीकरण निकाय  $x + 3y = k$  और  $2x + 6y = 2k$  के अन्ततः हल है तो  $k$  का मान क्या होगा?
- (a) 1 (b) 2  
(c)  $k$  के सभी वास्तविक मानों के लिए  
(d)  $k$  के किसी भी वास्तविक मानों के लिए नहीं
31.  $k$  के किस मान के लिए रेखाएँ  $5x + 20y = 11$  और  $2x + ky = 17$  प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं?
- (a)  $k \neq 8$  (b)  $k \neq 6$   
(c)  $k \neq 12$  (d)  $k \neq 11$
32.  $k$  के किस मान के लिए समीकरण निकाय  $5x + 3y = 3$  और  $12x + ky = 6$  का कोई हल नहीं होगा?
- (a)  $\pm 6$  (b) 6  
(c)  $-6$  (d) इनमें से कोई नहीं
33. बिन्दु  $(2, 7)$  से गुजरने वाली रेखा का समीकरण जिसकी प्रवणता 5 है।
- (a)  $5x - y - 3 = 0$  (b)  $5x - 3y = 7$   
(c)  $x - 5y = 3$  (d)  $5x - y = -3$
34. बिन्दु  $(-3, 5)$  से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात करो जिसकी प्रवणता  $\frac{2}{3}$  है।
- (a)  $2x - 3y = -21$  (b)  $2x - 3y = 21$   
(c)  $3x - 2y = 21$  (d)  $2x + 3y = 21$
35. बिन्दु  $(-1, 7)$  और  $(2, -5)$  से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात करें?
- (a)  $4x + y = 7$  (b)  $x + 4y = 3$   
(c)  $4x + y = 3$  (d)  $4x - y + 3 = 0$

36. बिन्दु  $P(1, 4)$  की रेखा  $3x + 4y = 9$  से दूरी को ज्ञात करो।  
 (a) 1 (b) 5  
 (c) 4 (d) 2
37. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दु  $(2, 3)$  और एक रेखा के मध्य बिन्दु से गुजरती है, जिसके अन्तय बिन्दु  $(4, 9)$  और  $(6, 5)$  हैं।  
 (a)  $4x + 3y = 1$  (b)  $4x - 3y = -1$   
 (c)  $3x + 4y = 1$  (d)  $3x - 4y = 1$
38.  $k$  के किस मान के लिए रेखा  $4x + ky = 3$  और  $3x + 2y = 7$  एक दूसरे के लम्बवत होंगी?  
 (a) 6 (b)  $\pm 6$   
 (c)  $-6$  (d) 4
39.  $k$  के किस मान के लिए रेखा  $(k+1)x + ky = 3$  और  $5x - 2y = 7$  एक दूसरे के लम्बवत होंगी?  
 (a)  $\frac{1}{3}$  (b)  $-\frac{5}{3}$   
 (c)  $-\frac{1}{3}$  (d) 5
40. एक त्रिभुज ABC का शीर्ष  $(4, 3)$ ,  $(7, 1)$  और  $(9, 3)$  है, तो त्रिभुज नहीं हो सकता—  
 (a) विषमबाहु (b) समद्विबाहु  
 (c) समबाहु (d) इनमें से कोई नहीं
41. एक त्रिभुज ABC का शीर्ष  $A(7, 9)$ ,  $B(3, -7)$  और  $C(-3, 3)$  है, तो त्रिभुज होगा—  
 (a) समकोण (b) समबाहु  
 (c) समद्विबाहु (d) (a) और (c) दोनों
42. तीन बिन्दु  $A(1, -2)$ ,  $B(3, 4)$  और  $C(4, 7)$  से बनेगा।  
 (a) सरल रेखा (सरेखीय)  
 (b) एक समबाहु त्रिभुज  
 (c) एक समकोण त्रिभुज  
 (d) इनमें से कोई नहीं
43. चार बिन्दु  $A(-2, -1)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(4, 3)$  और  $D(1, 2)$  एक चतुर्भुज के शीर्ष हैं, तो चतुर्भुज होगा—  
 (a) वर्ग (b) समचतुर्भुज  
 (c) सामान्तर चतुर्भुज (d) इनमें से कोई नहीं
44. बिन्दु  $A(4, -1)$ ,  $B(6, 0)$ ,  $C(7, 2)$  और  $D(5, 1)$  एक चतुर्भुज के शीर्ष हैं तो कौन-सा चतुर्भुज होगा।  
 (a) वर्ग (b) आयत  
 (c) समचतुर्भुज (d) इनमें से कोई नहीं
45. एक सामान्तर चतुर्भुज के तीन शीर्ष क्रमशः  $(-1, 0)$ ,  $(3, 1)$  और  $(2, 2)$  हैं तो चौथा शीर्ष ज्ञात करें?  
 (a)  $(-1, 2)$  (b)  $(-2, 1)$   
 (c)  $(2, 3)$  (d)  $(3, -2)$
46. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करें जो  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष पर क्रमशः 2 और 3 लम्बाई के अन्तःखण्ड काटती है।  
 (a)  $9x - 7y = 6$  (b)  $3x - 2y = 5$   
 (c)  $4x - 3y = 7$  (d)  $3x + 2y = 6$
47. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दु  $(3, -4)$  से गुजरती है और धनात्मक  $x$ -अक्ष के साथ  $60^\circ$  का कोण बनाती है।  
 (a)  $x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = 0$   
 (b)  $x\sqrt{3} - y = 4 + 3\sqrt{3}$   
 (c)  $x\sqrt{3} + y = 3\sqrt{2} + 5$   
 (d) इनमें से कोई नहीं
48. एक त्रिभुज जिसके शीर्ष  $(0, -1)$ ,  $(2, 1)$  और  $(0, 3)$  हैं। इसकी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर एक नया त्रिभुज बनाया गया है तो मूल त्रिभुज के क्षेत्रफल और नवनिर्मित त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करो।  
 (a) 3 : 1 (b) 1 : 3  
 (c) 4 : 1 (d) 1 : 4
49. त्रिभुज के परिकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात करो जिसके शीर्ष  $(8, 6)$ ,  $(8, -2)$  और  $(2, -2)$  हैं।  
 (a)  $(2, 5)$  (b)  $(5, 2)$   
 (c)  $(2, 1)$  (d)  $(5, 1)$
50. त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात करो जिसके शीर्ष  $(0, 6)$ ,  $(8, 12)$  और  $(8, 0)$  हैं।  
 (a)  $\left(\frac{16}{3}, 6\right)$  (b)  $\left(6, \frac{16}{3}\right)$   
 (c)  $(6, 5)$  (d)  $(6, 3)$
51. यदि  $x + 4y = 2k$  त्रिभुज ABC की एक माध्यिका जिसके शीर्ष  $A(4, 3)$ ,  $B(7, 1)$  और  $C(9, 3)$  तो  $k$  का मान ज्ञात करो?  
 (a) 6 (b) 7  
 (c) 9 (d) 8



52. एक त्रिभुज के दो शीर्ष  $(3, -5)$  और  $(-7, 4)$  हैं तथा इसका केन्द्रक  $(2, -12)$  तो तीसरा शीर्ष ज्ञात करें?  
 (a)  $(10, -35)$  (b)  $(-2, 10)$   
 (c)  $(10, 35)$  (d)  $(-3, 10)$
53.  $x$ -अक्ष के अनुदिश  $2a$  लम्बाई का एक रेखाखण्ड AB दो समबाहु त्रिभुज ABC और ABC' का आधार है। AB का मध्य बिन्दु मूल बिन्दु है, तो शीर्ष C और C' के निर्देशांक ज्ञात करो?  
 (a)  $(0, \sqrt{3}a)$  और  $(0, -\sqrt{3}a)$   
 (b)  $(0, \sqrt{4}a)$  और  $(0, -\sqrt{4}a)$   
 (c)  $(0, \sqrt{3}a)$  और  $(0, -\sqrt{3}a)$   
 (d)  $(\sqrt{4}a, 0)$  और  $(-\sqrt{4}a, 0)$
54. चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसके शीर्ष क्रमशः A(1, 1), B(7, -3), C(12, 2) और D(7, 21) हैं।  
 (a) 132 वर्ग इकाई (b) 124 वर्ग इकाई  
 (c) 136 वर्ग इकाई (d) 112 वर्ग इकाई
55. यदि बिन्दु  $(3, 4)$ ,  $(7, 12)$  और  $(k+1, k-2)$  संरेखीय हैं, तो  $k$  का मान ज्ञात करो।  
 (a) 4 (b) -2  
 (c) -4 (d) 2
56. रेखाएँ  $2x + y = 5$  और  $x + 2y = 4$  किस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करेंगी।  
 (a) (1, 2) (b) (2, 1)  
 (c)  $(5/2, 0)$  (d) (0, 2)
57. रेखा  $2x + 3y + 6 = 0$  द्वारा  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष के साथ बने त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a)  $3/2$  वर्ग इकाई (b) 3 वर्ग इकाई  
 (c) 6 वर्ग इकाई (d)  $1/2$  वर्ग इकाई
58. चार रेखाओं  $x$ -अक्ष,  $y$ -अक्ष,  $3x + 4y = 12$  और  $6x + 8y = 60$  के द्वारा बने समलम्ब का क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a) 31.5 वर्ग इकाई (b) 48 वर्ग इकाई  
 (c) 36.5 वर्ग इकाई (d) 37.5 वर्ग इकाई
59. यदि दो बिन्दुओं  $(a, -3)$  और  $(3, a)$  के बीच की दूरी 6 यूनिट है तब  $a = ?$   
 (a)  $\pm 3$  (b)  $\pm 6$
- (c) 3 (d) 6
60. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा जो रेखाएँ  $5x + 7y = 35$ ,  $4x + 3y = 12$  और  $x$ -अक्ष द्वारा बना है?  
 (a)  $160/13$  वर्ग इकाई (b)  $1050/13$  वर्ग इकाई  
 (c)  $140/3$  वर्ग इकाई (d) 10 वर्ग इकाई
61. बिन्दु  $(0, 0)$  और ग्राफ  $x=3$  तथा  $y=4$  के प्रतिक्षेप बिन्दु के बीच की दूरी क्या होगी?  
 (a) 4 इकाई (b) 3 इकाई  
 (c) 2 इकाई (d) 5 इकाई
62.  $xy$ -निर्देशांक पद्धति में दो बिन्दु  $(a+3, b+1)$  और  $(a+5, b+k)$  एक रेखा  $2y = 7x - 9$  पर स्थित हैं, तब  $k = ?$   
 (a) 8 (b) 3  
 (c)  $7/3$  (d) 1
63. समीकरण  $2x + 3y = 6$  का ग्राफ—  
 (a)  $x$ -अक्ष को प्रतिच्छेद करेगा किन्तु  $y$ -अक्ष को नहीं  
 (b)  $y$ -अक्ष को प्रतिच्छेद करेगा किन्तु  $x$ -अक्ष को नहीं  
 (c) मूल बिन्दु से गुजरेगा।  
 (d)  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष दोनों को प्रतिच्छेद करेगा।
64. उस त्रिभुज की परिवृत्त की त्रिज्या क्या होगी जो  $x$ -अक्ष,  $y$ -अक्ष और  $4x + 3y = 12$  द्वारा बना है।  
 (a) 2 इकाई (b) 2.5 इकाई  
 (c) 3 इकाई (d) 4 इकाई
65. रेखा  $x + 4y = 7$  और रेखा  $kx + 8y = 18$  एक दूसरे के समांतर हैं तो  $k$  का मान होगा?  
 (a) 3 (b) 4  
 (c) 6 (d) 2
66. रेखाएँ  $2x + 3y = 5$  और  $3x - 2y = 1$  के बीच का कोण होगा?  
 (a)  $0^\circ$  (b)  $60^\circ$   
 (c)  $90^\circ$  (d)  $120^\circ$
67. दी गई समीकरण  $2x - 3y = 2$ ,  $2x - 3y = 3$ ,  $-2x + 3y = 5$  &  $2x + 3y = 0$  में से मूल बिन्दु से गुजरने वाला ग्राफ होगा?  
 (a)  $-2x + 3y = 5$  (b)  $2x - 3y = 3$   
 (c)  $2x + 3y = 0$  (d)  $2x - 3y = 2$



68. यदि रेखा  $2x + 5y + k = 0$  चतुर्थांश I, II और IV से गुजरती है, तो 'k' का मान हो सकता है?  
 (a)  $k < 0$  (b)  $k > 0$   
 (c)  $k < 1$  (d)  $0 < k < 1$
69. रेखाएँ  $y = 5$  और  $x = -4$  से समान दूरी पर स्थित बिन्दुओं का बिन्दु पथ होगा?  
 (a)  $x + y = -1$  (b)  $x - y = -1$   
 (c)  $x + y = 1$  (d)  $-x + y = -1$
70. समचतुर्भुज के ABCD के शीर्ष A(2, 0) और शीर्ष B(4, 4) हैं। यदि समचतुर्भुज की एक भुजा x-अक्ष पर है तो इस समचतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a) 40 वर्ग इकाई (b)  $8\sqrt{6}$  वर्ग इकाई  
 (c)  $4\sqrt{5}$  वर्ग इकाई (d)  $8\sqrt{5}$  वर्ग इकाई
71. किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के समीकरण  $2x + 3y = 12$  और  $3x - 2y = -6$  हैं। यदि परिकेन्द्र के निर्देशांक (2, 0) है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।  
 (a)  $\frac{48}{13}$  वर्ग इकाई (b)  $\frac{192}{13}$  वर्ग इकाई  
 (c) 24 वर्ग इकाई (d) 96 वर्ग इकाई
72. उस त्रिभुज के अंतः केन्द्र के निर्देशांक क्या होंगे जिसके शीर्ष (3, 4), (3, 7) और (7, 4) है?  
 (a) (5, 5) (b) (5, 4)  
 (c) (4, 5) (d) (5, 5)
73. त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल 6 वर्ग इकाई है तथा जिसके शीर्ष P(0, 0) और Q(4, 0) है। यदि इसके लम्ब केन्द्र, परिकेन्द्र और अंतःकेन्द्र रेखा  $x = 2$  पर स्थित है। तो शीर्ष R निर्देशांक ज्ञात करो।  
 (a) (2, 2) (b) (2, 1)  
 (c) (2, 4) (d) (2, 3)
74. बिन्दु P का शीर्ष (0, 3) और बिन्दु Q का शीर्ष (0, 7) है। बिन्दु R,  $PR + QR = 8$  पर विद्यमान है तो R के अधिकतम मानों की संख्या होगी?  
 (a) 9 (b) 3  
 (c)  $3\sqrt{3}$  (d)  $2\sqrt{3}$
75. बिन्दु P(2, 5), Q(2, 11) और R एक त्रिभुज जिसका अंतः केन्द्र, बाह्य केन्द्र और लम्ब केन्द्र एक सीधी रेखा पर विद्यमान है तो निम्नलिखित में से कौन सा मान R का होगा?  
 (a)  $(2 - \sqrt{35}, 10)$  (b) (2, 7)  
 (c) (2, 8) (d)  $(4 - \sqrt{5}, 1)$
76. रेखा  $2x + y = 6$ ,  $x = y + 1$  और y-अक्ष द्वारा परिगृहित क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा?  
 (a)  $\frac{49}{6}$  वर्ग इकाई (b)  $\frac{8}{3}$  वर्ग इकाई  
 (c) 7 वर्ग इकाई (d) 8 वर्ग इकाई
77. सीधी रेखा  $2x + 3y = 5$  और  $y = 3x - 13$  और x-अक्ष के साथ बने हुये क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा?  
 (a) 11 वर्ग इकाई (b) 22 वर्ग इकाई  
 (c)  $\frac{11}{6}$  वर्ग इकाई (d)  $\frac{11}{12}$  वर्ग इकाई
78. यदि  $b > a$ ,  $d > c$  तब चतुर्भुज सीधी रेखा  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = c$  और  $y = d$  द्वारा निर्मित क्षेत्रफल होगा?  
 (a)  $(b - a)(d - c)$  (b)  $\frac{1}{2}(b - a)(d - c)$   
 (c)  $(b + a)(d + c)$  (d)  $\frac{1}{2}(b + a)(d + c)$
79. यदि  $L_1$  और  $L_2$  मूल बिन्दु पर लम्ब है, सरल रेखा  $x \sec \theta + y \operatorname{cosec} \theta = a$  और  $x \cos \theta - y \sin \theta = a \cos 2\theta$  उस पर स्थित है।  $4L_1^2 + L_2^2$  का मान होगा?  
 (a)  $a^2$  (b)  $2a^2$   
 (c)  $4a^2$  (d)  $3a^2$
80. यदि AB, BC, CD और DA एक चतुर्भुज ABCD के भुजा है जिनके समीकरण क्रमशः  $x + 2y = 3$ ,  $x = 1$ ,  $x - 3y = 4$  और  $5x + y + 12 = 0$  तब विकर्ण के बीच का कोण होगा?  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$   
 (c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$
81. रेखा का समीकरण ज्ञात किजिए जो बिन्दु (4, 4) से होकर गुजरता है और अन्तःखण्ड पर काटता है जिसका केन्द्र योग 18 है।  
 (a)  $x + 2y - 12 = 0$  परन्तु  $2x + y - 12 = 0$  नहीं  
 (b) ना तो  $x + 2y - 12 = 0$  ना ही  $2x + y - 12 = 0$   
 (c)  $2x + y - 12 = 0$  परन्तु  $x + 2y - 12 = 0$  नहीं  
 (d)  $x + 2y - 12 = 0$  या  $2x + y - 12 = 0$

82. त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा जो रेखा  $5x + 7y = 35$  और  $4x + 3y = 12$  और  $x$ -अक्ष द्वारा निर्मित है?
- (a)  $\frac{160}{13}$  वर्ग इकाई (b)  $\frac{21}{13}$  वर्ग इकाई  
(c) 92 वर्ग इकाई (d) 21 वर्ग इकाई
83. वृत्त के केन्द्र का निर्देशांक ज्ञात करें जो त्रिभुज ABC के सभी भुजाओं को स्पर्श करता है और जिनके शीर्ष  $A(-3, -2)$ ,  $B(-2, 3)$  और  $C(3, 2)$  पर स्थित है?
- (a) (1, 1)  
(b)  $\left(\frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}\right)$   
(c)  $\left(\frac{2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right)$   
(d)  $\left(\frac{-2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right)$
84. यदि बिन्दु (4, 3) एक त्रिभुज ABC के केन्द्र है जिनके शीर्ष  $A(x, y)$ ,  $B(-3, 7)$  और  $C(9, 7)$  है। तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें?
- (a) 66 वर्ग इकाई (b) 55 वर्ग इकाई  
(c) 44 वर्ग इकाई (d) 72 वर्ग इकाई
85. P का निर्देशांक क्या होगा जो  $A(5, -2)$  और  $B(9, 6)$  को 3 : 1 में बाँटता है?
- (a) (4, -7) (b)  $\left(\frac{7}{2}, 4\right)$   
(c) (8, 4) (d) (12, 8)
86. ABC एक त्रिभुज है जिसके शीर्ष  $A(7, -3)$ ,  $B(3, -1)$  और  $C(5, 3)$  यदि AD एक माध्यिका है तब इस माध्यिका की लम्बाई होगी?
- (a) 7 इकाई (b) 5 इकाई  
(c) 8 इकाई (d) 6 इकाई
87.  $A(-3, b)$  और  $B(1, b+4)$  दो बिन्दु हैं और मध्य बिन्दु AB का निर्देशांक  $(-1, 1)$  है। तब  $b$  का मान होगा?
- (a) 1 (b) -1  
(c) 2 (d) 0
88. एक चतुर्भुज ABCD जिनके शीर्ष  $A(1, 1)$ ,  $B(7, -3)$ ,  $C(12, 2)$  और  $D(7, 21)$  है।
- (a) 35 वर्ग इकाई (b) 65 वर्ग इकाई  
(c) 85 वर्ग इकाई (d) 132 वर्ग इकाई
89. वृत्त  $x^2 + y^2 = 16$  को रेखा  $x + y = 16$  द्वारा प्रतिच्छेद करने पर कटान बिन्दु की संख्या होगी?
- (a) 1 (b) 2  
(c) 2 से अधिक (d) एक भी नहीं
90.  $k$  का मान होगा यदि मिलान बिन्दु  $A(-5, 7)$  और  $B(0, -2)$  और मिलान बिन्दु  $C(1, -3)$  और  $D(4, k)$  एक दूसरे से परस्पर लम्बवत है?
- (a) 0 (b) 1  
(c)  $-4/3$  (d) 3
91. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करें जो बिन्दु (1, 1) से गुजरती है और रेखा  $3x + 4y - 5 = 0$  के समांतर है?
- (a)  $3x + 4y - 7 = 0$  (b)  $3x + 4y + k = 0$   
(c)  $4x - 3y + 1 = 0$  (d)  $4x - 3y - 1 = 0$
92. रेखा के समीकरण  $y - \sqrt{3}x - 5 = 0$  और  $\sqrt{3}y - x + 6 = 0$  द्वारा निर्मित कोण का मान होगा?
- (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$
93. यदि त्रिभुज का शीर्ष क्रमशः  $(4, k)$ ,  $(6, 9)$  और  $(h, 4)$  है और केन्द्र का निर्देशांक  $(3, 6)$  है तब  $h$  और  $k$  का मान होगा?
- (a) (2, -3) (b) (2, 3)  
(c) (-1, 5) (d) (4, 3)
94. यदि बिन्दु  $(-5, 4)$  किसी रेखाखण्ड के निर्देशांक को 1 : 2 के अनुपात में बाँटता है तब इसका समीकरण होगा?
- (a)  $8x + 5y + 20 = 0$  (b)  $5x + 8y - 7 = 0$   
(c)  $8x - 5y + 60 = 0$  (d)  $5x - 8y + 57 = 0$
95. यदि  $(a, b)$ ,  $(c, d)$  और  $(a - c, b - d)$  सररेखीय हो तो निम्न में से कौन-सा सही होगा?
- (a)  $bc - ad = 0$  (b)  $ab - cd = 0$   
(c)  $bc + cd = 0$  (d)  $ab + cd = 0$
96. सरल रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु  $(p, q)$  और  $(q, -p)$  के मिलान बिन्दु  $(r/2, s/2)$  है तो रेखाखण्ड की लम्बाई होगी?
- (a)  $\left[\left(s^2 + r^2\right)^{1/2}\right] / 2$  (b)  $\left[\left(s^2 + r^2\right)^{1/2}\right] / 4$

- (c)  $(s^2 + r^2)^{1/2}$  (d)  $s + r$
97. दो रेखाएँ  $x + 3y - 10 = 0$  और  $2x + y - 5 = 0$  से प्रतिच्छेदन बिन्दु की मूल बिन्दु से दूरी 'd' है। d का मान ज्ञात करें?
- (a)  $\sqrt{10}$  (b)  $\sqrt{3}$   
(c)  $\sqrt{5}$  (d)  $\sqrt{7}$
98. रेखा के बिन्दु (4, 3) और (2, 5) के कटानखण्ड की लम्बाई  $\lambda$  और  $\mu$  अक्ष पर है। तो निम्न से कौन-सा सही होगा?
- (a)  $\lambda > \mu$  (b)  $\lambda < \mu$   
(c)  $\lambda < -\mu$  (d)  $\lambda = \mu$
99. रेखा  $y - x = 0$ ,  $y + x = 0$  और  $x = c$  द्वारा निम्नलिखित में से कौन-सा क्षेत्र त्रिभुज द्वारा बनेगा?
- (a)  $c/2$  (b)  $c^2$   
(c)  $2c^2$  (d)  $c^2/2$
100. सरल रेखा का समीकरण क्या होगा जो मूल बिन्दु को प्रतिच्छेदन रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  और  $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$  मिलती है।
- (a)  $x + y = 0$  (b)  $x + y + 1 = 0$   
(c)  $x - y = 0$  (d)  $x + y + 2 = 0$
101. यदि रेखा  $x \cos \theta + y \sin \theta = 2$ ,  $x - y = 3$  पर लम्ब है तो  $\theta$  का मान ज्ञात करें?
- (a)  $\pi/6$  (b)  $\pi/4$   
(c)  $\pi/2$  (d)  $\pi/3$
102. दो बिन्दु  $(\pm\sqrt{b^2 - a^2}, 0)$  और रेखा  $ax \cos \phi + by \sin \phi = ab$  का लम्बवत गुणनफल होगा?
- (a)  $a^2$  (b)  $b^2$   
(c)  $ab$  (d)  $a/b$
103. रेखा  $x + y - 11 = 0$  पर बिन्दु (2, 3) से लम्बवत आधार होगा?
- (a) (1, 10) (b) (5, 6)  
(c) (6, 5) (d) (7, 4)
104. रेखा  $3x + 4y - 1 = 0$  पर बिन्दु (1, 2) से प्रतीक होगा?
- (a)  $(-\frac{7}{5}, -\frac{6}{5})$  (b)  $(\frac{7}{8}, \frac{1}{2})$   
(c)  $(\frac{7}{8}, -\frac{1}{2})$  (d)  $(-\frac{7}{5}, \frac{1}{2})$
105. यदि बिन्दु  $(k, 2 - k)$ ,  $(-k + 1, 2k)$  और  $(-4 - k, 6 + 2k)$  संरेखीय हो तो k का मान होगा?
- (a) 1 (b) 2  
(c)  $\frac{4}{3}$  (d)  $\frac{3}{4}$
106. रेखा L पर बिन्दु (2, -1) से डाले गये लम्ब के पाद के निर्देशांक (1, 3) है। तो उस रेखा का समीकरण होगा?
- (a)  $x - 4y + 11 = 0$  (b)  $x + 4y + 13 = 0$   
(c)  $4x - y - 1 = 0$  (d)  $4x + y - 7 = 0$
107. बिन्दु (-5, 6) और (-6, 5) को जोड़ने वाली रेखा के लम्बवत तथा (2, 3) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण होगा?
- (a)  $x + y + 5 = 0$  (b)  $x - y + 5 = 0$   
(c)  $x - y - 5 = 0$  (d)  $x + y - 5 = 0$
108. यदि सरल  $x + 2by = 2p$  पर मूल बिन्दु से लम्बवत p दूरी है तब b का मान होगा?
- (a)  $\frac{1}{p}$  (b)  $\frac{p\sqrt{3}}{2}$   
(c)  $\frac{p}{2}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
109. दो सरल रेखाएँ  $y = (2 - \sqrt{3})x + 5$  और  $y = (2 + \sqrt{3})x - 7$  के बीच का कोण होगा?
- (a)  $60^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $30^\circ$  (d)  $15^\circ$
110. निम्नलिखित में से कौन-सा बिन्दु (1, 2) और (3, 4) से रेखा  $2x - 3y = 5$  से समान दूरी पर स्थित है।
- (a) (7, 3) (b) (4, 1)  
(c) (1, -1) (d) (-2, -3)
111. सरल रेखा  $x + y = 0$  और  $x - y = 0$  पर समान दूरी पर स्थित गतिमान बिन्दु का बिन्दु पथ है?
- (a)  $xy = 0$  (b)  $xy = \text{नियत}$   
(c)  $x = 0$  (d)  $y = 0$

112.  $k$  का मान ज्ञात करें यदि सरल रेखा  $2x + 3y + 4 + k(6x - y + 12) = 0$ , रेखा  $7x + 5y = 4$  के लम्बवत है?  
 (a)  $\frac{29}{37}$  (b)  $-\frac{29}{37}$   
 (c)  $\frac{37}{29}$  (d)  $-\frac{37}{29}$
113. एक  $\triangle ABC$  का शीर्ष  $(\lambda, 2 - 2\lambda), (-\lambda + 1, 2\lambda)$  और  $(-4 - \lambda, 6 - 2\lambda)$  है और इसका क्षेत्रफल 70 यूनिट है तो  $\lambda$  का पूर्णांक मान होगा?  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 4 (d) 0
114. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 5 और इनके दो शीर्ष  $A(2, 1), B(3, -2)$  है तो तीसरा शीर्ष जो रेखा  $y = x + 3$  पर स्थित है, होगा?  
 (a)  $\left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$  (b)  $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$   
 (c)  $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$  (d)  $(0, 0)$
115.  $\triangle ABC$  के शीर्ष बिन्दु  $(0, 0), (a, 0)$  और  $\left(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$  है तो अन्तः केन्द्र का मान होगा?  
 (a)  $\left(\frac{3a}{4}, \frac{\sqrt{3}a}{4}\right)$  (b)  $\left(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$   
 (c)  $\left(\frac{a}{6}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$  (d)  $\left(\frac{a}{3}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$
116. एक त्रिभुज का लम्ब केन्द्र जिनके शीर्षक  $\left[2, \frac{(\sqrt{3}-1)}{2}\right], \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  और  $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$  है।  
 (a)  $\left[2, \frac{\sqrt{3}-3}{6}\right]$  (b)  $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$   
 (c)  $\left[\frac{5}{4}, \frac{\sqrt{3}-2}{4}\right]$  (d)  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
117. यदि  $(a, 0), (0, b)$  और  $(1, 1)$  एक सरेखीय है तो  $(a + b - ab)$  का मान होगा?  
 (a) 2 (b) 1  
 (c) 0 (d) -1
118. मिलान बिन्दु का समीकरण ज्ञात करें जो प्रतिछेदन  $2x + y = 4$  के साथ  $x - y + 1 = 0$ ,  $2x - y - 1 = 0$  और  $x + y - 8 = 0$   
 (a)  $2x + 3y + 6 = 0$  (b)  $3x + 2y + 12 = 0$   
 (c)  $3x - 2y + 1 = 0$  (d) इनमें से कोई नहीं
119. लम्ब की लम्बाई ज्ञात करें जो सरल रेखा  $12x - 5y + 6 = 0$  और बिन्दु  $(3, -2)$  के लम्बवत है?  
 (a) 5 इकाई (b) 4 इकाई  
 (c) 6 इकाई (d) 8 इकाई
120. समान्तर रेखा  $5x + 12y - 30 = 0$  और  $5x + 12y - 4 = 0$  के बीच की दूरी ज्ञात करें?  
 (a) 3 इकाई (b) 7 इकाई  
 (c)  $5/2$  इकाई (d) 2 इकाई
121. रेखा का समीकरण ज्ञात करें जो  $y$ -अक्ष के समान्तर है और प्रतिछेदन बिन्दु  $2x - 3y + 1 = 0$  और  $x + y - 2 = 0$  है।  
 (a)  $x = 1$  (b)  $8x = 7$   
 (c)  $x + 3 = 0$  (d)  $x = 6$
122. सरल रेखा  $|x| + |y| = m$  द्वारा निर्मित क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा?  
 (a)  $m^2$  (b)  $2m^2$   
 (c)  $3m^2$  (d)  $4m^2$
123. एक त्रिभुज  $x$ -अक्ष द्वारा तीन भुजाओं रेखा  $2x + y = 4$  और  $x - y + 1 = 0$  द्वारा बना है। इसका आधार  $x$ -अक्ष पर है तो त्रिभुज की परिणामी ऊँचाई होगी?  
 (a) 2 इकाई (b) 3 इकाई  
 (c) 5 इकाई (d) 1 इकाई

124. एक त्रिभुज बिन्दु  $A(2a, 4a)$ ,  $B(2a, 6a)$  और  $C(2a + \sqrt{3}a, 5a)$  से बना है?
- (a) समकोण (b) समद्विबाहु  
(c) समबाहु (d) इनमें से कोई नहीं
125. बिन्दु का बिन्दु पथ क्या होगा जो बिन्दु  $(a + b, a - b)$  और  $(b - a, a + b)$  से समान दूरी पर स्थित है?
- (a)  $bx - ay = 0$  (b)  $bx + ay = 0$   
(c)  $-ax + by = 0$  (d)  $ax + by = 0$
126. बिन्दु का बिन्दु पथ जिसकी दूरी का योग बिन्दु  $(3, 0)$  और  $(-3, 0)$  से 4 है, ज्ञात करें?
- (a)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$  (b)  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$   
(c)  $2x^2 - 3y^2 = 6$  (d) इनमें से कोई नहीं
127. यदि रेखा  $3y + 4x = 1$ ,  $y = x + 5$  और  $5y + bx = 3$  संरेखीय है तब  $b$  का मान ज्ञात करें?
- (a) 1 (b) 3  
(c) 6 (d) 0
128. यदि रेखा  $ax + by + c = 0$  एक सरल रेखा है  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $c = 0$ , तो रेखा गुजरती है?
- (a)  $(0, 0)$  (b)  $(3, 2)$   
(c)  $(2, 2)$  (d) इनमें से कोई नहीं
129. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जो  $y = |x| - 5$  और निर्देशांक  $x$ -अक्ष से बना है?
- (a) 10 वर्ग इकाई (b) 20 वर्ग इकाई  
(c) 25 वर्ग इकाई (d) 50 वर्ग इकाई
130. रेखा  $\frac{x}{6} + \frac{y}{7} = 1$ ,  $-\frac{x}{4} + \frac{y}{7} = 1$  और  $x$ -अक्ष से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें?
- (a) 30 वर्ग इकाई (b) 35 वर्ग इकाई  
(c) 70 वर्ग इकाई (d) 60 वर्ग इकाई
131. रेखा का समीकरण ज्ञात करें जो  $3x - 4y - 12 = 0$  के लम्बवत और निर्देशांक अक्ष के साथ एक त्रिभुज जिसका क्षेत्रफल 24 है बनाती है?
- (a)  $3x - 4y = \pm 12$  (b)  $3x - 4y = \pm 24$   
(c)  $4x + 3y = \pm 12$  (d)  $4x + 3y = \pm 24$
132. त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात करें जिसकी भुजायें  $x + y = 5$ ,  $x - y + 1 = 0$  और  $y = 1$  है।
- (a)  $(2, 1)$  (b)  $(-2, 1)$   
(c)  $(-2, -1)$  (d)  $(1, 2)$
133. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसके शीर्ष  $(p, q + r)$ ,  $(p, q - r)$  और  $(-p, r)$  है।
- (a)  $2pr$  (b)  $2qr$   
(c)  $q(p + r)$  (d)  $r(p - q)$
134.  $2x + 6y + 7 = 0$  के समानांतर रेखाओं की संख्या ज्ञात करें यदि अक्षों के बीच अन्तः खण्ड की लम्बाई 10 हो।
- (a) 2 (b) 1  
(c) अनन्त (d) 0
135. यदि मूल बिन्दु को बिन्दु  $(2, 2)$ , से प्रतिस्थापित कर दिया जाए तो बिन्दु  $(4, -2)$  के नए निर्देशांक क्या होंगे?
- (a)  $(4, 2)$  (b)  $(2, 4)$   
(c)  $(-2, 4)$  (d)  $(2, -4)$
136. किस त्रिभुज के दो शीर्ष  $(5, -1)$  और  $(-2, 3)$  हैं। यदि इस त्रिभुज का लंब केन्द्र मूल बिंदु हो तो त्रिभुज का तीसरा शीर्ष क्या होगा?
- (a)  $(4, 7)$  (b)  $(4, -7)$   
(c)  $(-4, 7)$  (d)  $(-4, -7)$
137. एक आयत की एक भुजा का समीकरण  $4x + 7y = -5$  है तथा इसके दो शीर्ष  $(-3, 1)$  और  $(1, 1)$  हैं। निम्नलिखित में से कौन-सी बची हुई तीन रेखाओं में से किसी एक रेखा का समीकरण होगा?
- (a)  $y + 1 = 0$  (b)  $4x + 7y = 3$   
(c)  $7x - 4y = 3$  (d)  $7x - 4y = -3$
138. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो दो रेखाएँ  $2x - 3y = -4$  और  $3x + 4y = 5$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरती है तथा रेखा  $3x - 4y - 5 = 0$  के लम्बवत है।
- (a)  $8x + 6y = \frac{58}{17}$  (b)  $4x + 3y = \frac{84}{17}$   
(c)  $8x + 6y = \frac{32}{7}$  (d)  $4x + 3y = \frac{62}{17}$
139. समांतर चतुर्भुज ABCD के शीर्ष  $A(-3, -1)$ ,  $B(a, b)$ ,  $C(3, 3)$  और  $D(4, 3)$  हैं, तब  $a$  से  $b$  का अनुपात होगा—
- (a) 1:3 (b) 3:1  
(c) 1:2 (d) 4:1

140. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है। यदि इसके शीर्ष B(1, 3) और C(-2, 7) है, तब शीर्ष A के निर्देशांक होंगे।
- (a) (2, 5) (b)  $\left(\frac{5}{6}, 6\right)$   
 (c)  $\left(4, \frac{7}{2}\right)$  (d)  $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$
141. यदि दो बिन्दु A और B रेखा  $3x + 4y + 15 = 0$  पर इस प्रकार स्थित है, कि  $OA = OB = 9$  इकाई जहाँ O मूल बिन्दु है। त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
- (a)  $18\sqrt{2}$  वर्ग इकाई (b)  $3\sqrt{2}$  वर्ग इकाई  
 (c)  $6\sqrt{2}$  वर्ग इकाई (d)  $15\sqrt{2}$  वर्ग इकाई
142. यदि बिन्दुओं P(6, 3), Q(-3, -5), R(4, -2) और S(a, 3a) है। यदि त्रिभुज PQR और त्रिभुज SRQ के क्षेत्रफल का अनुपात 2 : 1 है, तब a का मान—
- (a) 13 (b) 23  
 (c)  $-\frac{11}{4}$  (d)  $-\frac{23}{36}$
143. तीन बिन्दु A(3, 1), B(6, 5) और C(x, y) इस प्रकार है कि त्रिभुज ACB एक समकोण त्रिभुज है तथा इसका क्षेत्रफल 7 वर्ग इकाई है, तब ऐसे कितने C(x, y) बिन्दु संभव है?
- (a) 4 (b) 3  
 (c) 1 (d) 2
144. उस त्रिभुज के लम्बकेन्द्र और परिकेन्द्र कि बीच की दूरी ज्ञात करो जिसके शीर्ष  $(1, 0)$ ,  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  और  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  है।
- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (c)  $\frac{1}{3}$  (d) 0
145. एक वर्ग की दो भुजाओं के समीकरण  $x + y - 1 = 0$  और  $x + y = -2$  है, तब इस वर्ग का क्षेत्रफल होगा।
- (a)  $\frac{9}{2}$  वर्ग इकाई (b)  $\frac{11}{4}$  वर्ग इकाई  
 (c) 5 वर्ग इकाई (d) 4 वर्ग इकाई
146. यदि p मूल बिन्दु से रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  पर डाले गए लंब की लंबाई है, तब—
- (a)  $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}$  (b)  $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}$   
 (c)  $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$  (d) इनमें से कोई नहीं
147. समीकरण  $ax \pm by \pm c = 0$  द्वारा निरूपित रेखाओं से बने समचतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a)  $\frac{c^2}{2ab}$  (b)  $\frac{2c^2}{ab}$   
 (c)  $\frac{4c^2}{ab}$  (d)  $\frac{c^2}{4ab}$
148. एक त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (4, 2), (3, 3) और (2, 2) है, तब इस त्रिभुज के केन्द्रक निर्देशांक क्या होंगे?
- (a)  $\left(3, -\frac{7}{3}\right)$  (b)  $\left(-3, -\frac{7}{3}\right)$   
 (c)  $\left(-3, \frac{7}{3}\right)$  (d)  $\left(3, \frac{7}{3}\right)$
149. यदि किसी रेखा की प्रवणता -6 है और y-अन्तःखण्ड की लंबाई 2 है, तब उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो।
- (a)  $6x + y = 2$  (b)  $6x - y = 2$   
 (c)  $6x + y = -2$  (d)  $x + 6y = 2$
150. यदि a और b, 0 और 1 बीच स्थित ऐसी वास्तविक संख्याएँ हैं कि बिन्दु (a, 1), (1, b) और (0, 0) एक समबाहु त्रिभुज बनाते हैं, तब a का मान होगा।
- (a)  $-2 + \sqrt{3}$  (b)  $-1 + \sqrt{3}$   
 (c)  $2 - \sqrt{3}$  (d)  $2 + \sqrt{3}$

## उत्तरमाला

1. (a) 2. (b) 3. (a) 4. (d) 5. (c) 6. (d) 7. (a) 8. (d) 9. (c)  
10. (b) 11. (c) 12. (c) 13. (a) 14. (b) 15. (a) 16. (d) 17. (d) 18. (d)  
19. (c) 20. (d) 21. (a) 22. (a) 23. (b) 24. (b) 25. (d) 26. (d) 27. (a)  
28. (c) 29. (a) 30. (c) 31. (a) 32. (d) 33. (a) 34. (c) 35. (c) 36. (d)  
37. (b) 38. (c) 39. (b) 40. (c) 41. (d) 42. (a) 43. (b) 44. (c) 45. (b)  
46. (d) 47. (b) 48. (c) 49. (b) 50. (a) 51. (d) 52. (a) 53. (c) 54. (a)  
55. (b) 56. (b) 57. (b) 58. (a) 59. (a) 60. (a) 61. (d) 62. (d) 63. (d)  
64. (b) 65. (d) 66. (c) 67. (c) 68. (a) 69. (c) 70. (d) 71. (b) 72. (c)  
73. (d) 74. (b) 75. (c) 76. (a) 77. (d) 78. (a) 79. (a) 80. (d) 81. (d)  
82. (b) 83. (d) 84. (d) 85. (c) 86. (b) 87. (b) 88. (d) 89. (d) 90. (c)  
91. (d) 92. (a) 93. (c) 94. (c) 95. (a) 96. (c) 97. (a) 98. (d) 99. (b)  
100. (c) 101. (b) 102. (a) 103. (b) 104. (a) 105. (c) 106. (a) 107. (d) 108. (d)  
109. (a) 110. (b) 111. (a) 112. (b) 113. (c) 114. (a) 115. (b) 116. (b) 117. (c)  
118. (c) 119. (b) 120. (d) 121. (a) 122. (b) 123. (d) 124. (c) 125. (c) 126. (a)  
127. (c) 128. (a) 129. (c) 130. (b) 131. (d) 132. (a) 133. (a) 134. (a) 135. (d)  
136. (c) 137. (c) 138. (d) 139. (d) 140. (b) 141. (a) 142. (d) 143. (d) 144. (b)  
145. (a) 146. (c) 147. (b) 148. (d) 149. (a) 150. (d)

mathswith



## हल एवं संकेत

**Sol<sup>n</sup> 1.**  $x$ -अक्ष की समीकरण  $y=0$

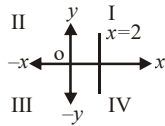
**Sol<sup>n</sup> 2.**  $y$ -अक्ष की समीकरण  $x=0$

**Sol<sup>n</sup> 3.**  $x$ -अक्ष की प्रवणता = 0 ( $\therefore y=0x+0$ )

**Sol<sup>n</sup> 4.**  $y$ -अक्ष की प्रवणता =  $\infty = \frac{1}{0}$  ( $\therefore y=x+0$ )

**Sol<sup>n</sup> 5.** मूल बिंदु से होकर जाने वाली रेखाओं में नियत राशि का मान 0 होता है, इसलिए  $5x+7y=0$  होगा। हम सभी विकल्पों को  $x=0$  और  $y=0$  रखकर संतुष्ट करा सकते हैं।

**Sol<sup>n</sup> 6.**  $2x-4=0 \Rightarrow x=2$

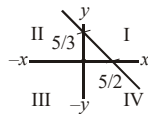


रेखा I और IV चतुर्थांश से होकर गुजरेगी।

**Sol<sup>n</sup> 7.**  $x^2+y^2=25$  एक वृत्त की समीकरण है, जिसका केन्द्र मूल बिन्दु  $(0, 0)$  है, इसलिए यह रेखा-चित्र चारो चतुर्थांश से गुजरेगा।



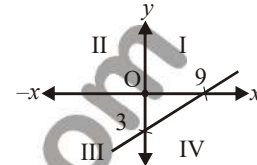
**Sol<sup>n</sup> 8.**  $2x+3y=5$



$$\frac{x}{5/2} + \frac{y}{5/3} = 1$$

रेखा I, II और IV चतुर्थांश से गुजरेगी।

**Sol<sup>n</sup> 9.**  $x-3y=9 \Rightarrow \frac{x}{9} + \frac{y}{-3} = 1$



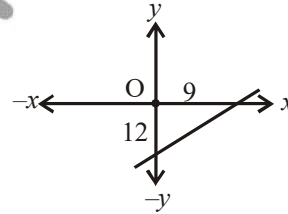
रेखा I, III और IV चतुर्थांश से गुजरेगी।

**Sol<sup>n</sup> 10.**  $3x+4y=12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

$x$ -अक्ष पर काटा गया अन्त खण्ड = 4

$y$ -अक्ष पर काटा गया अन्त: खण्ड = 3.

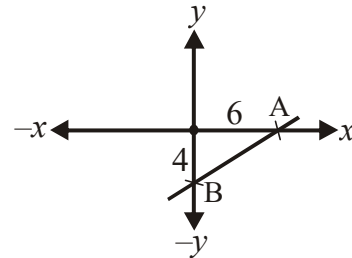
**Sol<sup>n</sup> 11.**  $12x-9y=108 \Rightarrow \frac{x}{9} + \frac{y}{-12} = 1$



अक्षो के बीच अन्त: खण्ड की लम्बाई =

$$\sqrt{(9)^2 + (-12)^2} = 15$$

**Sol<sup>n</sup> 12.**  $2x-3y=12 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{-4} = 1$



$x$ -अक्ष पर बिन्दु A  $\equiv (6, 0)$

$y$ -अक्ष पर बिन्दु B  $\equiv (0, -4)$



## विधि - 2

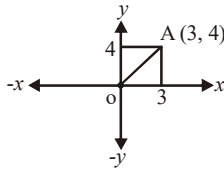
रेखा  $2x - 3y = 12$ ,  $x$ -अक्ष को काटेगी जहाँ  $y = 0$  तब  $2x = 12 \Rightarrow x = 6$  और बिन्दु  $(6, 0)$  होगा। रेखा  $2x - 3y = 12$  को  $y$ -अक्ष पर काटेगी जहाँ  $x = 0$  तब  $-3y = 12 \Rightarrow y = -4$  और बिन्दु  $(0, -4)$  होगा।

**Sol<sup>n</sup> 13.**  $3x - 5y = 15 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{-3} = 1$

$x$ -अक्ष पर बिन्दु  $\equiv (5, 0)$

$y$ -अक्ष पर बिन्दु  $\equiv (0, -3)$

**Sol<sup>n</sup> 14.**



(i)  $x$ -अक्ष से दूरी = 4

(ii)  $y$ -अक्ष से दूरी = 3

(iii) मूल बिन्दु से दूरी =  $OA = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5$

**Sol<sup>n</sup> 15.** P और Q बिन्दु के बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(5-3)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{(2)^2 + (0)^2} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 16.** P और Q बिन्दु के बीच की दूरी

$$PQ = \sqrt{(7+2)^2 + (-1-6)^2}$$

$$= \sqrt{81+49} = \sqrt{130}$$

**Sol<sup>n</sup> 17.**  $P(x_1, y_1)$  —————  $Q(x_2, y_2)$

रेखा की प्रवणता  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$P(1, 4)$  और  $Q(3, 8)$

तब, प्रवणता  $= m = \frac{8-4}{3-1} = 2$

**Sol<sup>n</sup> 18.**  $P\left(\frac{1}{2}, 4\right)$  और  $Q\left(3, \frac{4}{3}\right)$

तब, प्रवणता  $= m = \frac{\frac{4}{3} - 4}{3 - \frac{1}{2}} = \frac{-8}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{-16}{15}$

**Sol<sup>n</sup> 19.**  $P(2, -1)$  और  $Q(-3, -5)$

PQ रेखा की प्रवणता  $= m = \frac{-5+1}{-3-2} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$

PQ की लम्बवत रेखा से प्रवणता =  $\frac{-1}{PQ \text{ की प्रवणता}}$

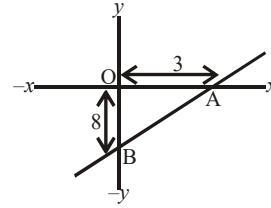
$$= \frac{-1}{\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$$

**Sol<sup>n</sup> 20.** यदि सीधी रेखा की समीकरण  $y = mx + c$  जहाँ  $m$  रेखा की प्रवणता है।

$\therefore 2x + 3y = 7 \Rightarrow y = \frac{-2x}{3} + \frac{7}{3}$

अतः प्रवणता  $m = \frac{-2}{3}$

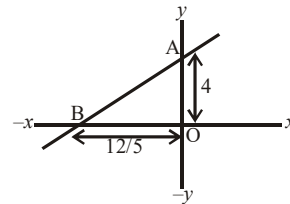
**Sol<sup>n</sup> 21.**  $8x - 3y = 24 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{-8} = 1$



$\Delta OAB$  का क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times OA \times OB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3$

$= 12$  वर्ग ईकाई

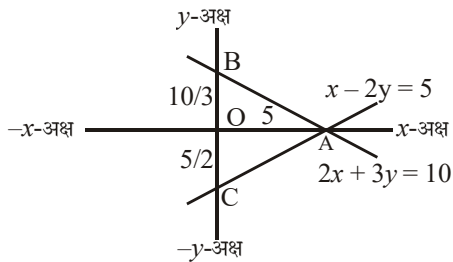
**Sol<sup>n</sup> 22.**  $-5x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{-12/5} + \frac{y}{4} = 1$



$\Delta ABC$  का क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{12}{5} = \frac{24}{5}$  वर्ग ईकाई

**Sol<sup>n</sup> 23.**  $x - 2y = 5 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{-5/2} = 1$

$$2x + 3y = 10 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{10/3} = 1$$



OA = 5, OB = 10/3 & OC = 5/2

$\Delta ABC$  का क्षेत्रफल.

$$= (\Delta OAB \text{ का क्षेत्र.}) + (\Delta OAC \text{ का क्षेत्र.})$$

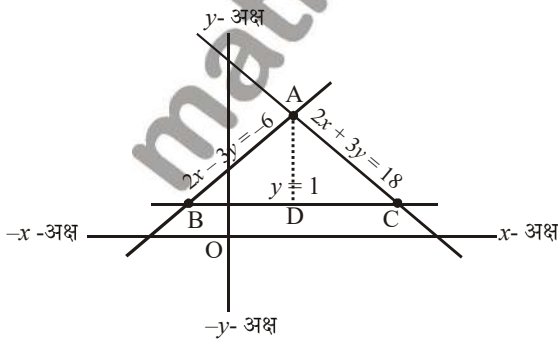
$$= \left( \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{10}{3} \right) + \left( \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{2} \right)$$

$$= \frac{25}{3} + \frac{25}{4}$$

$$= \frac{175}{12} \text{ वर्ग ईकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 24.**  $2x - 3y = -6 \Rightarrow \frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1$

$$2x + 3y = 18 \Rightarrow \frac{x}{9} + \frac{y}{6} = 1 \text{ और } y = 1$$



$2x - 3y = -6$  और  $y = 1$  को हल करने पर,

बिन्दु B  $\equiv (-3/2, 1)$

$2x + 3y = 18$  और  $y = 1$  को हल करने पर,

बिन्दु C  $\equiv (15/2, 1)$

$2x - 3y = -6$  और  $2x + 3y = 18$  को हल करने पर,

बिन्दु A  $\equiv (3, 4)$

त्रिभुज ABC का आधार  $\Rightarrow BC = \frac{15}{2} + \frac{3}{2} = 9$

त्रिभुज ABC की ऊँचाई  $\Rightarrow AD = 4 - 1 = 3$

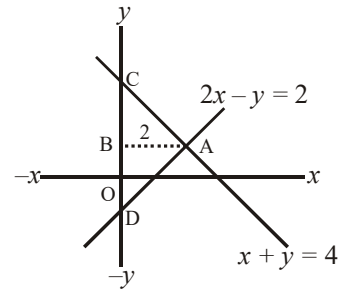
त्रिभुज ABC का क्षेत्र.  $= \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 9 \times 3$

$$= \frac{27}{2} = 13.5 \text{ वर्ग ईकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 25.**  $x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1 \dots(i)$

$$2x - y = 2 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 1 \dots(ii)$$

और  $x = 0 \dots(iii)$



$2x - y = 2$  और  $x + y = 4$  का हल करने पर

$\Rightarrow$  बिन्दु A  $\equiv (2, 2)$

त्रिभुज ACD का आधार  $\Rightarrow CD = 4 + 2 = 6$

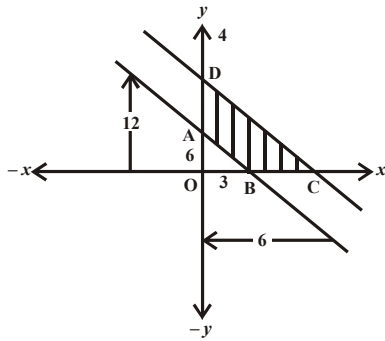
त्रिभुज ACD की ऊँचाई  $\Rightarrow AB = 2$

त्रिभुज ACD का क्षेत्र.  $= \frac{1}{2} \times CD \times AB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2$

$$= 6 \text{ वर्ग ईकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 26.**  $2x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1$

$4x + 2y = 24 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{12} = 1$



चतुर्भुज का क्षेत्र = त्रिभुज OCD का क्षेत्र - त्रिभुज OAB का क्षेत्र.

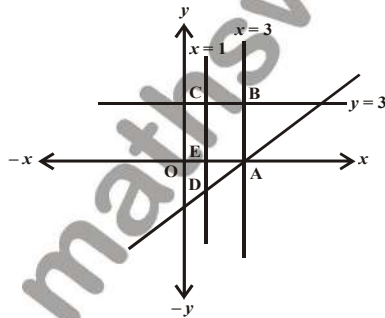
$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 - \frac{1}{2} \times 3 \times 6$$

$$= 27 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 27.** पिछले प्रश्न जैसा

**Sol<sup>n</sup> 28.**  $x = 1, x = 3, y = 2$

और  $x = y + 3 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{-3} = 1$



बिन्दु D होगा (1, -2)

ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है।

$AB = 2, CD = CE + DE = 2 + 2 = 4$

ऊँचाई =  $AE = 2 - 1 = 1$

समलम्ब चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र =  $\frac{1}{2} AE (AB + CD)$

$= \frac{1}{2} \times 1 (2 + 4)$

= 3 वर्ग इकाई

**Sol<sup>n</sup> 29.**  $kx + 3y = k - 3$

$12x + ky = k$

अनंत हल के लिए

$$\frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$$

$k^2 = 12 \times 3 = 36$

$k = \pm 6$

**Sol<sup>n</sup> 30.**  $x + 3y = k$

$2x + 6y = 2k$  सम्पाती रेखाएँ हैं

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{k}{2k}$$

यह सभी तीनों अनुपात  $k$  की सभी वास्तविक संख्याओं के लिए बराबर है।

**Sol<sup>n</sup> 31.**  $5x + 20y = 11$  और  $2x + ky = 17$  प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं अथवा इनका एक हल होगा।

$$\Rightarrow \frac{5}{2} \neq \frac{20}{k} \Rightarrow k \neq 8$$

**Sol<sup>n</sup> 32.**  $5x + 3y = 3$  और  $12x + ky = 6$  का कोई हल नहीं है।

$$\Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{3}{k} \Rightarrow 5k = 36$$

$\Rightarrow k = 7.2$

**Sol<sup>n</sup> 33.** रेखा बिन्दु (2, 7) से होते होकर गुजरेगी। जिसकी प्रवणत 5 है, तब समीकरण

$y - 7 = 5(x - 2)$

$\Rightarrow 5x - y - 3 = 0$

**Sol<sup>n</sup> 34.** पिछले प्रश्न जैसा

**Sol<sup>n</sup> 35.** रेखा बिन्दु  $(-1, 7)$  और  $(2, -5)$  होकर गुजरेगी तब समीकरण

$$y-7 = \frac{-5-7}{2-(-1)} [x-(-1)]$$

$$y-7 = -4(x+1)$$

$$4x+y=3$$

**Sol<sup>n</sup> 36.** बिन्दु  $P(1, 4)$  की रेखा  $3x+4y-9=0$  से दूरी।

$$d = \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|3 \times 1 + 4 \times 4 - 9|}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$= \frac{|10|}{5} = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 37.** रेखा जिसके अंतिम बिन्दु  $(4, 9)$  और  $(6, 5)$  है, का मध्य बिन्दु  $(5, 7)$  होगा।

अतः रेखा  $(2, 3)$  और  $(5, 7)$  से होकर जायेगी।

$$(y-3) = \frac{7-3}{5-2} (x-2)$$

$$(y-3) = \frac{4}{3} (x-2)$$

$$3y-9 = 4x-8$$

$$4x-3y+1=0$$

**Sol<sup>n</sup> 38.** समीकरण  $4x+ky=3$  और  $3x+2y=7$  एक दूसरे के लम्बवत है।

$$\text{लम्बवत होने की शर्त: } a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

$$4 \times 3 + k \times 2 = 0$$

$$k = -6$$

**Sol<sup>n</sup> 39.** समीकरण  $(k+1)x+ky=3$  और  $5x-2y=7$  एक दूसरे के लम्बवत है।

$$\text{लम्बवत होने की शर्त: } a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

$$(k+1) \times 5 + k \times (-2) = 0$$

$$5k+5-2k=0$$

$$k = \frac{-5}{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 40.** यदि किसी त्रिभुज के शीर्ष परिमेय संख्या है, तो वह त्रिभुज कभी भी समबाहु त्रिभुज नहीं हो सकता।

**Sol<sup>n</sup> 41.**  $A(7, 9)$ ,  $B(3, -7)$ , और  $C(-3, 3)$

$$AB = \sqrt{(9+7)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{272}$$

$$BC = \sqrt{(3+3)^2 + (-7-3)^2} = \sqrt{136}$$

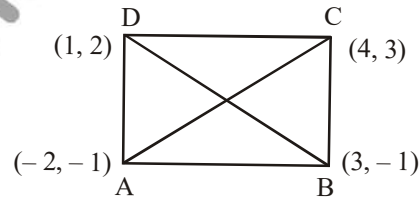
$$CA = \sqrt{(-3-7)^2 + (3-9)^2} = \sqrt{136}$$

$$\therefore BC=CA \quad \therefore \text{समद्विबाहु त्रिभुज}$$

$$\therefore BC^2+CA^2=AB^2 \quad \therefore \text{समकोण त्रिभुज}$$

**Sol<sup>n</sup> 42.** पिछले प्रश्न जैसा।

**Sol<sup>n</sup> 43.**  $A(-2, -1)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(4, 3)$  &  $D(1, 2)$



**Step 1:** विकर्ण की लम्बाई

$$AC = \sqrt{(4+2)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{52}$$

$$BD = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{13}$$

$$AC \neq BD$$

तब ABCD एक समचतुर्भुज अथवा समांतर चतुर्भुज होगा... (i)

**Step 2:** दोनो विकर्ण की प्रवणता का गुणफल

$$AC \rightarrow m_1 = \frac{3+1}{4+2} = \frac{2}{3}$$

$$BD \rightarrow m_2 = \frac{2+1}{1-3} = \frac{-3}{2}$$

$$\text{यहाँ, } m_1 m_2 = -1$$

तब ABCD समचतुर्भुज अथवा वर्ग होगा... (ii)

समीकरण (i) और (ii) से

ABCD एक समचतुर्भुज है।

Sol<sup>n</sup> 44. पिछले प्रश्न जैसा।

Sol<sup>n</sup> 45. उदाहरण नं. 57 देखें

Sol<sup>n</sup> 46.  $a = 2, b = 3$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\Rightarrow 3x + 2y = 6$$

Sol<sup>n</sup> 47.  $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

बिन्दु  $(3, -4)$

$$(y + 4) = \sqrt{3}(x - 3)$$

$$x\sqrt{3} - y = 4 + 3\sqrt{3}$$

Sol<sup>n</sup> 48. हम जानते हैं कि किसी त्रिभुज के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर बनाए गए त्रिभुज का क्षेत्रफल उस त्रिभुज के क्षेत्रफल का एक चौथाई होता है। अतः आवश्यक अनुपात 4 : 1 है।

Sol<sup>n</sup> 49. उदाहरण नं. 49 देखें।

Sol<sup>n</sup> 50. त्रिभुज का केन्द्रक  $\equiv \left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$

$$\equiv \left( \frac{0 + 8 + 8}{3}, \frac{6 + 12 + 0}{3} \right)$$

$$\equiv \left( \frac{16}{3}, 6 \right)$$

Sol<sup>n</sup> 51. उदाहरण नं. 48 देखें

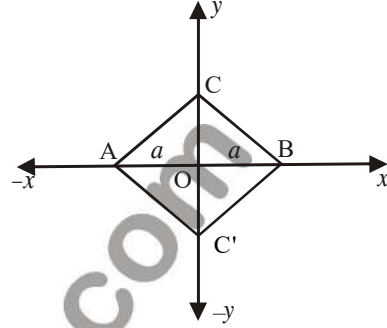
Sol<sup>n</sup> 52. त्रिभुज के शीर्ष  $(3, -5)$ ,  $(-7, 4)$  और  $(h, k)$  हैं, और केन्द्रक  $(2, -12)$  है।

$$(2, -12) \equiv \left( \frac{3 - 7 + h}{3}, \frac{-5 + 4 + k}{3} \right)$$

हल करने पर

$$(h, k) \equiv (10, -35)$$

Sol<sup>n</sup> 53.



दोनों त्रिभुज की ऊँचाई

$$= OC = OC' = \frac{\sqrt{3}}{2}(2a)$$

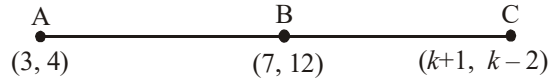
$$= \sqrt{3}a$$

$$C \equiv (0, \sqrt{3}a)$$

$$C' \equiv (0, -\sqrt{3}a)$$

Sol<sup>n</sup> 54. उदाहरण नं. 56 देखें।

Sol<sup>n</sup> 55.



हम रेखा AB और BC की प्रवणता को बराबर करेंगे।

$$\frac{12-4}{7-3} = \frac{k-2-4}{k+1-3} \Rightarrow 2 = \frac{k-6}{k-2}$$

$$\Rightarrow 2k - 4 = k - 6$$

$$\Rightarrow k = -2$$

Sol<sup>n</sup> 56.  $2x + y = 5$  और  $x + 2y = 4$

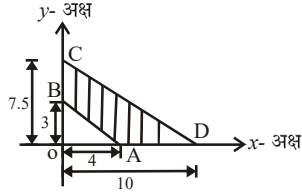
दोनों समीकरण को हल करने पर

कटान बिन्दु  $(x, y) \equiv (2, 1)$

Sol<sup>n</sup> 57. उदाहरण 33 देखें

Sol<sup>n</sup> 58.  $3x + 4y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

$$6x + 8y = 60 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{7.5} = 1$$



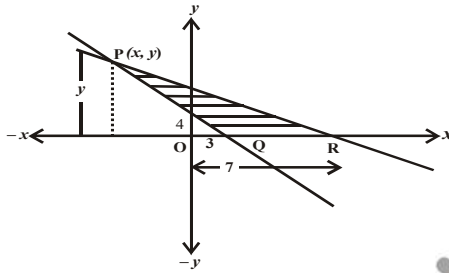
त्रिभुज ABCD का क्षेत्र =  $\Delta OCD$  का क्षेत्र -  $\Delta OAB$  का क्षेत्र.

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 7.5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3$$

$$= 37.5 - 6 = 31.5 \text{ वर्ग ईकाई}$$

Sol<sup>n</sup> 59. संकेत: दूरी सूत्र का प्रयोग करें।

Sol<sup>n</sup> 60.



$$5x + 7y = 35 \Rightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{5} = 1$$

$$4x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$

दोनों रेखाएँ बिन्दु P (x, y) पर काटेगी।  
हमें केवल बिन्दु P के y निर्देशांक की जरूरत है।  
(हल करने पर)

$$y = \frac{80}{13}$$

$$\text{आधार OR} = 7 - 3 = 4$$

$$\Delta PQR \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{80}{13} = \frac{160}{13} \text{ वर्ग ईकाई}$$

Sol<sup>n</sup> 61. तब बिन्दु A (3, 4) होगा।

$$OA = \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5 \text{ ईकाई}$$

Sol<sup>n</sup> 62.  $\overline{(a+3, b+1) \quad (a+5, b+k)}$   
 $2y = 7x - 9$

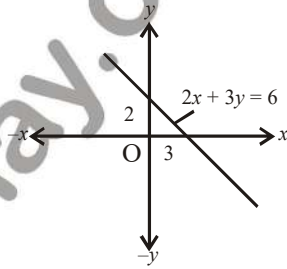
$$2y = 7x - 9 \Rightarrow y = \frac{7}{2}x - \frac{9}{2}$$

रेखा की प्रवणता बराबर करने पर

$$\frac{b+k-b-1}{a+5-a-3} = \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{k-1}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow k=8$$

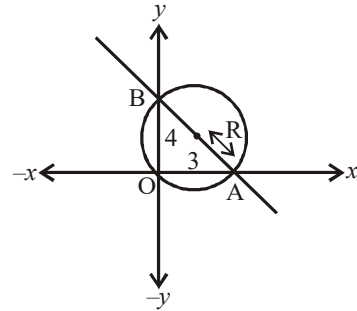
Sol<sup>n</sup> 63.  $2x + 3y = 6 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$



रेखा दोनों x-अक्ष और y-अक्ष को काटेगी।

Sol<sup>n</sup> 64.  $4x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$



परिवृत्त की त्रिज्या

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ ईकाई}$$

किसी समकोण त्रिभुज के कर्ण का मध्य बिन्दु परिकेन्द्र होता है।

**Sol<sup>n</sup> 65.** रेखा  $x + 4y = 7$  और  $kx + 8y = 14$  समानांतर है।

$$\Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 66.**  $2x + 3y = 5 \Rightarrow y = \frac{-2}{3}x + \frac{5}{3}$

तब,  $m_1 = \frac{-2}{3}$

$$3x - 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

तब,  $m_2 = \frac{3}{2}$

यदि रेखाओं के बीच का कोण  $\theta$  है, तब

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

$$\tan \theta = \left| \frac{\frac{-2}{3} - \frac{3}{2}}{1 + \frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{2}} \right| = \left| \frac{-\frac{13}{6}}{0} \right| = \infty = \tan 90^\circ$$

$\theta = 90^\circ$

**विधि 2:**

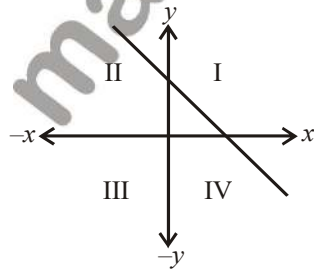
$$m_1 m_2 = \frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{2} = -1$$

रेखा एक दूसरे के लम्बवत है अतः कोण  $90^\circ$  होगा।

**Sol<sup>n</sup> 67.** रेखाएँ जो मूल बिन्दु से होकर गुजरती हैं। उनमें नियत राशि नहीं होती।

रेखा  $2x + 3y = 0$  मूल बिन्दु से होकर गुजरेगी।

**Sol<sup>n</sup> 68.**



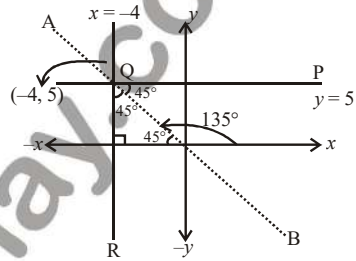
$$2x + 5y + k = 0$$

$$\frac{x}{\frac{-k}{2}} + \frac{y}{\frac{-k}{5}} = 1$$

यदि रेखा I, II और IV चतुर्थांश से गुजरती है, तो  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष का अन्तः खण्ड धनात्मक होंगे।

$\Rightarrow \frac{-k}{2}$  और  $\frac{-k}{5}$  धनात्मक होगा जब  $k$  ऋणात्मक होगा। इसलिए,  $k < 0$

**Sol<sup>n</sup> 69.**



रेखा AB,  $\angle PQR$  को दो भागों में विभाजित करती है।

रेखा AB की प्रवणता  $= \tan 135^\circ = -1$

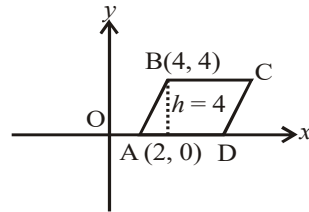
और यह बिन्दु  $(-4, 5)$  से गुजरेगी

जिसका समीकरण है—

$$(y - 5) = -1(x + 4)$$

$$x + y = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 70.**

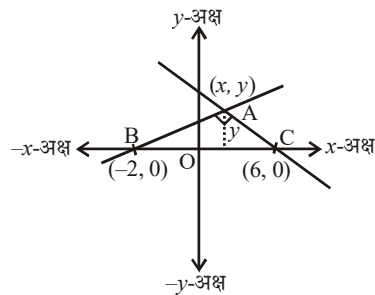


$$AD = AB = \sqrt{(4-2)^2 + (4-0)^2}$$

$$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

समचतुर्भुज का क्षेत्र = आधार  $\times$  ऊँचाई

$$= 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5} \text{ वर्ग इकाई}$$



**Sol<sup>n</sup> 71.**

$$2x+3y=12 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$$

$$3x-2y=-6 \Rightarrow \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$$

दोनों रेखाएँ लम्बवत है। ( $\because m_1 m_2 = -1$ )

और किसी समकोण त्रिभुज का परिकेन्द्र उस त्रिभुज के कर्ण पर होता है।

$\therefore$  परिकेन्द्र  $(2, 0)$   $x$ -अक्ष पर होगा।

इसका मतलब  $x$ -अक्ष कर्ण होगा।

दोनों रेखाएँ  $2x+3y=12$  और  $3x-2y=-6$  को

हल करने पर-

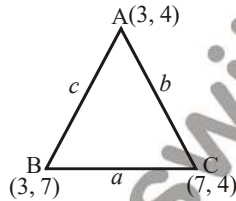
$y$ -निर्देशांक =

$$y = \frac{48}{13}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times BC \times y$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{48}{13} = \frac{192}{13} \text{ वर्ग ईकाई}$$

Sol<sup>n</sup> 72.



$$a = \sqrt{(7-3)^2 + (4-7)^2} = 5$$

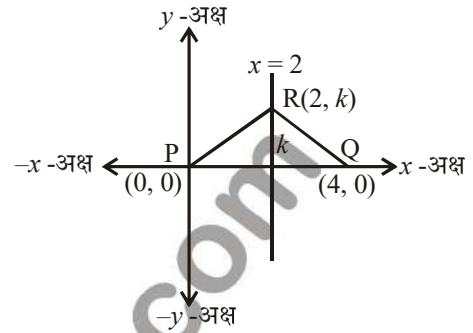
$$b = \sqrt{(7-3)^2 + (4-4)^2} = 4$$

$$c = \sqrt{(3-3)^2 + (7-4)^2} = 3$$

$$\text{अंतः केन्द्र } I \equiv \left( \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

$$\equiv \left( \frac{5 \times 3 + 4 \times 3 + 3 \times 7}{5+4+3}, \frac{5 \times 4 + 4 \times 7 + 3 \times 4}{5+4+3} \right) \equiv (4, 5)$$

Sol<sup>n</sup> 73.

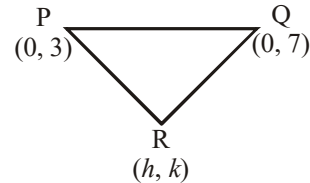


$$\text{त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times PQ \times k$$

$$6 = \frac{1}{2} \times 4 \times k \Rightarrow k = 3$$

अतः बिन्दु R  $(2, 3)$  होगा।

Sol<sup>n</sup> 74.



$$PR + QR = 8$$

$$\sqrt{(h-0)^2 + (k-3)^2} + \sqrt{(h-0)^2 + (k-7)^2} = 8$$

बिन्दु R की भुज  $h$  अधिकतम होगी जब  $k = 7$

या 3 होगा

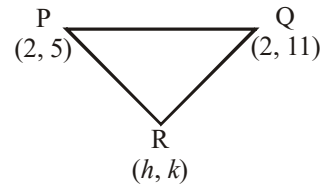
$k = 7$  रखने पर

$$\sqrt{h^2 + 16} = 8 - \sqrt{h^2 + 0} = 8 - h$$

$$h^2 + 16 = 64 + h^2 - 16h$$

$$16h = 48 \Rightarrow h = 3$$

Sol<sup>n</sup> 75.





अंतः केन्द्र, परिकेन्द्र और लम्बकेन्द्र एक सीधी रेखा में है इसलिए यह त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज होगा।

अतः PR = QR

$$\sqrt{(h-2)^2 + (k-5)^2} = \sqrt{(h-2)^2 + (k-11)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करन पर

$$(k-5)^2 = (k-11)^2$$

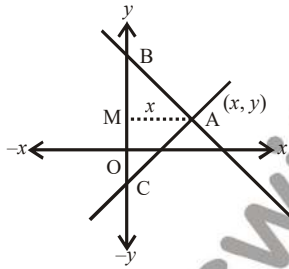
$$k^2 + 25 - 10k = k^2 + 121 - 22k$$

$$12k = 96 \Rightarrow k = 8$$

विकल्प के अनुसार बिन्दु R (2, 8) होगा।

**Sol<sup>n</sup> 76.**  $2x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1$

$$x = y + 1 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{-1} = 1$$



यदि हम BC को त्रिभुज ABC का आधार मानते हैं और AM को ऊँचाई जो बिन्दु A का x-निर्देशांक है।

हल करने पर  $2x + y = 6$  और  $x = y + 1$

$$x\text{-निर्देशांक} = AM = \frac{7}{3}$$

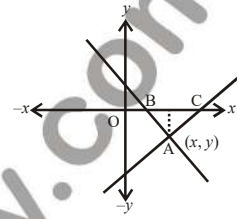
$$\text{आधार } BC = 6 + 1 = 7$$

अतः त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} BC \times AM =$

$$\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{7}{3} = \frac{49}{6}$$

**Sol<sup>n</sup> 77.**  $2x + 3y = 5 \Rightarrow \frac{x}{5/2} + \frac{y}{5/3} = 1$

$$y = 3x - 13 \Rightarrow \frac{x}{13/3} + \frac{y}{-13} = 1$$



हमें त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

$$\text{आधार } BC = \frac{13}{3} - \frac{5}{2} = \frac{11}{6}$$

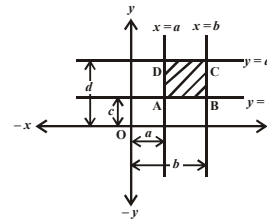
त्रिभुज की ऊँचाई = बिन्दु A का y-निर्देशांक

हल करने पर  $2x + 3y = 5$  &  $y = 3x - 13 \Rightarrow y = -1$

अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{11}{6} \times 1 = \frac{11}{12} \text{ वर्ग इकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 78.**



$$AB = b - a = CD$$

$$BC = d - c = AD$$

ABCD एक आयत होगा।

आयत ABCD का क्षेत्रफल =  $(b - a)(d - c)$

**Sol<sup>n</sup> 79.**  $L_1 = \frac{0 \times \sec \theta + 0 \times \operatorname{cosec} \theta - a}{\sqrt{\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta}}$

$$= \frac{-a}{\sqrt{\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta}} = \frac{-a}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta}}}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta}}} = a \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$L_2 = \left| \frac{0 \times \cos \theta + 0 \times \sin \theta - a \cos 2\theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}} \right| = a \cos 2\theta$$

$$4L_1^2 + L_2^2 = 4a^2 \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + a^2 \cos^2 2\theta$$

$$= a^2 (2 \sin \theta \cdot \cos \theta)^2 + a^2 \cos^2 2\theta$$

$$= a^2 (\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta) = a^2$$

**विधि:**  $2\theta = 45^\circ$  रखने पर (क्योंकि उत्तर  $\theta$  पर निर्भर नहीं है)

रेखा होगी  $\rightarrow x\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 9 = 0$

$$\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow x - y = 0$$

अब,  $L_1 = \left| \frac{0 + 0 - a}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2}} \right| = \frac{a}{2}$

$$2L_1 = a \quad \dots(i)$$

$$L_2 = \left| \frac{0 + 0 - 0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2}} \right| = 0 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को वर्ग करके जोड़ने पर  $4L_1^2 + L_2^2 = a^2$

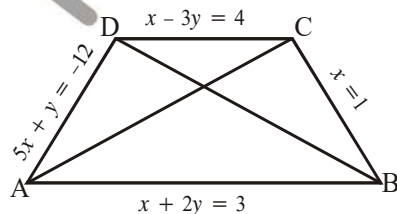
**Sol<sup>n</sup> 80.** हल करने पर,

$$x + 2y = 3 \text{ और } 5x + y + 12 = 0, \text{ बिन्दु } A \equiv (-3, 3)$$

$$x + 2y = 3 \text{ और } x = 1, \text{ बिन्दु } B \equiv (1, 1)$$

$$x - 3y = 4 \text{ और } x = 1, \text{ बिन्दु } C \equiv (1, -1)$$

$$x - 3y = 4 \text{ और } 5x + y + 12 = 0, \text{ बिन्दु } D \equiv (-2, 2)$$



$$\text{AC की प्रवणता} = \frac{-1-3}{1+3} = -1 = m_1$$

$$\text{BD की प्रवणता} = \frac{-2-1}{-2-1} = 1 = m_2$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

अतः दोनों विकर्ण के बीच कोण  $90^\circ$  का होगा।

**Sol<sup>n</sup> 81.** माना एक रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  है।

$$\text{दिया हुआ है: } a + b = 18 \quad \dots(i)$$

बिन्दु (4, 4) से गुजरती है।

इसका आशय है:-

$$\frac{4}{a} + \frac{4}{b} = 1 \Rightarrow ab = 4(a + b) = 72$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = (18)^2 - 4 \times 72 = 324 - 288 = 36$$

$$a - b = \pm 6 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

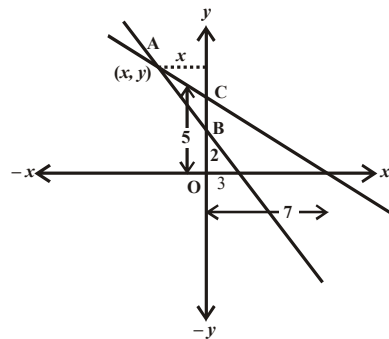
$$(a, b) \equiv (12, 6) \text{ या } (6, 12)$$

$$\text{रेखा होगी: } -\frac{x}{12} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow x + 2y = 12$$

$$\text{या, } \frac{x}{6} + \frac{y}{12} = 1 \Rightarrow 2x + y = 12$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 82. } 5x + 7y = 35 \Rightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{5} = 1$$

$$4x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$



हमें त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

आधार  $BC = 5 - 3 = 2$ .

त्रिभुज की ऊँचाई दोनों रेखाओं के कटान बिन्दु का  $x$ -निर्देशांक होगा

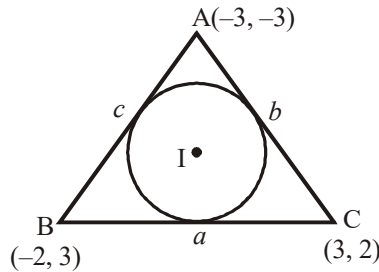
हल करने पर:  $-5x + 7y = 35$  और  $4x + 3y = 12$

$$x = \frac{-21}{13}$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times BC \times x$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{21}{13} = \frac{21}{13} \text{ वर्ग इकाई}$$

Sol<sup>n</sup> 83.



$$BC = a = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{26}$$

$$AC = b = \sqrt{(-3-3)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{52}$$

$$AB = c = \sqrt{(-3+2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{26}$$

∴ अंतः केन्द्र के निर्देशांक

$$\equiv \left( \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

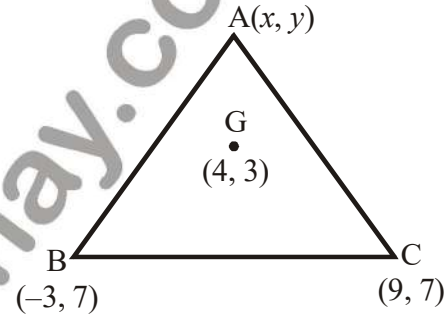
$$\equiv \left( \frac{\sqrt{26} \times (-3) + \sqrt{52} \times (-2) + \sqrt{26} \times (3)}{\sqrt{26} + \sqrt{52} + \sqrt{26}}, \right.$$

$$\left. \frac{\sqrt{26} \times (-2) + \sqrt{52} \times (3) + \sqrt{26} \times (2)}{\sqrt{26} + \sqrt{52} + \sqrt{26}} \right)$$

$$\equiv \left( \frac{-2\sqrt{52}}{\sqrt{26}(2+\sqrt{2})}, \frac{3\sqrt{52}}{\sqrt{26}(2+\sqrt{2})} \right)$$

$$\equiv \left( \frac{-2\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})}, \frac{3\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})} \right)$$

Sol<sup>n</sup> 84.



$$\therefore G = \left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

$$\Rightarrow G = \left( \frac{x-3+9}{3}, \frac{y+7+7}{3} \right)$$

$$\Rightarrow (4, 3) \equiv \left( \frac{x-6}{3}, \frac{y+14}{3} \right)$$

$$\therefore \frac{x-6}{3} = 4, \Rightarrow x = 4 \times 3 - 6 = 6$$

$$\therefore \frac{y+14}{3} = 3, \Rightarrow y = 3 \times 3 - 14 = -5$$

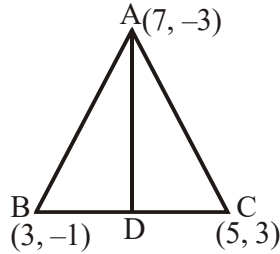
$$\therefore (x, y) = (6, -5)$$

एक त्रिभुज का क्षेत्रफल जिसके शीर्ष  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  और  $(x_3, y_3)$  हैं।

$$= \left| \frac{1}{2} (6(7-7) - 3(7+5) + 9(-5-7)) \right| = 72 \text{ वर्ग इकाई}$$

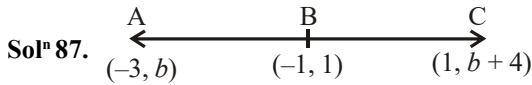
Sol<sup>n</sup> 85.  $A \xleftarrow{3:1} P(x, y) \xrightarrow{1} B$

$$(x, y) \equiv \left( \frac{9 \times 3 + 1 \times 5}{3+1}, \frac{6 \times 3 + 1 \times -2}{3+1} \right) \equiv (8, 4)$$

Sol<sup>n</sup> 86.

$$\text{मध्य बिन्दु} \equiv \left( \frac{3+5}{2}, \frac{-1+3}{2} \right) \equiv (4, 1)$$

$$\begin{aligned} \text{माध्यिका AD की लम्बाई} &= \sqrt{(7-4)^2 + (-3-1)^2} \\ &= \sqrt{9+16} = 5 \text{ इकाई} \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 87.

$$\text{मध्य बिन्दु का } y\text{-निर्देशांक} = 1 = \frac{b+b+4}{2}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2b+4}{2} \Rightarrow b = -1$$

Sol<sup>n</sup> 88. उदाहरण नं 56 देखेंSol<sup>n</sup> 89.  $x^2 + y^2 = 16$ 

$$\text{और } x + y = 16$$

$$\text{दोनों समीकरण हल करने पर } x^2 + (16-x)^2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 16x + 120 = 0$$

यहाँ  $x$  एक काल्पनिक संख्या है। इसलिए कटान बिन्दुओं की संख्या शून्य होगी।

विधि - 2

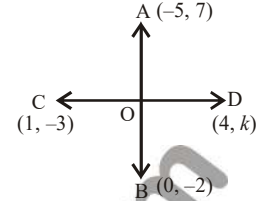
वृत्त की समीकरण

$$x^2 + y^2 = 16 = (r)^2$$

त्रिज्या  $r = 4$  और केन्द्र  $(0, 0)$ रेखा  $x + y - 16 = 0$  की मूल बिन्दु  $(0, 0)$  से दूरी

$$d = \frac{|0-16|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$$

$d > r$  इसलिए रेखा वृत्त को नहीं काटेगी इसलिए यहाँ कटान बिन्दुओं की संख्या शून्य होगी।

Sol<sup>n</sup> 90.रेखा AB और CD की प्रवणता का गुणफल  $-1$  होगा

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\left( \frac{7+2}{-5-0} \right) \cdot \left( \frac{k+3}{4-1} \right) = -1$$

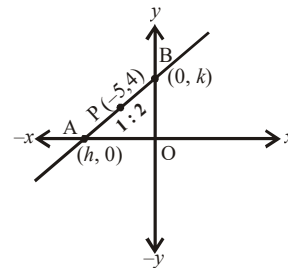
$$\left( \frac{-9}{5} \right) \cdot \left( \frac{k+3}{3} \right) = -1$$

$$-9k - 27 = -15 \Rightarrow -12 = 9k$$

$$k = \frac{-4}{3}$$

Sol<sup>n</sup> 91. उदाहरण 27 देखेंSol<sup>n</sup> 92.  $\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$  का प्रयोग करकेजहाँ  $m_1$  और  $m_2$  रेखा की प्रवणता है।Sol<sup>n</sup> 93. केन्द्रक सूत्र का प्रयोग करके।

$$(x, y) \equiv \left( \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

Sol<sup>n</sup> 94.बिन्दु  $P(-5, 4)$  AB को आन्तरिक रूप से  $1:2$  में बाँटा है।

$$-5 = \frac{2 \times h + 1 \times 0}{1 + 2} \Rightarrow h = \frac{-15}{2}$$

बिन्दु  $\left(\frac{-15}{2}, 0\right)$  और  $(-5, 4)$  से गुजरने वाली रेखा की समीकरण

$$(y-4) = \frac{4-0}{-5+\frac{15}{2}}(x+5)$$

$$5(y-4) = 8(x+5)$$

$$8x - 5y + 60 = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 95.** उदाहरण 47 देखें

**Sol<sup>n</sup> 96.**

$$\frac{r}{2} = \frac{p+q}{2} \Rightarrow p+q=r \quad \dots(i)$$

$$\frac{s}{2} = \frac{q-p}{2} \Rightarrow q-p=s \quad \dots(ii)$$

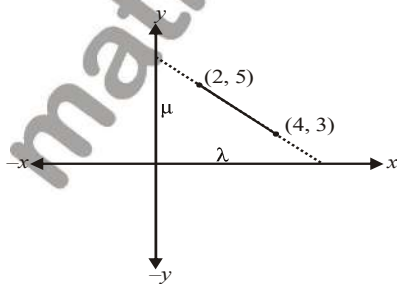
$$AB = \sqrt{(p-q)^2 + (q+p)^2}$$

$$= \sqrt{(s)^2 + (r)^2} = (r^2 + s^2)^{1/2}$$

**Sol<sup>n</sup> 97.** रेखा  $x+3y-10=0$  और  $2x+y-5=0$  को हल करने पर कटान बिन्दु  $(1, 3)$  है। अतः बिन्दु  $(1, 3)$  और मूल बिन्दु  $(0, 0)$  के बीच की दूरी

$$d = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

**Sol<sup>n</sup> 98.**



बिन्दु  $(2, 5)$  और  $(4, 3)$  से गुजरने वाली रेखा की समीकरण

$$y-3 = \frac{5-3}{2-4}(x-4) = -(x-4)$$

$$\Rightarrow y-3 = 4-x$$

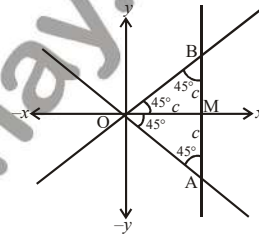
$$\Rightarrow x+y=7$$

$$\Rightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1$$

$\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{y}{\mu} = 1\right)$  के साथ तुलना करने पर।

$$\lambda = \mu = 7$$

**Sol<sup>n</sup> 99.**



$$\text{रेखा 1: } y-x=0 \Rightarrow x=y$$

$$\text{रेखा 2: } y+x=0 \Rightarrow x=-y$$

$$\text{रेखा 3: } x=c$$

$$\text{OAB का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AB \times OM$$

$$= \frac{1}{2} \times 2c \times c = c^2$$

**Sol<sup>n</sup> 100.** माना रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  और  $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$  के

कटान बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा की समीकरण है-

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1\right) + \lambda \left(\frac{x}{b} + \frac{y}{a} - 1\right) = 0 \quad \dots$$

(1)

$\therefore$  रेखा मूल बिन्दु  $(0, 0)$  से गुजरती है।

इसलिए  $x=y=0$  रखने पर

$$(-1) + \lambda(-1) = 0$$

$$\lambda = -1$$

$\lambda = -1$  समीकरण (1) में रखने पर

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 - \frac{x}{b} - \frac{y}{a} + 1 = 0$$

$$x\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + y\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = 0$$

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)(x - y) = 0 \Rightarrow x - y = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 101.**  $x \cos \theta + y \sin \theta = 2$

$$\Rightarrow y \sin \theta = -x \cos \theta + 2$$

$$y = -x \cot \theta + 2 \operatorname{cosec} \theta$$

$$m_1 = -\cot \theta$$

$$x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3$$

$$m_2 = 1$$

दोनों रेखाएँ एक दूसरे के लम्बवत हैं, इसलिए

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$(-\cot \theta) \cdot (1) = -1 \Rightarrow \cot \theta = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

**Sol<sup>n</sup> 102.**  $(x_1, y_1) \equiv (\sqrt{b^2 - a^2}, 0)$

$$(x_2, y_2) \equiv (-\sqrt{b^2 - a^2}, 0)$$

बिन्दुओं  $(x_1, y_1)$  और  $(x_2, y_2)$  से रेखा  $ax \cos \phi + by \sin \phi - ab = 0$  के बीच की दूरियों का गुणफल

$$\Rightarrow P_1.P_2 = \frac{|ax_1 \cos \phi + by_1 \sin \phi - ab|}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}} \cdot \frac{|ax_2 \cos \phi + by_2 \sin \phi - ab|}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}}$$

$$= \frac{|a\sqrt{b^2 - a^2} \cos \phi - ab|}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}} \cdot \frac{|-a\sqrt{b^2 - a^2} \cos \phi - ab|}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}}$$

$$= \frac{|-(a\sqrt{b^2 - a^2} \cos \phi - ab)(a\sqrt{b^2 - a^2} \cos \phi + ab)|}{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}$$

$$= \frac{|-(a^2(b^2 - a^2) \cos^2 \phi - a^2 b^2)|}{a^2 \cos^2 \phi + b^2(1 - \cos^2 \phi)}$$

$$= \frac{|a^2 \{b^2 - (b^2 - a^2) \cdot \cos^2 \phi\}|}{|b^2 - (b^2 - a^2) \cdot \cos^2 \phi|}$$

$$= a^2$$

**विधि - 2**

हम  $\phi = 0$  रख सकते हैं, क्योंकि उत्तर  $\phi$  पर निर्भर नहीं करता है। तब रेखा होगी  $ax = ab \Rightarrow x - b = 0$

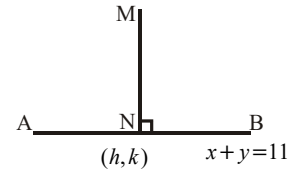
$$P_1.P_2 = \frac{|x_1 - b|}{\sqrt{1^2}} \cdot \frac{|x_2 - b|}{\sqrt{1^2}}$$

$$= |\sqrt{b^2 - a^2} - b| \cdot |-\sqrt{b^2 - a^2} - b|$$

$$= |-(\sqrt{b^2 - a^2} - b)(\sqrt{b^2 - a^2} + b)|$$

$$= |-(b^2 - a^2 - b^2)| = a^2$$

**Sol<sup>n</sup> 103.**



$$x + y = 11 \Rightarrow y = -x + 11 \Rightarrow m_1 = -1$$

$MN \perp AB$

दोनों रेखाओं की प्रवणता का गुणफल = -1

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\left(\frac{k-3}{h-2}\right) \cdot (-1) = -1$$

$$k - 3 = h - 2$$

$$h - k = -1$$

...(1)

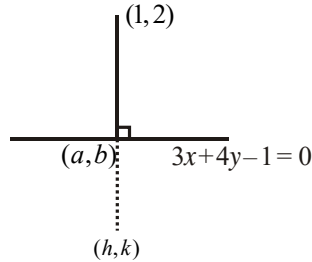
बिन्दु  $(h, k)$  रेखा  $x + y = 11$  पर है।

$$h + k = 11$$

...(2)

समीकरण (1) और (2) को हल करने पर

$$(h, k) \equiv (5, 6)$$

Sol<sup>n</sup> 104.

हम पिछले विधि द्वारा लम्ब का पाद  $(a, b)$  ज्ञात करेंगे।

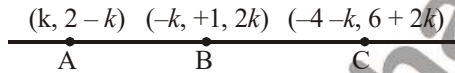
$$\text{लम्ब का पाद होगा } (a, b) \equiv \left(\frac{-1}{5}, \frac{2}{5}\right)$$

$(a, b)$  बिन्दुओं  $(h, k)$  और  $(1, 2)$  का मध्य बिन्दु होगा।

$$\frac{-1}{5} = \frac{h+1}{2} \Rightarrow h = \frac{-7}{5}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{k+2}{2} \Rightarrow k = \frac{-6}{5}$$

$$(h, k) \equiv \left(\frac{-7}{5}, \frac{-6}{5}\right)$$

Sol<sup>n</sup> 105.

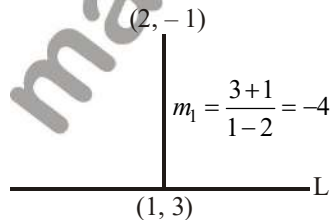
रेखा AB की प्रवणता = रेखा BC की प्रवणता

$$\frac{2k-2+k}{-k+1-k} = \frac{6+2k-2k}{-4-k+k-1}$$

$$\frac{3k-2}{-2k+1} = \frac{6}{-5}$$

$$-15k+10 = -12k+6$$

$$3k-4=0 \Rightarrow k=4/3$$

Sol<sup>n</sup> 106.

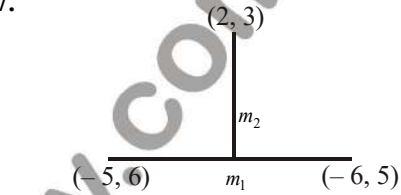
$$\text{रेखा L की प्रवणता} = \frac{-1}{m_1} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

रेखा L की समीकरण होगी—

$$(y-3) = \frac{1}{4}(x-1)$$

$$4(y-3) = x-1$$

$$x-4y+11=0$$

Sol<sup>n</sup> 107.

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\left(\frac{6-5}{-5+6}\right) m_2 = -1$$

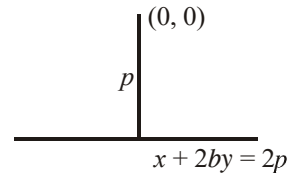
$$m_2 = -1$$

रेखा की समीकरण जिसकी प्रवणता  $m_2$  है और बिन्दु

$(2, 3)$  से गुजरती है, होगी—

$$y-3 = -1(x-2)$$

$$x+y-5=0$$

Sol<sup>n</sup> 108.

मूल बिन्दु  $(0, 0)$  की रेखा  $x+2by-2p=0$  से दूरी

$$p = \frac{|0+0-2p|}{\sqrt{(1)^2+(2b)^2}}$$

$$p^2 = \frac{4p^2}{1+4b^2} \Rightarrow 1+4b^2=4$$

$$4b^2=4-1=3$$

$$b^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 109.**  $y = (2 - \sqrt{3})x + 5 \Rightarrow m_1 = 2 - \sqrt{3}$

$$y = (2 + \sqrt{3})x - 7 \Rightarrow m_2 = 2 + \sqrt{3}$$

माना रेखाओं के बीच का कोण  $\theta$  है।

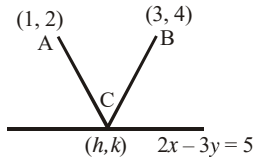
$$\tan \theta = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} \right|$$

$$\tan \theta = \left| \frac{2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}{1 + (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} \right|$$

$$\tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\theta = 60^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 110.**



$$AC = AB$$

$$\Rightarrow \sqrt{(k-2)^2 + (h-1)^2} = \sqrt{(k-4)^2 + (h-3)^2}$$

हल करने पर

$$h + k = 5 \quad \dots(1)$$

बिन्दु  $(h, k)$  रेखा  $2x - 3y = 5$  पर है।

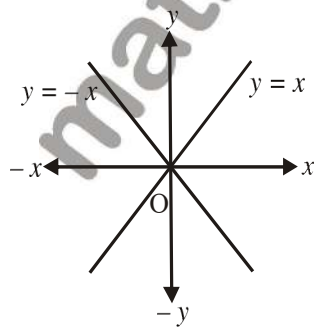
$$\text{इसलिए } 2h - 3k = 5 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) और (2) को हल करने पर

$$(h, k) \equiv (4, 1)$$

**Sol<sup>n</sup> 111.**  $x + y = 0 \Rightarrow y = -x$

$$x - y = 0 \Rightarrow y = x$$



बिन्दु जो जो रेखा  $y = x$  और  $y = -x$  से समान दूरी पर है,  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष पर होंगे।

$$y = 0 \text{ और } x = 0$$

इसलिए बिन्दु पथ  $xy = 0$  है।

**Sol<sup>n</sup> 112.**  $2x + 2y + 4 + k(6x - y + 12) = 0$

$$\Rightarrow x(2 + 6k) + y(3 - k) + 12k + 4 = 0$$

$$\text{रेखा की प्रवणता } m_1 = \frac{-(2 + 6k)}{3 - k}$$

$$7x + 5y + 4 = 0 \Rightarrow \text{प्रवणता } m_2 = \frac{-7}{5}$$

दोनों रेखाएँ लम्बवत है

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\Rightarrow \left( \frac{-(2 + 6k)}{3 - k} \right) \left( \frac{-7}{5} \right) = -1$$

$$14 + 42k = 5k - 15$$

$$37k = -29 \Rightarrow k = \frac{-29}{37}$$

**Sol<sup>n</sup> 113.**  $A(\lambda, 2 - 2\lambda) B(-\lambda + 1, 2\lambda) \& C(-\lambda, 6 - 2\lambda)$

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

$$\Delta = \frac{1}{2} (x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2))$$

$$\{ \lambda(2\lambda - 6 + 2\lambda) + (-\lambda + 1)(6 - 2\lambda - 2 + 2\lambda) \}$$

$$+ (-4 - \lambda)(2 - 2\lambda - 2\lambda) \}$$

$$140 = (4\lambda^2 - 6\lambda + 4 - 4\lambda - 8 + 16\lambda - 2\lambda + 4\lambda^2)$$

$$140 = 8\lambda^2 + 4\lambda - 4$$

$$2\lambda^2 + \lambda - 36 = 0$$

$$2\lambda^2 + 9\lambda - 8\lambda - 36 = 0$$

$$\lambda(2\lambda + 9) - 4(2\lambda + 9) = 0$$

$$(\lambda - 4)(2\lambda + 9) = 0$$

$$\lambda = 4, \frac{-9}{2}$$

$\lambda$  का पूर्णांक मान 4 है।



**Sol<sup>n</sup> 114.** माना तीसरा शीर्ष  $(h, k)$  है, जो रेखा  $y = x + 3$  पर है।

$$\text{अतः } k = h + 3$$

$$(h, k) \equiv (h, h + 3)$$

तब तीनों शीर्ष हैं  $(2, 1)$   $(3, -2)$  और  $(h, h + 3)$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल } \Delta = 5$$

$$\frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\} = 5$$

$$\frac{1}{2} \{2(-2 - h - 3) + 3(h + 3 - 1) + h(1 + 2)\} = 5$$

$$2(-5 - h) + 3(h + 2) + h(3) = 10$$

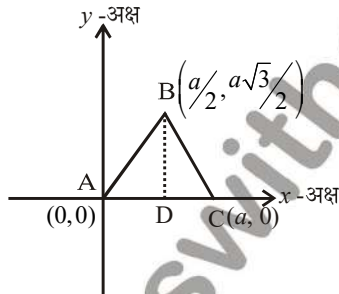
$$-10 - 2h + 3h + 6 + 3h = 10$$

$$4h = 14$$

$$h = \frac{7}{2}$$

$$(h, k) \equiv \left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2} + 3\right) \equiv \left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$$

**Sol<sup>n</sup> 115.**



$$BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad AD = \frac{a}{2}$$

D मध्य बिन्दु है। BD ऊँचाई है।

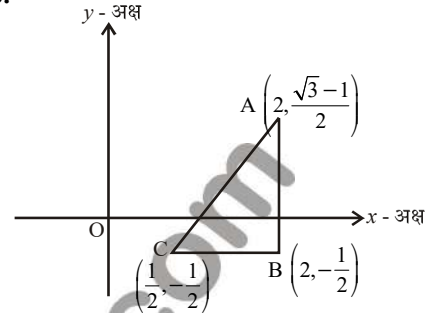
इसलिए ABC एक समबाहु त्रिभुज है।

तब, अंतः केन्द्र  $\equiv$  केन्द्रक

$$\equiv \left( \frac{0+a+\frac{a}{2}}{3}, \frac{0+0+\frac{a\sqrt{3}}{2}}{3} \right)$$

$$\equiv \left( \frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{6} \right)$$

**Sol<sup>n</sup> 116.**



त्रिभुज ABC एक समकोण त्रिभुज है।

इसलिए बिन्दु  $B \equiv \left(2, -\frac{1}{2}\right)$  लम्बकेन्द्र होगा।

**Sol<sup>n</sup> 117.**  $\frac{A}{(a, 0)} \quad \frac{B}{(o, b)} \quad \frac{C}{(1, 1)}$

AB और BC प्रवणता बराबर होंगी क्योंकि तीनों बिन्दु सररेखीय हैं। (एक ही रेखा पर)

रेखा AB की प्रवणता = रेखा BC की प्रवणता

$$\frac{b-0}{0-a} = \frac{1-b}{1-0}$$

$$b = -a + ab$$

$$a + b - ab = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 118.** रेखा की समीकरण हल करने पर

रेखा  $2x + y = 4$  और रेखा  $x - y + 1 = 0$  का कटान बिन्दु  $(1, 2)$  होगा।

रेखा  $2x - y - 1 = 0$  और रेखा  $x + y - 8 = 0$  का कटान बिन्दु  $(3, 5)$  होगा।

रेखा की समीकरण  $(1, 2)$  और  $(3, 5)$  से गुजरेगी।

$$y - 2 = \frac{5-2}{3-1}(x-1)$$

$$2y - 4 = 3x - 3$$

$$3x - 2y + 1 = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 119.**  $p = \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  सूत्र का प्रयोग करके

**Sol<sup>n</sup> 120.**  $d = \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  सूत्र का प्रयोग करके

**Sol<sup>n</sup> 121.** माना रेखा है

$$(2x - 3y + 1) + \lambda(x + y - 2) = 0$$

$$x(2 + \lambda) + y(-3 + \lambda) + 1 - 2\lambda = 0 \quad \dots(1)$$

रेखा  $y$ -अक्ष के समानांतर है  $\Rightarrow x =$  नियतांक  
समीकरण के अंदर  $y$  की कोई संख्या नहीं है।  
इसलिए समीकरण (1) के अंदर  $y$  का गुणांक 0 होगा।

$$-3 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 3$$

$\lambda = 3$  समीकरण (1) में रखने पर

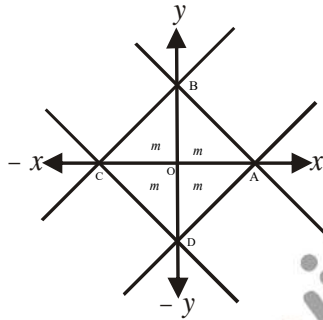
$$x(3 + 2) + y(0) + 1 - 2 \times 3 = 0$$

$$5x - 5 = 0$$

$$x = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 122.**  $|x| + |y| = m$

चार रेखाओं को दर्शाएगी।



$$x + y = m$$

$$x - y = m$$

$$-x + y = m$$

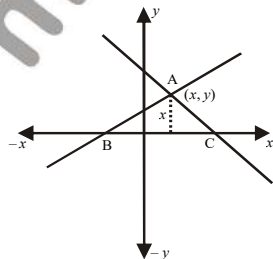
$$-x - y = m$$

$$AB = BC = CD = DA = m\sqrt{2}$$

$$\text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} = (AB)^2$$

$$= (m\sqrt{2})^2 = 2m^2$$

**Sol<sup>n</sup> 123.**



$$2x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$$

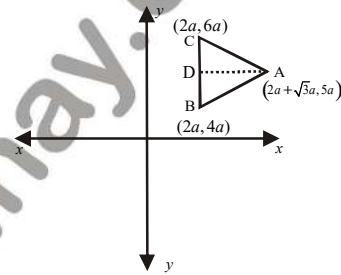
$$x - y + 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1$$

इस त्रिभुज का लम्ब बिन्दु A का  $x$ -निर्देशांक होगा।  
जो कि रेखा का कटान बिन्दु है।

$$2x + y = 4 \text{ और } x - y + 1 = 0$$

हल करन पर  $x = 1$  ईकाई

**Sol<sup>n</sup> 124.**



$BC = 6a - 4a = 2a$ , यदि ABC एक सम्बाहु त्रिभुज है।

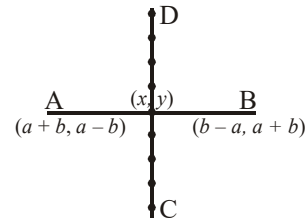
तब,

$$\text{ऊँचाई} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\text{भुजा}) = \frac{\sqrt{3}}{2} (2a) = \sqrt{3} a$$

$$\text{चित्र से } AD = 2a + \sqrt{3} a - 2a = \sqrt{3} a$$

ऊँचाई समान है इसलिए त्रिभुज सम्बाहु त्रिभुज होगा।

**Sol<sup>n</sup> 125.**



रेखा CD पर सभी बिन्दु A और B से समान दूरी पर होंगे।

अतः CD रेखा AB की लम्बसमद्विभाज है।

$$\text{रेखा CD की प्रवणता} = \frac{-1}{\text{रेखा AB की प्रवणता}}$$

$$= \frac{-1}{\frac{a+b-a+b}{b-a-a-b}} = \frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$$

$(x, y) \equiv$  (AB के मध्य बिन्दु)

$$\equiv \left( \frac{a+b+b-a}{2}, \frac{a-b+a+b}{2} \right)$$

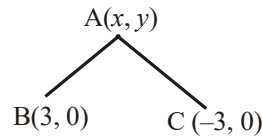
$$\equiv (b, a)$$

तब रेखा CD की समीकरण होगी

$$y - a = \frac{a}{b}(x - b)$$

$$by - ab = ax - ab \Rightarrow -ax + by = 0$$

Sol<sup>n</sup> 126.



$$AB = AC = 4$$

$$\sqrt{(3-x)^2 + (0-y)^2} + \sqrt{(-3-x)^2 + (0-y)^2} = 4$$

$$\sqrt{(3-x)^2 + y^2} + \sqrt{(-3-x)^2 + y^2} = 4$$

$$\sqrt{(3-x)^2 + y^2} = 4 - \sqrt{(3+x)^2 + y^2}$$

दोनों पक्षों में वर्ग करने पर

$$(3-x)^2 + y^2 = 16 + (3+x)^2 + y^2 - 8\sqrt{(3+x)^2 + y^2}$$

$$9 + x^2 - 6x + y^2 = 16 + 9 + x^2 + 6x + y^2 - 8\sqrt{(3+x)^2 + y^2}$$

$$8\sqrt{(3+x)^2 + y^2} = 16 + 12x$$

$$2\sqrt{(3+x)^2 + y^2} = 4 + 3x$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$4(9 + x^2 + 6x + y^2) = 16 + 9x^2 + 24x$$

$$36 + 4x^2 + 24x + 4y^2 = 16 + 9x^2 + 24x$$

$$5x^2 - 4y^2 = 20$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$$

Sol<sup>n</sup> 127. उदाहरण नं 31 देखें

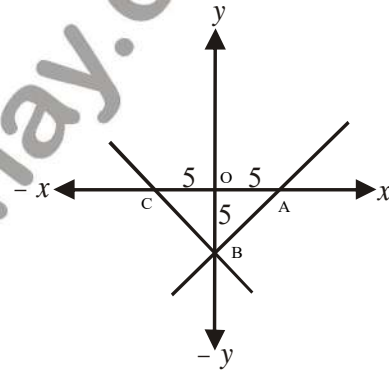
$$\text{Sol}^n 128. ax + by + c = 0 \quad c = 0$$

नियतांक शून्य है अतः रेखा मूल बिन्दु से गुजरेगी

Sol<sup>n</sup> 129.  $y = |x| - 5$  दो रेखाएँ होंगी।

$$y = x - 5 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{-5} = 1$$

$$y = -x - 5 \Rightarrow \frac{x}{-5} + \frac{y}{-5} = 1$$



$$AC = 5 + 5 = 10 \text{ इकाई}$$

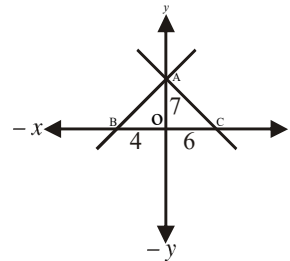
$$BO = 5 \text{ इकाई}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AC \times OB$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5$$

$$= 25 \text{ वर्ग इकाई}$$

Sol<sup>n</sup> 130.  $\frac{x}{6} + \frac{y}{7} = 1$ ,  $\frac{x}{-4} + \frac{y}{7} = 1$  और  $x$ -अक्ष



$$BC = 4 + 6 = 10 \text{ इकाई}$$

$$AO = 7 \text{ इकाई}$$

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times BC \times OA \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 7 \\ &= 35 \text{ इकाई} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 131.** रेखा  $3x - 4y - 12 = 0$  के लम्बवत रेखा की समीकरण होगी

$$4x + 3y = \lambda \Rightarrow \frac{x}{\frac{\lambda}{4}} + \frac{y}{\frac{\lambda}{3}} = 1$$

रेखा और अक्षों के द्वारा बनाए गए त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\lambda}{4} \times \frac{\lambda}{3}$$

$$\Rightarrow 24 = \frac{\lambda^2}{24}$$

$$\Rightarrow \lambda^2 = (24)^2$$

$$\Rightarrow \lambda = \pm 24$$

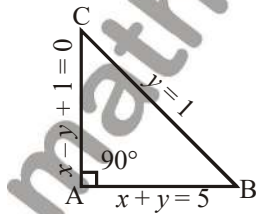
$$\text{अतः रेखा} \Rightarrow 4x + 3y = \pm 24$$

**Sol<sup>n</sup> 132.**  $x + y = 5$  ... (1)

$$x - y + 1 = 0 \quad \dots (2)$$

$$y = 1 \quad \dots (3)$$

समीकरण (1) और (2) लम्बवत रेखाओं को दर्शाती हैं।



B और C का मध्य बिन्दु परिकेन्द्र होगा।

बिन्दु  $B \equiv (4, 1)$  और  $C \equiv (0, 1)$

हल करने पर

$$\text{परिकेन्द्र} \equiv \left( \frac{4+0}{2}, \frac{1+1}{2} \right) \equiv (2, 1)$$

**Sol<sup>n</sup> 133.**

$$(x_1, y_1) \equiv (p, q+r), (x_2, y_2) \equiv (p, q-r), (x_3, y_3) \equiv (-p, r)$$

$$\Delta = \left| \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\} \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} \{p(q-r-r) + p(r-q-r) - p(q+r-q+r)\} \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} (pq - 2pr - pq - 2pr) \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} (-4pr) \right| = 2pr$$

**Sol<sup>n</sup> 134.** रेखा  $2x + 6y = -7$  के समानतर रेखा की समीकरण होगी

$$2x + 6y = \lambda \Rightarrow \frac{x}{\frac{\lambda}{2}} + \frac{y}{\frac{\lambda}{6}} = 1$$

निर्देशांक अक्षों के बीच अंतःखण्ड की लम्बाई  $= \sqrt{a^2 + b^2}$

$$10 = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{10\lambda^2}{36}}$$

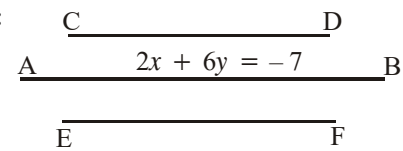
$$100 = \frac{10\lambda^2}{36}$$

$$\lambda^2 = 360$$

$$\lambda = \pm \sqrt{360}$$

$\lambda$  की दो संख्या है इसलिए दो रेखाएँ संभव है।

**विधि 2:**

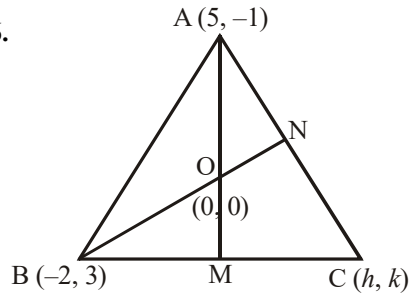


यदि AB एक रेखा है, तब केवल दो रेखाएँ CD और EF संभव हैं।

**Sol<sup>n</sup> 135.** यदि मूल बिन्दु को  $(h, k)$  स्थानान्तरित करते हैं, तब  $(x, y)$  के नए निर्देशांक  $(x-h, y-k)$  होंगे।

यहाँ मूल बिन्दु को  $(2, 2)$  से स्थानान्तरित करते हैं। तब  $(4, -2)$  के नये निर्देशांक  $(4-2, -2-2) \equiv (2, -4)$  होंगे।

**Sol<sup>n</sup> 136.**



$AM \perp BC$

AM और BC की प्रवणता का गुणनफल = -1

$$\left(\frac{0+1}{0-5}\right) \cdot \left(\frac{k-3}{h+2}\right) = -1$$

$$\Rightarrow 5h - k = -13 \quad \dots(i)$$

$BN \perp AC$

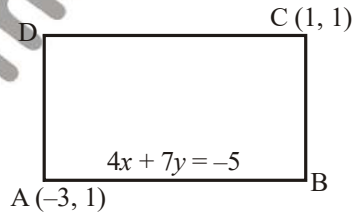
BN और AC की प्रवणता का गुणनफल = -1

$$\left(\frac{k+1}{h-5}\right) \cdot \left(\frac{3-0}{-2-0}\right) = -1$$

$$\Rightarrow 2h - 3k = 13 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर  $(h, k) = (-4, 7)$

**Sol<sup>n</sup> 137.**



हम रेखा  $4x + 7y = -5$  पर बिन्दु  $(-3, 1)$  लेते हैं, क्योंकि यह रेखा की समीकरण को संतुष्ट करता है।

BC की समीकरण  $\Rightarrow 7x - 4y = \lambda$

(यह AB के लम्बवत है।)

यह  $(1, 1)$  से होकर गुजरता है।

$x = 1, y = 1$  रखने पर

$$7 \times 1 - 4 \times 1 = \lambda \Rightarrow \lambda = 3$$

अतः समीकरण  $\Rightarrow 7x - 4y = 3$

**Sol<sup>n</sup> 138.** आवश्यक रेखा के समीकरण होगी

$$(2x - 3y + 4) + \lambda(3x + 4y - 5) = 0$$

$$x(2 + 3\lambda) + y(-3 + 4\lambda) + 4 - 5\lambda = 0 \quad \dots(i)$$

$$\text{प्रवणता } m_1 = -\left(\frac{2 + 3\lambda}{-3 + 4\lambda}\right)$$

यह रेखा  $3x - 4y = 5$  के लम्बवत होगी

$$\Rightarrow m_2 = \frac{3}{4}$$

अतः  $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$-\left(\frac{2 + 3\lambda}{-3 + 4\lambda}\right) \left(\frac{3}{4}\right) = -1$$

$$6 + 9\lambda = 16\lambda - 12$$

$$18 = \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{18}{7}$$

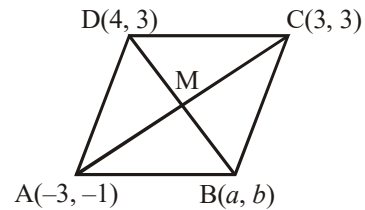
समीकरण (i) में  $\lambda$  की संख्या रखने पर

$$\frac{68x}{7} + \frac{y51}{7} - \frac{62}{7} = 0$$

$$\Rightarrow 68x + 51y = 62$$

$$\Rightarrow 4x + 3y = \frac{62}{17}$$

**Sol<sup>n</sup> 139.**



M रेखा AC और BD का मध्य बिन्दु होगा।

$$M \equiv \left(\frac{-3+3}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) \equiv \left(\frac{a+4}{2}, \frac{b+3}{2}\right)$$

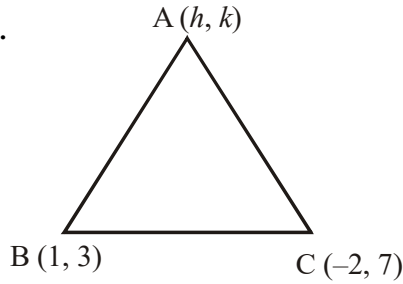
$$(0,1) \equiv \left( \frac{a+4}{2}, \frac{b+3}{2} \right)$$

$$\frac{a+4}{2} = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\frac{b+3}{2} = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$\text{अतः } \frac{a}{b} = \frac{4}{1}$$

Sol<sup>n</sup> 140.



जब,  $AB = AC \Rightarrow AB^2 = AC^2$

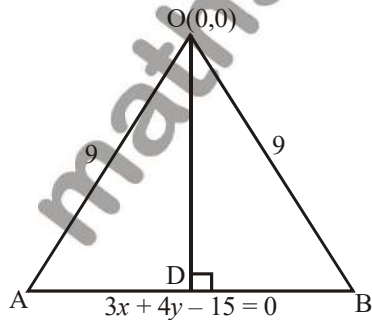
$$\Rightarrow (h-1)^2 + (k-3)^2 = (h+2)^2 + (k-7)^2$$

$$\Rightarrow h^2 - 2h + 1 + k^2 + 9 - 6k = h^2 + 4 + 4h + k^2 + 99 - 14k$$

$$\Rightarrow 6h - 8k = -43$$

विकल्प की जाँच करने पर  $\left(\frac{5}{6}, 6\right)$  समीकरण को संतुष्ट करेगा।

Sol<sup>n</sup> 141.



OD = बिन्दु (0, 0) से रेखा  $3x + 4y + 5 = 0$  की दूरी

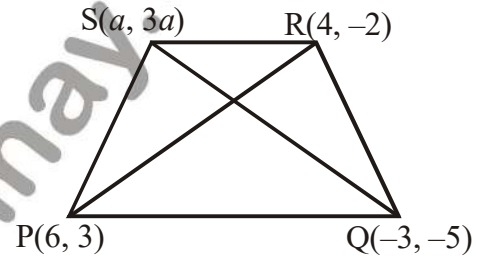
$$OD = \frac{|0+0-15|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 3$$

$$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2} = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$AB = 2 \times BD = 12\sqrt{2} \text{ (OAB एक समद्विबाहु त्रिभुज है।)}$$

$$\text{त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{2} \times 3 = 18\sqrt{2}$$

Sol<sup>n</sup> 142.



त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल

$$= \left| \frac{1}{2} (6(-5+2) - 3(-2-3) + 4(3+5)) \right| = \frac{29}{2}$$

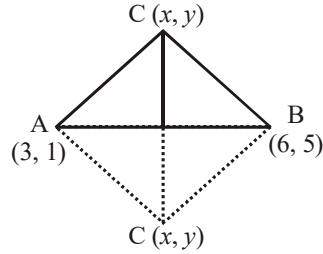
त्रिभुज SRQ का क्षेत्रफल

$$= \left| \frac{1}{2} (a(-2+5) + 4(-5-3a) - 3(3a+2)) \right| = 9a + 13$$

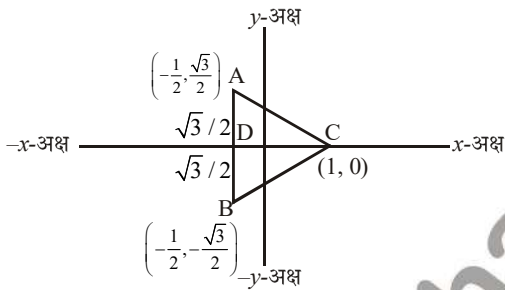
$$\frac{\Delta PQR \text{ का क्षे.}}{\Delta SRQ \text{ का क्षे.}} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{\frac{29}{2}}{9a+13} = \frac{2}{1} \Rightarrow 29 = 36a + 52$$

$$36a = -23 \Rightarrow a = -\frac{23}{36}$$

Sol<sup>n</sup> 143.

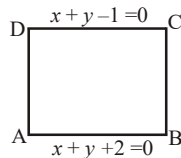
माना AB त्रिभुज ACB का आधार है, दोनों स्थिति में केवल दो बिन्दु C(x,y) संभव हैं जिनकी AB से लम्बवत दूरी समान है।

Sol<sup>n</sup> 144.

$$AB = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$DC = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2} (\text{side AB})$$

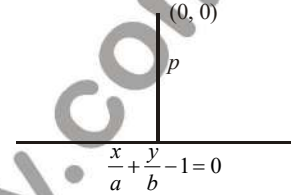
यहाँ DC त्रिभुज की ऊँचाई है, जो समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई भी है अतः ABC एक समबाहु त्रिभुज है, इसलिए सभी केन्द्र एक ही बिन्दु पर होंगे। लम्ब केन्द्र और परिकेन्द्र के बीच की दूरी शून्य होगी।

Sol<sup>n</sup> 145.

दोनों रेखाएँ समानतर है।

$$\text{इसलिए AB और CD के बीच की दूरी} = a = \left| \frac{2+1}{\sqrt{1^2+1^2}} \right|$$

$$\text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} = a^2 = \frac{9}{2}$$

Sol<sup>n</sup> 146.

$$p = \left| \frac{0+0-1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}} \right| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

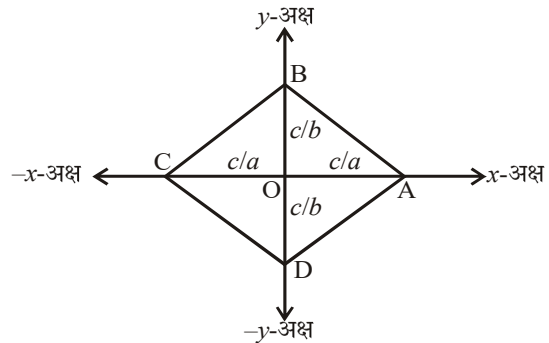
Sol<sup>n</sup> 147.  $ax \pm by \pm c = 0$  चार रेखाओं की समीकरण जो है

$$ax + by + c = 0$$

$$ax + by - c = 0$$

$$ax - by + c = 0$$

$$ax - by - c = 0$$

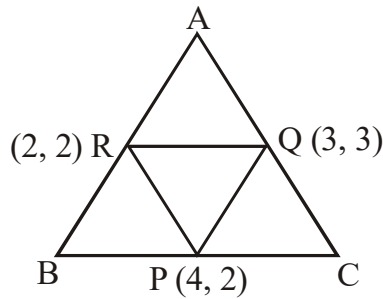


$$\text{विकर्ण } AC = \frac{2c}{a} \text{ और } BD = \frac{2c}{b}$$

$$\text{समचतुर्भुज का क्षेत्र} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2c}{a} \times \frac{2c}{b} = \frac{2c^2}{ab}$$

**Sol<sup>n</sup> 148.** त्रिभुज का केन्द्रक और भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर बनाए गए त्रिभुज का केन्द्रक समान होगा। इसलिए



त्रिभुज का केन्द्रक

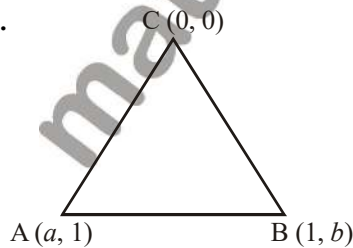
$ABC \equiv$  त्रिभुज POR का केन्द्रक

$$\equiv \left( \frac{4+3+2}{3}, \frac{2+3+2}{3} \right) \equiv \left( 3, \frac{7}{3} \right)$$

**Sol<sup>n</sup> 149.** रेखा  $y = mx + c$  जहाँ  $m$  प्रवणता है और  $c$ ,  $y$ -अंतःखण्ड है, यहाँ  $m = -6$  और  $c = 2$  तब रेखा की समीकरण होगी

$$y = -6x + 2 \text{ या } 6x + y = 2.$$

**Sol<sup>n</sup> 150.**



$$AB = BC = CA$$

$$\sqrt{(a-1)^2 + (1-b)^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{(a-0)^2 + (1-0)^2}$$

सभी पक्षों का वर्ग करने पर

$$(a-1)^2 + (1-b)^2 = 1 + b^2 = a^2 + 1$$

अंतिम दो पक्षों को लेने पर  $(1+b^2 = a^2 + 1)$

$$b = \pm a$$

प्रथम दो पक्षों को लेने पर

$$(a-1)^2 + (1-b)^2 = 1 + b^2$$

$$a^2 + 1 - 2a + b^2 + 1 - 2b = 1 + b^2$$

$$a^2 - 2a - 2b + 1 = 0$$

यदि हम  $b = a$  रखते हैं।

$$a^2 - 4a + 1 = 0 \Rightarrow a = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$a, b \in (0, 1)$$

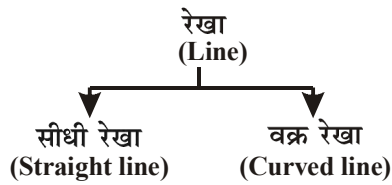
$$a = 2 + \sqrt{3}$$



# ज्यामितीय (Geometry)

**बिन्दु (Point):** एक वृत्त जिसकी त्रिज्या शून्य है। (.)

**रेखा (Line):** किसी एक बिन्दु को उसकी निश्चित दिशा तथा विपरीत दिशा में घुमाने से बना ज्यामितीय चित्र रेखा कहलाता है।



**सीधी रेखा (Straight line):** यदि दो बिन्दु एक-दूसरे से न्यूनतम दूरी पर हो तो उनके जोड़ने पर एक सीधी रेखा प्राप्त होती है।



**वक्र रेखा (Curved line):** यदि रेखा सीधी न हो तो वह वक्र रेखा होगी।



**रेखा की लम्बाई (Length of line):** एक रेखा की लम्बाई अनन्त तक होती है जिसका कोई छोर नहीं होता है।

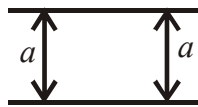
**रेखा खण्ड (Line Segment):** यदि हम किसी रेखा के आरंभिक और अन्तिम बिन्दु को निश्चित कर देते हैं। माना रेखा के आरंभिक और अन्तिम बिन्दु क्रमशः A व B है तब हम AB को एक रेखा खण्ड कहेंगे।



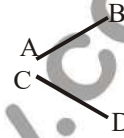
रेखाखण्ड की एक निश्चित लम्बाई होता है जिसके आरंभिक और अन्तिम बिन्दु निश्चित हैं।

**रेखाओं के प्रकार:**

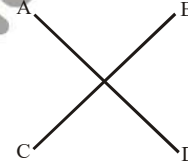
1. **समान्तर रेखाएँ (Parallel Lines):** ऐसी रेखाएँ जिनके मध्य की दूरी हमेशा नियत रहती है।



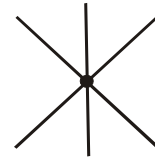
2. **अनुप्रस्थ या तिरछी रेखाएँ (Transversal Lines):** ऐसी रेखाएँ जो समान्तर न हो।



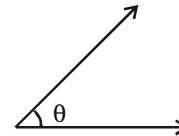
3. **प्रतिच्छेदी रेखाएँ (Intersecting lines):** ऐसी दो रेखाएँ जो किसी एक निश्चित बिन्दु पर मिलती हैं।



4. **संगामी रेखाएँ (Concurrent lines):** जब दो से अधिक रेखाएँ किसी एक निश्चित बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं तो वह रेखाएँ संगामी रेखाएँ कहलाती हैं।

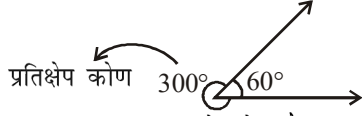


**कोण (Angle):** दो रेखाओं के झुकाव को कोण कहते हैं।



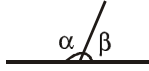
**कोणों के प्रकार:**

1. न्यून कोण (Acute Angle) :  $(0 < \theta < 90^\circ)$
2. समकोण (Right Angle) :  $(\theta = 90^\circ)$
3. अधिक कोण (Obtuse Angle) :  $(90^\circ < \theta < 180^\circ)$
4. प्रतिक्षेप कोण/पुनर्युक्त कोण (Reflex Angle) :  $(180^\circ < \theta < 360^\circ)$

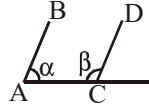


कोणों के प्रकार: माना  $\alpha$  व  $\beta$  दो कोण हैं।

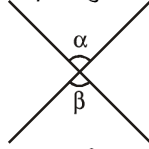
1. कोटिपूरक कोण (Complementary Angles) - यदि  $\alpha$  व  $\beta$  पूरक कोण है तो  $\alpha + \beta = 90^\circ$
2. सम्पूरक कोण (Supplementary Angles) - यदि  $\alpha$  व  $\beta$  एक-दूसरे के सम्पूरक हैं तो  $\alpha + \beta = 180^\circ$
3. रेखीय युग्म कोण (Linear Pair Angles) - यदि  $\alpha$  व  $\beta$  एक दूसरे के रेखीय युग्म कोण हैं तब  $\alpha + \beta = 180^\circ$



4. आसन्न कोण (Adjacent Angles) - यदि  $AB \parallel CD$  तब,  $\alpha + \beta = 180^\circ$



5. शीर्षाभिमुख कोण/सम्मुखकोण (Vertical opposite angles) - यदि  $\alpha$  व  $\beta$  सम्मुख कोण हैं तब  $\alpha = \beta$ .



Ex.1. उस कोण का मान ज्ञात कीजिए जो अपने सम्पूरक कोण का तीन गुना है।

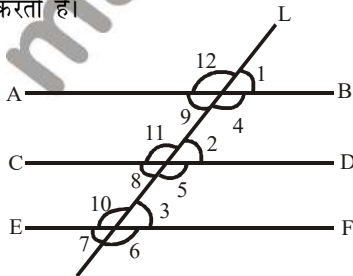
Sol<sup>n</sup>. माना कोण  $\alpha$  व  $3\alpha$  है।

$$\Rightarrow \alpha + 3\alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\text{अभीष्ट कोण} = 3 \times 45^\circ = 135^\circ$$

नीचे दिये गये चित्र को देखें:- रेखाएँ AB, CD व EF समान्तर व रेखा L अनुप्रस्थ/तिरछी रेखा है जो तीनों रेखाओं को प्रतिच्छेद करती है।



संगत कोण (Corresponding Angles) : संगत कोण हमेशा बराबर होते हैं।

$$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$$

$$\angle 12 = \angle 10 = \angle 11$$

एकान्तर कोण (Alternate Angles) : एकान्तर कोण हमेशा बराबर होते हैं।

1. बाह्य कोण

$$\angle 1 = \angle 7$$

2. आन्तरिक कोण

$$\angle 4 = \angle 10$$

नोट :  $\angle 2$  और  $\angle 4$  एवं  $\angle 5$  और  $\angle 3$  आसन्न कोण हैं और रेखाएँ AB, CD और EF समान्तर रेखाएँ हैं।

$$\angle 2 + \angle 4 = \angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$$

कोण की इकाई/मात्रक :

1. अंश ( $^\circ$ )
2. रेडियन ( $^{\circ}$ )
3. ग्रेड ( $^{\circ}$ )

अंश, रेडियन व ग्रेड के बीच का सम्बन्ध:

$$180^\circ = \pi \text{ रेडियन}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ रेडियन}$$

$$1 \text{ रेडियन} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 44''$$

$$1 \text{ डिग्री} = 1^\circ = 60 \text{ मिनट} = 60'$$

$$1 \text{ मिनट} = 60 \text{ सैकंड} = 60''$$

उदाहरण:

$$\text{Sin} 1 \quad \text{Sin} 1^\circ$$

↓

$$\approx 57^\circ$$

$$\approx \text{Sin} 60^\circ$$

$$\text{तब } \text{Sin} 60^\circ > \text{Sin} 0^\circ$$

$$\therefore \boxed{\text{Sin} 1 > \text{Sin} 1^\circ}$$

$$\text{Cos} 1$$

↓

$$\approx 57^\circ$$

$$\approx \text{Cos} 60^\circ$$

$$\text{तब } \text{Cos} 60^\circ > \text{Cos} 0^\circ$$

$$\therefore \boxed{\text{Cos} 1 < \text{Cos} 1^\circ}$$

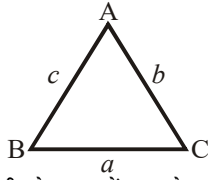
ग्रेड :

$$1 \text{ ग्रेड} = 100^\circ$$

$$1^\circ = \frac{1}{100} \text{ ग्रेड}$$

$$360^\circ = 3.6 \text{ ग्रेड}$$

**त्रिभुज (Triangle)**



**गुण- 1.** त्रिभुज की दो भुजाओं का योग, तीसरी भुजा से बड़ा होना चाहिए।

$$a + b > c$$

$$b + c > a$$

$$c + a > b$$

**गुण- 2.** त्रिभुज की दो भुजाओं का अन्तर, तीसरी भुजा से छोटा होना चाहिए।

$$|b - c| < a$$

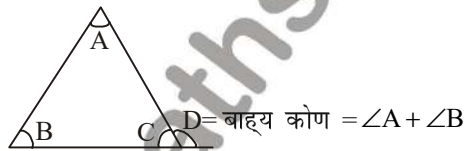
$$|c - a| < b$$

$$|a - b| < c$$

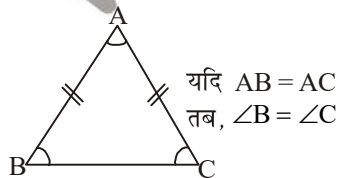
**गुण- 3.** त्रिभुज के आन्तरिक कोणों का योग  $180^\circ$  होता है।

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

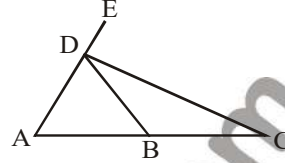
**गुण- 4.** किसी त्रिभुज के बाह्य कोण का मान, दो आन्तरिक कोणों के योग के बराबर होता है।



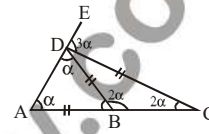
**गुण- 5.** यदि किसी त्रिभुज की दो भुजा बराबर है तो भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होंगे।



**Ex.2** नीचे दिये गये चित्र में,  $AB = BD = CD$  तथा  $\angle CDE = 81^\circ$  तो  $\angle ACD$  का मान बताओ।



**Sol<sup>n</sup> :**



माना  $\angle DAB = \alpha$

$$\Rightarrow \angle ADB = \alpha \quad \therefore (AB = BD)$$

$$\Rightarrow \angle DBC = \angle DAB + \angle ADB = 2\alpha$$

(बाह्य कोण  $\angle DBC$ )

$$\Rightarrow \angle BCD = 2\alpha \quad \therefore (BD = CD)$$

अब,  $\angle CDE = \angle DAC + \angle ACD = \alpha + 2\alpha$

(बाह्य कोण  $\angle CDE$ )

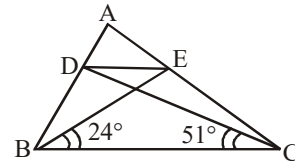
$$\angle CDE = 3\alpha \Rightarrow 81^\circ = 3\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 27^\circ$$

$$\angle ACD = 2\alpha = 2 \times 27^\circ = 54^\circ$$

**Ex.3** त्रिभुज ABC में,  $\angle B = \angle C = 78^\circ$  है। दो बिन्दु D व E भुजाओं AB व AC पर इस प्रकार हैं कि  $\angle BCD = 51^\circ$  और  $\angle CBE = 24^\circ$  है, तो  $\angle CDE$  का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup> .**



$$\angle B = \angle C = 78^\circ$$

$$\angle CBE = 24^\circ \text{ और } \angle BCD = 51^\circ$$

$\triangle BCE$  में,

$$\angle BEC = 180^\circ - 24^\circ - 78^\circ = 78^\circ$$

अतः भुजा  $BC = BE$  ... (1)

$\triangle ABCD$  में,

$$\angle BDC = 180^\circ - 78^\circ - 51^\circ = 51^\circ$$

अतः भुजा  $BC = BD$  ... (2)

समीकरण (1) व (2) से

$$BE = BD$$

अतः,  $\angle BED = \angle BDE = \alpha$  (माना)

तब,  $\triangle BED$  में,

$$\alpha + \alpha + 54^\circ = 180^\circ \quad (\angle DBE = 78^\circ - 24^\circ = 54^\circ)$$

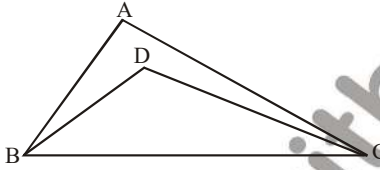
$$\alpha = 63^\circ = \angle BDE$$

$$\angle BDE = 51^\circ + \angle CDE$$

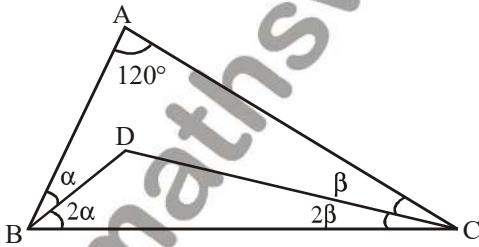
$$63^\circ = 51^\circ + \angle CDE$$

$$\angle CDE = 12^\circ$$

**Ex 4.** त्रिभुज  $ABC$  में,  $\angle A = 120^\circ$  तथा त्रिभुज के अन्दर बिन्दु  $D$  इस प्रकार है कि  $\angle DBC = 2\angle ABD$  और  $\angle DCB = 2\angle ACD$  तो  $\angle BDC$  का मान ज्ञात कीजिए।



**Sol<sup>n</sup>.** दिये गये चित्र से

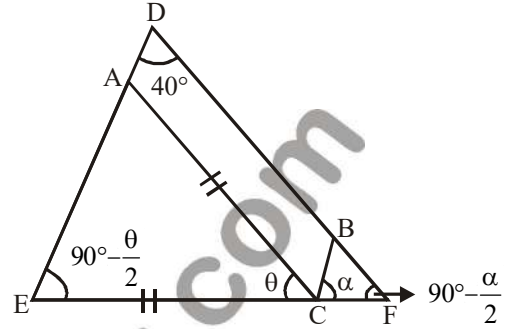


$$\triangle ABC \text{ में, } 3\alpha + 3\beta + A = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 20^\circ$$

$$\triangle BDC \text{ में, } \angle BDC = 180^\circ - 2(\alpha + \beta) = 140^\circ$$

**Ex.5** त्रिभुज  $DEF$  में तीन बिन्दु क्रमशः  $A, B$  और  $C$  भुजाओं  $DE, DF$  और  $EF$  पर इस प्रकार लिए गये हैं कि  $EC = AC$  और  $CF = BC$ । यदि  $\angle D = 40^\circ$  तब  $\angle ACB = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\therefore \text{ माना } \angle ACE = \theta \Rightarrow \angle CEA = 90^\circ - \frac{\theta}{2} \text{ और}$$

$$\angle BCF = \alpha \Rightarrow \angle BFC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$\triangle DEF$  में

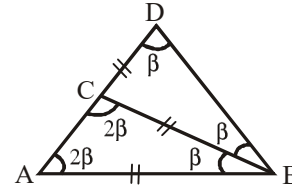
$$40^\circ + 90^\circ - \frac{\theta}{2} + 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 180^\circ$$

$$\text{या } \theta + \alpha = 80^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - (\theta + \alpha) = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

**Ex.6**  $\triangle ABD$  में,  $BC$  कोण अर्द्धक है तथा  $AB = BC = CD$  व  $AD = BD$ . तो  $\angle ADB$  का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\triangle BCD \text{ में, } BC = CD \Rightarrow \angle BDC = \angle CBD = \beta$$

$$\text{बाह्य कोण } \angle ACB = 2\beta$$

$$\triangle ABC \text{ में, } AB = BC \Rightarrow \angle BAC = \angle ACB = 2\beta$$

$$\therefore AD = BD \Rightarrow \angle DBA = \angle DAB = 2\beta$$

$\triangle ABD$  में,

$$\angle DAB + \angle ABD + \angle BDA = 180^\circ$$

$$2\beta + \beta + \beta + \beta = 180^\circ$$

$$5\beta = 180^\circ$$

$$\beta = 36^\circ$$

$$\angle ADB = 36^\circ$$

गुण -6

(a) त्रिभुज का परिमाप (p) = a + b + c

(b) त्रिभुज का अर्द्ध परिमाप(s) =  $\frac{p}{2} = \frac{a+b+c}{2}$

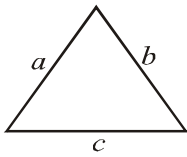
गुण -7

त्रिभुज का क्षेत्रफल(Δ)

(Area of Triangle)

(a) हीरो सूत्र द्वारा(Hero's formula):

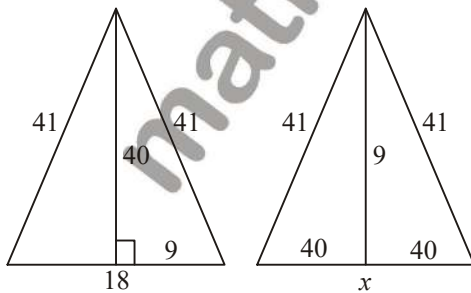
$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$



जहाँ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

(b)  $\Delta = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} = \frac{1}{2} \times a \times h$

Ex.7 एक त्रिभुज की भुजायें क्रमशः 41 सेमी, 41 सेमी. तथा 18 सेमी. है, तथा एक-दूसरे त्रिभुज की भुजायें क्रमशः 41 सेमी., 41 सेमी तथा x सेमी. है, जहाँ x एक पूर्ण संख्या है, जहाँ  $x \neq 18$  यदि दोनों त्रिभुजों का क्षेत्रफल बराबर है, तो x का मान ज्ञात करो।

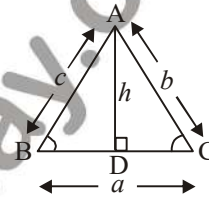


Sol<sup>n</sup>. क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$  आधार  $\times$  ऊँचाई =  $\frac{1}{2} \times 18 \times 40$

क्षेत्रफल को नियत रखने के लिए हम आधार व ऊँचाई को परिवर्तित कर सकते हैं जैसा कि दूसरे में दिखाया गया है।

इसलिए  $x = 80$

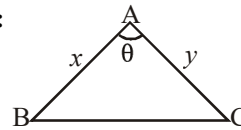
(c)  $\Delta = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} = \frac{1}{2} \times a \times h$



$$\Delta = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A$$

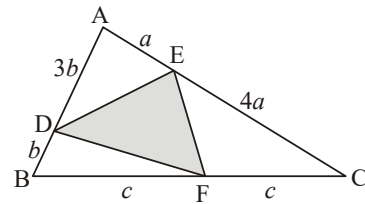
$$\left[ \because \sin B = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \sin B \right]$$

निष्कर्ष:



तब त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} xy \sin \theta$

Ex.8 नीचे दर्शाये गये त्रिभुज ABC में बिन्दु D, E व F त्रिभुज की भुजाओं को क्रमशः 1 : 3, 1 : 4 व 1 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है तो त्रिभुज DEF का क्षेत्रफल, त्रिभुज ABC के क्षेत्रफल का कितना भाग है।



Sol<sup>n</sup>

$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times a \times 3b \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 5a \times 4b \times \sin A} = \frac{3}{20}$$

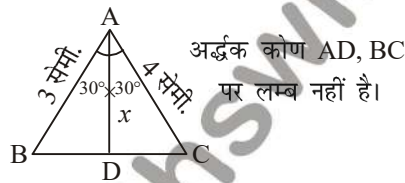
$$\frac{\Delta BDF \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times b \times c \times \sin B}{\frac{1}{2} \times 4b \times 2c \times \sin B} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{\Delta CFE \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times 4a \times c \times \sin C}{\frac{1}{2} \times 5a \times 2c \times \sin C} = \frac{2}{5}$$

उसी प्रकार,

$$\frac{\Delta DEF \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = 1 - \left( \frac{3}{20} + \frac{1}{8} + \frac{2}{5} \right) = \frac{13}{40}$$

Ex.9 त्रिभुज ABC में,  $\angle A = 60^\circ$ , AB = 3 सेमी और AC = 4 सेमी। AD का मान ज्ञात कीजिए यदि AD कोण अर्धक है।

Sol<sup>n</sup>:

$\Delta ABD$  का क्षेत्र. +  $\Delta ADC$  का क्षेत्र. =  $\Delta ABC$  का क्षेत्र.

$$\frac{1}{2} \times 3 \times x \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times 4 \times x \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

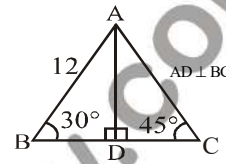
$$\frac{1}{2} \left( \frac{3x}{2} + \frac{4x}{2} \right) = \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{4x}{2} = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$7x = 12\sqrt{3}$$

$$x = \frac{12\sqrt{3}}{7} \text{ सेमी.}$$

Ex. 10 त्रिभुज ABC में, AB = 12 सेमी,  $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$  तो त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.

त्रिभुज ABD में,  $\sin 30^\circ = \frac{AD}{12} \Rightarrow AD = 6$  सेमी.

$$\cos 30^\circ = \frac{BD}{12} \Rightarrow BD = 6\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

त्रिभुज ACD में,

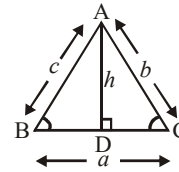
$$\tan 45^\circ = \frac{AD}{CD} = \frac{6}{CD} \Rightarrow AD = 6 \text{ सेमी.}$$

$$BC = BD + CD = 6(\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} = \frac{1}{2} \times (BD + CD) \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times (6\sqrt{3} + 6) \times 6 = 18(\sqrt{3} + 1) \text{ सेमी}^2$$

गुण - 8 ज्या नियम



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\text{यह } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

सिद्ध:

$$\Delta ABD \text{ में, } \sin B = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \sin B$$

$$\text{और } \Delta ADC \text{ में, } \sin C = \frac{h}{b} \Rightarrow h = b \sin C$$

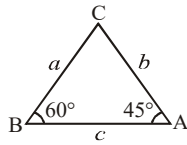
$$\Rightarrow c \sin B = b \sin C$$

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\text{इसी प्रकार, } \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$$

**Ex. 11** त्रिभुज ABC में,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$  तो भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$\text{Sol}^n. \text{ ज्या नियम से: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$$



$$\angle C = 75^\circ$$

$$a = k \sin 45^\circ = \frac{k}{\sqrt{2}}$$

$$b = k \sin 60^\circ = k \frac{\sqrt{3}}{2}$$

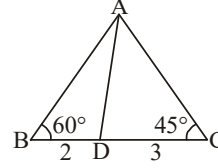
$$c = k \sin 75^\circ = k \left( \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} \right)$$

$$a : b : c = 2 : \sqrt{6} : (\sqrt{3} + 1)$$

**Ex. 12** त्रिभुज ABC में, रेखा AD, भुजा BC को 2 : 3 में विभाजित करता है, यदि  $\angle B = 60^\circ$  और  $\angle C = 45^\circ$

तब,  $\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAD}$  का मान ज्ञात करो।

Sol<sup>n</sup>:



$\Delta ABD$  व  $\Delta ACD$  में sine नियम द्वारा

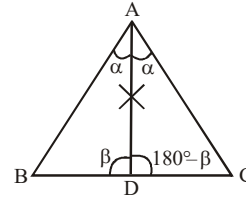
$$\frac{\sin \angle BAD}{2} = \frac{\sin 60^\circ}{AD} \Rightarrow AD \cdot \sin \angle BAD = \sqrt{3} \dots (1)$$

$$\frac{\sin \angle CAD}{3} = \frac{\sin 45^\circ}{AD} \Rightarrow AD \cdot \sin \angle CAD = \frac{3}{\sqrt{2}} \dots (2)$$

समीकरण (1) को समीकरण (2) से भाग देने पर

$$\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

**गुण-9 (a)** आन्तरिक कोण अर्द्धक प्रेमय से (Interior Angle Bisector Theorem)



यदि AD कोण  $\angle A$  का अर्द्धक है, तब

$$\boxed{\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}}$$

सिद्ध: (ज्या नियम द्वारा)

$$\text{त्रिभुज ABD में, } \frac{\sin \alpha}{BD} = \frac{\sin \beta}{AB} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BD}{AB} \dots (i)$$

इसी प्रकार त्रिभुज ADC में

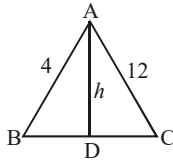
$$\frac{\sin \alpha}{CD} = \frac{\sin(180^\circ - \beta)}{AC} = \frac{\sin \beta}{AC} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{CD}{AC} \dots (ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \boxed{\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}}$$

**Ex.13** त्रिभुज ABC में AB = 4 सेमी, AC = 12 सेमी यदि त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = 40 सेमी<sup>2</sup> है, तो त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि AD कोण समद्विभाजक है।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{BD}{DC}$



$$\Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$$

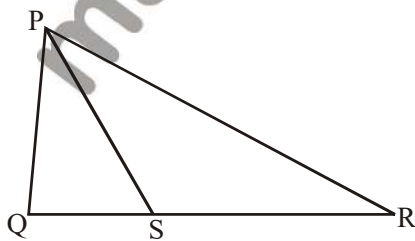
$$\frac{\Delta ABD \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ADC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times BD \times h}{\frac{1}{2} \times DC \times h} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{40}{\Delta ADC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{1}{3}$$

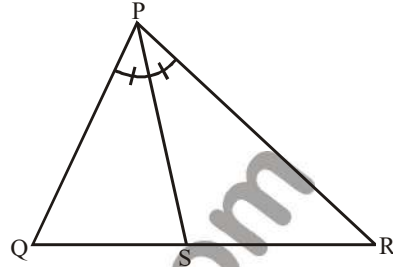
त्रिभुज ADC का क्षेत्र. =  $40 \times 3 = 120$  सेमी<sup>2</sup>

$\Delta ABC$  का क्षेत्र. =  $40 + 120 = 160$  सेमी<sup>2</sup>

**Ex.14** नीचे दर्शाये गये चित्र में PS कोण  $\angle QPR$  का कोण अर्द्धक है।  $\Delta PQS$  का क्षेत्रफल = 40 सेमी<sup>2</sup> है, तथा PR का मान PQ का 2.5 गुना है, तो  $\Delta PQR$  का मान ज्ञात कीजिए।



**Sol<sup>n</sup>.**



PS,  $\angle QPR$  का कोण अर्द्धक है।

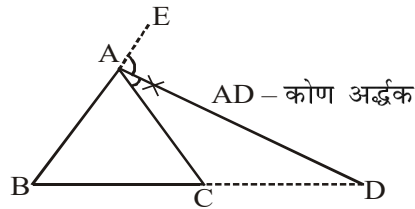
$$\frac{PQ}{PR} = \frac{QS}{SR} \Rightarrow SR = (2.5)QS$$

$\Delta PSR$  का क्षेत्र. =  $2.5 \times \Delta PQS$  का क्षेत्र. =  $2.5 \times 40 = 100$

$\Delta PQR$  का क्षेत्र. =  $100 + 40 = 140$  सेमी<sup>2</sup>

(b) बाह्य कोण अर्द्धक प्रमेय

(Exterior Angle Bisector Theorem)

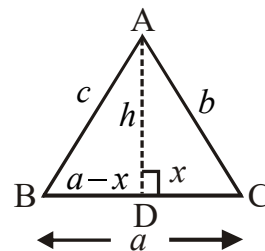


AD, बाह्य कोण  $\angle CAE$  का कोण अर्द्धक है।

$$\boxed{\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}}$$

**गुण - 10**

कोज्या नियम से:





सिद्ध :

माना  $CD = x$

$(AD \perp BC)$

$\cos C = \frac{x}{b}$

$x = b \cos C$

$\triangle ABD$  और  $\triangle ACD$  में पाइथागोरस प्रमेय से

$h^2 = c^2 - (a-x)^2 = b^2 - x^2$

$c^2 - a^2 - x^2 + 2ax = b^2 - x^2$

$2ax = b^2 + a^2 - c^2$  (  $x$  का मान  $b \cos C$  रखने पर)

$2ab \cos C = b^2 + a^2 - c^2$

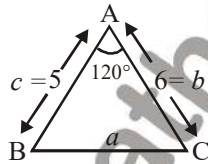
$\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$        $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

Ex.15 त्रिभुज ABC में,  $\angle A = 120^\circ$  तो BC का मान ज्ञात करो। यदि  $AB = 5$ सेमी और  $AC = 6$  सेमी है।

Sol<sup>n</sup>:



$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\cos 120^\circ = \frac{(6)^2 + (5)^2 - (a)^2}{2 \times 6 \times 5}$

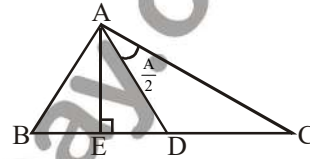
$\frac{-1}{2} \times 60 = 36 + 25 - a^2$

$\left( \begin{aligned} \cos 120^\circ &= \cos(180^\circ - 60^\circ) \\ &= -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \end{aligned} \right)$

$a^2 = 61 + 30 \Rightarrow BC = a = \sqrt{91}$  सेमी.

गुण - 11  $\triangle ABC$  में,  $AE \perp BD$  तथा  $AD$ ,  $\angle A$  का

समद्विभाजक है, तब  $\angle EAD = \frac{1}{2} |\angle B - \angle C|$



सिद्ध :

$\triangle ADC$  में

$\angle ADE$  बाह्य कोण है,  $\left( \angle ADE = \frac{\angle A}{2} + \angle C \right)$

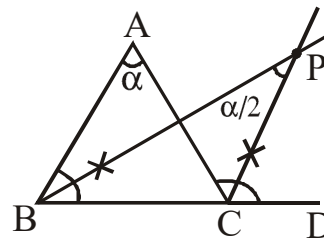
$\angle EAD = 90^\circ - \left( \frac{\angle A}{2} + \angle C \right)$

$\angle EAD = 90^\circ - \left( \angle C + \frac{180^\circ - \angle B - \angle C}{2} \right)$

$\angle EAD = \frac{|\angle B - \angle C|}{2}$

गुण - 12  $\triangle ABC$  में आन्तरिक कोण  $\angle B$  तथा बाह्य कोण

$\angle C$  के अर्द्धक P पर मिलते हैं तो  $\angle BPC = \frac{\angle A}{2}$



**सिद्ध:** बाह्य कोण  $\angle ACD = \angle A + \angle B$

$$\angle PCD = \frac{\angle A + \angle B}{2}$$

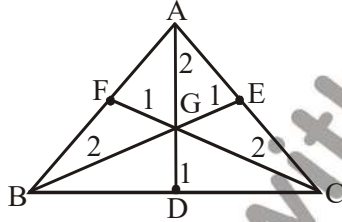
$$\angle PBC + \angle BPC = \angle PCD$$

$$\frac{\angle B}{2} + \angle BPC = \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2}$$

$$\angle BPC = \frac{\angle A}{2}$$

### गुण - 13

**केन्द्रक (Centroid):** केन्द्रक सभी माध्यिकाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु है, माध्यिका किसी त्रिभुज का वह रेखाखण्ड है, जो त्रिभुज के शीर्ष को उसके सामने वाली भुजा के मध्य बिन्दु से जोड़ता है, किसी त्रिभुज की तीन माध्यिकाएँ होती हैं, प्रत्येक शीर्ष से एक माध्यिका खींची जा सकती है, जो त्रिभुज के केन्द्रक पर आकर मिलती है।



**I -** बिन्दु G माध्यिकाओं को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

**II -** किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का योग हमेशा ही तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

$$BG + GC > BC$$

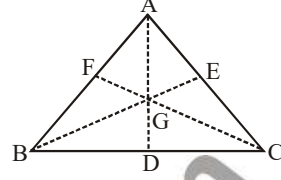
$$BG + GA > AB$$

$$CG + GA > AC$$

ऊपर दिये सम्बन्धों को जोड़ने पर

$$2(BG + CG + AG) > AB + BC + CA$$

$$\left[ \because BG = \frac{2}{3}BE, CG = \frac{2}{3}CF \text{ और } AG = \frac{2}{3}AD \right]$$



$$2 \cdot \frac{2}{3} [AD + BE + CF] > AB + BC + CA$$

$$\frac{4}{3} [AD + BE + CF] > AB + BC + CA$$

$$3(AB + BC + CA) < 4(AD + BE + CF)$$

**III -** माध्यिकाओं की लम्बाई

$$AD = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

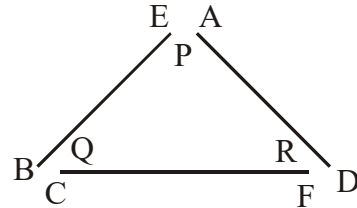
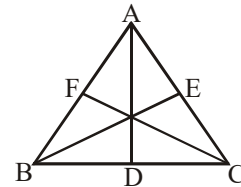
$$BE = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$CF = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$$

**IV -**

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = \frac{4}{3} (AD^2 + BE^2 + CF^2)$$

**V -** यदि हम माध्यिकाओं AD, BE व CF को लेकर कोई नया त्रिभुज बनाते हैं।

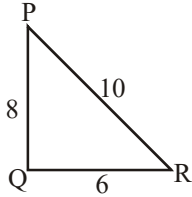


त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{4}{3}$  माधिकाओं से बने त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} & \text{माधिकाओं द्वारा बने } \Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= \frac{3}{4} [\text{भुजाओं द्वारा बने } \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}] \end{aligned}$$

**Ex.16** उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी माधिकाएँ 6, 8 व 10 लम्बाई की हैं।

**Sol<sup>n</sup>:**



$$\text{त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{4}{3} [\text{माधिकाओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल}]$$

$$\frac{4}{3} \left[ \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \right] = 32 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Ex.17** यदि त्रिभुज ABC की भुजाएँ क्रमशः 18, 24 व 30 हैं, तो त्रिभुज ABC की माधिकाओं से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\text{Sol<sup>n</sup>. } \frac{1}{2} \times 18 \times 24 = \frac{4}{3} (\Delta)$$

$$\Delta = 162 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Ex.18** 6, 5 तथा 5 माधिकाओं वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

$$\text{Sol<sup>n</sup>. } s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{6+5+5}{2} = 8$$

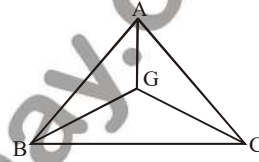
$$\text{माधिकाओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{8(2)(3)(3)} = 12$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{4}{3} (\text{माधिकाओं से बना त्रिभुज})$$

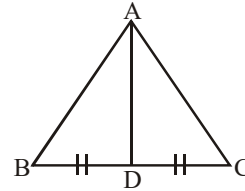
$$= \frac{4}{3} \times 12 = 16 \text{ वर्ग इकाई}$$

**VI** केन्द्रक G त्रिभुज के क्षेत्रफल को तीन बराबर क्षेत्रफल वाले भागों में बाँटता है।



$$\Delta BGC \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta AGC \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta ABG \text{ का क्षेत्रफल}$$

**VII** माधिका त्रिभुज के क्षेत्रफल को दो बराबर भागों में बाँटती है।

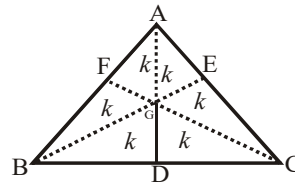


$$\Delta ABD \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल}$$

यदि हम त्रिभुज की सभी माधिकाओं की रचना करते हैं, तो इस प्रकार बनने वाले त्रिभुजों की संख्या 6 होगी तथा सभी का क्षेत्रफल बराबर होगा।

**Ex.19**  $\Delta ABC$  में G केन्द्रक है, तथा AD, BE, व CF त्रिभुज की तीन माधिकाएँ हैं तो चतुर्भुज BDGF व त्रिभुज ABC के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

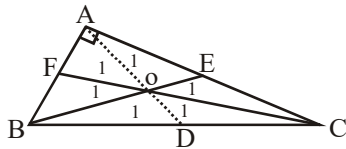
**Sol<sup>n</sup>.**



$$\frac{\text{चतुर्भुज BDGF का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{2k}{6k} = \frac{1}{3}$$

**Ex.20**  $\Delta ABC$  में  $\angle A = 90^\circ$ , माध्यिकाएँ BE व CF एक-दूसरे को O पर प्रतिच्छेद करती हैं, तो इस प्रकार बने चतुर्भुज AFOE और त्रिभुज BOC के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.**

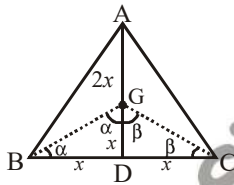


$$\frac{\text{चतुर्भुज AFOE का क्षे.}}{\Delta BOC \text{ का क्षे.}} = \frac{2}{2} = 1$$

**Ex.21** त्रिभुज ABC का केन्द्रक G है। यदि  $AG = BC$  तो  $\angle BGC = ?$

**Sol<sup>n</sup>.**  $AG = BC$

माना,  $AG = 2x = BC$



केन्द्रक माध्यिकाओं को 2 : 1 में बाँटता है।

$GD = x = BD = CD$ , तब

$\angle DBG = \angle BGD = \alpha$  व  $\angle DCG = \angle CGD = \beta$

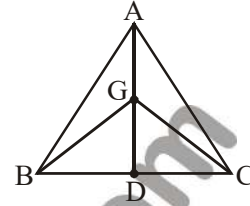
$\Delta BGC$  में,

$$\alpha + \alpha + \beta + \beta = 180^\circ$$

$$\angle BGC = \alpha + \beta = 90^\circ$$

**Ex.22** त्रिभुज ABC में AD एक माध्यिका तथा G, AD का मध्य बिन्दु है, यदि  $\Delta AGC$  का क्षेत्रफल 11सेमी<sup>2</sup> है, तब  $\Delta BGC$  का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.**



$\Delta ADC$  में, G, AD का मध्य बिन्दु है।

$\Delta AGC$  का क्षे. =  $\Delta GDC$  का क्षे. = 11

इसी प्रकार,

$\Delta ABC$  में D, BC का मध्य बिन्दु है।

$\Delta BGD$  का क्षे. =  $\Delta GDC$  का क्षे. = 11

अब,

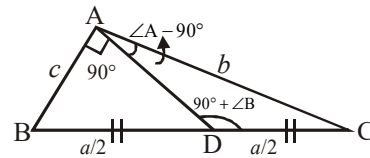
$\Delta BGC$  का क्षे. =  $\Delta BGD$  का क्षे. +  $\Delta GDC$  का क्षे.

$$= 11 + 11$$

$$= 22 \text{ सेमी}^2$$

**Ex.23**  $\Delta ABC$  में माध्यिका AD, भुजा AB पर लम्ब है। तो  $\tan A + 2\tan B$  का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**



$\Delta ABC$  में ज्या नियम से

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \Rightarrow \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a}{b} \quad \dots(i)$$

$\Delta ADC$  में ज्या नियम से

$$\frac{\sin(A - 90^\circ)}{a/2} = \frac{\sin(90^\circ + B)}{b}$$

$$\frac{-2 \cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} \Rightarrow \frac{-2 \cos A}{\cos B} = \frac{a}{b} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

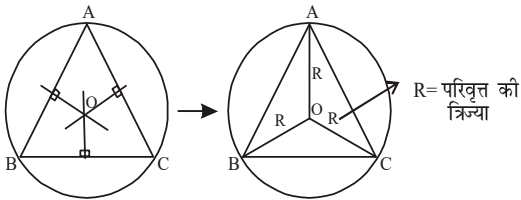
$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{-2 \cos A}{\cos B} \Rightarrow \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{-2 \sin B}{\cos B}$$

$$\tan A = -2 \tan B$$

$$\boxed{\frac{\tan A}{\tan B} = -2} \quad \text{या} \quad \boxed{\tan A + 2 \tan B = 0}$$

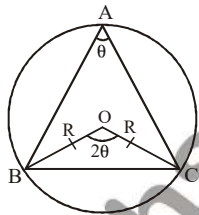
**गुण-14**

**परिकेन्द्र (Circumcentre) :** त्रिभुज की भुजाओं के लम्ब समद्विभाजकों का कटान बिन्दु परिकेन्द्र होता है।

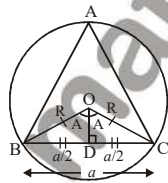


परिकेन्द्र वह बिन्दु है जो त्रिभुज के प्रत्येक शीर्ष से बराबर दूरी पर होता है।

I.  $\Delta ABC$  में, O परिकेन्द्र है, यदि  $\angle A = \theta$  तब,  $\angle BOC = 2\theta$ .



II.



$$\Delta OBD \text{ में, } \sin A = \frac{a/2}{R} = \frac{a}{2R}$$

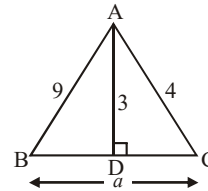
$$\boxed{R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ (ज्या नियम)}$$

$$\Delta(\text{क्ष.}) = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$\sin A = \frac{2\Delta}{bc} \Rightarrow R = \frac{a}{2 \frac{2\Delta}{bc}} = \boxed{R = \frac{abc}{4\Delta}}$$

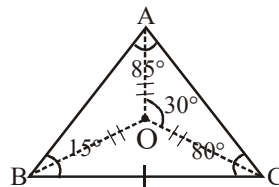
**Ex.24** त्रिभुज ABC में AB = 9 सेमी, AC = 4 सेमी। AD, BC पर लम्ब है तथा AD = 3 सेमी तो त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या क्या होगी?



$$R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{a \times 4 \times 9}{4 \times \frac{1}{2} \times a \times 3} = 3 \times 2 = 6 \text{ सेमी.}$$

**Ex.25** त्रिभुज ABC में,  $\angle A = 85^\circ$  और  $\angle C = 80^\circ$  जहाँ O परिकेन्द्र है, तो  $\angle OAC$  का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\text{तब, } \angle B = 180^\circ - 85^\circ - 80^\circ = 15^\circ$$

$$\text{तब, } \angle AOC = 30^\circ$$

त्रिभुज OAC में,

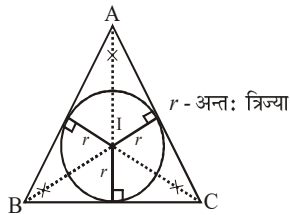
$$\angle AOC + \angle OAC + \angle ACO = 180^\circ$$

$$30^\circ + 2\angle OAC = 180^\circ \quad (\because OA = OC)$$

$$\text{अतः, } \angle OAC = 75^\circ$$

**गुण-15**

**अन्तः केन्द्र (Incentre):** कोण समद्विभाजको का कटान बिन्दु अन्तःकेन्द्र होता है।



अन्तः केन्द्र वह बिन्दु है, जो त्रिभुज की भुजाओं से बराबर दूरी पर होता है।

1. त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल, त्रिभुज BIC, AIB व AIC के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होगा।

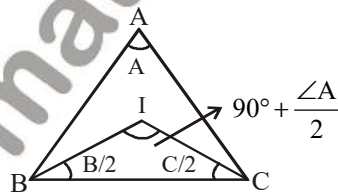
$$\frac{1}{2}r \times a + \frac{1}{2} \times r \times b + \frac{1}{2} \times r \times c = \Delta$$

$$r \left( \frac{a+b+c}{2} \right) = \Delta$$

$$r \cdot s = \Delta$$

$$r = \frac{\Delta}{s}$$

2.



$$\angle BIC = 180^\circ - \left( \frac{\angle B + \angle C}{2} \right) = 180^\circ - \left( \frac{180^\circ - \angle A}{2} \right)$$

$$\angle BIC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$

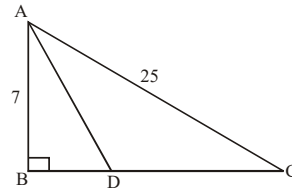
**Ex.26** त्रिभुज ABC में I, अन्तः केन्द्र है, और  $\angle BIC = 116^\circ$  हो तो  $\angle A$  का मान क्या होगा।

$$\text{Sol}^n. \quad \angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$

$$116^\circ = 90^\circ + \frac{\angle A}{2} \Rightarrow 116^\circ - 90^\circ = \frac{\angle A}{2}$$

$$\angle A = 52^\circ$$

**Ex.27** नीचे दिये गये चित्र में  $AC = 25$  तथा D, BC पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि AD,  $\angle A$  का अर्द्धक है तो AD का मान ज्ञात करें। ( $\angle B = 90^\circ$ )

Sol<sup>n</sup>.

$$BC = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$$

AD कोण अर्द्धक है

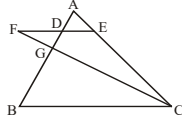
$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{25}$$

$$BD = BC \times \frac{7}{25+7} = 24 \times \frac{7}{32} = \frac{21}{4}$$

$$\text{और } AB = BD \Rightarrow BD = 7$$

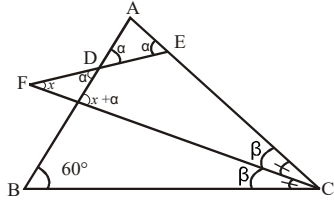
$$\Rightarrow AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{49 + \frac{441}{16}} = 8.75$$

**Ex.28** त्रिभुज ABC में बिन्दु D व E भुजाओं AB व AC पर इस प्रकार हैं कि AD=AE। कोण ∠C का कोण समद्विभाजक DE से F पर मिलता है। दिया गया है कि ∠B = 60°.



कोण EFC का मान डिग्री (अंश) में ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.**



ΔEFC में,

$$\alpha = \beta + x \quad \dots(i)$$

ΔBGC में,

$$x + \alpha = 60^\circ + \beta$$

$$x + \beta + x = 60^\circ + \beta \quad \dots(ii)$$

$$2x = 60^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

**Ex.29** त्रिभुज ABC का परिमाप 24 सेमी, तथा अन्तः त्रिज्या 7 सेमी है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\Delta = r.s$

$$p = 24 \text{ सेमी} \Rightarrow \text{तब, } s = 12, \quad r = 7$$

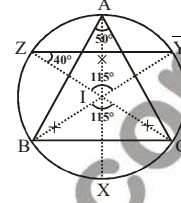
$$\Delta = 12 \times 7 = 84 \text{ सेमी}^2$$

**Ex.30** त्रिभुज ABC में ∠A, ∠B व ∠C के कोण अर्द्धक परिवृत्त d l s O e' l k X, Y व Z पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि ∠CZY = 40° और ∠A = 50° तब, ∠BYZ का मान ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.** क्योंकि I सभी कोण समद्विभाजकों का प्रतिच्छेदी बिन्दु है अतः I अन्तः केन्द्र है, अतः

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2} = 115^\circ$$

$$\angle ZIY = \angle BIC = 115^\circ \text{ (शीर्ष भिमुख कोण)}$$



ΔZIY में,

$$\angle BYZ = 180^\circ - 115^\circ - 40^\circ = 25^\circ$$

**Ex.31** यदि त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 5 : 7 : 8 है, तो वृत्त की परित्रिज्या (R) व अन्तः त्रिज्या (r) का अनुपात ज्ञात करें।

**Sol.**  $R = \frac{abc}{4\Delta}$  व  $r = \frac{\Delta}{s}$

$$\therefore s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+7+8}{2} = 10$$

$$\frac{R}{r} = \frac{abc}{4\Delta} \times \frac{s}{\Delta} = \frac{abc.s}{4\Delta^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{abc.s}{4s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{abc}{4(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \frac{5 \times 7 \times 8}{4 \times 5 \times 3 \times 2} = \frac{7}{3}$$

$$R : r = 7 : 3$$

**गुण- 16**

**लम्बकेन्द्र (Orthocentre):** लम्बकेन्द्र त्रिभुज के शीर्षों से सम्मुख भुजा पर डाले गये लम्बों का कटान बिन्दु होता है।

ΔCBE में,

$$\angle CBE = 90^\circ - \angle C$$

ΔBCF में,

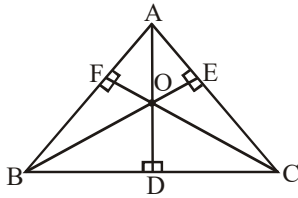
$$\angle BCF = 90^\circ - \angle B$$

$\triangle BOC$  में,

$$\angle BOC = 180^\circ - (90^\circ - \angle B) - (90^\circ - \angle C)$$

$$\angle BOC = \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$$

$$\angle BOC + \angle A = 180^\circ$$



I  $\angle BOC = 180^\circ - \angle A$

II

भुजाओं का योग > लम्बों का योग

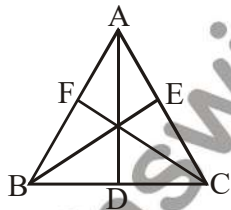
$$AB + BC + CA > AD + BE + CF$$

सिद्ध - त्रिभुज ABD में  $\Rightarrow AB > AD$  .....(i)

त्रिभुज ACF में  $\Rightarrow AC > CF$  .....(ii)

त्रिभुज BCE में  $\Rightarrow BC > BE$  .....(iv)

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर  $AB + AC + BC > AD + CE + BE$



Ex.32 त्रिभुज ABC में,  $\angle BOC = 130^\circ$ , यदि O लम्बकेन्द्र है, तो  $\angle A$  का मान ज्ञात करो।

Sol<sup>n</sup>.  $\angle BOC + \angle A = 180^\circ$

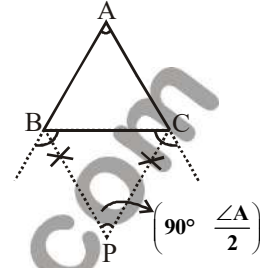
$$\angle A = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\angle A = 50^\circ$$

गुण -17

**बाह्य केन्द्र (Ex-centre) :** यह बाह्य कोणों के कोण अर्द्धको का प्रतिच्छेदी बिन्दु होता है।

$$\angle BPC = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$$



Ex.33 त्रिभुज ABC में, बाह्य कोणों B व C के कोण अर्द्धको क्रमशः P पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि  $\angle BPC = 40^\circ$  तो  $\angle A$  का मान ज्ञात कीजिए।

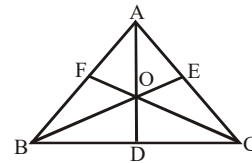
Sol<sup>n</sup>.  $\angle BPC = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$

$$40^\circ = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$$

$$\frac{\angle A}{2} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\angle A = 100^\circ$$

Ex.34 यदि O,  $\triangle ABC$  का लम्बकेन्द्र है तो A किस त्रिभुज का लम्बकेन्द्र होगा?



- (a)  $\triangle BOC$                       (b)  $\triangle COA$   
(c)  $\triangle BOA$                       (d)  $\triangle BFC$

Sol<sup>n</sup>.  $BF \perp CF \Rightarrow BA \perp CF$

$$CE \perp BE \Rightarrow CA \perp BE$$

$$OD \perp BC \Rightarrow AD \perp BC$$

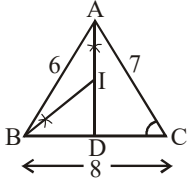
$\triangle BOC$  के सभी लम्ब A पर प्रतिच्छेद करते हैं अतः 'A'  $\triangle BOC$  का लम्बकेन्द्र होगा।



**Ex.35**  $\triangle ABC$  में AD, कोण A का कोण अर्द्धक है, तथा AB = 6 सेमी, AC = 7 सेमी तथा BC = 8 सेमी। यदि I अन्तःकेन्द्र है तो AI व ID का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** AD,  $\angle A$  का अर्द्धक है, तब  $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

$$\Rightarrow \frac{6}{7} = \frac{BD}{CD}$$



BD व CD, 6 : 7 के अनुपात में विभाजित होंगे।

$$\text{तब, } BD = \frac{8}{13} \times 6 = \frac{48}{13}$$

I अन्तःकेन्द्र है अतः BI  $\triangle ABD$  में  $\angle B$  का कोण अर्द्धक होगा।

इसलिए, BI, AD को AB : BD के अनुपात में विभाजित करेगा।

$$\frac{AI}{ID} = \frac{AB}{BD} = \frac{6 \times 13}{48} = \frac{13}{8}$$

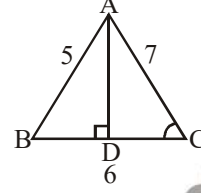
या

$$\frac{AI}{ID} = \frac{B+C}{A} = \frac{6+7}{8} = \frac{13}{8}$$

**Ex.36**  $\triangle ABC$  में, AB = 5 सेमी, BC = 6 सेमी तथा AC = 7 सेमी। यदि AD, BC पर लम्ब है, तो BD की लम्बाई ज्ञात करे।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\triangle ABC$  में कोज्या नियम से

$$\cos B = \frac{BD}{5} = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2 \times 5 \times 6}$$



$$\frac{BD}{5} = \frac{25 + 36 - 49}{60} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

$$BD = 1$$

### गुण-18

1. किसी भी त्रिभुज में परिकेन्द्र व अन्तःकेन्द्र के बीच की दूरी  $= \sqrt{R^2 - 2Rr}$

जहाँ, R = परिकेन्द्र त्रिज्या और r = अन्तःत्रिज्या

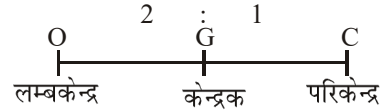
**Ex.37** यदि किसी त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या तथा अन्तःत्रिज्या क्रमशः 6 सेमी व 2 सेमी है, तो परिकेन्द्र व अन्तःकेन्द्र के बीच की दूरी ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** त्रिभुज में परिकेन्द्र व अन्तःकेन्द्र के बीच की दूरी  $= \sqrt{R^2 - 2Rr}$

$$= \sqrt{(6)^2 - 2 \times 6 \times 2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

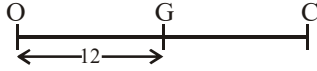
### गुण -19

किसी भी त्रिभुज में लम्बकेन्द्र, केन्द्रक व परिकेन्द्र संरेखीय तथा है तथा केन्द्रक, लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।



$$\frac{OG}{GC} = \frac{2}{1}$$

**Ex.38** एक त्रिभुज में केन्द्रक व लम्बकेन्द्र के बीच की दूरी 12 सेमी है तो लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र के बीच की दूरी ज्ञात करें।

Sol<sup>n</sup>.

$$\frac{OG}{GC} = \frac{2}{1} = \frac{12}{6}$$

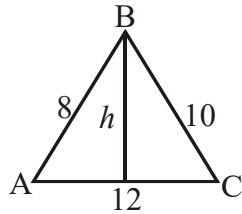
$$OC = OG + GC = 12 + 6 = 18 \text{ सेमी}$$

Ex.39  $\triangle ABC$  में,  $AB = 8$  सेमी,  $BC = 10$  सेमी और  $AC = 12$  सेमी है, तो सबसे छोटे लम्ब की लम्बाई ज्ञात करो।

Sol<sup>n</sup>.

नोट: सबसे छोटा लम्ब त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा पर तथा सबसे बड़ा लम्ब, सबसे छोटी भुजा पर होगा।

अतः सबसे छोटा लम्ब 12 सेमी वाली भुजा पर होगा।



$$s = \frac{8+10+12}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\text{क्षे.}(\Delta) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{क्षे.}(\Delta) = \sqrt{15(5)(3)(7)} = \frac{1}{2} \times 12 \times h$$

$$15\sqrt{7} = \frac{1}{2} \times h \times 12$$

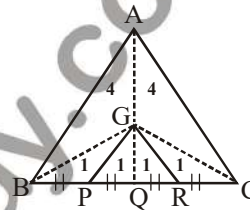
$$h = \frac{5\sqrt{7}}{2} \text{ सेमी.}$$

Ex. 40 त्रिभुज ABC में भुजा BC पर तीन बिन्दु P, Q व R इस प्रकार है कि  $BP = PQ = QR = RC$ । यदि G केन्द्रक है तो  $\triangle PGR$  व  $\triangle ABC$  के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।

Sol<sup>n</sup>.  $\triangle GBP$ ,  $\triangle GPQ$ ,  $\triangle GQR$  और  $\triangle GRC$  के आधार व ऊँचाई बराबर हैं अतः  $\triangle GBP$ ,  $\triangle GPQ$ ,  $\triangle GQR$  व  $\triangle GRC$  का क्षेत्रफल 1 इकाई मान लेते हैं। तब  $\triangle BGC$  का क्षेत्रफल 4 होगा।

$\triangle AGB$  व  $\triangle AGC$  का क्षेत्रफल भी 4 होगा।

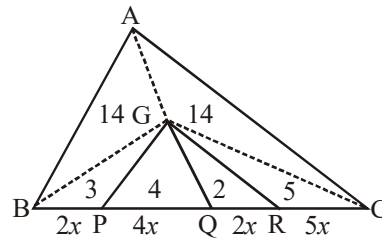
अतः त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 12 होगा।



$$\frac{\triangle PGR \text{ का क्षे.}}{\triangle ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{1+1}{4+4+4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Ex. 41  $\triangle ABC$  में, P, Q और R तीन बिन्दु इस प्रकार है कि  $BP = 3x$ ,  $QR = 2x$ ,  $PQ = 4x$  और  $RC = 5x$ । यदि G केन्द्रक है तो  $\triangle PGR$  व  $\triangle ABC$  के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.  $\triangle GBP$ ,  $\triangle GPQ$ ,  $\triangle GQR$  और  $\triangle GRC$  की ऊँचाई समान है, अतः  $\triangle GBP$ ,  $\triangle GPQ$ ,  $\triangle GQR$  व  $\triangle GRC$  का क्षेत्रफल उनके आधारों के अनुपात में विभाजित होगा। अतः  $\triangle GBP$ ,  $\triangle GPQ$ ,  $\triangle GQR$  व  $\triangle GRC$  का क्षेत्रफल 3 : 4 : 2 : 5 के अनुपात में होगा। माना त्रिभुजों  $\triangle GBP$ ,  $\triangle GPQ$ ,  $\triangle GQR$  व  $\triangle GRC$  का क्षेत्रफल क्रमशः 3, 4, 2 और 5 है, तब  $\triangle BGC$  का क्षेत्रफल 14 होगा।  $\triangle AGB$ ,  $\triangle BGC$  व  $\triangle AGC$  का क्षेत्रफल बराबर होता है, अतः त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 42 होगा।

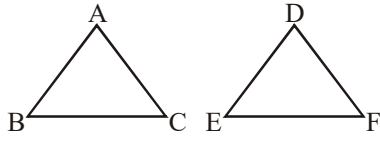


$$\frac{\Delta PGR \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

**गुण - 20**

**त्रिभुजों की सर्वांगसमता (Congruency of triangles) :**

यदि दो त्रिभुज ABC व DEF सर्वांगसम हैं तो उनका प्रत्येक संगत भाग बराबर होगा।



$$\Delta ABC \cong \Delta DEF$$

$$AB = DE, \quad BC = EF \text{ और } AC = DF$$

$$\angle A = \angle D, \quad \angle B = \angle E \text{ और } \angle C = \angle F$$

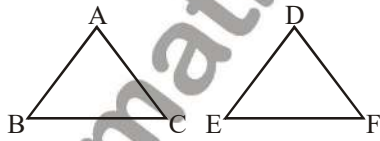
$$r_1 = r_2, \quad h_1 = h_2 \text{ और } R_1 = R_2$$

$$\Delta_1 = \Delta_2, \quad m_1 = m_2 \text{ और } P_1 = P_2$$

**सर्वांगसमता की शर्तें:**

1. कोण-कोण-भुजा (AAS)
2. भुजा-कोण-भुजा (SAS)
3. भुजा-भुजा-भुजा (SSS)

**कोण-कोण-भुजा (AAS)** – यदि एक त्रिभुज के दो कोण और एक भुजा (जो कोण के आसन्न हो) क्रमशः दूसरे त्रिभुज के संगत कोणों और भुजा के बराबर हो तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

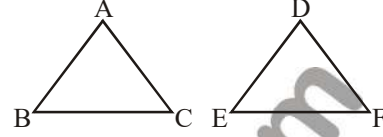


$$\text{यदि, } \angle B = \angle E, \quad \angle C = \angle F \text{ व } BC = EF$$

$$\text{तब, } \Delta ABC \cong \Delta DEF$$

**भुजा-कोण-भुजा (SAS)** – दो त्रिभुज सर्वांगसम होंगे यदि एक त्रिभुज की दो भुजायें तथा उनके बीच का कोण, दूसरे

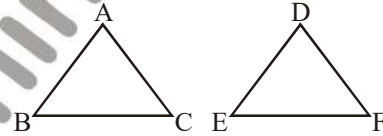
त्रिभुज की तदनरूपी दोनों भुजाओं तथा उनके बीच के कोण के बराबर हो।



$$AB = DE, \quad BC = EF \text{ व } \angle B = \angle E$$

$$\text{तब, } \Delta ABC \cong \Delta DEF$$

**भुजा-भुजा-भुजा (SSS)** – यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजायें, दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हों तो वे दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

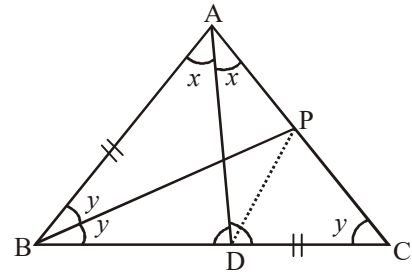


$$AB = DE, \quad BC = EF \text{ व } AC = DF$$

$$\text{तब, } \Delta ABC \cong \Delta DEF$$

**Ex.42** त्रिभुज ABC में,  $\angle B = 2 \angle C$ . AD व BE, कोण BAC व कोण ABC के अर्धक हैं। और यदि  $AB = CD$  तो कोण ABC का मान ज्ञात करो।

**Sol.**



$\Delta ABC$  में,

$$\angle B = 2\angle C \text{ या, } \angle B = 2y \text{ जहाँ, } \angle C = y$$

AD,  $\angle BAC$  का कोण अर्धक है।

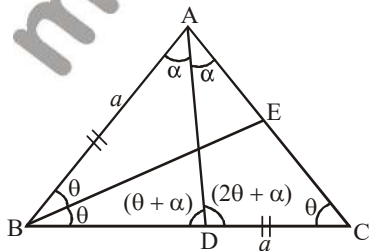
$\angle BAD = \angle CAD = x$  (माना)  
 माना BP,  $\angle ABC$  का अर्द्धक है PD का मिलाने पर  
 $\triangle BPC$  में,  
 $\angle CBP = \angle BCP = y$   
 $\Rightarrow BP = PC$   
 $\triangle ABP$  और  $\triangle DCP$  में,  
 $\angle ABP = \angle DCP = y$   
 $AB = DC$  (दिया है),  
 और,  $BP = PC$   
 (भुजा-कोण-भुजा सर्वासमता द्वारा)  
 $\triangle ABP \cong \triangle DCP$   
 $\Rightarrow \angle BAP = \angle CDP$  और  $AP = DP$   
 $\Rightarrow \angle CDP = 2x$  और  $\angle ADP = \angle DAP = x$

$$[\therefore \angle A = 2x]$$

$\triangle ABD$  में,  
 $\triangle ADC = \triangle ABD + \angle BAD$   
 $\Rightarrow x + 2x = 2y + x \Rightarrow x = y$   
 $\triangle ABC$  में,  
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$   
 $2x + 2y + y = 180^\circ$   
 $5x = 180^\circ$   
 $x = 36^\circ$   
 $\angle BAC = 2x = 72^\circ$

विधि-2.

ज्या नियम द्वारा



माना  $AD = x$

$\triangle ABD$  में,

$$\frac{\sin(\theta + \alpha)}{a} = \frac{\sin 2\theta}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(\theta + \alpha)}{\sin 2\theta} = \frac{a}{x} \quad \dots(1)$$

$\triangle ADC$  में

$$\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\sin \alpha}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{\sin \alpha}{\sin \theta} \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) और (2) से

$$\Rightarrow \frac{\sin(\theta + \alpha)}{\sin 2\theta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow \sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha = 2 \cos \theta \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sin(\theta - \alpha) = 0 = \sin 0^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = \alpha$$

$\triangle ABC$  में,

$$\angle ABC + \angle BAC + \angle BCA = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\alpha + \alpha = 180^\circ$$

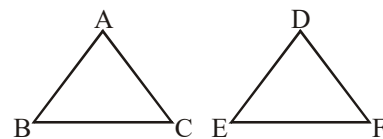
$$\alpha = 36^\circ$$

$$\angle ABC = 2\alpha = 2 \times 36$$

$$= 72^\circ$$

गुण-21

त्रिभुज की समरूपता: यदि दो समरूप हैं तो त्रिभुजों के संगत अंगों (organs) का अनुपात बराबर होगा।

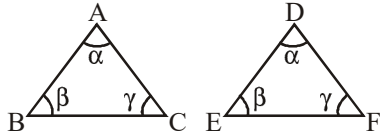


$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{r_1}{r_2} =$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}}$$

समरूपता को सिद्ध करना: - समरूपता एक ज्या नियम है, दो त्रिभुज समरूप होंगे यदि उनके संगत कोण बराबर हैं।



$$\frac{\sin \alpha}{BC} = \frac{\sin \beta}{AC} \quad \dots(1)$$

$$\frac{\sin \alpha}{EF} = \frac{\sin \beta}{DF} \quad \dots(2)$$

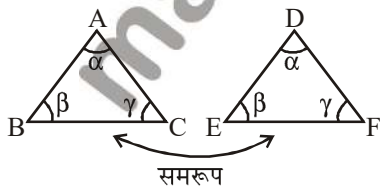
समी. (1) को समी. (2) द्वारा भाग देने पर

$$\frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC}, \text{ इति सिद्धम्}$$

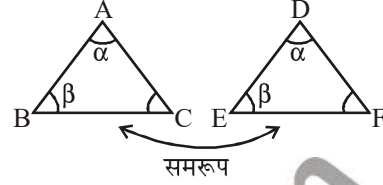
त्रिभुजों के समरूप होने की शर्तें-

1. (कोण-कोण-कोण) AAA
2. (कोण-कोण) AA
3. (प्रत्येक सर्वांगसम त्रिभुज समरूप त्रिभुज होगा।)

**कोण-कोण-कोण (AAA)** - यदि दो त्रिभुजों के संगत कोण बराबर हो अर्थात् दो त्रिभुज समकोणिक हैं तो त्रिभुज समरूप होते हैं।

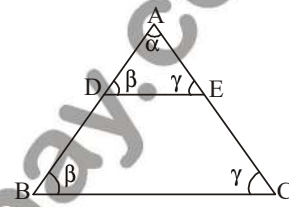


**कोण-कोण (AA)** - यदि दो त्रिभुजों के दो संगत कोण बराबर हैं तो त्रिभुज समरूप होंगे तीसरा कोण भी बराबर होगा।



थेल्लस प्रमेय:

1.



DE || BC

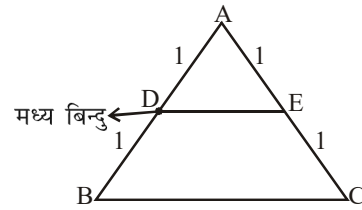
ΔADE ~ ΔABC

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$

2. यदि D व E क्रमशः भुजा AB व AC के मध्य बिन्दु है, तो AD व DB व AE और AC का अनुपात 1 के बराबर होगा। तब त्रिभुज ADE व ABC किसके समरूप होगा।

अतः DE || BC.

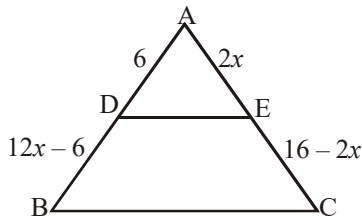


$$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow DE = \frac{1}{2} BC$$

$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

त्रिभुज ADE का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{4}$  त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल।

**Ex.43** त्रिभुज ABC में, D व E क्रमशः भुजा AB व AC के मध्य बिन्दु हैं, और  $DE \parallel BC$  यदि  $AD = 6$  सेमी,  $BD = (12x - 6)$  सेमी,  $AE = 2x$  सेमी व  $CE = (16 - 2x)$  सेमी, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



$$AB = 12x - 6 + 6 = 12x \text{ और } AC = 2x + 16 - 2x = 16$$

यदि  $DE \parallel BC$  तब,  $\triangle ADE$  और  $\triangle ABC$  समरूप होंगे

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

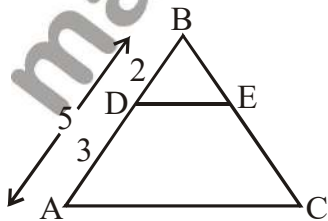
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{6}{12x - 6} = \frac{2x}{16 - 2x}$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ सेमी}$$

**Ex.44** त्रिभुज ABC में, बिन्दु D व E भुजाओं AB व BC पर इस प्रकार हैं कि  $DE \parallel AC$  और  $AD : DB = 3 : 2$  तो समलम्ब चतुर्भुज ACED व  $\triangle BED$  के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.**



$\triangle BDE$  और  $\triangle BAC$  में

$$\angle B = \angle B \text{ (उभयनिष्ठ)}$$

$$\angle BDE = \angle BAC \quad (\because DE \parallel AC)$$

$$\angle BED = \angle BCA \quad (\because DE \parallel AC)$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BAC$$

समरूप  $\triangle$  में

क्षेत्रफल का अनुपात = (भुजाओं का अनुपात)<sup>2</sup>

$$\frac{\triangle BDE \text{ का क्षेत्रफल}}{\triangle BAC \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{BD}{BA}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

माना  $\triangle BDE$  का क्षेत्रफल = 4

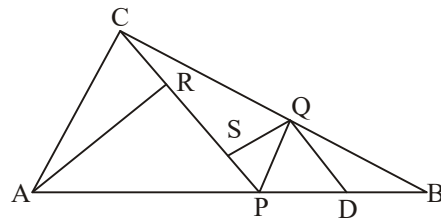
व  $\triangle BAC$  का क्षेत्रफल = 25

समलम्ब चतुर्भुज ACED का क्षेत्रफल =  $\triangle BAC$  का क्षेत्रफल -

$$\triangle BDE \text{ का क्षेत्रफल} = 25 - 4 = 21$$

$$\frac{\text{समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल}}{\triangle BED \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{21}{4}$$

**EX.45** दिये गये चित्र में बिन्दु P, AB पर इस प्रकार है कि  $AP : PB = 4 : 3$ , PQ, AC के समान्तर तथा QD, CP के समान्तर है,  $\triangle ARC$  में  $\angle ARC = 90^\circ$  और  $\triangle PQS$  में  $\angle PSQ = 90^\circ$  तथा QS की लम्बाई 6 सेमी है, तो  $AP : PD$  क्या होगा ?



$$\text{Sol<sup>n</sup>: } PQ, AC \text{ के समान्तर है, } \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{CQ}{QB} = \frac{4}{3}$$

माना  $AP = 4x$  तथा  $PB = 3x$ .

$$QD, CP \text{ के समान्तर है } \Rightarrow \frac{PD}{DB} = \frac{CQ}{QB} = \frac{4}{3}$$

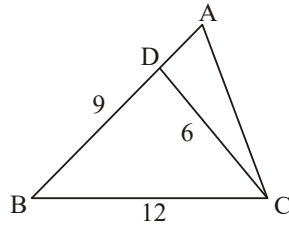
$$\frac{PD}{PD + DB} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{PD}{PB} = \frac{4}{7}$$

$$PD = \frac{4PB}{7} = \frac{12x}{7}$$

$$AP : PD = 4x : \frac{12x}{7} = 7 : 3$$

**Ex.46** नीचे दर्शाये गये चित्र में दिया गया है,  $BC = 12$  cm,  $DB = 9$  cm,  $CD = 6$  cm व  $\angle BCD = \angle BAC$  तो त्रिभुज  $ADC$  के परिमाण व त्रिभुज  $BDC$  के परिमाण का अनुपात क्या होगा?



**Sol<sup>n</sup>:**  $\triangle BAC$  और  $\triangle BCD$  में,  $\angle BCD = \angle BAC$ ,  $\angle B$  उभयनिष्ठ है  $\Rightarrow \angle BDC = \angle BCA$ . अतः दोनों त्रिभुज समरूप हैं।

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{BD} \Rightarrow AB = \frac{BC^2}{BD} = 16$$

$$AD = 7,$$

$$\text{इसी प्रकार, } AC = \frac{BC \times CD}{BD} = 8$$

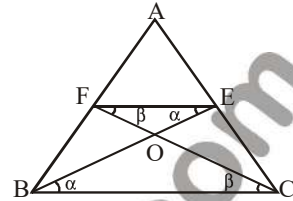
$\triangle ADC$  का परिमाण =  $7 + 6 + 8 = 21$ ,  $\triangle BDC$  का परिमाण =  $27$ ,

$$\text{अतः अनुपात} = \frac{7}{9}$$

**Ex.47** त्रिभुज  $ABC$  में माध्यिका  $BE$  व  $CF$  एक-दूसरे को  $O$  पर प्रतिच्छेद करती हैं तो त्रिभुज  $OEF$  व त्रिभुज  $ABC$  के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।

**Sol<sup>n</sup>.**  $F$  व  $E$ ,  $AB$  व  $AC$  के मध्य बिन्दु हैं तब,  $FE \parallel BC$ .

$$\triangle OFE \sim \triangle OBC$$



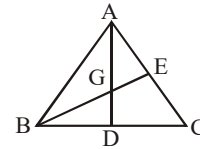
$$\frac{\triangle OFE \text{ का क्षेत्र.}}{\triangle OBC \text{ का क्षेत्र.}} = \left( \frac{FE}{BC} \right)^2 = \left( \frac{FE}{2FE} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

माना  $\triangle OBC$  का क्षेत्रफल 4 है, तब  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल 12 होगा।

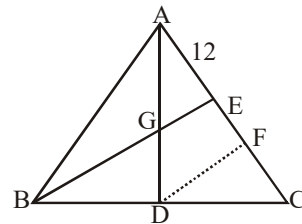
$$\frac{\triangle OFE \text{ का क्षेत्र.}}{\triangle ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{1}{12}$$

**Ex.48** दिये गये चित्र में यदि  $AG : GD = 3 : 4$  और

$BD : DC = 4 : 7$  और  $AE = 12$  सेमी तब  $EC$  की लम्बाई सेमी में होगी।



**Sol<sup>n</sup>.** हम एक रेखा  $DF$  की रचना करते हैं जो  $BE$  के समान्तर है।



$\triangle ADF$  में,  $GE \parallel DF$  तब,

$$\frac{AG}{GD} = \frac{AE}{EF}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{EF} \Rightarrow EF = 16 \text{ सेमी}$$

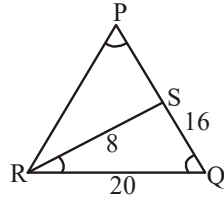
$$\therefore EF = 16 \text{ सेमी}$$

अब,  $\Delta BEC$  में  $DF \parallel BE$

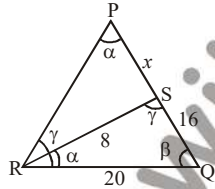
$$\frac{BD}{DC} = \frac{EF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{16}{FC} \Rightarrow FC = 28 \text{ सेमी}$$

$$EC = EF + FC = 16 + 28 = 44 \text{ सेमी}$$

**Ex.49** नीचे दिये चित्र में त्रिभुज PQR को दर्शाया गया है जहाँ, S, PQ पर एक बिन्दु इस प्रकार है कि QR = 20 सेमी, SQ = 16 सेमी, RS = 8 सेमी और  $\angle QRS = \angle QPR$  तो त्रिभुज PRS का परिमाण ज्ञात कीजिए।



**Sol<sup>n</sup>.**



**विधि-1**

**नोट:** अगर हम यहाँ समरूपता का प्रयोग करते हैं, तो यह स्पष्टीकरण नहीं हो पायेगा कि कौन सा कोण, किस कोण के बराबर होगा अतः हम दोनों त्रिभुजों में बराबर कोणों की सम्मुख भुजाओं के अनुपात को लेंगे।

$$\therefore \Delta RSQ \text{ व } \Delta PQR \text{ में,}$$

$$\angle QRS = \angle QPR = \alpha \text{ और } \angle Q = \beta$$

(दोनों त्रिभुजों में उभयनिष्ठ है।)

$\Delta RSQ$  में,  $\angle \alpha$  के सामने की भुजा 16 तथा  $\angle \beta$  के सामने की भुजा 8 है,

$\Delta PQR$  में,  $\angle \alpha$  के सामने की भुजा 20 तथा  $\angle \beta$  के सामने की भुजा PR है।

अतः इन भुजाओं का अनुपात बराबर होगा।

$$\frac{16}{20} = \frac{8}{PR} \Rightarrow PR = 10 \text{ सेमी}$$

इसी प्रकार,  $\angle \gamma$  और  $\angle \alpha$  को लेते समय

$$\frac{20}{x+16} = \frac{16}{20} \Rightarrow x = 9 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \Delta PRS \text{ का परिमाण} &= PR + RS + PS \\ &= 10 + 8 + 9 = 27 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

**विधि-2**

$$\Delta PQR \sim \Delta RSQ$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{20}{16}$$

$$\frac{P_1}{44} = \frac{5}{4}$$

$$P_1 = 55$$

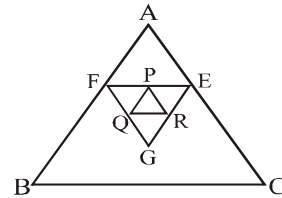
$$\Delta PQR \text{ का परिमाण} = 55 \text{ सेमी}$$

$$\text{भुजा } PR + PS = 55 - 16 - 20 = 19$$

$$\Delta PRS \text{ का परिमाण} = 19 + 8 = 27 \text{ सेमी}$$

**Ex.50**  $\Delta ABC$  में बिन्दु F व E क्रमशः AB व AC के मध्य बिन्दु है। G,  $\Delta ABC$  का केन्द्रक है। यदि P, Q व R क्रमशः EF, FG व GE के मध्य बिन्दु है तो  $\Delta PQR$  व  $\Delta ABC$  के क्षेत्रफलो का अनुपात ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.**



उदाहरण 2 से



$$\frac{\Delta EFG \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{1}{12}$$

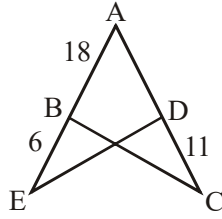
P, Q, व R त्रिभुज EFG की भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं

$$\frac{\Delta PQR \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta EFG \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \Delta PQR \text{ का क्षेत्र.} &= \frac{1}{4} \times \Delta EFG \text{ का क्षेत्र.} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{12} \times \Delta ABC \text{ का क्षेत्र.} \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta PQR \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{1}{48}$$

Ex.51 नीचे दिये गये चित्र में AB = 18 सेमी, BE = 6 सेमी, और CD = 11 सेमी है, यदि  $\angle AED = \angle ACB$ , तो भुजा AD की लम्बाई (सेमी में) ज्ञात करो।



Sol<sup>n</sup>.



$\Delta AED$  व  $\Delta ACB$  में,  
 $\angle AED = \angle ACB = \alpha$   
 $\angle A = \angle A$  (दोनों त्रिभुजों में उभयनिष्ठ है)  
 अतः तीसरा कोण भी बराबर होगा।  
 $\angle ADE = \angle ABC = \beta$

दोनों त्रिभुज समरूप हैं, तो त्रिभुजों की संगत भुजाएँ अनुपातिक होंगी।

$$\Rightarrow \frac{x}{18} = \frac{24}{x+11}$$

$$x^2 + 11x = 18 \times 24$$

$$x^2 + 11x - 18 \times 24 = 0$$

$$x^2 + 27x - 16x - 18 \times 24 = 0$$

$$x(x+27) - 16(x+27) = 0$$

$$(x+27)(x-16) = 0$$

$$x = 16 \text{ सेमी}$$

त्रिभुजों के प्रकार

भुजाओं के आधार पर	कोणों के आधार पर
1. विषम बाहु त्रिभुज	1. न्यून कोण त्रिभुज
2. समद्विबाहु त्रिभुज	2. अधिककोण त्रिभुज
3. समबाहु त्रिभुज	3. समकोण त्रिभुज

गुण-22

**विषमबाहु त्रिभुज:** विषमबाहु त्रिभुज की कोई भी भुजा और कोई भी कोण बराबर नहीं होता है।

Ex.52 ABC एक त्रिभुज है। D, बिन्दु AB पर इस प्रकार है कि  $AD : DB = 1 : 3$  और E बिन्दु AC पर इस प्रकार है कि  $AE : EC = 3 : 1$ , O, DE का मध्यबिन्दु है, तो त्रिभुज BOC का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Sol<sup>n</sup>.  $\Delta OAC$  में, दो  $\Delta OCE$  और  $\Delta OAE$  के आधार का अनुपात 1 : 3 है तब, क्षेत्रफल का अनुपात भी 1 : 3 होगा।

माना  $\Delta OCE$  का क्षेत्रफल = K (माना)

तब  $\Delta OAE$  का क्षेत्रफल = 3K

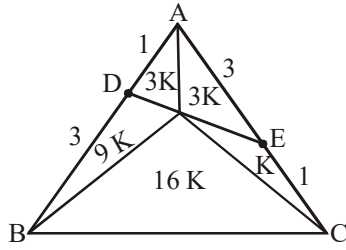
O, OE का मध्य बिन्दु है, अतः AO, त्रिभुज ADE की माधिका है, तब  $\Delta ADO$  का क्षेत्र =  $\Delta AOE$  का क्षेत्र = 3K

अतः  $\Delta AOD$  व  $\Delta BOD$  का क्षेत्रफल में संगम

$$\Delta BOD \text{ का क्षेत्र.} = 3 \times 3K = 9K$$

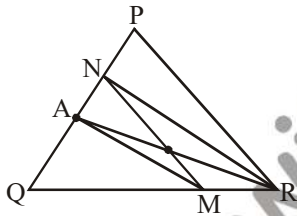
$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times 3 \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin A} = \frac{3}{16} = \frac{6K}{32K}$$

तब,  $\Delta BOC$  का क्षेत्र. =  $\Delta ABC$  का क्षेत्र. -  $\Delta AOB$  का क्षेत्र.  
 -  $\Delta AOC$  का क्षेत्र. =  $32K - (9K + 3K) - (3K + K) = 16K$   
 अतः इसका अर्थ है,  $\Delta BOC$  का क्षेत्रफल,  $\Delta ABC$  के क्षेत्रफल का आधा होगा।



**Ex.53** त्रिभुज PQR में, A भुजा PQ का मध्य-बिन्दु है, तब भुजा QR पर M कोई एक बिन्दु है। रेखा AM के समान्तर एक रेखा RN खींची जाती है, जो PQ को N पर प्रतिच्छेद करती है, यदि  $\Delta PQR$  का क्षेत्रफल 2 वर्ग इकाई हो तो  $\Delta NQM$  का क्षेत्रफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**

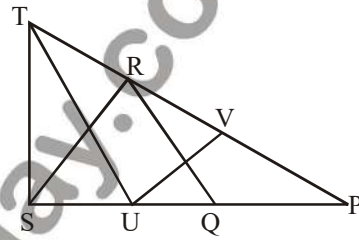


$\therefore$  A, PQ का मध्य बिन्दु है, तब AR,  $\Delta PQR$  की माध्यिका है  
 $\therefore \Delta AQR$  का क्षेत्र. =  $\Delta APR$  का क्षेत्र. =  $\frac{1}{2} \Delta PQR$  का क्षेत्र. ... (i)  
 $\therefore AM \parallel RN$   
 $\therefore \Delta AMR$  का क्षेत्र. =  $\Delta AMN$  का क्षेत्र.  
 $\Delta AQR$  का क्षेत्र. =  $\Delta AQM$  का क्षेत्र. +  $\Delta AMR$  का क्षेत्र.  
 =  $\Delta AQM$  का क्षेत्र. +  $\Delta AMN$  का क्षेत्र.  
 $\Delta AQR$  का क्षेत्र. =  $\Delta NQM$  का क्षेत्र.  
 समीकरण (i) से

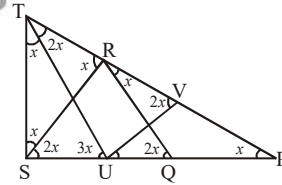
$\frac{1}{2} \Delta PQR$  का क्षेत्र. =  $\Delta NQM$  का क्षेत्र.

$\Delta NQM$  का क्षेत्र. =  $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

**Ex.54** नीचे दिये गये चित्र में,  $PQ = QR = RS = ST = TU = UV = VP$  तब  $\angle SPT$  का लगभग मान क्या होगा?



**Sol<sup>n</sup> :**



$PQ = QR = RS = ST = TU = UV = VP$

माना  $\angle QPR = x$

$\Rightarrow \angle QRP = x$  [  $\because PQ = QR$  ]

और  $\angle VUP = x$  [  $\because UV = VP$  ]

$\angle TVP = \angle VUP + \angle VPU = x + x = 2x$  ... (1)

$\angle RQS = \angle QRP + \angle QPR = x + x = 2x$  ... (2)

(क्योंकि किसी शीर्ष पर बने बाह्य कोण का मान उसके विपरीत बने दो आन्तरिक कोणों के योग के बराबर होता है।)

$\Rightarrow \angle UTV = \angle UVT = 2x$  [  $\because TU = UV$  ] ... (3)

$\Rightarrow \angle RSQ = \angle RQS = 2x$  [  $\because QR = RS$  ] ... (4)

$\angle TUS = \angle UPT + \angle UTP = x + 2x = 3x$  ... (5)

(क्योंकि किसी शीर्ष पर बने बाह्य कोण का मान उसके विपरीत बने दो आन्तरिक कोणों के योग के बराबर होता है।)

$$\angle TSU = \angle TUS = 3x [\because ST = TU] \quad \dots(6)$$

$$\angle TRS = \angle RSP + \angle RPS = 2x + x = 3x$$

लेकिन,  $\angle TRS = \angle RTS$ , क्योंकि  $SR = TS$ .

$$\therefore \angle RTS = 3x \quad \dots(7)$$

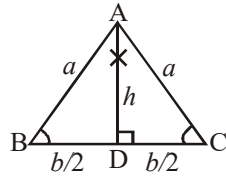
$$\text{अतः, } \angle PTS + \angle TPS + \angle PST = 3x + 2x + 3x = 7x = 180^\circ$$

$$3x + 2x + 3x = 180^\circ$$

$$\therefore x = \frac{180^\circ}{7} = 25.7^\circ \approx 26^\circ$$

**गुण-23**

**समद्विबाहु त्रिभुज:** कोई भी दो भुजा बराबर हैं।



$$AB = AC$$

तब,  $\angle C = \angle B$

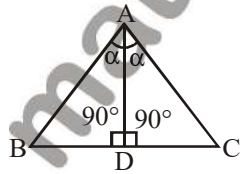
$$AD \perp BC$$

तब,  $BD = CD$  (AD = कोण अर्द्धक)

$$AD = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{\frac{4a^2 - b^2}{4}}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times b \times \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

**समद्विबाहु त्रिभुज में**

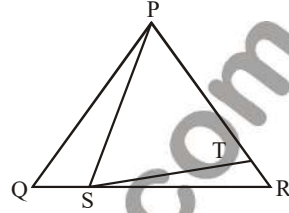


$$ABD \cong ADC$$

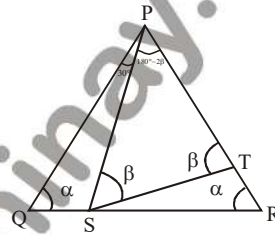
तब,  $BD = DC$

**EX. 55** दिये गये चित्र में त्रिभुज PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज

है, जिसकी भुजाएँ PQ व PR बराबर हैं, भुजा QR पर एक बिन्दु S इस प्रकार है, कि  $PS = PT$ , तथा  $\angle QPS = 30^\circ$ .  $\angle RST$  का मान क्या होगा।



**Sol<sup>n</sup>.**



$$\text{माना } \angle PST = \angle PTS = \beta \text{ \& } \angle Q = \angle R = \alpha$$

$$\angle P = 30^\circ + 180^\circ - 2\beta$$

$\Delta PQR$  में,

$$(30^\circ + 180^\circ - 2\beta) + 2\alpha = 180^\circ$$

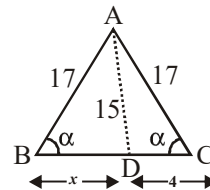
$$\beta - \alpha = 15^\circ,$$

$\Delta RST$  में, जैसा कि  $\angle STP$  एक बाह्य कोण है,

$$\Delta RST \text{ का कोण } \Rightarrow \beta - \alpha = \angle RST = 15^\circ$$

**Ex.56** त्रिभुज ABC में  $AB = AC$  तथा D, भुजा BC पर कोई बिन्दु है, यदि  $AB = 17$  सेमी,  $AD = 15$  सेमी,  $CD = 4$  सेमी तो BD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>:**



त्रिभुज ABD व त्रिभुज ACD में कोज्या नियम द्वारा

$$\cos \alpha = \frac{17^2 + 4^2 - 15^2}{2 \times 17 \times 4} = \frac{17^2 + x^2 - 15^2}{2 \times 17 \times x}$$

$$\frac{80}{4} = \frac{64 + x^2}{x}$$

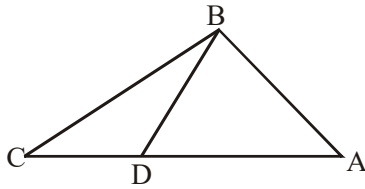
$$x^2 - 20x + 64 = 0$$

$$(x-16)(x-4) = 0$$

$$BD = x = 16 \text{ सेमी}$$

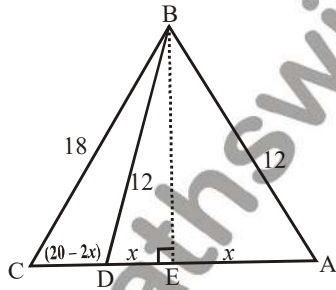
$$(x \neq 4)$$

**Ex.57** त्रिभुज ABC में भुजाओं AB, BC तथा AC की लम्बाइयाँ क्रमशः 12, 18 व 20 इकाई हैं। D, AC पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, AB = DB.



तो AD : DC का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**



माना  $BE \perp AC$

त्रिभुज ABD एक समद्विबाहु  $\Delta$  है

$\therefore DE = EA = x$  (बोला गया है।)

$$\Delta BDE \text{ में } \rightarrow BE^2 = 144 - x^2$$

$$\Delta BCE \text{ में } \rightarrow BE^2 = 324 - (20 - 2x + x)^2$$

दोनों समीकरणों की तुलना करने पर

$$144 - x^2 = 324 - (20 - x)^2$$

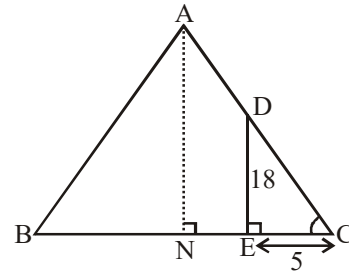
$$\Rightarrow x = 5.5$$

$$\text{अतः } AD : DC = 11 : 9$$

**Ex.58**  $\Delta ABC$  में D व E दो बिन्दु भुजाओं AC व BC पर इस प्रकार हैं, कि DE, BC पर लम्ब है, तब DE = 18 सेमी, CE = 5 सेमी और  $\tan \angle B = 3.6$  तो AC व CD का अनुपात क्या होगा?

- (a)  $\frac{BC}{2CE}$  (b)  $\frac{CE}{2BC}$   
 (c)  $\frac{2CE}{BC}$  (d)  $\frac{2BC}{CE}$

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\tan \angle B = 3.6$$

$\Delta CDE$  में

$$\tan \angle C = \frac{18}{5} = 3.6 = \tan \angle B$$

$$\text{अतः, } \angle B = \angle C$$

तब, ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज होगा। हमने एक रेखा AN खींची जो BC पर लम्ब है। समद्विबाहु त्रिभुज में लम्ब, भुजा BC को दो बराबर भागों में बाँटेगा।

$$\left( \therefore BN = NC = \frac{BC}{2} \right)$$

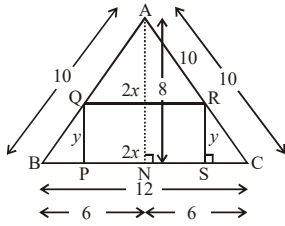
$\Delta ANC$  और  $\Delta CDE$  समरूप त्रिभुज हैं।

$$\frac{AC}{CD} = \frac{NC}{CE} = \frac{BC}{2CE}$$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{2CE}$$

**Ex.59** एक समद्विबाहु त्रिभुज जिसका आधार BC = 12 सेमी तथा अन्य दो बराबर भुजाएँ AB = AC = 10 सेमी है। त्रिभुज के अन्दर एक आयत PQRS है, जिसका आधार PS भुजा BC पर इस प्रकार है कि PQ = SR = y और QR = PS = 2x तो  $x + \frac{3y}{4}$  का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>:**



त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, तथा  $AN \perp BC$  तब,  $BN = NC = 6$  सेमी

$$AN = \sqrt{AC^2 - NC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$PN = NS = x$$

$$SC = BP = \frac{12 - 2x}{2} = 6 - x$$

$AN \perp BC$  व  $RS \perp BC$  अतः  $\triangle ANC$  और  $\triangle RSC$  समरूप त्रिभुज है।

$\triangle ANC$  और  $\triangle RSC$  में,

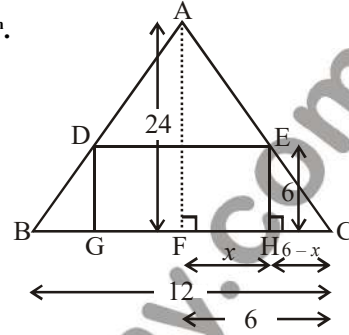
$$\frac{AN}{RS} = \frac{NC}{SC} \Rightarrow \frac{8}{y} = \frac{6}{6-x}$$

$$6 - x = \frac{3y}{4} \Rightarrow x + \frac{3y}{4} = 6$$

**Ex.60** ABC एक त्रिभुज है जिसका आधार 12 है, त्रिभुज के अन्दर एक आयत GHED इस प्रकार है कि HE = 6 सेमी,

F, BC का मध्य बिन्दु है, यदि AF = 24 सेमी तब आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



$\triangle AFC$  और  $\triangle EHC$  समरूप त्रिभुज हैं।

$$\frac{AF}{EH} = \frac{FC}{HC} \Rightarrow \frac{24}{6} = \frac{6}{6-x}$$

$$\Rightarrow 6 - x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = 4.5$$

$$GH = 2 \times x = 2 \times 4.5 = 9 \text{ और } HE = 6$$

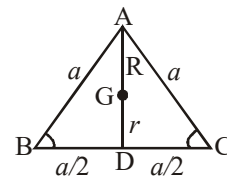
$$\text{क्षेत्रफल} = GH \times HE = 9 \times 6 = 54$$

**गुण-24**

**समबाहु त्रिभुज:** सभी कोण व सभी भुजायें बराबर होती हैं।

$$\Rightarrow AB = BC = CA = a$$

$$\Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$



$$AD = h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

(i) सभी केन्द्र (लम्बकेन्द्र, परिकेन्द्र, अन्तःकेन्द्र तथा केन्द्रक)

एक ही बिन्दु पर होते हैं।

(ii) सभी माध्यिकाएँ = सभी लम्ब = सभी लम्ब कोण अर्द्धक =

$$\text{सभी कोण अर्द्धक} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

(iii) परित्रिज्या  $R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{3}}$

(iv) अन्तः त्रिज्या  $r = \frac{\Delta}{s} \Rightarrow r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

(v)  $\frac{R}{r} = \frac{2}{1}$

(vi)  $\frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{\text{परिवृत्त का क्षे.}}{\text{अन्तः वृत्त का क्षे.}} = \frac{4}{1}$

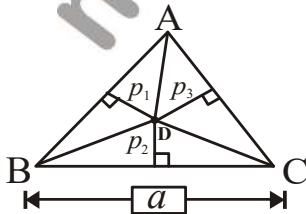
(vii) परिमाप  $p = 3a$  तब, अर्द्धक परिमाप  $s = \frac{3a}{2}$

(viii)  $\Delta$  का क्षे.  $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$   $\left( \because \Delta = \frac{1}{2} a \times a \times \sin 60^\circ \right)$

(ix) समबाहु त्रिभुज ABC के अन्दर D कोई बिन्दु है, तीन लम्ब  $p_1, p_2$  व  $p_3$  क्रमशः भुजा AB, BC व AC पर डाले गये हैं। अतः त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल, त्रिभुज ADB, त्रिभुज BDC व त्रिभुज ADC के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होगा।

$$\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{1}{2} a p_1 + \frac{1}{2} a p_2 + \frac{1}{2} a p_3$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{1}{2} a [p_1 + p_2 + p_3]$$



$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} [p_1 + p_2 + p_3]$$

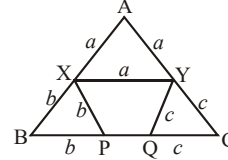
Ex.61 समबाहु त्रिभुज के अन्दर कोई एक बिन्दु है, जिसकी भुजाओं से लम्बाइयों क्रमशः  $2\sqrt{3}$ ,  $3\sqrt{3}$  व  $5\sqrt{3}$  हैं तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.  $a = \frac{2}{\sqrt{3}} (2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 10\sqrt{3}$   
 $= 20$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 20 \times 20 = 100\sqrt{3}$$

Ex. 62 त्रिभुज ABC एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी भुजा 30 सेमी है, XY भुजा BC, XP भुजा AC तथा YQ भुजा AB के समान्तर है, यदि  $XY + XP + YQ = 40$  सेमी तो PQ की लम्बाई ज्ञात करो।

Sol<sup>n</sup>.



$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

$$XY \parallel BC \Rightarrow \angle AXY = \angle ABC = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AYX = \angle ABC = 60^\circ$$

अतः, त्रिभुज AXY एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\Rightarrow AX = XY = AY = a \text{ (माना)}$$

इसी प्रकार, त्रिभुज BXP व त्रिभुज CYQ भी समबाहु त्रिभुज है।

$$\Rightarrow BX = BP = XP = b \text{ (माना)}$$

$$\Rightarrow CY = YQ = QC = c \text{ (माना)}$$

$$\text{त्रिभुज का परिमाप} = 3 \times 30 = 90$$

$$\Rightarrow AB + BC + CA = 90$$

$$\Rightarrow (a + b) + (b + PQ + c) + (a + c) = 90$$

$$\Rightarrow 2(a + b + c) + PQ = 90 \text{ } (\because XY + XP + YQ = 40)$$

$$\Rightarrow 2 \times 40 + PQ = 90 \text{ } (\because a + b + c = 40)$$

PQ = 10 सेमी

**गुण-25**

**न्यून कोण त्रिभुज:** सभी कोण  $< 90^\circ$

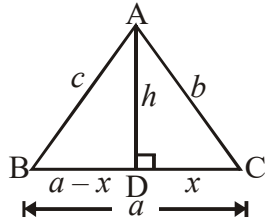
$\Delta ABD$  व  $\Delta ACD$  में पाइथोगोरस प्रमेय से

$$h^2 = c^2 - (a-x)^2 = b^2 - x^2$$

$$c^2 - a^2 - x^2 + 2ax = b^2 - x^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ax$$

अतः हम कह सकते हैं  $c^2, a^2$  व  $b^2$  के योग से छोटा होगा।  
न्यूनकोण त्रिभुज में बड़ी भुजा का वर्ग, हमेशा ही दो छोटी भुजाओं के वर्गों के योग से कम होता है।



**बिन्दु 1.**  $c^2 < a^2 + b^2$  या  $b^2 < a^2 + c^2$  या  $a^2 < b^2 + c^2$

**बिन्दु 2.** न्यूनकोण त्रिभुज में सभी केन्द्र (केन्द्रक, लम्बकेन्द्र, परिकेन्द्र व अन्तःकेन्द्र) त्रिभुज के अन्दर होते हैं।

**eg.** यदि त्रिभुज की भुजायें 6, 7 व 8 हैं तो त्रिभुज किस प्रकार का होगा।

**Sol<sup>n</sup>.**  $(8^2) < (6^2) + (7^2)$

$$64 < 36 + 49$$

यह एक-न्यून कोण त्रिभुज होगा।

**गुण-26**

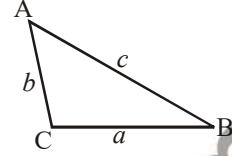
**अधिक कोण त्रिभुज:** एक कोण  $> 90^\circ$

(केवल एक कोण  $90^\circ$  से बड़ा होता है।)

अधिक कोण त्रिभुज में बड़ी भुजा का वर्ग, हमेशा ही दोनों छोटी भुजाओं के वर्गों के योग से अधिक होता है।

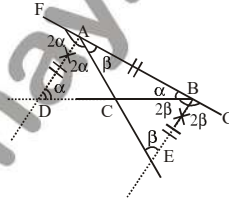
$$(बड़ी भुजा)^2 > (छोटी भुजा_1)^2 + (छोटी भुजा_2)^2$$

$c^2 > a^2 + b^2$  या  $b^2 > a^2 + c^2$  या  $a^2 > b^2 + c^2$



**Ex.63**  $\Delta ABC$  में  $\angle C$ , अधिक कोण है, A तथा B पर बने बाह्य कोणों के अर्द्धक BC तथा AC को आगे बढ़ाने पर क्रमशः D व E पर मिलते हैं। यदि  $AB = AD = BE$  तब  $\angle ACB = ?$

**Sol<sup>n</sup>:**



$$AB = AD \Rightarrow \angle BDA = \angle ABD = \alpha \text{ (माना)}$$

$$AB = BE \Rightarrow \angle BAC = \angle AEB = \beta \text{ (माना)}$$

$$\angle DAF = 2\alpha \text{ \& } \angle EBG = 2\beta$$

(AD व BE कोण अर्द्धक हैं।)

$\angle ACB$ ,  $\Delta ADC$  व  $\Delta BCE$  का बाह्य कोण है

$$\text{तब, } \angle ACB = 3\alpha = 3\beta \Rightarrow \alpha = \beta$$

अब  $\Delta ACB$  में

$$3\alpha + \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ / 5$$

$$\alpha = 36^\circ$$

$$\angle ACB = 3\alpha = 108^\circ$$

**Ex.64** माना ABC एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी भुजा x है, तथा P तीनों कोण अर्द्धकों का कटान बिन्दु है, तो AP की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

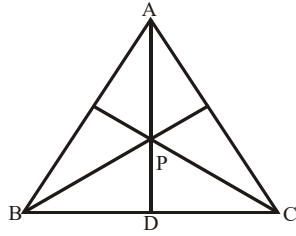
(a)  $\frac{x\sqrt{3}}{3}$

(b)  $\frac{x\sqrt{3}}{6}$

(c)  $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

(d)  $\frac{2x\sqrt{3}}{6}$

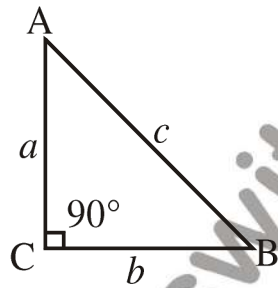
**Sol<sup>n</sup>.** समबाहु त्रिभुज में माध्यिका, कोण अर्द्धक तथा लम्ब सभी एक ही हैं।



$$PA = \frac{2}{3} AD = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{2\sqrt{3}x}{6}$$

**गुण-27**

**समकोण त्रिभुज:** एक कोण  $90^\circ$  के बराबर होता है।

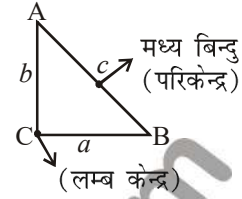


$$\angle C = 90^\circ \text{ तब, } AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ (यह पाइथागोरस प्रमेय है)}$$

(i) त्रिभुज = क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} ab$

(ii)  $R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{abc}{4 \cdot \frac{1}{2} ab} = \frac{c}{2} \Rightarrow \boxed{R = \frac{c}{2}}$



(iii)  $r = \frac{\Delta}{s} = \frac{\frac{1}{2} ab}{\frac{a+b+c}{2}} = \frac{ab}{a+b+c}$

$$r = \frac{ab}{(a+b)+c} \times \frac{a+b-c}{(a+b)-c} = \frac{ab(a+b-c)}{(a+b)^2 - c^2}$$

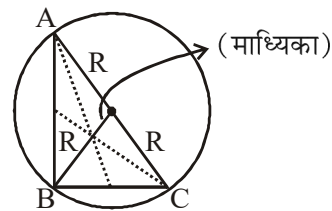
$$= \frac{ab(a+b-c)}{a^2 + b^2 + 2ab - c^2} = \frac{ab(a+b-c)}{2ab} = \frac{a+b-c}{2}$$

(iv)  $\boxed{r = \frac{a+b-c}{2}}$

$$r = \frac{a+b}{2} - \frac{c}{2} = \frac{a+b}{2} - R$$

$$r = \frac{a+b}{2} - R$$

(v)  $\Rightarrow \boxed{2(r+R) = a+b}$





समकोण त्रिभुज में सबसे छोटी माध्यिका = R (परित्रिज्या)  
त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

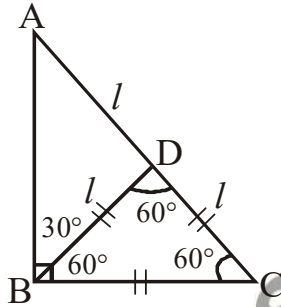
$$\Delta = r.s = \left(\frac{a+b-c}{2}\right).s = \left(\frac{a+b+c-2c}{2}\right).s$$

$$= \left(\frac{a+b+c}{2} - c\right).s = (s-c).s$$

(vi)  $\Delta = (s-c).s$  जहाँ  $c$  कर्ण है और त्रिभुज की सबसे छोटी माध्यिका का दो गुना है।

Ex.65 समकोण त्रिभुज ABC में कोण B समकोण है, तथा माध्यिका BD जिसकी लम्बाई  $l$  है, कोण B को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करती है, तो  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.



$BD = CD = AD = l$

तब,  $\angle DBC = \angle DCB = 60^\circ \Rightarrow (\angle BDC = 60^\circ)$

समबाहु  $\Delta BDC$  का क्षे. =  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times l^2$

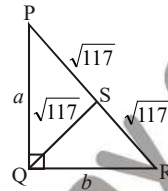
$\Delta ABC$  का क्षे. = 2  $\times$  त्रिभुज BDC का क्षेत्रफल

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} l^2 \times 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} l^2$$

(BD माध्यिका है, अतः त्रिभुज को दो बराबर भागों में बाँटेगी।)

Ex.66 त्रिभुज PQR में  $\angle Q = 90^\circ$ , S, भुजा PR का मध्य-बिन्दु है,  $QS = \sqrt{117}$ , तथा PQ व QR का योग 30 सेमी है, तो त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.



$QS = \sqrt{117}$  तब,  $PS = QR = \sqrt{117}$

$PQ + QR = 30$

$a + b = 30$

$a^2 + b^2 = (2\sqrt{117})^2 = 468$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$900 = 468 + 2ab \Rightarrow 2ab = 432$

$ab = 216$

क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \times 216 = 108$  सेमी<sup>2</sup>

विधि-2 : यहाँ

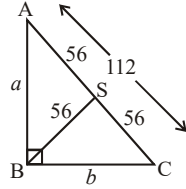
$s = \frac{PQ + QR + PR}{2} = \frac{30 + 2\sqrt{117}}{2} = 15 + \sqrt{117}$

$r = \frac{PQ + QR - PR}{2} = \frac{30 - 2\sqrt{117}}{2} = 15 - \sqrt{117}$

$\Delta = r.s = (15 + \sqrt{117}).(15 - \sqrt{117}) = 15^2 - (\sqrt{117})^2$   
 $= 225 - 117 = 108$  सेमी<sup>2</sup>

**Ex. 67** यदि समकोण त्रिभुज का अर्द्धपरिमाण 120 सेमी तथा सबसे छोटी माध्यिका की लम्बाई 56 सेमी है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$a^2 + b^2 = (112)^2$$

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$120 = \frac{a+b+112}{2} \Rightarrow a+b+112 = 240$$

$$a+b = 128$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow$$

$$(128)^2 = (112)^2 + 2ab$$

$$2ab = (128)^2 - (112)^2$$

$$ab = \frac{240 \times 16}{2} = 1920$$

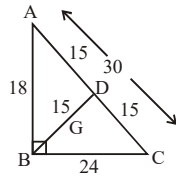
$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 1920 = 960 \text{ सेमी}^2$$

**विधि- 2 :** यहाँ,  $s = 120$  और  $c = 112$  सेमी

$$\Delta = s(s-c) = 120(120-112) = 960 \text{ सेमी}^2$$

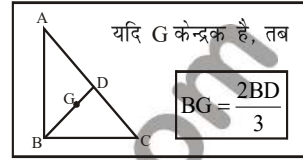
**Ex.68** त्रिभुज ABC में कोण B समकोण है,  $AB = 18$  सेमी,  $BC = 24$  सेमी यदि G केन्द्रक है, तो BG की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$AC^2 = (18)^2 + (24)^2$$

$$AC = 30 \text{ सेमी.}$$



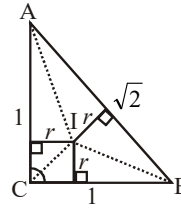
तब,  $AD = CD = 15$  सेमी तब,  $BD = 15$  सेमी  
केन्द्रक माध्यिका को 2 : 1 में बाँटता है।

$$\text{तब, } BG : GD = 10 : 5$$

$$BG = 10 \text{ सेमी}$$

**Ex.69** समकोण समद्विबाहु त्रिभुज ABC में I त्रिभुज का अन्तः केन्द्र है, तो  $\Delta AIB$ ,  $\Delta BIC$  व  $\Delta AIC$  के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\Delta AIB \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times 1 \times r = \frac{1}{2}r$$

$$\Delta BIC \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times 1 \times r = \frac{1}{2}r$$

$$\Delta AIC \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times r = \frac{\sqrt{2}}{2}r$$

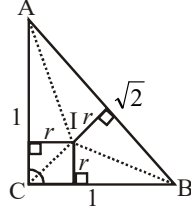
$$\Delta AIB : \Delta BIC : \Delta AIC = \frac{1}{2}r : \frac{1}{2}r : \frac{\sqrt{2}}{2}r$$

$$= 1 : 1 : \sqrt{2}$$

यहाँ हम देखते हैं कि सभी त्रिभुजों की ऊँचाई और त्रिज्या बराबर है, अतः त्रिभुजों का क्षेत्रफल उनके आधारों के अनुपात  $1 : 1 : \sqrt{2}$  के अनुपात में विभाजित होगा।

**Ex.70** समकोण समद्विबाहु त्रिभुज ABC, C पर समकोण है, तथा I त्रिभुज का अन्तःकेन्द्र है, तो त्रिभुज  $\Delta AIB$  व त्रिभुज  $\Delta ABC$  के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\Delta AIB \text{ का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times AB \times r = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times r$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 1 \times 1$$

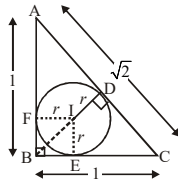
$$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{1+1-\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\Delta AIB \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times r}{\frac{1}{2} \times 1 \times 1} = \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{2}$$

$$= \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{1}$$

**Ex.71** समकोण त्रिभुज ABC कोण B पर समकोण है, तथा एक अन्तःवृत्त भुजा AB, BC व AC को क्रमशः F, E व D पर स्पर्श करता है, यदि  $BD \perp AC$  पर लम्ब है, तो AF व FB का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.** I अन्तःकेन्द्र है, तब BI कोण अर्द्धक तथा ID, AC पर लम्ब होगा लेकिन दिया गया है, कि  $BD \perp AC$  अतः BID एक सीधी रेखा है, और यह कोण अर्द्धक व सम्मुख भुजा पर लम्ब है, अतः त्रिभुज ABC समकोण समद्विबाहु त्रिभुज होगा।



यदि  $\perp AB$  &  $IE \perp BC$  तब, यदि  $IE = BF = r$

$$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{1+1-\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{1-r}{r}$$

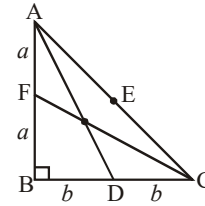
$$\frac{AF}{FB} = \frac{1-\frac{2-\sqrt{2}}{2}}{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{\sqrt{2}+1}{1}$$

**गुण-28**

यदि कोई त्रिभुज समकोण त्रिभुज की माध्यिकाओं से मिलकर बना है, तो वह त्रिभुज भी समकोण त्रिभुज होगा तथा वास्तविक त्रिभुज की भुजाएँ  $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$  के अनुपात में होंगी।

**गुण -29**



$$AD^2 = b^2 + 4a^2$$

$$CF^2 = a^2 + 4b^2$$

$$\text{तब, } AD^2 + CF^2 = 5(a^2 + b^2)$$

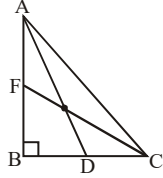
$$= \frac{5}{4}(4a^2 + 4b^2) = \frac{5}{4}AC^2$$

$$[\because 4a^2 + 4b^2 = AC^2]$$

$$4(AD^2 + CF^2) = 5AC^2$$

**Ex.72** समकोण त्रिभुज ABC में, AC = 5 सेमी, माध्यिका AD =  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$  मो माध्यिका CF की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



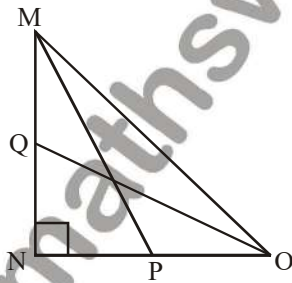
$$4 \left[ \left( \frac{3\sqrt{5}}{2} \right)^2 + CF^2 \right] = 5 \times (5)^2$$

$$4 \times \frac{45}{4} + 4CF^2 = 125$$

$$4CF^2 = 125 - 45$$

$$CF^2 = \frac{80}{4} = 20 \Rightarrow CF = 2\sqrt{5}$$

**Ex.73** समकोण त्रिभुज MNO में दो न्यून कोण शीर्षों से डाली गई माध्यिकाओं MP व OQ के वर्गों का योग ज्ञात कीजिए। तथा त्रिभुज MNO की सबसे बड़ी भुजा 20 सेमी है।

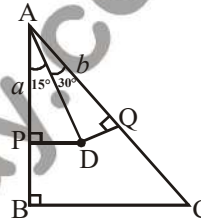


**Sol<sup>n</sup>.**  $MP^2 + OQ^2 = \frac{5}{4}(MO^2) = \frac{5}{4} \times 20 \times 20 = 500$

**Ex.74** समकोण समद्विबाहु त्रिभुज ABC में कोण B पर समकोण है, त्रिभुज के अन्दर बिन्दु D से भुजायें AB व AC पर लम्ब डाले गये हैं, जो क्रमशः P व Q पर मिलते हैं,

यदि AP = a इकाई, AQ = b इकाई और  $\angle PAD = 15^\circ$  तो  $\sin 75^\circ$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\frac{2a}{\sqrt{3}b}$  (b)  $\frac{\sqrt{3}a}{2b}$   
 (c)  $\frac{a\sqrt{3}}{b}$  (d)  $\frac{b}{2a\sqrt{3}}$



**Sol<sup>n</sup>.** AB = BC  $\Rightarrow \angle BAC = \angle BCA = 45^\circ$   
 $\angle PAD = 15^\circ \Rightarrow \angle DAQ = 30^\circ$  &  $\angle PDA = 75^\circ$   
 $\triangle DAQ$  में,

$$\cos 30^\circ = \frac{b}{AD} \Rightarrow AD = \frac{2b}{\sqrt{3}}$$

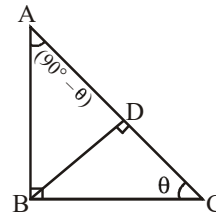
$\triangle PAD$  में,

$$\sin 75^\circ = \frac{a}{AD} = \frac{a}{\frac{2b}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}a}{2b}$$

**गुण-30**

**समकोण त्रिभुज में समरूपता**

हम समकोण त्रिभुज में कभी भी समरूपता का प्रयोग नहीं करते हैं, क्योंकि इससे समकोण त्रिभुज में तथ्य स्पष्ट नहीं हो पाते हैं। हम समकोण त्रिभुज में त्रिकोणमिती अनुपातों का प्रयोग करेंगे। माना एक समकोण त्रिभुज कोण B पर समकोण है, तथा एक लम्ब BD कर्ण AC पर डाला गया है।



(1).  $BD^2 = CD \cdot AD$

सिद्ध-

$\angle B = 90^\circ$  &  $BD \perp AC$

$\triangle BDC$  में,

$\tan \theta = \frac{BD}{CD}$  ... (i)

$\triangle ADB$  में,

$\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta = \frac{BD}{AD}$  ... (ii)

समीकरण (i) और (ii) का गुणफल करने पर :-

$\tan \theta \cdot \cot \theta = 1 = \frac{BD}{CD} \cdot \frac{BD}{AD}$   
 $BD^2 = AD \cdot CD$

(2).  $BD = \frac{AB \cdot BC}{AC}$

सिद्ध-

$\angle B = 90^\circ$  &  $BD \perp AC$

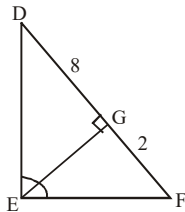
हम त्रिभुजों के क्षेत्रफलों को  $BC$  व  $AC$  को आधार व  $AB$  व  $BD$  को क्रमशः लम्ब मानकर बराबर कर सकते हैं।

$\triangle ABC$  का क्षे. =  $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC$

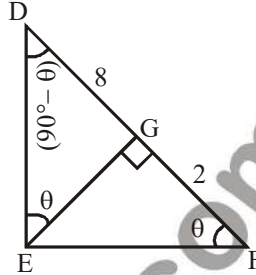
$\Rightarrow BD = \frac{AB \cdot BC}{AC}$

इसलिए हम  $\cos$ ,  $\sin$  व  $\tan$  के अनुपातों द्वारा किसी भुजा को ज्ञात कर सकते हैं।

Ex.75  $\triangle DEF$  कोण  $E$  पर समकोण है, तथा  $EG \perp DF$  यदि  $DG = 8$  सेमी और  $GF = 2$  सेमी तो  $DE$  व  $EF$  का अनुपात ज्ञात कीजिए।



Sol<sup>n</sup>.



$\frac{\triangle DEG \text{ का क्षे.}}{\triangle EGF \text{ का क्षे.}} = \frac{DG}{EF} = \frac{8}{2} = 4$

$\triangle DEG$  और  $\triangle EFG$  समरूप हैं।

$\frac{\triangle DEG \text{ का क्षे.}}{\triangle EFG \text{ का क्षे.}} = \frac{DE^2}{EF^2} = 4 \Rightarrow \frac{DE}{EF} = 2$

विधि-2

$\triangle EGF$  में,  $\tan \theta = \frac{EG}{2} \Rightarrow EG = 2 \tan \theta$  ... (i)

$\triangle DGE$  में,  $\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta = \frac{EG}{8} \Rightarrow EG = 8 \cot \theta$  ... (ii)

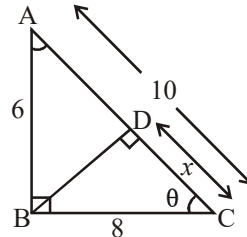
समीकरण (i) व (ii) से

$2 \tan \theta = 8 \cot \theta \Rightarrow \tan^2 \theta = 4$

$\tan \theta = 2 = \frac{DE}{EF}$  ( $\triangle DEF$  में)

Ex.76 त्रिभुज  $ABC$  में  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 6$  सेमी,  $BC = 8$  सेमी तथा  $BD$ ,  $AC$  पर लम्ब है तो  $CD$ ,  $AD$  व  $BD$  की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.



$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\Delta BDC \text{ में, } \cos \theta = \frac{x}{8}$$

$$\Delta ABC \text{ में, } \cos \theta = \frac{8}{10}$$

$$\text{बराबर करने पर } \cos \theta \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{8}{10} \Rightarrow x = 6.4 \text{ सेमी.}$$

$$CD = x = 6.4 \text{ सेमी}$$

$$AD = 10 - 6.4 = 3.6 \text{ सेमी}$$

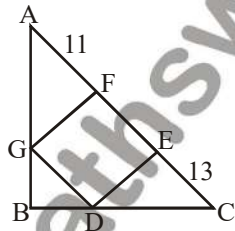
$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times BD \times AC$$

$$AB \times BC = BD \times AC$$

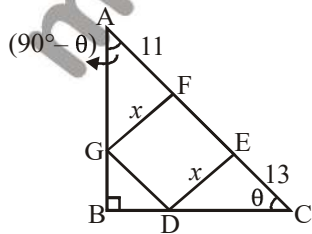
$$6 \times 8 = BD \times 10$$

$$\frac{6 \times 8}{10} = BD \Rightarrow BD = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8 \text{ सेमी}$$

**Ex.77** समकोण त्रिभुज ABC, कोण B पर समकोण है। भुजा AC पर दो बिन्दु इस प्रकार हैं कि AF = 11 सेमी तथा EC = 13 सेमी। तथा AB व BC पर G व D क्रमशः दो बिन्दु हैं, तो वर्ग DEFG का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



**Sol<sup>n</sup>.**



$$\Delta DEC \text{ में, } \Rightarrow \tan \theta = \frac{x}{13} \quad \dots(i)$$

$$\Delta AGF \text{ में, } \Rightarrow \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta = \frac{x}{11} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) का गुणा करने पर

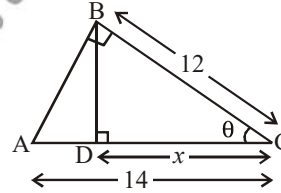
$$\tan \theta \cdot \cot \theta = 1 = \frac{x}{13} \times \frac{x}{11}$$

वर्ग DEFG का क्षेत्रफल

$$x^2 = 13 \times 11 = 143 \text{ वर्ग सेमी.}$$

**Ex.78** समकोण  $\Delta ABC$ , कोण B पर समकोण है, व BD भुजा AC पर लम्ब है। यदि AC = 14 सेमी, BC = 12 सेमी तो CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\Delta BDC \text{ में, } \cos \theta = \frac{x}{12}$$

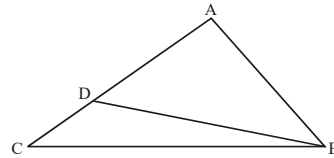
$$\Delta ABC \text{ में, } \cos \theta = \frac{12}{14}$$

$$\text{बराबर रखने पर } \cos \theta \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{12}{14}$$

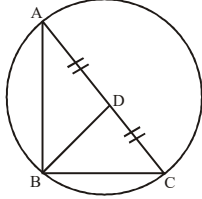
$$x = \frac{12 \times 12}{14} = \frac{72}{7}$$

$$CD = x = 10\frac{2}{7} \text{ सेमी}$$

**Ex.79**  $\Delta ABC$  में  $\angle B$  समकोण है। AD = 6 सेमी तथा D, भुजा AC का मध्य बिन्दु है, तो BD की लम्बाई ज्ञात करो।



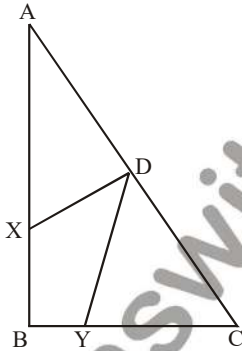
Sol<sup>n</sup>.



यदि हम AC को व्यास मानकर कोई वृत्त बनाते हैं, तो वृत्त शीर्ष B से गुजरेगा तथा AD, DC व BD वृत्त की त्रिज्या बन जायेगी। जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।

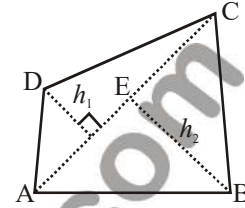
$$\therefore BD = AD = DC = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ सेमी.}$$

Ex.80 समकोण त्रिभुज ABC में, AX = AD व CY = CD जैसा कि नीचे चित्र में दर्शाया गया है, तो  $\angle XDY$  का मान ज्ञात कीजिए।



Sol<sup>n</sup>. माना  $\angle ADX = \angle AXD = \alpha$   
 $\angle XAD = 180^\circ - 2\alpha$   
 माना  $\angle CYD = \angle CDY = \beta$   
 $\angle DCY = 180^\circ - 2\beta$   
 $\angle XAD + \angle DCY = 90^\circ$   
 $180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\beta = 90^\circ$   
 $\alpha + \beta = 135^\circ$   
 $\angle XDY = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 45^\circ$

(चतुर्भुज)



गुण-31

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

गुण-32

$$\text{चतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (h_1 + h_2) \cdot AC$$

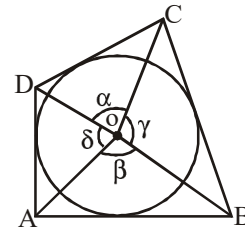
या,

$$ABCD \text{ का क्षेत्रफल} = ACD \text{ का क्षे.} + ABC \text{ का क्षे.}$$

(हीरो नियम द्वारा)

गुण-33

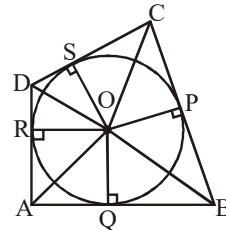
यदि एक वृत्त, एक चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है।



(i)  $AB + CD = AD + BC$

(ii) यदि O वृत्त का केन्द्र है, तब  $\alpha + \beta = 180^\circ$  व  $\gamma + \delta = 180^\circ$

सिद्ध-



I. बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं।

$$SC = PC \quad \dots(i)$$

$$QB = PB \quad \dots(ii)$$

$$QA = AR \quad \dots(iii)$$

$$DS = RD \quad \dots(iv)$$

चारों समी. को जोड़ने पर

$$SC + QB + QA + DS = PC + PB + AR + RD$$

$$(QA + QB) + (SC + DS) = (PB + PC) + (AR + RD)$$

$$\Rightarrow AB + CD = AD + BC$$

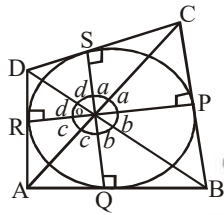
II.  $\Delta OCS$  व  $\Delta OPC$  में,

$$OC = OC \text{ (उभयनिष्ठ)}$$

$$\angle OSC = \angle OPC = 90^\circ \text{ (CP व CS स्पर्श रेखाएँ हैं).}$$

$$CS = CP$$

$\Delta OCS$  व  $\Delta OPC$  सर्वांगसम है।



$$\text{अतः } \angle SOC = \angle POC = a \text{ (let)}$$

$$\text{इसी प्रकार, } \angle POB = \angle QOB = b \text{ (let)}$$

$$\angle QOA = \angle ROA = c \text{ (let)}$$

$$\angle ROD = \angle SOD = d \text{ (let)}$$

$$a + a + b + b + c + c + d + d = 360^\circ$$

$$2(a + b + c + d) = 360^\circ$$

$$a + b + c + d = 180^\circ$$

$$(a + d) + (b + c) = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$(a + b) + (c + d) = 180^\circ \Rightarrow \gamma + \delta = 180^\circ$$

Ex.81 यदि एक वृत्त, चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है, तथा दिया है,  $AB = 7$  सेमी,  $CD = 3$  सेमी,  $BC = 8.5$  सेमी तो AD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

$$\text{Sol}^n. \quad AB + CD = AD + BC$$

$$7 + 3 = AD + 8.5$$

$$AD = 1.5 \text{ सेमी}$$

Ex.82 एक चतुर्भुज ABCD के अन्दर बना O केन्द्र वाला वृत्त, चतुर्भुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है, यदि  $\angle AOB = 115^\circ$  तो  $\angle COD$  का मान ज्ञात करो।

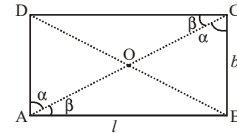
$$\text{Sol}^n. \quad \angle AOB + \angle COD = 180^\circ$$

$$\angle COD = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

चतुर्भुज के प्रकार :

गुण-34

(i) आयत-



$$\text{I. परिमाप (P)} = 2(l + b)$$

$$\text{II. क्षेत्रफल} = l \times b$$

$$\text{III. } AB = CD = l \text{ \& } AD = BC = b$$

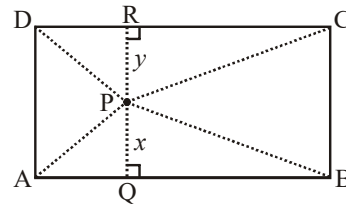
$$\text{IV. } \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

V. आयत के विकर्ण बराबर होते हैं, एक-दूसरे को बराबर भागों में प्रतिच्छेद भी करते हैं लेकिन  $90^\circ$  पर नहीं। विकर्ण किसी भी शीर्ष कोण के विभाजक नहीं होते हैं  $(\alpha \neq \beta) \cdot AC = BD = \sqrt{l^2 + b^2}$

VI. चारों त्रिभुज  $\Delta OAB, \Delta OBC, \Delta OCD$  व  $\Delta OAD$  के क्षेत्रफल बराबर होते हैं।

VII. यदि आयत के अन्दर P कोई बिन्दु है, तब

$$AP^2 + PC^2 = BP^2 + PD^2$$





सिद्ध-  $\Delta APB$  में,-

$$PQ^2 = AP^2 - AQ^2 = PB^2 - QB^2 \quad \dots(i)$$

$\Delta DPC$  में,

$$PR^2 = PC^2 - RC^2 = PD^2 - DR^2 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$AP^2 + PC^2 - RC^2 - AQ^2 = PB^2 + PD^2 - DR^2 - QB^2$$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & & \Downarrow \\ QB^2 & & DR^2 \end{array}$$

$$\boxed{AP^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2}$$

**Ex.83** आयत ABCD के अन्दर कोई बिन्दु P इस प्रकार है कि PA = 4, PD = 5, PB = 8, तो PC का मान क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**  $AP^2 + PC^2 = PD^2 + PB^2$

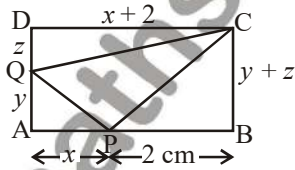
$$16 + PC^2 = 25 + 64$$

$$PC^2 = 73$$

$$PC = \sqrt{73}$$

**Ex.84** ABCD एक आयत है भुजाओं AB व AD पर क्रमशः दो बिन्दु P व Q इस प्रकार हैं कि त्रिभुजों PAQ, CDQ व PBC के क्षेत्रफल बराबर हैं। यदि BP की लम्बाई 2सेमी है, तो AP की लम्बाई क्या होगी?

**Sol<sup>n</sup>.** माना, AP = x, AQ = y व QD = z, so BC = y + z व CD = x + 2



$\Delta PAQ$  का क्षेत्रफल =  $\Delta PBC$  का क्षेत्रफल =  $\Delta CDQ$  का क्षेत्रफल.

$$\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (y+z) = \frac{1}{2}z(x+2)$$

$$xy = 2y + 2z = zx + 2z$$

अन्तिम दो सम्बन्धों से ( $2y + 2z = zx + 2z$ )

$$\Rightarrow z = \frac{2y}{x}$$

प्रथम व अन्तिम सम्बन्धों से  $\{xy = z(x+2)\}$

z का मान ऊपर दिये गये सम्बन्ध में रखने पर

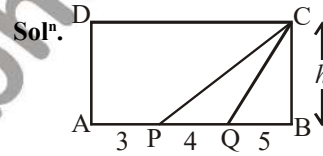
$$xy = \frac{2y}{x}(x+2) \Rightarrow x^2 = 2(x+2)$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

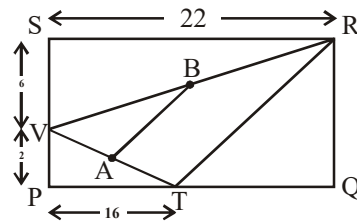
$$AP = 1 + \sqrt{5}$$

**Ex. 85** ABCD एक आयत है, भुजा AB पर दो बिन्दु P व Q इस प्रकार है कि AP : PQ : QB = 3 : 4 : 5 तो  $\Delta PQC$  के क्षेत्रफल व आयत ABCD के क्षेत्रफल में क्या अनुपात होगा।



$$\frac{\Delta PQC \text{ का क्षेत्र.}}{\square ABCD \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times PQ \times h}{AB \times h} = \frac{PQ}{2AB} = \frac{4}{2 \times 12} = \frac{1}{6}$$

**Ex.86** दिये गये चित्र में PQRS एक आयत तथा VTR एक त्रिभुज है, जिसके शीर्ष, आयत PQRS की भुजाओं पर हैं, दिया है, RS = 22, SV = 6, PT = 16 और VP = 2 तो VT व VR के मध्य बिन्दुओं (A व B) को जोड़ने वाली रेखा की लम्बाई होगी।



**Sol<sup>n</sup>.**  $TQ = 22 - 16 = 6$  व  $RQ = 8$

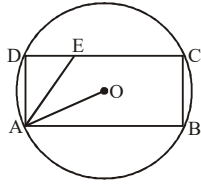
$$TR^2 = 8^2 + 6^2$$

$$TR = 10$$

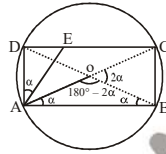
A व B भुजा VT व VR के मध्य बिन्दु हैं।

$$\text{जैसे, } TR = 10 \text{ तब, } AB = \frac{1}{2} \times TR = 5$$

**Ex.87** नीचे दिये गये चित्र में आयत ABCD, O केन्द्र वाले वृत्त के अन्दर बना है, तथा भुजा AB की लम्बाई, भुजा BC की लम्बाई से अधिक है, तथा वृत्त व आयत ABCD के क्षेत्रफलों का अनुपात  $\pi : \sqrt{3}$  है। तथा रेखा खण्ड AE, भुजा CD को E पर इस प्रकार प्रतिच्छेदित करता है कि  $\angle OAB = \angle EAD$ , तो AE : AD क्या होगा?



**Sol<sup>n</sup>.**



$$\angle EAD = \angle OAB = \alpha$$

$\Delta AOD$ ,  $\Delta AOB$ ,  $\Delta OBC$  व  $\Delta ODC$  के क्षेत्रफल बराबर हैं।

$$\text{OAB का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} r \cdot r \cdot \sin(180^\circ - 2\alpha) = \frac{1}{2} r^2 \sin 2\alpha$$

$$\begin{aligned} \text{आयत का क्षेत्र.} &= \frac{1}{2} r^2 \sin 2\alpha \times 4 \\ &= 2r^2 \sin 2\alpha \end{aligned}$$

$$\frac{\text{वृत्त का क्षेत्र.}}{\text{आयत का क्षेत्र.}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\pi r^2}{2 \times r^2 \times \sin 2\alpha} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

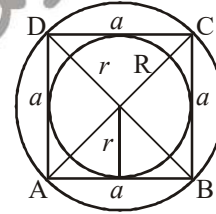
$$2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \frac{AD}{AE} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{AE} \sec 30^\circ$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

**गुण-35**

(ii) वर्ग:



I.  $AB = BC = CD = DA = a$

II.  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

III. विकर्ण बराबर तथा एक-दूसरे को  $90^\circ$  पर काटते हैं।  
विकर्ण की लम्बाई  $AC = BD = a\sqrt{2}$

IV. अन्तःत्रिज्या  $r = \frac{a}{2}$

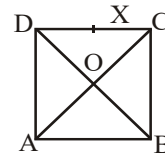
V. परि-त्रिज्या  $R = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

VI. अंतःवृत्त और परिवृत्त के क्षेत्र. का अनुपात =  $\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{1}{2}$

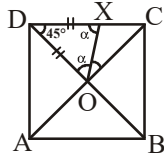
**Ex.88** यदि ABCD एक वर्ग है, X, CD पर कोई बिन्दु इस प्रकार

है, कि  $DX = DO$  तो  $\frac{\angle DOX}{\angle XOC}$  का मान ज्ञात करो।

बिन्दु O, विकर्ण AC & BD का प्रतिच्छेदन बिन्दु है।



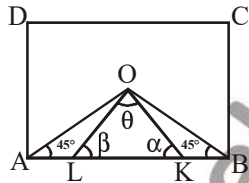
Sol<sup>n</sup>.



$$\begin{aligned} \Delta DXO \text{ में} \quad 2\alpha + 45^\circ &= 180^\circ \\ 2\alpha &= 135^\circ \\ \alpha &= 67.5 \\ \angle XOC &= 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ \\ \frac{\angle DOX}{\angle XOC} &= \frac{67.5}{22.5} = \frac{3}{1} \end{aligned}$$

Ex.89 ABCD एक वर्ग है, भुजा AB पर दो बिन्दु K व L इस प्रकार हैं, कि  $AO = AK$  और  $BO = BL$  और  $\angle LOK = \theta$  तो  $\tan \theta$  का मान ज्ञात करो।

Sol<sup>n</sup>.



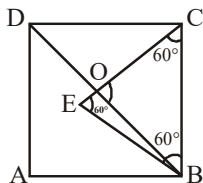
$$\begin{aligned} \Delta AOK \text{ में,} \quad 45^\circ + 2\alpha &= 180^\circ \\ 2\alpha &= 135^\circ \Rightarrow \alpha = 67.5^\circ \\ \Delta BOL \text{ में,} \quad 45^\circ + 2\beta &= 180^\circ \\ 2\beta &= 135^\circ \Rightarrow \beta = 67.5^\circ \\ \Delta LOK \text{ में,} \Rightarrow \beta + \alpha + \theta &= 180^\circ \end{aligned}$$

$$135^\circ + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$\text{अतः, } \tan \theta = \tan 45^\circ = 1$$

Ex.90 ABCD एक वर्ग है, तथा एक समबाहु त्रिभुज BEC वर्ग के अन्दर बना है, यदि CE व BD एक-दूसरे को O पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो  $\angle BOC$  का मान ज्ञात करो।

Sol<sup>n</sup>.



BEC एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\angle BEC = \angle BCE = \angle CBE = 60^\circ.$$

वर्ग का विकर्ण शीर्ष कोण को दो बराबर भागों में बाँटता है।

$$\angle CBD = 45^\circ$$

$\Delta BOC$  में

$$\begin{aligned} \angle BOC &= 180^\circ - \angle OCB - \angle CBO \\ &= 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ \end{aligned}$$

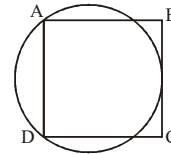
या,

$$\angle CBD = 45^\circ$$

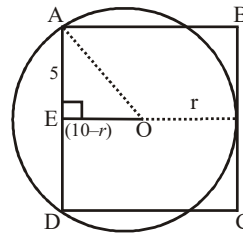
$$\text{तब, } \angle OBE = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{बाह्य कोण, } \angle BOC &= \angle CEB + \angle OBE \\ &= 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ \end{aligned}$$

Ex.91 ABCD एक वर्ग है, जिसकी भुजा 10 है। एक वृत्त A व D से इस प्रकार खींचा गया कि BC वृत्त की स्पर्श रेखा हो, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



Sol<sup>n</sup>.



माना O वृत्त का केन्द्र है।

$$OE \perp AD$$

$$AE = ED = 5$$

माना वृत्त की त्रिज्या  $r$  है।

$$\text{अतः, } OE = (10 - r)$$

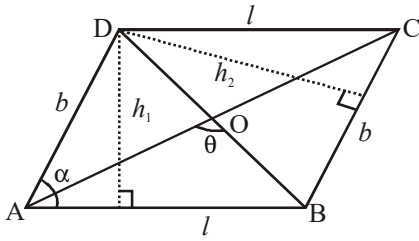
$$\Delta AEO \text{ में} \Rightarrow AE^2 + EO^2 = AO^2$$

$$5^2 + (10 - r)^2 = r^2$$

हल करने पर,  $r = 6.25$

### गुण-36

(iii) समान्तर चतुर्भुज:



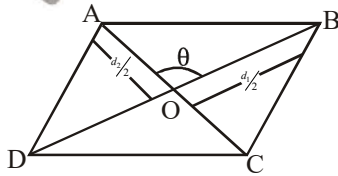
- I.  $AB \parallel CD$  व  $BC \parallel AD$
- II.  $AB = CD$  व  $BC = AD$
- III.  $\angle A = \angle C$  व  $\angle B = \angle D$
- IV.  $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = \angle C + \angle D = \angle D + \angle A = 180^\circ$
- V. विकर्ण बराबर नहीं होते हैं, एक-दूसरे को बराबर भागों में प्रतिच्छेदित करते हैं, पर  $90^\circ$  पर नहीं। विकर्ण, किसी भी शीर्ष कोण को बराबर भागों में विभाजित नहीं करते हैं।
- VI. क्षेत्रफल = आधार  $\times$  ऊँचाई  $= l \times h_1 = b \times h_2$
- VII. विकर्ण, समान्तर चतुर्भुज को क्षेत्रफलों के दो बराबर भागों में बाँटता है।

$$\Delta ABD = \Delta BCD = \Delta ABC = \Delta ACD = \frac{1}{2} (\square ABCD)$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} l b \sin \alpha \times 2 = l b \sin \alpha$$

जहाँ,  $\alpha$  = दो समान भुजाओं के बीच का कोण है।

### VIII.



चारो भाग का क्षेत्र.

( $\Delta AOB$ ,  $\Delta BOC$ ,  $\Delta COD$  &  $\Delta DOA$ )

होगा।

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times \frac{d_1}{2} \times \frac{d_2}{2} \sin \theta \times 4 \\ &= \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \sin \theta \end{aligned}$$

जहाँ,  $\theta$  = विकर्ण के बीच का कोण है।

$$\text{IX. } (AC^2 + BD^2) = 2(AB^2 + BC^2)$$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(l^2 + b^2)$$

Ex.92 एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल  $1000 \text{ सेमी}^2$  है, तथा संगत भुजाएँ  $3 : 2$  के अनुपात में हैं। यदि बड़ी भुजाओं के बीच की दूरी  $20 \text{ सेमी}$  है, तो छोटी भुजाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

Sol. क्षेत्रफल  $= l \times h_1 = b \times h_2$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{b}{l} \Rightarrow \frac{20}{h_2} = \frac{2}{3}$$

$$h_2 = 30 \text{ सेमी}$$

Ex.93 यदि समान आधार पर बने आयत व समान्तर चतुर्भुज के परिमाण बराबर हैं, तो आयत व समान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफलों में क्या अनुपात होगा।

(a)  $= 1$  (b)  $> 1$

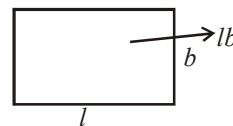
(c)  $< 1$

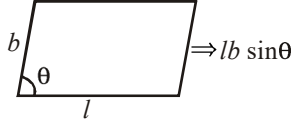
(d) इनमें से कोई नहीं

Sol.



आयत का क्षेत्र.  $>$  समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र.





यदि  $\theta$  का मान  $90^\circ$  से छोटा है, तो  $\sin \theta$  का मान एक से कम होगा।

$$\frac{\text{आयत का क्षेत्र.}}{\text{समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र.}} = \frac{lb}{lb \sin \theta} = K$$

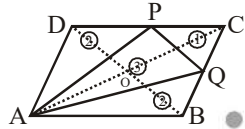
$$\sin \theta = \frac{1}{K} < 1 \quad (\sin \theta \text{ का मान हमेशा } 1 \text{ से कम होगा।})$$

$$1 < K$$

$$K > 1$$

**गुण :37**

यदि, ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, तथा P व Q क्रमशः CD व BC के मध्य बिन्दु हैं।



माना समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 8 इकाई है। विकर्ण AC समान्तर चतुर्भुज को दो बराबर भागों में बाँटेगा।

AQ,  $\Delta ABC$  की माध्यिका है

$$\Delta ABQ \text{ का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} (\Delta ABC) = 2$$

इसी प्रकार,

AP,  $\Delta ADC$  की माध्यिका है।

$$\Delta ADP \text{ का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} (\Delta ADC) = 2$$

अब  $\Delta ABCD$  में, P व Q क्रमशः भुजा DC व BC के मध्य बिन्दु हैं,

$$\Delta PCQ \text{ का क्षेत्र.} = \frac{1}{4} \text{ का } \Delta BCD = \frac{1}{4} \times (4) = 1$$

अब  $\Delta APQ$  का क्षेत्र. = (समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र.) - [( $\Delta ADP$  का क्षेत्र.) + ( $\Delta ABQ$  का क्षेत्र.) + ( $\Delta PCQ$  का क्षेत्र.)]

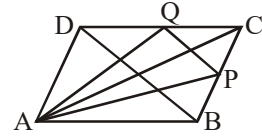
$$= 8 - (2 + 2 + 1) = 3$$

अतः,

$$\Delta APQ \text{ का क्षेत्र.} : \Delta ABCD \text{ का क्षेत्र.} = 3 : 8$$

**Ex.94** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, तथा P व Q क्रमशः भुजा BC व CD के मध्य बिन्दु है, यदि  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल 12 है, तो  $\Delta APQ$  का क्षेत्रफल ज्ञात करे।

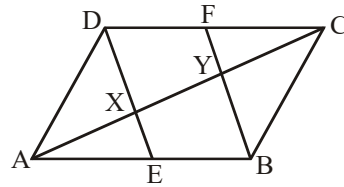
**Sol<sup>n</sup>.**



जैसा कि  $\Delta ABC$  का क्षेत्र = 12 है, अतः समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 24 होगा।

$$\begin{aligned} \Delta APQ \text{ का क्षेत्र.} &= \frac{3}{8} (\text{समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल}) \\ &= \frac{3}{8} \times 24 = 9 \end{aligned}$$

**Ex.95** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, E व F क्रमशः भुजा AB व CD के मध्य बिन्दु है। DE व FB, विकर्ण AC को क्रमशः X व Y पर प्रतिच्छेद करती है, यदि AC = 15सेमी तो XY का मान ज्ञात कीजिए।



**Sol<sup>n</sup>.** EB = DF  $\Rightarrow$  XE || BY & FY || DX

$\Delta AYB$  में, E, भुजा AB का मध्य बिन्दु है।

$$AX = XY = a \quad (\text{माना})$$

इसी प्रकार  $\Delta CXD$  में, F, भुजा CD का मध्य बिन्दु है,

$$CY = XY = a \quad (\text{माना})$$

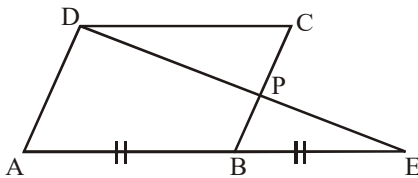
$$\text{अब, } AC = AX + XY + YC = 3a$$

$$15 = 3a$$

$$a = XY = 5 \text{ सेमी}$$

$$\boxed{XY = \frac{1}{3} AC}$$

**Ex.96** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। भुजा AB के बड़े हुए भाग पर एक बिन्दु E इस प्रकार है, कि  $AB = BE$ , D व E को मिलाने पर यह भुजा BC को P पर प्रतिच्छेद करता है, यदि  $BC = 15$  सेमी तो PC का मान ज्ञात कीजिए।



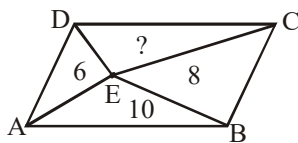
**Sol<sup>n</sup>.** B, AE का मध्य बिन्दु है, तथा  $PB \parallel AD$  अतः  $\triangle AED$  में  $\triangle EPB$  व  $\triangle EDA$  दोनों त्रिभुज समरूप हैं।

$$BP = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} BC \quad (\because BC = AD)$$

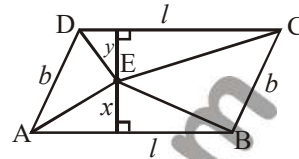
$$AD = BC = 15$$

$$BP = PC = \frac{15}{2} = 7.5 \quad (P, DE \text{ का मध्य बिन्दु है।})$$

**Ex.97** समान्तर चतुर्भुज ABCD के अन्दर E कोई बिन्दु इस प्रकार है कि  $\triangle ADE$  का क्षेत्रफल = 6 वर्ग इकाई,  $\triangle AEB$  का क्षेत्रफल = 10 वर्ग इकाई तथा  $\triangle BEC$  का क्षेत्रफल 8 वर्ग इकाई है। तो  $\triangle DEC$  का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



**Sol<sup>n</sup>.**



$$h = x + y$$

$$\square ABCD \text{ का क्षेत्रफल} = l(x + y)$$

$$\begin{aligned} \triangle ABE \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle DEC \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times l \times x + \frac{1}{2} \times l \times y \\ &= \frac{1}{2} l(x + y) \end{aligned}$$

$$\triangle ABE \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle DEC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\square ABCD \text{ का क्षेत्रफल})$$

.....(i)

इसी प्रकार,

$$\triangle BCE \text{ का क्षेत्रफल} + \triangle ADE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\square ABCD \text{ का क्षेत्रफल})$$

.....(ii)

अतः,

समीकरण (i) व (ii) से

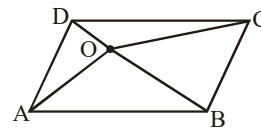
**गुण-38**

$$\boxed{(\triangle ABE + \triangle DEC) \text{ का क्षेत्रफल} = (\triangle BCE + \triangle ADE) \text{ का क्षेत्रफल}}$$

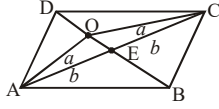
$$10 + \triangle CDE \text{ का क्षेत्रफल} = 8 + 6$$

$$\triangle CDE \text{ का क्षेत्रफल} = 14 - 10 = 4 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Ex.98** नीचे दिये गये चित्र में ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। यदि  $\triangle OAB$  का क्षेत्रफल 19 सेमी<sup>2</sup> तो  $\triangle OBC$  का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



Sol<sup>n</sup>.



A व C को जोड़ने वाली रेखा BD को E पर काटती है।

∴ समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को बराबर-बराबर प्रतिच्छेद करते हैं

⇒ OE व BE क्रमशः ΔOAC व ΔABC की माध्यिकाएँ हैं

$$\Delta OAE \text{ का क्षेत्र.} = \Delta OEC \text{ का क्षेत्र.} = a \text{ (माना)}$$

$$\Delta AEB \text{ का क्षेत्र.} = \Delta EBC \text{ का क्षेत्र.} = b \text{ (माना)}$$

$$\Delta OAB \text{ का क्षेत्र.} = \Delta OAE \text{ का क्षेत्र.} + \Delta AEB \text{ का क्षेत्र.} \\ = (a + b)$$

इसी प्रकार,

$$\Delta OBC \text{ का क्षेत्र.} = \Delta OEC \text{ का क्षेत्र.} + \Delta EBC \text{ का क्षेत्र.}$$

$$= (a + b)$$

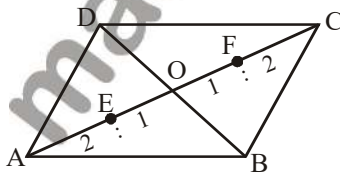
अतः यदि समान्तर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण BD पर O कोई बिन्दु है, तब

$$\boxed{\Delta OAB \text{ का क्षेत्र.} = \Delta OBC \text{ का क्षेत्र.}}$$

$$\Delta OBC \text{ का क्षेत्र.} = 19 \text{ सेमी}^2$$

Ex.99 ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, E व F क्रमशः त्रिभुज ABD व त्रिभुज BDC के केन्द्रक हैं, तो EF की लम्बाई क्या होगी यदि विकर्ण AC = 12 सेमी.

Sol<sup>n</sup>.



केन्द्रक माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में बाँटता है,

$$AC = 12 \text{ सेमी, तब, } AO = OC = 6 \text{ सेमी}$$

Δ ABD में

AO माध्यिका है,

$$\frac{AE}{EO} = \frac{2}{1}$$

$$EO = \frac{1}{3} \times AO = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ सेमी.}$$

Δ BCD में,

CO माध्यिका है,

$$\frac{CF}{OF} = \frac{2}{1}$$

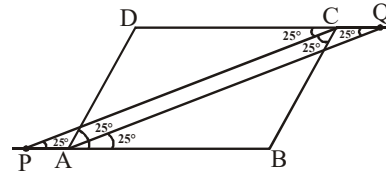
$$OF = \frac{1}{3} \times OC = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ सेमी.}$$

$$EF = EO + OF = 2 + 2 = 4 \text{ सेमी.}$$

$$\text{या } \left( EF = \frac{AC}{3} \right) \Rightarrow EF = \frac{12}{3} = 4 \text{ सेमी}$$

Ex.100 ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, ∠A व ∠C के कोण समद्विभाजक भुजा DC व AB को आगे बढ़ाने पर क्रमशः Q व P पर काटते हैं, यदि ∠A = 50° तो ∠P + ∠Q का मान ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.



$$\angle A = \angle C = 50^\circ$$

जैसा कि AQ व CP कोण समद्विभाजक है,

$$\Rightarrow \angle DAQ = \angle QAB = 25^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DCP = \angle BCP = 25^\circ$$

$$(\therefore DC \parallel AB)$$

$$\Rightarrow \angle CPB = \angle PCD = 25^\circ \text{ (आन्तरिक एकान्तर कोण)}$$

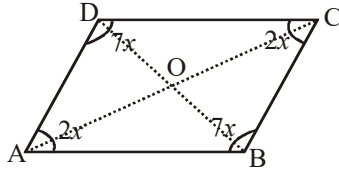
$$\Rightarrow \angle DQA = \angle QAB = 25^\circ \text{ (आन्तरिक एकान्तर कोण)}$$

$$\angle P + \angle Q = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$$

**Ex.101** यदि चतुर्भुज के कोणों का अनुपात 2 : 7 : 2 : 7 है, तो चतुर्भुज होगा:

- (a) आयत (b) वर्ग  
(c) समान्तर चतुर्भुज (d) समचतुर्भुज

**Sol<sup>n</sup>.**



माना चतुर्भुज के कोण क्रमशः  $2x$ ,  $7x$ ,  $2x$  &  $7x$   
 $\therefore 2x + 7x + 2x + 7x = 180^\circ$   
 $x = 20^\circ$

तब चतुर्भुज के कोण  $40^\circ$ ,  $140^\circ$ ,  $40^\circ$  &  $140^\circ$

यदि दो विपरीत कोण समान है, तथा दो संगत कोणों का योग  $180^\circ$  है, तो यह चित्र समान्तर चतुर्भुज या सम चतुर्भुज होगा।

$\Delta AOB$  में चित्र द्वारा

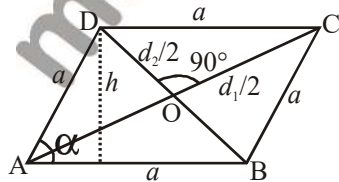
यह आवश्यक नहीं है कि AC, शीर्ष कोण A का अर्द्धक है, अतः  $\angle AOB$  का मान  $90^\circ$  हो भी सकता और नहीं भी।

यह आवश्यक है कि विकर्ण एक-दूसरे को  $90^\circ$  पर प्रतिच्छेदित करते हैं।

$\therefore$  अतः चतुर्भुज, समान्तर चतुर्भुज होगा।

**गुण-39**

**(iv) समचतुर्भुज:-**



- I.  $AB \parallel CD$  &  $BC \parallel AD$   
 II.  $AB = BC = CD = DA = a$

III.  $\angle A = \angle C$  &  $\angle B = \angle D$

IV.  $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = \angle C + \angle D = \angle D + \angle A = 180^\circ$

V. विकर्ण बराबर नहीं होते हैं लेकिन  $90^\circ$  पर प्रतिच्छेद करते हैं, विकर्ण प्रत्येक शीर्ष कोण को विभाजित करते हैं।

VI. परिमाप =  $4a$

VII. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल =  $a \times h = a^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot d_1 d_2$

VIII.  $\Delta DOC$  में,  $(OD)^2 + (OC)^2 = (DC)^2$

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = a^2$$

$$\boxed{(d_1)^2 + (d_2)^2 = 4a^2}$$

**Ex.102** यदि समचतुर्भुज का परिमाप 150 सेमी तथा विकर्ण की लम्बाई 50 सेमी है, तो समचतुर्भुज का दूसरा विकर्ण व क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.** परिमाप =  $4a = 150 \Rightarrow 2a = 75$  सेमी

$$4a^2 = d_1^2 + d_2^2 \Rightarrow (2a)^2 = (d_1)^2 + (d_2)^2$$

$$(75)^2 = (50)^2 + d_2^2$$

$$(75)^2 - (50)^2 = d_2^2$$

$$d_2^2 = (75 + 50)(75 - 50)$$

$$= 125 \times 25$$

$$= 25 \times 25 \times 5$$

$$d_2 = 25\sqrt{5}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 25\sqrt{5}$$

$$= 625\sqrt{5} \text{ सेमी}^2$$

**Ex.103** यदि समचतुर्भुज के विकर्णों का योग  $\sec \theta$  है, तथा परिमाप  $2 \tan \theta$  है, तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** परिमाप =  $4a = 2 \tan \theta \Rightarrow 2a = \tan \theta$



$$4a^2 = d_1^2 + d_2^2$$

$$(2a)^2 = d_1^2 + d_2^2$$

$$\tan^2 \theta = d_1^2 + d_2^2 \quad \dots(i)$$

$$d_1 + d_2 = \sec \theta \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर})$$

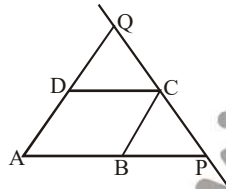
$$d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 d_2 = \sec^2 \theta$$

$$2d_1 d_2 = \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

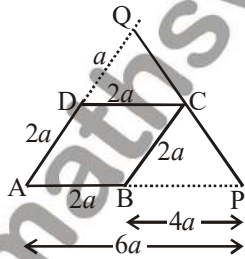
$$d_1 d_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{4}$$

**Ex.104** ABCD एक समचतुर्भुज है, C से गुजरती हुई एक रेखा AD व AB के बढ़े हुए भाग को क्रमशः Q व P पर काटती है, यदि  $QD = \frac{1}{2} AB$  तो AB व PB का अनुपात ज्ञात कीजिए।



**Sol<sup>n</sup>.**



$$\frac{QD}{AQ} = \frac{DC}{AP}$$

$$\left( \frac{QD}{AQ} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \right) = \frac{DC}{AP}$$

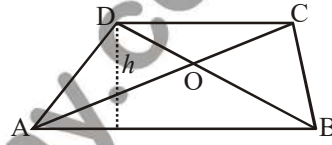
$$AP = 3DC = 3 \times 2a = 6a$$

$$\text{तब, } BP = 6a - 2a = 4a$$

$$\frac{AB}{PB} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2}$$

**गुण-40**

(v) समलम्ब चतुर्भुज



**I.**  $AB \parallel CD$

**II.** क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times h (AB + CD)$

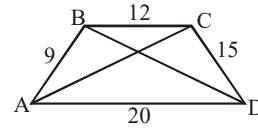
**III.**  $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$

**IV.** विकर्ण के वर्गों का योग :-

$$\Rightarrow AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2 + 2 \times AB \times CD$$

**Ex.105** ABCD एक समलम्ब है, जिसमें  $BC \parallel AD$  व  $AB = 9$  सेमी,  $BC = 12$  सेमी,  $CD = 15$  सेमी व  $DA = 20$  सेमी तो इसके विकर्णों के वर्गों का योग क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**



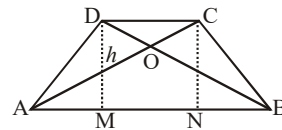
$$AC^2 + BD^2 = AB^2 + CD^2 + 2 \times BC \times AD$$

$$= 81 + 225 + 2 \times 12 \times 20$$

$$= 786 \text{ सेमी}^2$$

**गुण-41**

समद्विबाहु समलम्ब:



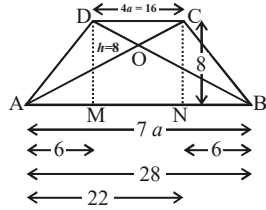
I.  $AB \parallel CD$  व  $AD = BC$

II.  $AM = NB$  व  $MN = CD$

III. विकर्ण बराबर होते हैं  $\Rightarrow AC = BD$

**Ex. 106** समद्विबाहु समलम्ब का क्षेत्रफल 176 सेमी<sup>2</sup> है, तथा इसकी समान्तर भुजाएँ 7 : 4 के अनुपात में हैं, तथा इसकी ऊँचाई समान्तर भुजाओं के योग की  $\frac{2}{11}$  है, तो इसके विकर्ण की लम्बाई क्या होगी?

**Sol<sup>n</sup>.**



$$h = \frac{2}{11} \times (7a + 4a) = \frac{2}{11} \times 11a = 2a$$

$$\text{समलम्ब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times h (AB + CD)$$

$$176 = \frac{1}{2} \times 2a (11a)$$

$$\Rightarrow 176 = 11a^2$$

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

तब, ऊँचाई  $h = 2a = 2 \times 4 = 8$

भुजा  $AB = 7a = 28$  &  $CD = 4a = 16$

$MN = 16$  तब,  $AM = NB = 6$

अतः  $AN = 6 + 16 = 22$

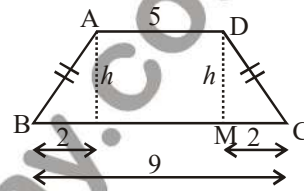
$$AC^2 = CN^2 + AN^2 = 8^2 + 22^2 = 2^2 (4^2 + 11^2)$$

$$AC = 2\sqrt{4^2 + 11^2}$$

$$AC = BD = 2\sqrt{137}$$

**Ex. 107** ABCD एक समद्विबाहु समलम्ब है, जिसमें  $AB = CD$  व  $AD \parallel BC$  यदि  $AD = 5$  सेमी,  $BC = 9$  सेमी तथा समलम्ब का क्षेत्रफल 35 सेमी<sup>2</sup> है, तो भुजा CD की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\text{समलम्ब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} h (AD + BC)$$

$$35 = \frac{1}{2} \times h \times 14$$

$$h = 5$$

$\triangle CMD$  में,

$$CD^2 = h^2 + 2^2 = 5^2 + 2^2$$

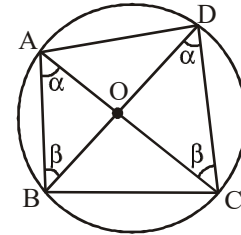
$$CD^2 = 29$$

$$CD = \sqrt{29}$$

**गुण-42**

**चक्रीय चतुर्भुज:**

I. यदि किसी चतुर्भुज के सभी शीर्ष वृत्त की परिधि पर हैं, तो चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज होगा।



O, वृत्त का केन्द्र नहीं है, यह विकर्णों का प्रतिच्छेदी बिन्दु है।

II.  $\angle A + \angle C = 180^\circ$  &  $\angle B + \angle D = 180^\circ$

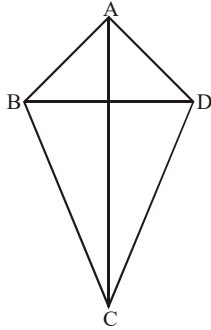
III.  $AB \times CD + BC \times AD = AC \times BD$

IV.  $\Delta AOB \sim \Delta DOC$  (समरूप त्रिभुज हैं।)

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} \Rightarrow OB \cdot OD = OA \cdot OC$$

**गुण-43**

(पतंग नुमा आकृति):



I.  $AC \perp BD$

II.  $AB = AD$  &  $BC = CD$

III. क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times AC \times BD$  (यदि किसी भी चतुर्भुज में विकर्ण  $90^\circ$  पर प्रतिच्छेद करते हैं, तब क्षेत्रफल हमेशा ही  $\frac{1}{2}d_1d_2$  होगा।)

**मुख्य बिन्दु:-**

आकृति:-	भुजाओं से बनी
मध्य बिन्दुओं को	आकृति
को मिलाने पर	
चतुर्भुज	समान्तर चतुर्भुज
समान्तर चतुर्भुज	समान्तर चतुर्भुज
समचतुर्भुज	आयत
आयत	समचतुर्भुज
वर्ग	वर्ग

**गुण-44**

**बहुभुज:-**

I. सभी आन्तरिक कोणों का योग =  $(n-2) \times 180^\circ$   
जहाँ,  $n$  = भुजाओं की संख्या

II. सभी बाह्य कोणों का योग =  $360^\circ$

**गुण-45**

**सम बहुभुज** - सभी भुजाएँ तथा सभी कोण बराबर होते हैं, यदि  $n$  भुजाओं की संख्या तथा  $a$  भुजा की लम्बाई है, तब

I. प्रत्येक आन्तरिक कोण =  $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

II. प्रत्येक बाह्य कोण =  $\frac{360^\circ}{n}$

III. बहुभुज का क्षेत्र =  $\frac{na^2}{4} \cot\left(\frac{\pi}{n}\right)$

**E.g.** - एक समबाहु त्रिभुज एक सम बहुभुज है।

$$\text{क्षे.} = \frac{3a^2}{4} \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right) = \frac{3a^2}{4} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

IV. परित्रिज्या  $R = \frac{a}{2} \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{n}\right)$

V. अन्तःत्रिज्या  $r = \frac{a}{2} \cot\left(\frac{\pi}{n}\right)$

VI. विकर्णों की संख्या =  $\frac{n(n-3)}{2}$

**Ex.108** एक बहुभुज में पाँच आन्तरिक कोणों में से प्रत्येक कोण  $172^\circ$  का है, तथा शेष आन्तरिक कोणों में से प्रत्येक  $160^\circ$  का है, तो भुजाओं की संख्या व विकर्णों की संख्या ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** माना भुजाओं की संख्या  $n$  है।

$$(n-2) \times 180^\circ = (5 \times 172^\circ) + (n-5) \times 160^\circ$$

$$180n - 360^\circ = 860^\circ + 160n - 800^\circ$$

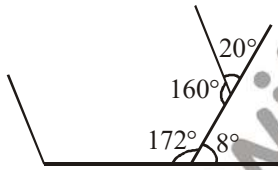
$$n = 21$$

**विधि-2:** (5 बाह्य कोणों में प्रत्येक  $8^\circ$  तथा शेष सभी बाह्य कोण  $20^\circ$  के होंगे। हम जानते हैं कि सभी बाह्य कोणों का योग  $360^\circ$  होता है, तो शेष बाह्य कोणों का योग  $360^\circ - 5 \times 8^\circ = 320^\circ$  होगा। जैसा कि शेष कोणों में से प्रत्येक बाह्य कोण  $20^\circ$  है, तब शेष कोण  $(320^\circ/20^\circ = 16)$  होंगे तब कुल कोण या कुल भुजा =  $16 + 5 = 21$  होगी।

कोणों की संख्या	(5)	$x$
आन्तरिक	$172^\circ$	$160^\circ$
बाह्य	$8^\circ$	$20^\circ$
योग =	$40^\circ$	$360^\circ - 40^\circ = 320^\circ$

$$\text{तब, } x = \frac{320}{20} = 16$$

$$\text{भुजाओं की संख्या} = 5 + 16 = 21 \text{ भुजा}$$



$$\text{विकर्णों की संख्या} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{21 \times 18}{2} = 189$$

**Ex.109** किसी एक बहुभुज में 6 आन्तरिक कोणों में से प्रत्येक कोण  $170^\circ$  का है, तथा शेष सभी कोणों में से प्रत्येक  $150^\circ$  का है, तो भुजाओं की संख्या तथा विकर्णों की संख्या ज्ञात करें।

कोणों की संख्या	6	$x$
आन्तरिक	$170^\circ$	$150^\circ$
बाह्य	$10^\circ$	$30^\circ$
योग =	$6 \times 10^\circ = 60^\circ$	$360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$

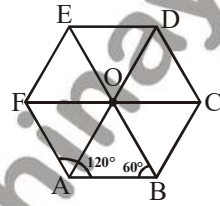
$$\text{तब, } x = \frac{300^\circ}{30^\circ} = 10^\circ$$

$$\text{भुजाओं की संख्या} = 6 + 10 = 16$$

$$\text{विकर्णों की संख्या} = \frac{16 \times 13}{2} = 104$$

#### गुण-46

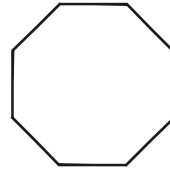
**षट्भुज:** भुजाओं की संख्या  $n = 6$ , षट्भुज में सभी त्रिभुज (6 त्रिभुज) समबाहु त्रिभुज होते हैं।  $OA = OB = OC = OD = OE = OF = a$ .



$$\text{क्षेत्रफल} = 6 \times \frac{\sqrt{3} a^2}{4} = \frac{3\sqrt{3} a^2}{2}$$

#### गुण-47

**अष्टभुज:** भुजाओं की संख्या  $n = 8$  तथा भुजा की लम्बाई  $= a$



$$\text{अष्टभुज का क्षे.} = 2(\sqrt{2} + 1)a^2$$

$$\text{प्रत्येक आन्तरिक कोण} = \frac{(8-2) \times 180^\circ}{8} = 135^\circ$$

**Ex.110** यदि अष्टभुज का क्षेत्रफल  $18(\sqrt{2} + 1)$  है, तो प्रत्येक भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol.**

$$\therefore \text{अष्टभुज का क्षे.} = 2(\sqrt{2} + 1)a^2$$

$$18(\sqrt{2} + 1) = 2(\sqrt{2} + 1)a^2$$

$$a^2 = 9$$

$$a = 3$$

**Ex.111** दो सम बहुभुजों की भुजाओं का अनुपात 1 : 2 है, तथा प्रत्येक आन्तरिक कोण का अनुपात 3 : 4 है, तो भुजाओं व विकर्णों की संख्या ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** प्रत्येक आन्तरिक कोण =  $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

माना पहले बहुभुज में भुजाओं की संख्या  $n$  है, तब दूसरे बहुभुज में भुजाओं की संख्या  $2n$  होगी।

$$\frac{\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}}{\frac{(2n-2) \times 180^\circ}{2n}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{(n-2) \times 2}{(2n-2)} = \frac{3}{4}$$

$$8n - 16 = 6n - 6$$

$$2n = 10$$

$$n = 5$$

भुजाओं की संख्या =  $n$ ,  $2n = 5, 10$

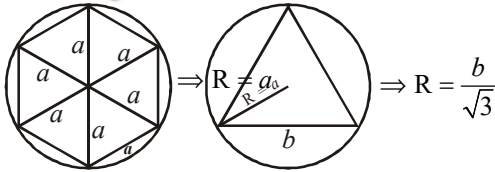
विकर्णों की संख्या =  $\frac{n(n-3)}{2}$  और  $\frac{2n(2n-3)}{2}$

$$= \frac{5(5-3)}{2} \text{ और } \frac{10(10-3)}{2}$$

$$= 5 \text{ और } 35$$

**Ex.112** किसी वृत्त के अन्दर एक समषट्भुज व समबाहु त्रिभुज बने हैं यदि समषट्भुज की भुजा  $a$  तथा त्रिभुज की भुजा  $b$  है, तो  $a$  व  $b$  के बीच क्या सम्बन्ध होगा।

**Sol<sup>n</sup>.**

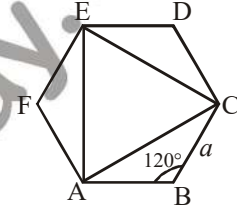


तब,  $R = a = \frac{b}{\sqrt{3}} \Rightarrow b = \sqrt{3}a$

$$\Rightarrow b^2 = 3a^2$$

**Ex.113** ABCDEF एक समषट्भुज है, तो त्रिभुज ACE व समषट्भुज ABCDEF के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।

**Sol<sup>n</sup>.**



ABCDEF का क्षेत्र =  $6 \times \frac{\sqrt{3} a^2}{4} = 6A$

$\Delta ABC$  का क्षेत्र =  $\Delta DCE$  का क्षेत्र =  $\Delta AFE$  का क्षेत्र.

$$= \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 120^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3} a^2}{4} = A$$

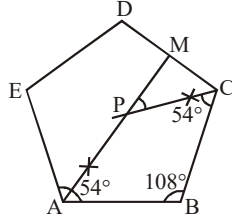
$$\frac{\Delta ACE \text{ का क्षेत्र.}}{\text{षट्भुज ABCDEF का क्षेत्र.}} = \frac{6A - 3A}{6A} = \frac{1}{2}$$

**Ex.114** ABCDE एक सम पंचभुज है,  $\angle BAE$  का कोण अर्द्धक भुजा CD से M पर मिलता है, तथा  $\angle BCD$  का कोण अर्द्धक AM से P पर मिलता है, तो  $\angle CPM$  का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** पंचभुज का प्रत्येक कोण =  $\frac{(n-2) \times 180}{n}$

$$= \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5}$$

$$= \frac{3 \times 180}{5} = 108^\circ$$



$$\angle ABC = 108^\circ \text{ \& \ } \angle BAF = 108^\circ$$

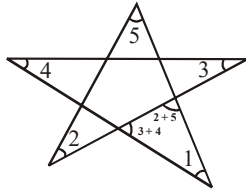
तब,  $\angle BAP = 54^\circ$  और  $\angle BCP = 54^\circ$

$$\angle APC = 360^\circ - 108^\circ - 54^\circ - 54^\circ = 144^\circ$$

अतः,  $\angle CPM = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$

#### गुण-48

( तारा नुमा आकृति ):



$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$$

यदि तारे में  $m$  जोड़ है,

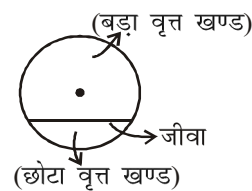
तब सभी आन्तरिक कोणों का योग  $= (m-4) \times 180^\circ$

#### गुण-49

वृत्त:



$$r = \text{त्रिज्या, परिधि} = 2\pi r$$



#### गुण-50

$$\text{चाप की लम्बाई} = \frac{2\pi r}{360} \times \theta \text{ (\theta का मान डिग्री में)}$$

$$l = r\theta \text{ (\theta रेडियन में) (\because 2\pi = 360^\circ)}$$

#### गुण-51

$$\text{त्रिज्या खण्ड का क्षेत्र} = \frac{\pi r^2}{360} \times \theta \text{ (डिग्री में)}$$

$$= \frac{1}{2} r^2 \theta \text{ (\theta रेडियन में) (2\pi = 360^\circ)}$$

$$= \frac{1}{2} lr \text{ (\because l = r\theta)}$$

**Ex.115** वृत्त की परिधि पर कुछ बिन्दु इस प्रकार हैं कि प्रत्येक बिन्दु से उसके क्रमागत बिन्दु की दूरी 1.1 सेमी है, तथा एक बिन्दु से उसके अगले बिन्दु तक जाने में 45 मिनट का समय लगता है, तो इस वृत्त की त्रिज्या व परिधि पर स्थित बिन्दुओं की संख्या ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\theta = 45 \text{ मिनट}$$

$$45 \text{ मिनट} = \frac{45^\circ}{60} = \frac{3}{4}^\circ$$



$$\text{चाप की लम्बाई (l)} = \frac{2\pi r}{360^\circ} \times \theta$$

$$1.1 = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{r}{360^\circ} \times \frac{3}{4}$$

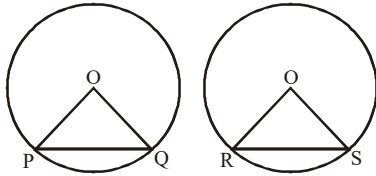
$$r = 84 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \text{बिन्दुओं की संख्या} &= \frac{2\pi r}{1.1} = 2 \times \frac{22}{7} \times 84 \times \frac{1}{1.1} \\ &= 480 \end{aligned}$$

**गुण-52**

वृत्त (सर्वांगसम वृत्तों) में समान जीवाएँ बराबर चापों से बनती हैं।

$$PQ = RS \quad \therefore \widehat{PQ} = \widehat{RS}$$



**गुण-53**

वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है। अर्थात् i.e.,  $OD \perp AB$

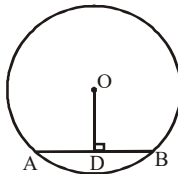
$$\therefore AB = 2AD = 2BD$$



**गुण-54**

वृत्त के केन्द्र व जीवा के मध्य बिन्दु को मिलाने वाली रेखा, जीवा पर लम्ब होती है।

$$AD = DB \quad OD \perp AB.$$

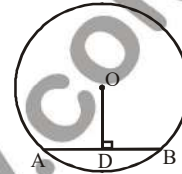


**गुण-55**

जीवा का लम्ब समद्विभाजक वृत्त के केन्द्र से गुजरता है,

अर्थात्  $OD \perp AB$  और  $AD = DB$

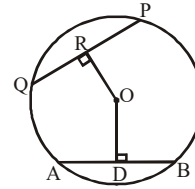
$\therefore O$ , वृत्त का केन्द्र है,



**गुण-56**

वृत्त (सर्वांगसम वृत्तों) की बराबर जीवाएँ केन्द्रों से बराबर दूरी पर होती हैं।

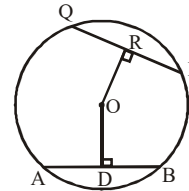
$\therefore AB = PQ$  और  $\therefore OD = OR$



**गुण-57**

केन्द्र से बराबर दूरी पर स्थित वृत्त (सर्वांगसम वृत्तों) की जीवाएँ बराबर होती हैं।

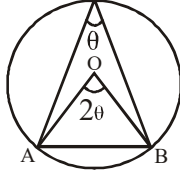
$\therefore OD = OR$  और  $\therefore AB = PQ$



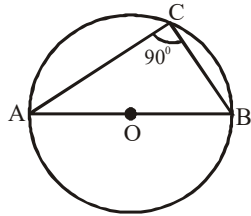
**गुण-58**

वृत्त के किसी चाप द्वारा केन्द्र पर बना कोण (डिग्री में) उसी चाप द्वारा परिधि के शेष भाग पर बने कोण का दो गुना होता है।

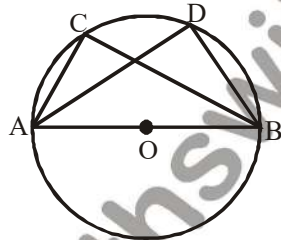
$$\angle AOB = 2\angle ACB.$$

**गुण-59**

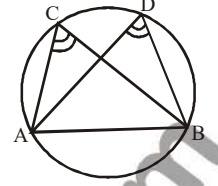
- अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

**गुण-60**

- एक ही वृत्तखण्ड में बने कोण बराबर होते हैं।  
अर्थात्  $\angle ACB = \angle ADB$

**गुण-61**

- यदि एक रेखाखण्ड ऐसे दो बिन्दुओं को जोड़ता है, जो रेखाखण्ड के एक ही तरफ स्थित दूसरे दो बिन्दुओं पर बराबर कोण अन्तरित करते हैं, तब चारों बिन्दु एक ही वृत्त पर स्थित हैं।  
 $\therefore \angle ACB = \angle ADB$   
 $\therefore$  बिन्दु A, C, D, B एक वृत्तीय है, अर्थात् एक ही वृत्त पर स्थित हैं।

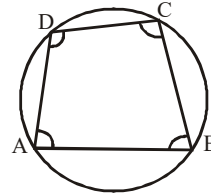
**गुण-62**

- चक्रीय चतुर्भुज के विपरीत जोड़े के कोणों का योग  $180^\circ$  होता है।

$$\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$$

$$\text{और } \angle ABC + \angle CDA = 180^\circ$$

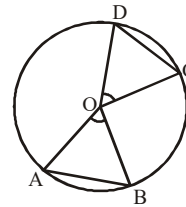
(प्रमेय का विलोम भी सत्य है।)

**गुण-63**

- वृत्त (सर्वांगसम वृत्त) की बराबर जीवाएँ (या बराबर चाप) केन्द्र पर बराबर कोण अन्तरित करते हैं।

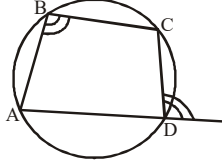
$$AB = CD \text{ (or } \widehat{AB} = \widehat{CD}) \quad \angle AOB = \angle COD$$

(प्रमेय विलोम भी सत्य है।)

**गुण-64**

- यदि चक्रीय चतुर्भुज की एक भुजा को बढ़ाया जाये तब बाह्य कोण उसके विपरीत, आन्तरिक कोण के बराबर होगा।  $\angle CDE = \angle ABC$

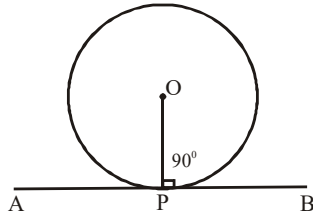




**गुण-65**

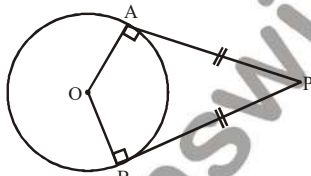
वृत्त के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा, उस स्पर्श बिन्दु से वृत्त की त्रिज्या पर लम्ब होती है।

(प्रमेय का विलोम भी सत्य है,)



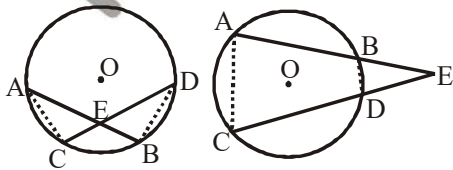
**गुण-66**

किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई दोनों स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती है, अर्थात्  $AP=BP$



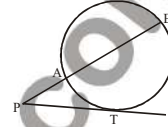
**गुण-67**

यदि वृत्त की दो जीवाएँ AB व CD वृत्त के अन्दर (वृत्त के बाहर बढ़ाने पर बिन्दु E पर) प्रतिच्छेद करता हैं, तब  $AE \times BE = CE \times DE$



**गुण-68**

यदि PB एक छेदक रेखा है, जो वृत्त को A व B पर प्रतिच्छेदित करती है, तथा PT बिन्दु T पर एक स्पर्श रेखा है, तब,  $PA \times PB = (PT)^2$

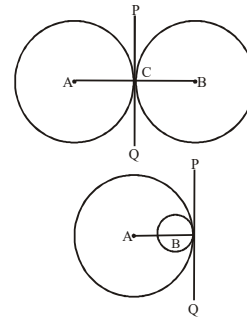


**गुण-69**

दो स्पर्श रेखाओं का स्पर्श बिन्दु, दो केन्द्रों को मिलाने वाली एक सीधी रेखा पर स्थित होता है।

(a) जब दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योग के बराबर होती है। अर्थात्  $AB = AC + BC$

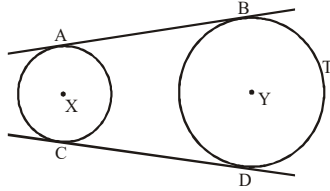
(b) जब दो वृत्त एक दूसरे को अन्तः स्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के अन्तर के बराबर होगी। अर्थात्  $AB = AC - BC$



**गुण-70**

दो वृत्त जिनके केन्द्र X व Y तथा त्रिज्याएँ क्रमशः  $r_1$  व  $r_2$  हैं, यदि AB व CD दो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ हैं, तो  $AB = CD$  की लम्बाई होगी:

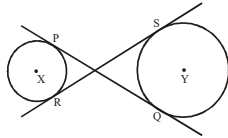
$$\sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (r_1 - r_2)^2}$$



## गुण-71

दो वृत्त जिनके केन्द्र X व Y तथा त्रिज्याएँ क्रमशः  $r_1$  व  $r_2$  हैं, यदि PQ व RS दो उभयनिष्ठ अनुप्रस्थ स्पर्श रेखाएँ हैं, तो  $PQ = RS$  की लम्बाई होगी:

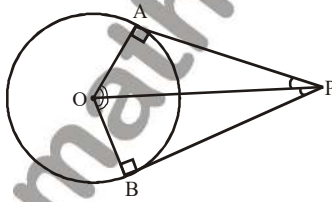
$$\sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (r_1 + r_2)^2}$$



## गुण-72

O केन्द्र वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाएँ तब,

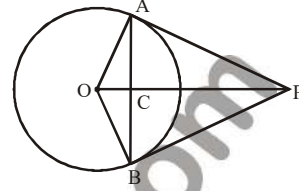
- वे केन्द्र पर बराबर कोण अन्तरित करती हैं।
- केन्द्र से उस बिन्दु को मिलाने वाले रेखाखण्ड से झुकाव बराबर होता है।  $\angle AOP = \angle BOP$  और  $\angle APO = \angle BPO$



## गुण-73

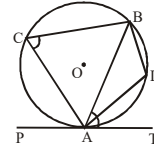
यदि किसी बाह्य बिन्दु P से O केन्द्र वाले वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं, जो वृत्त को A व B पर स्पर्श करती हैं, तब OP, AB का लम्ब समद्विभाजक होगा।

OP  $\perp$  AB और AC = BC

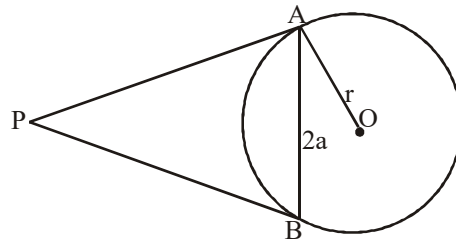


## गुण-74

यदि स्पर्श रेखा के स्पर्श बिन्दु से एक जीवा खींची जाती है, तब जीवा द्वारा स्पर्श रेखा के साथ बने कोण, क्रमशः संगत एकान्तर वृत्तखण्ड में बने कोणों के बराबर होते हैं, दर्शाये गये चित्र में -  $\angle BAT = \angle BCA$  तथा  $\angle BAP = \angle BDA$



## गुण-75



यदि  $AB = 2a$

त्रिज्या =  $r$

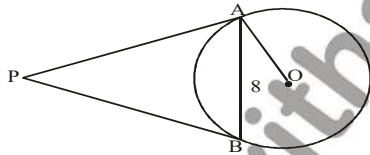
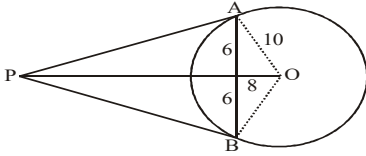
तब स्पर्श रेखा की लम्बाई

$$PA = PB = \frac{ar}{\sqrt{r^2 - a^2}} \text{ (यदि जीवा } AB = 2a)$$

**Ex.116** यदि वृत्त की जीवा AB की लम्बाई 12 सेमी है, तथा त्रिज्या 10 सेमी है। दो जीवाएँ बाह्य बिन्दु P से A व B पर खींची गई है, तो ज्ञात कीजिए।

- (i) PA व PB की लम्बाई
- (ii) त्रिभुज PAB का क्षेत्रफल
- (iii) चतुर्भुज OAPB का क्षेत्रफल (O वृत्त का केन्द्र है)।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$PA = \frac{ar}{\sqrt{r^2 - a^2}} \text{ (यदि जीवा } AB = 2a)$$

$$= \frac{6 \times 10}{\sqrt{10^2 - 6^2}} = \frac{60}{8} = 7.5 = PB$$

चतुर्भुज OAPB का क्षे. =  $2 \times$  त्रिभुज OAP का क्षे.

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times AO \times AP$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 7.5 = 75 \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\text{त्रिभुज OAB का क्षे.} = \frac{1}{2} \times AB \times 8 = \frac{1}{2} \times 12 \times 8$$

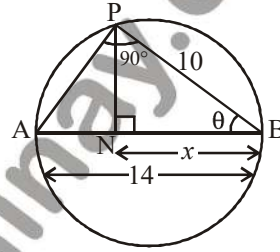
$$= 48 \text{ वर्ग इकाई}$$

तब,  $\Delta PAB$  का क्षे. =  $\square OAPB$  का क्षे. -  $\Delta OAB$  का क्षे.

$$= 75 - 48 = 27 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Ex.117** एक वृत्त जिसका व्यास 14 सेमी है, तथा P वृत्त की परिधि पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि  $PN \perp AB$  जीवा PB की लम्बाई 10 सेमी है, तो BN की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**



$\Delta PNB$  में

$$\cos \theta = \frac{x}{10} \quad \dots(i)$$

$\Delta PAB$  में,

$$\cos \theta = \frac{10}{14} \quad \dots(ii)$$

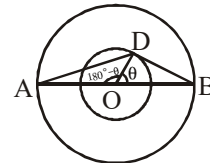
समीकरण (i) और (ii) से -

$$\frac{x}{10} = \frac{10}{14} \Rightarrow x = \frac{50}{7} = 7 \frac{1}{7} \text{ सेमी}$$

$$BN = 7 \frac{1}{7} \text{ सेमी}$$

**Ex.118** दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 सेमी व 13 सेमी हैं, यदि AB बड़े वृत्त का व्यास तथा BD छोटे वृत्त पर स्पर्श रेखा है, तो AD की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>. विधि 1.**



$\triangle ODB$  में,

$$\cos \theta = \frac{OD}{OB} = \frac{8}{13} \quad \dots(1)$$

$\triangle AOD$  में,

$$\cos(180^\circ - \theta) = \frac{8^2 + 13^2 - x^2}{2 \times 8 \times 13}$$

$$-\cos \theta = \frac{64 + 169 - x^2}{2 \times 8 \times 13} \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) और (2) से,

$$\frac{-8}{13} = \frac{64 + 169 - x^2}{2 \times 8 \times 13}$$

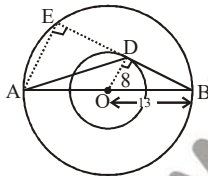
$$-128 = 233 - x^2$$

$$x^2 = 361$$

$$x = 19$$

$$AD = 19 \text{ सेमी}$$

**विधि 2 :**



$$OD \perp BD \Rightarrow OD \parallel AE$$

$$\angle AED = 90^\circ$$

$$\triangle ODB \sim \triangle AEB$$

O, AB का मध्य बिन्दु है, तब

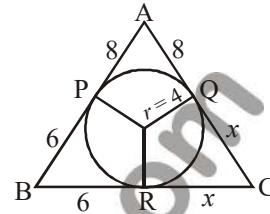
$$BD = DE = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{105}$$

$$AE = 2 \times OD = 16$$

$$\text{तब, } AD = \sqrt{16^2 + (\sqrt{105})^2} = 19 \text{ सेमी}$$

**Ex.119** एक त्रिभुज के अन्तः वृत्त की त्रिज्या 4 सेमी है, तथा त्रिभुज की एक भुजा को स्पर्श बिन्दु द्वारा 6 सेमी व 8 सेमी के दो भागों में बाँटा गया है। तो त्रिभुज का परिमाण ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$s = \frac{8+6+6+x+x+8}{2} = 14+x$$

$$r = \frac{\Delta}{s}$$

$$4 = \frac{\sqrt{(14+x)x \times 6 \times 8}}{14+x} \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर})$$

$$16 = \frac{(14+x)x \times 6 \times 8}{(14+x)^2} = \frac{x \times 6 \times 8}{14+x}$$

$$3x = 14 + x \Rightarrow x = 7$$

$$42 = 13x \Rightarrow x = \frac{42}{13}$$

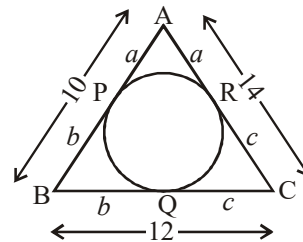
$$BC = 6 + x = 6 + 7 = 13$$

$$AC = 8 + x = 8 + 7 = 15$$

अतः, परिमाण =  $AB + BC + CA = 14 + 13 + 15 = 42$  सेमी

**Ex.120** एक  $\triangle ABC$  जिसकी भुजाएँ 10 सेमी, 12 सेमी व 14 सेमी है, के अन्दर एक वृत्त बना है, जो त्रिभुज ABC की भुजाओं AB, BC व AC को क्रमशः P, Q व R पर प्रतिच्छेद करता है, तो AP की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



बाह्य बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं।

$$a + b = 10 \quad \dots(i)$$

$$b + c = 12 \quad \dots(ii)$$

$$c + a = 14 \quad \dots(iii)$$

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$2(a + b + c) = 36$$

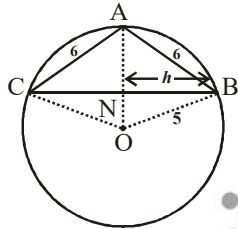
$$a + b + c = 18$$

$$AP = a = 18 - (b + c) \\ = 18 - 12$$

अतः,  $AP = 6$  सेमी

**Q.121** एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 5 सेमी है, तथा दो समान जीवाएँ AB व AC इस प्रकार हैं, कि  $AB = AC = 6$  सेमी, तो जीवा BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\therefore s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{6 + 5 + 5}{2} = 8$$

$$\therefore \Delta OAB \text{ का क्षेत्र} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ = \sqrt{8 \times 2 \times 3 \times 3} = 3 \times 4 = 12 \quad \dots(i)$$

$$\Delta OAB \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times BN \times AO$$

... (ii)

समीकरण (i) व (ii) से

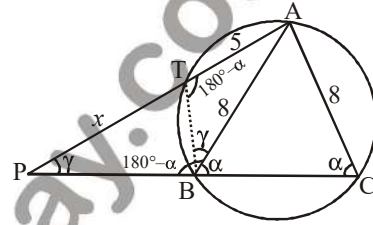
$$12 = \frac{1}{2} \times h \times 5 \Rightarrow h = \frac{24}{5}$$

$$h = 4.8$$

$$BC = 2 \times 4.8 = 9.6 \text{ सेमी}$$

**Q.122** दो जीवाएँ AB व AC जिनकी लम्बाई 8 सेमी है। CB को P तक बढ़ाया गया तथा AP वृत्त को T पर इस प्रकार प्रतिच्छेदित करती है, कि  $AT = 5$  सेमी तो PT की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**



$$\therefore AB = AC$$

$$\angle ABC = \angle ACB = \alpha \text{ (माना)}$$

$$\angle ABP = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \alpha$$

$\therefore$  ATBC एक चक्रीय चतुर्भुज है।

$$\angle ATB + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\angle ATB = 180^\circ - \alpha$$

अब,  $\Delta ABP$  व  $\Delta BTA$

$$\angle ABP = \angle BTA = 180^\circ - \alpha$$

$$\angle BAP = \angle BAT \quad (\text{उभयनिष्ठ})$$

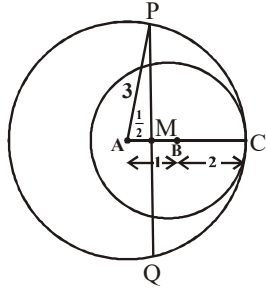
$$\angle BPA = \angle TBA = \gamma \text{ (माना)}$$

$$\therefore \Delta ABP \sim \Delta BTA$$

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AT} \Rightarrow \frac{x+5}{8} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow PT = x = \frac{39}{5}$$

**Ex.123** दिये गये चित्र में A तथा B केन्द्र वाले दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 3 सेमी व 2 सेमी है, एक-दूसरे को अन्तःस्पर्श करते हैं। यदि रेखाखण्ड AB का लम्ब समद्विभाजक बड़े वृत्त को P व Q पर मिलता है, तो PQ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.

$$AB = 3 - 2 = 1 \text{ सेमी}$$

$$AM = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2} \text{ सेमी}$$

$$AP = 3 \text{ सेमी}$$

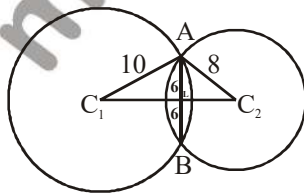
$$PM = \sqrt{PA^2 - AM^2}$$

$$= \sqrt{9 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{35}$$

$$\text{तब, } PQ = 2 \times PM = 2 \times \frac{1}{2} \sqrt{35}$$

$$= \sqrt{35}$$

**Ex.124** दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 10 सेमी व 8 सेमी हैं एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करते हैं, तथा उभयनिष्ठ जीवा की लम्बाई 12 सेमी है, तो केन्द्रों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

Sol<sup>n</sup>.

माना 10 सेमी व 8 सेमी त्रिज्याओं वाले वृत्तों के केन्द्र क्रमशः  $C_1$  व  $C_2$  हैं, तथा AB उभयनिष्ठ जीवा है।

$$C_1A = 10 \text{ सेमी, } C_2A = 8 \text{ सेमी और } AB = 12 \text{ सेमी}$$

$$\therefore AL = \frac{1}{2} AB = 6 \text{ सेमी}$$

समकोण त्रिभुज  $C_1AL$  में

$$C_1A^2 = C_1L^2 + AL^2$$

$$\Rightarrow C_1L = \sqrt{C_1A^2 - AL^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ सेमी}$$

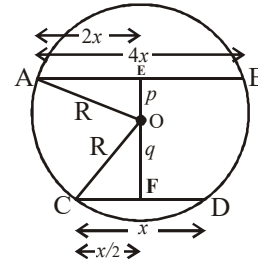
समकोण त्रिभुज  $C_2LA$  में,

$$C_2A^2 = C_2L^2 + LA^2$$

$$\Rightarrow C_2L = \sqrt{C_2A^2 - LA^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} = 5.29 \text{ सेमी}$$

$$\therefore C_1C_2 = C_1L + C_2L = (8 + 5.29) \text{ सेमी} = 13.29 \text{ सेमी}$$

**Ex.125** एक O केन्द्र वाले वृत्त की त्रिज्या R है। दो समान्तर जीवाएँ AB व CD केन्द्र के विपरीत हैं। तथा वृत्त के केन्द्र से जीवा AB व CD की लम्बाई क्रमशः  $p$  व  $q$  हैं। जीवा AB, जीवा CD की 4 गुनी है, यदि CD की लम्बाई  $x$  इकाई है, तो  $x$  का मान  $p$  और  $q$  के पदों में ज्ञात करो।

Sol<sup>n</sup>.समकोण  $\triangle AEO$  में,

$$R^2 = p^2 + (2x)^2 \quad \dots(i)$$

समकोण  $\triangle OCF$  में,

$$R^2 = q^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से,

$$R^2 = p^2 + (2x)^2 = q^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

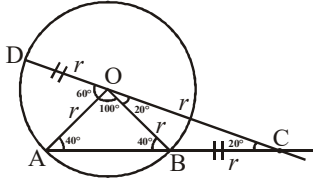
$$\Rightarrow p^2 + 4x^2 = q^2 + \frac{x^2}{4}$$

$$4x^2 - \frac{x^2}{4} = q^2 - p^2$$

$$15x^2 = 4(q^2 - p^2) \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{15}} \sqrt{(q^2 - p^2)}$$

**Ex.126** AB, O केन्द्र वाले वृत्त की एक जीवा है, तथा DOC एक रेखाखण्ड है, जो वृत्त की परिधि पर स्थित बिन्दु D से गुजरता हुआ AB के बड़े हुए भाग को C पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है, कि BC = OD यदि  $\angle BCD = 20^\circ$ , तो कोण AOD का मान ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**



$\therefore BC = OD$  (दिया है) और  $OD = OB$  (वृत्त की त्रिज्याएँ हैं)  
 $BC = OB$

$\triangle OBC$  में

$\angle BCO = \angle BOC = 20^\circ$  (समद्विबाहु त्रिभुज)

अब,

$\angle OBA = 20^\circ + 20^\circ$  ( $\therefore \triangle OBC$  का बाह्य कोण)

$\therefore OA = OB$  (वृत्त की त्रिज्या)

$\angle OAB = \angle OBA = 40^\circ$

$\triangle AOB$  में,

$\angle OAB + \angle AOB + \angle OBA = 180^\circ$

$\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

अब,

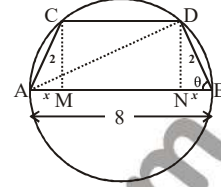
$\angle AOD + \angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$

( $\therefore DOC$  एक सीधी रेखा है)

$\angle AOD + 100^\circ + 20^\circ = 180^\circ$

$\angle AOD = 60^\circ$

**Ex.127** एक वृत्त जिसके व्यास AB की लम्बाई 8 सेमी है, तथा ABCD एक समलम्ब है, जिसमें AC = 2 सेमी तथा BD = 2 सेमी हो, तो CD की लम्बाई ज्ञात करो।



**Sol<sup>n</sup>.** दो लम्ब CM व DN, व्यास AB पर खींचे गये हैं।

$CD = MN$

$AM = NB = x$  (माना)

समकोण  $\triangle DBN$  में,

$$\cos \theta = \frac{x}{2} \quad \dots(i)$$

समकोण  $\triangle ADB$  में,

$$\cos \theta = \frac{2}{8} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$\frac{x}{2} = \frac{2}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

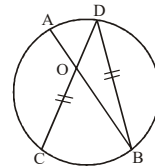
अब,

$CO = MN = AB - AM - NB$

$$= 8 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7 \text{ सेमी}$$

$CD = 7$  सेमी

**Ex.128**



ऊपर दिये गये चित्र में AB वृत्त का व्यास है, तथा C व D बिन्दु इस प्रकार है, कि  $CD = BD$ , AB व CD, O पर प्रतिच्छेदित करते हैं, यदि कोण  $\angle AOD = 45^\circ$  तो कोण  $\angle ADC$  को मान ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.** AC व CB रेखाएँ खींची

$CD = BD \Rightarrow \angle DCB = \angle DBC = \angle \theta$  (माना)

$\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle ACD = 90^\circ - \theta$

$\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ - \theta$

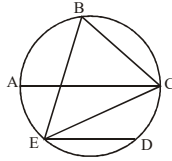
$$\Rightarrow \angle ABC = \theta - (90^\circ - \theta) = 2\theta - 90^\circ$$

$\triangle OBC$  में,

$$45^\circ + 2\theta - 90^\circ + \theta = 180^\circ \Rightarrow 3\theta = 225^\circ \Rightarrow \theta = 75^\circ$$

$$\angle ADC = \angle ABC = 2\theta - 90^\circ = 60^\circ$$

**Ex.129** चित्र में, जीवा ED, वृत्त के व्यास AC के समान्तर है यदि कोण =  $65^\circ$  तो कोण DEC को मान क्या होगा?

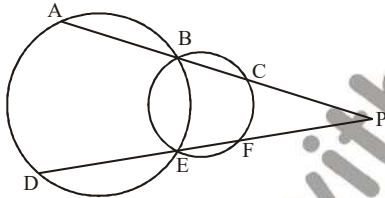


**Sol<sup>n</sup>.**  $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow \angle ABE = 90 - \angle EBC = 25^\circ$ ,

$$\angle ABE = \angle ACE = 25^\circ,$$

$$\angle ACE = \angle CED = 25^\circ \text{ (एकान्तर कोण)}$$

**Ex.130** दिये गये चित्र में,  $PC = 9$ ,  $PB = 12$ ,  $PA = 18$  तथा  $PF = 8$ , तो DE की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



**Sol<sup>n</sup>.** छोटे वृत्त में  $PC \times PB = PF \times PE$

$$\Rightarrow PE = 12 \times \frac{9}{8} = \frac{27}{2}$$

$$\text{बड़े वृत्त में, } PB \times PA = PE \times PD$$

$$\Rightarrow 12 \times 18 = PD \times \frac{27}{2} \Rightarrow PD = 16$$

$$\text{इसलिए, } DE = PD - PE = 16 - 13.5 = 2.5$$

**Ex.131** एक त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 4 सेमी, 6 सेमी व 8 सेमी हैं, के अन्दर वृत्त बना है, तो वृत्त का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी.) में क्या होगा?

(a)  $\frac{7\pi}{6}$

(b)  $\frac{3\pi}{2}$

(c)  $\frac{5\pi}{3}$

(d)  $\frac{7\pi}{4}$

**Sol<sup>n</sup>.** यदि  $r$  वृत्त की त्रिज्या है।

$$\Rightarrow \Delta = r \times s, \quad s = \frac{4+6+8}{2} = 9 \text{ सेमी,}$$

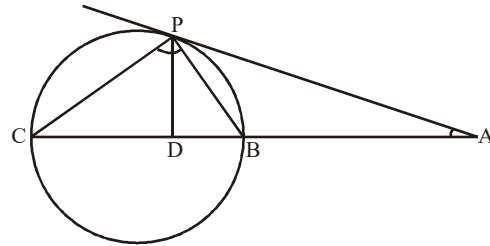
$$\Delta = \sqrt{9 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1} = 3\sqrt{15}$$

$$3\sqrt{15} = r \times 9 = r = \sqrt{\frac{5}{3}} \text{ सेमी}$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{5\pi}{3}$$

**Ex.132** दिये गये चित्र में AP वृत्त पर स्थित बिन्दु P पर एक स्पर्श है, तथा ABC एक छेदक रेखा तथा PD,  $\angle BPC$  का अर्द्धक है। दिया  $\angle BPD = 25^\circ$  तथा  $\angle ABP$  व  $\angle APB$  का अनुपात 5:3 है, तो  $\angle APB$  का मान बताओ।

**Sol<sup>n</sup>.**  $\angle APB = \angle PCB$



$$\text{अब } \frac{\angle ABP}{\angle APB} = \frac{\angle ABP}{\angle PCB} = \frac{5}{3}$$

$$\text{या } \angle ABP = 5x \quad \angle PCB = 180^\circ - 5x$$

$$\text{और } \angle PCB = 3x$$

$$\text{PD, } \angle BPC \text{ का अर्द्धक है, इसलिए } \angle CPB = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$$

$\triangle PBC$  में

$$\angle CPB + \angle PCB + \angle PBC = 180^\circ$$

$$50^\circ + 3x + 180^\circ - 5x = 180^\circ$$

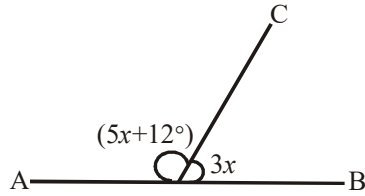
$$x = 25^\circ$$

$$\angle APB = \angle PCB = 3x = 75^\circ$$



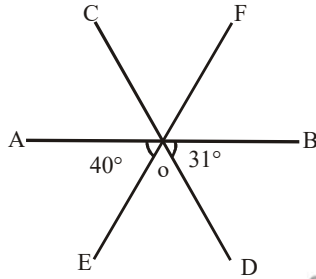
प्रश्नावली-रेखा और कोण

1. दिये गये चित्र में  $x$  का मान होगा।



- (a)  $18^\circ$  (b)  $20^\circ$   
(c)  $21^\circ$  (d)  $24^\circ$

2. दिये गये चित्र में  $\angle BOC$  का मान होगा।



- (a)  $101^\circ$  (b)  $149^\circ$   
(c)  $71^\circ$  (d)  $80^\circ$

3. यदि  $(2x + 17^\circ)$ ,  $(x + 4^\circ)$  एक दूसरे के पूरक कोण हैं, तो  $x$  का मान होगा।

- (a)  $63^\circ$  (b)  $53^\circ$   
(c)  $35^\circ$  (d)  $23^\circ$

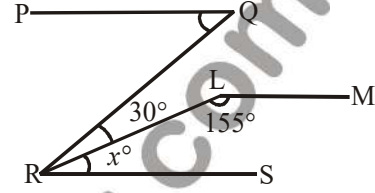
4. यदि  $(5y + 62^\circ)$ ,  $(22^\circ + y)$  एक-दूसरे के सम्पूरक कोण हैं, तो  $y$  का मान होगा।

- (a)  $16^\circ$  (b)  $32^\circ$   
(c)  $8^\circ$  (d)  $21^\circ$

5. यदि दो सम्पूरक कोणों का अनुपात  $13 : 5$  है, तो बड़े कोण का मान क्या होगा।

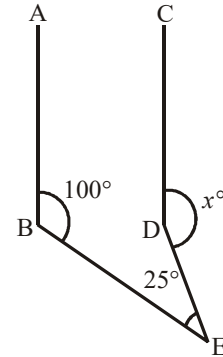
- (a)  $130^\circ$  (b)  $65^\circ$   
(c)  $230^\circ$  (d)  $21^\circ$

6. दिये गये चित्र में  $PQ \parallel LM \parallel RS$ . तो  $\angle LRS$  का मान होगा।



- (a)  $25^\circ$  (b)  $55^\circ$   
(c)  $65^\circ$  (d)  $75^\circ$

7. दिये गये चित्र में  $AB \parallel CD$ ,  $\angle ABE = 100^\circ$  तो  $\angle CDE$  का मान होगा।



- (a)  $125^\circ$  (b)  $55^\circ$   
(c)  $65^\circ$  (d)  $75^\circ$

8. उस कोण का मान क्या होगा जो अपने सम्पूरक कोण को  $1/5$  है।

- (a)  $15^\circ$  (b)  $30^\circ$   
(c)  $75^\circ$  (d)  $150^\circ$

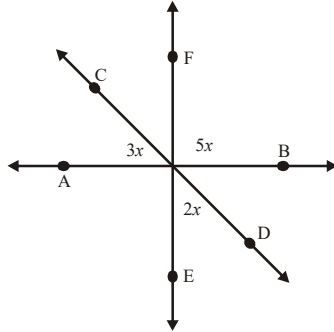
9. उस कोण का मान क्या होगा जो अपने कोण मान का पूरक है।

- (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$

10. उस कोण का मान क्या होगा जो अपने कोण मान सम्पूरक जोड़े से बनता है।

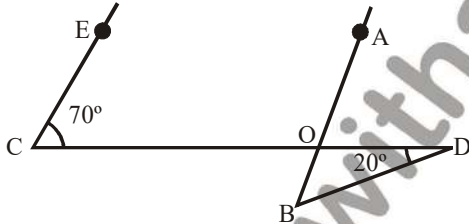
- (a)  $60^\circ$  (b)  $90^\circ$   
(c)  $120^\circ$  (d)  $150^\circ$

11. चित्र में  $x$  का मान क्या होगा?



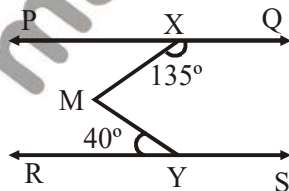
- (a)  $18^\circ$  (b)  $20^\circ$   
(c)  $10^\circ$  (d)  $30^\circ$

12. दिये गये चित्र में यदि  $EC \parallel AB$ ,  $\angle ECD = 70^\circ$ ,  $\angle BDO = 20^\circ$ , तो  $\angle OBD$  किसके बराबर होगा।



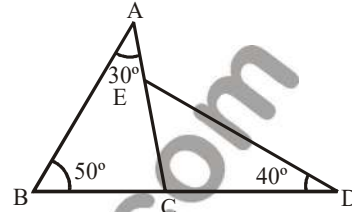
- (a)  $70^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $50^\circ$  (d)  $20^\circ$

13. नीचे दिये गये चित्र में, यदि  $PQ \parallel RS$ ,  $\angle MXQ = 135^\circ$  और  $\angle MYR = 40^\circ$  तो  $\angle XMY$  का मान होगा।



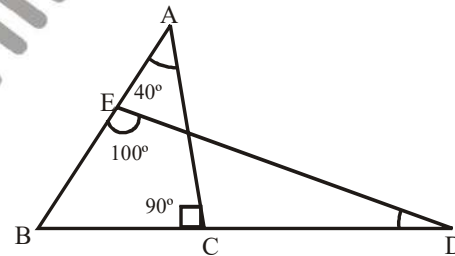
- (a)  $85^\circ$  (b)  $75^\circ$   
(c)  $65^\circ$  (d)  $80^\circ$

14. दिये गये चित्र में,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 50^\circ$  और  $\angle CDE = 40^\circ$  तब  $\angle AED = ?$



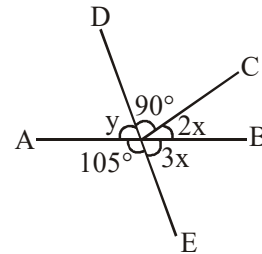
- (a)  $120^\circ$  (b)  $100^\circ$   
(c)  $80^\circ$  (d)  $110^\circ$

15. दिये गये चित्र में,  $\angle BAC = 40^\circ$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$  और  $\angle BED = 100^\circ$  तो  $\angle BDE = ?$



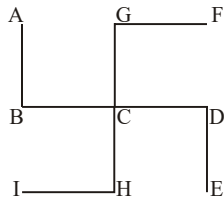
- (a)  $50^\circ$  (b)  $30^\circ$   
(c)  $40^\circ$  (d)  $25^\circ$

16. चित्र में AB एक सीधी रेखा है, तो  $(x + y)$  का मान होगा।



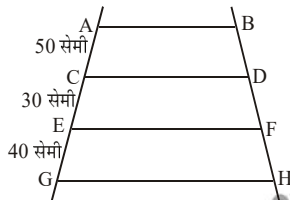
- (a)  $55^\circ$  (b)  $65^\circ$   
(c)  $75^\circ$  (d)  $80^\circ$

17. दिये गये चित्र में  $AB \parallel GH \parallel DE$  तथा  $GF \parallel BD \parallel HI$ ,  $\angle FGC = 80^\circ$  तो  $\angle CHI$  का मान होगा।



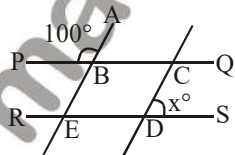
- (a)  $80^\circ$                       (b)  $120^\circ$   
(c)  $100^\circ$                     (d)  $160^\circ$

18. चित्र में  $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH$  और  $BH = 100$  सेमी, तो  $DF$  का मान क्या होगा?



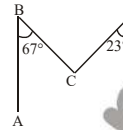
- (a) 26 सेमी.                      (b) 40 सेमी.  
(c) 25 सेमी.                      (d) 24 सेमी.

19. चित्र में  $AE \parallel CD$  तथा  $BC \parallel ED$ , तब  $x$  का मान क्या होगा?



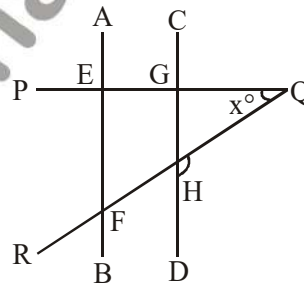
- (a)  $60^\circ$                       (b)  $80^\circ$   
(c)  $90^\circ$                       (d)  $75^\circ$

20. चित्र में  $AB \parallel DE$ ,  $\angle ABC = 67^\circ$  और  $\angle EDC = 23^\circ$  तो  $\angle BCD$  का मान होगा।



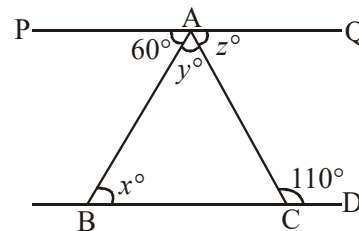
- (a)  $90^\circ$                       (b)  $44^\circ$   
(c)  $46^\circ$                       (d)  $67^\circ$

21. चित्र में  $AB \parallel CD$ ,  $\angle PEB = 80^\circ$  और  $\angle DHQ = 120^\circ$  तो  $x$  का मान होगा।



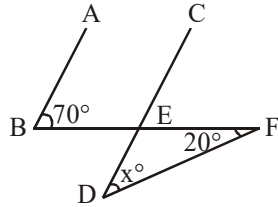
- (a)  $40^\circ$                       (b)  $20^\circ$   
(c)  $100^\circ$                     (d)  $30^\circ$

22. चित्र में  $PQ \parallel BC$ ,  $\angle PAB = 60^\circ$  और  $\angle ACD = 110^\circ$  तो  $y^\circ$  का मान होगा।

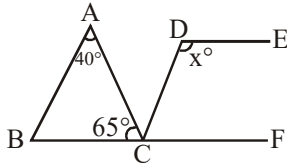


- (a)  $50^\circ$                       (b)  $60^\circ$   
(c)  $70^\circ$                       (d)  $80^\circ$

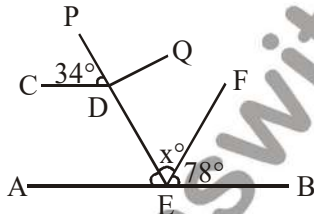
23. चित्र में  $AB \parallel CD$ , तो  $x^\circ$  का मान बताओ।



- (a)  $50^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $70^\circ$  (d)  $80^\circ$
24. चित्र में  $AB \parallel DC$  तथा  $DE \parallel BF$  तो  $x^\circ$  का मान बताओ।



- (a)  $140^\circ$  (b)  $155^\circ$   
(c)  $105^\circ$  (d)  $115^\circ$
25. चित्र में  $AB \parallel CD$  तथा  $EF \parallel DQ$  तो  $x^\circ$  का मान बताओ।



- (a)  $68^\circ$  (b)  $78^\circ$   
(c)  $34^\circ$  (d)  $39^\circ$
26. दो सम्पूरक कोणों का अन्तर  $34^\circ$  है, तो बड़े कोण का मान क्या होगा।
- (a)  $107^\circ$  (b)  $90^\circ$   
(c)  $115^\circ$  (d)  $70^\circ$
27. एक कोण अपने पूरक कोण का पाँच गुना है, तो कोण का मान होगा:
- (a) 75 (b) 65  
(c) 55 (d) 45

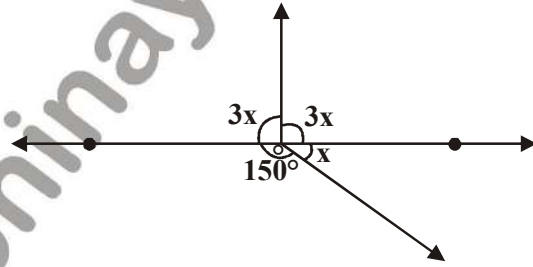
28. उस कोण का मान ज्ञात कीजिए जो अपने सम्पूरक कोण  $1/3$  है।

- (a) 60 (b) 45  
(c) 75 (d) 50

29. दो सम्पूरक कोणों का अनुपात 2:3 है, तो छोटे कोण का मान क्या होगा।

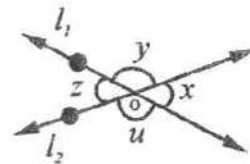
- (a)  $72^\circ$  (b)  $40^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $55^\circ$

30. दिये गये चित्र में  $x$  का मान ज्ञात करे।



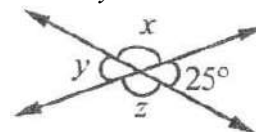
- (a)  $30^\circ$  (b)  $40^\circ$   
(c)  $50^\circ$  (d)  $60^\circ$

31. दिये गये चित्र में यदि  $x = 45$  तो  $y$  का मान ज्ञात करे।



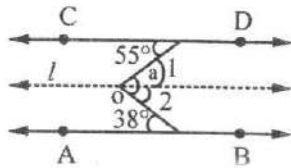
- (a)  $145^\circ$  (b)  $135^\circ$   
(c)  $185^\circ$  (d)  $175^\circ$

32. दिये गये चित्र में  $y$  का मान ज्ञात करे।



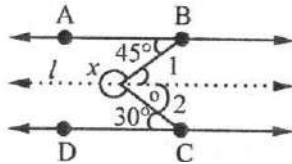
- (a)  $25^\circ$  (b)  $26^\circ$   
(c)  $45^\circ$  (d)  $55^\circ$

33. दिये गये चित्र में  $AB \parallel CD$  तो  $\angle 1$  का मान होगा।



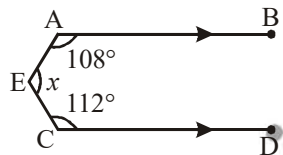
- (a)  $55^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $70^\circ$  (d)  $48^\circ$

34. दिये गये चित्र में  $AB \parallel CD$  तो  $x$  का मान ज्ञात करें।



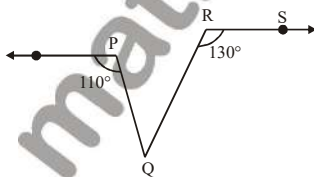
- (a)  $285^\circ$  (b)  $260^\circ$   
(c)  $240^\circ$  (d)  $210^\circ$

35. दिये गये चित्र में  $AB \parallel CD$  तो  $x$  का मान ज्ञात करें।



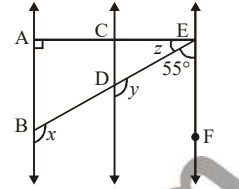
- (a)  $72^\circ$  (b)  $140^\circ$   
(c)  $108^\circ$  (d)  $112^\circ$

36. दिये गये चित्र में  $OP \parallel RS$  तो  $\angle PQR$  का मान ज्ञात करें।



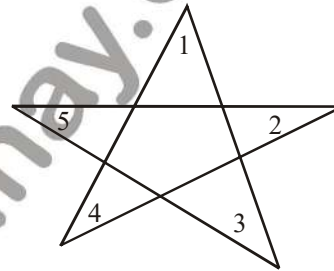
- (a)  $70^\circ$  (b)  $65^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $45^\circ$

37. दिये गये चित्र में  $AB \parallel CD$  तथा  $CD \parallel EF$  तथा  $EA \perp AB$  यदि  $\angle BEF = 55^\circ$  तो  $z$  का मान ज्ञात करें।



- (a)  $35^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $125^\circ$  (d)  $55^\circ$

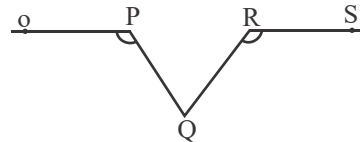
38. दिये गये चित्र में  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$  का मान ज्ञात करें।



- (a)  $180^\circ$  (b)  $270^\circ$   
(c)  $360^\circ$  (d)  $540^\circ$

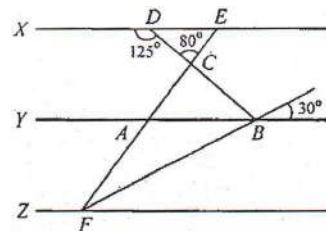
39. दिये गये चित्र में  $OP \parallel RS$  तो  $\angle PQR$  का मान क्या होगा यदि  $\angle OPQ = 110^\circ$

$\angle SRQ = 130^\circ$



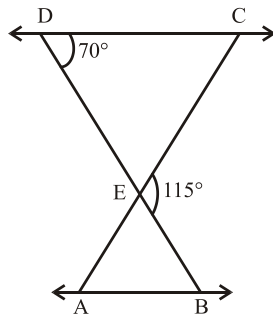
- (a)  $45^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $50^\circ$  (d)  $40^\circ$

40.

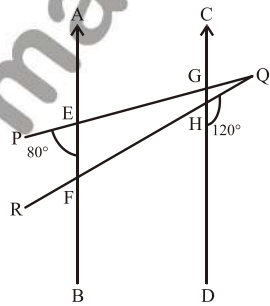


तीन सीधी रेखाएँ X, Y व Z एक-दूसरे के समान्तर हैं, तथा ऊपर दिये गये चित्र में कोणों के मान दिये गये हैं, तो  $\angle AFB$  का मान होगा।

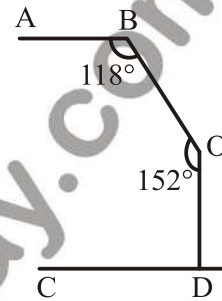
- (a)  $20^\circ$  (b)  $15^\circ$   
 (c)  $30^\circ$  (d)  $10^\circ$
41. रेखाखण्ड AB व CD एक-दूसरे को O पर प्रतिच्छेद करते हैं, OF, अधिक कोण  $\angle BOC$  तथा OE, न्यून कोण  $\angle AOC$  के आन्तरिक कोण अर्द्धक हैं, यदि  $\angle BOC = 130^\circ$  तो  $\angle FOE$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a)  $90^\circ$  (b)  $110^\circ$   
 (c)  $115^\circ$  (d)  $120^\circ$
42. चित्र में यदि  $\angle EDC = \angle EBA$ ,  $\angle BEC = 115^\circ$  तथा  $\angle EDC = 70^\circ$  तो  $\angle DCE$  व  $\angle AEB$  का मान ज्ञात करो।



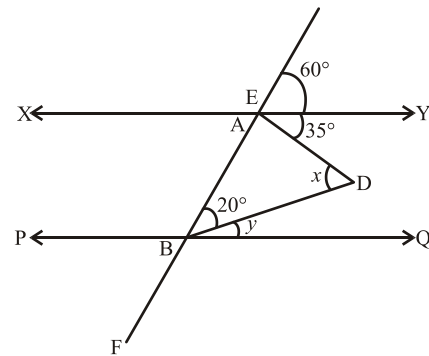
- (a)  $25^\circ, 45^\circ$  (b)  $45^\circ, 55^\circ$   
 (c)  $15^\circ, 25^\circ$  (d)  $45^\circ, 65^\circ$
43. चित्र में  $AB \parallel CD$  तथा PQ, QR, AB व CD को क्रमशः E व F तथा G व H पर प्रतिच्छेदित करती हैं। दिया गया है, कि  $\angle PEB = 80^\circ$ ,  $\angle QHD = 120^\circ$  तथा  $\angle PQR = x$  तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



- (a)  $40^\circ$  (b)  $20^\circ$   
 (c)  $100^\circ$  (d)  $120^\circ$
44. चित्र में यदि  $AB \parallel CD$ ,  $\angle ABO = 118^\circ$  तथा  $\angle BOD = 152^\circ$  तो कोण  $\angle ODC$  का मान ज्ञात करो।



- (a)  $70^\circ$  (b)  $80^\circ$   
 (c)  $90^\circ$  (d)  $34^\circ$
45. दिये गये चित्र में यदि  $XY \parallel PQ$  तो  $\angle x$  व  $\angle y$  का मान ज्ञात करो।



- (a)  $75^\circ, 40^\circ$  (b)  $45^\circ, 60^\circ$   
 (c)  $75^\circ, 45^\circ$  (d)  $60^\circ, 45^\circ$

## उत्तरमाला

1. (c) 2. (b) 3. (d) 4. (a) 5. (a) 6. (a) 7. (a) 8. (b) 9. (b)  
10. (b) 11. (a) 12. (c) 13. (a) 14. (a) 15. (b) 16. (b) 17. (a) 18. (c)  
19. (b) 20. (a) 21. (b) 22. (a) 23. (a) 24. (c) 25. (a) 26. (a) 27. (a)  
28. (b) 29. (a) 30. (a) 31. (b) 32. (a) 33. (a) 34. (a) 35. (b) 36. (c)  
37. (a) 38. (a) 39. (b) 40. (b) 41. (a) 42. (d) 43. (b) 44. (c) 45. (a)

mathswitha.com  
mathswitha.com

## हल एवं संकेत

**Sol<sup>n</sup> 1.** एक रेखीय कोणों का योग =  $180^\circ$

इसलिए,  $5x + 12^\circ + 3x = 180^\circ$

$$8x = 168^\circ$$

$$x = 21^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 2.** प्रश्न चित्र में

$$\Rightarrow \angle AOE + \angle EOD + \angle DOB = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 40^\circ + \angle EOD + 31^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle EOD = 109^\circ$$

$$\Rightarrow \angle COF = \angle EOD = 109^\circ$$

$$\Rightarrow \angle FOB = \angle AOE = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BOC = \angle BOF + \angle COF = 40^\circ + 109^\circ = 149^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 3.** पूरक कोण के लिए

$$2x + 17^\circ + x + 4^\circ = 90^\circ$$

$$3x = 90^\circ - 21^\circ$$

$$x = 23^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 4.**  $5y + 62^\circ + 22^\circ + y = 180^\circ$

$$6y = 180^\circ - 84^\circ$$

$$y = 16^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 5.** सम्पूरक कोण के लिए

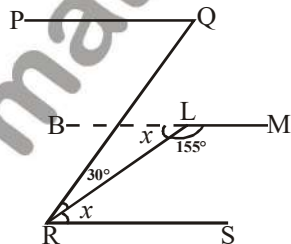
$$13x + 5x = 180^\circ$$

$$18x = 180^\circ$$

$$x = 10^\circ$$

$$\text{बड़ा कोण} = 13 \times 10 = 130^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 6.**

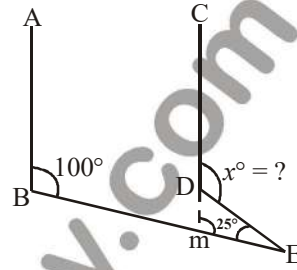


$$\angle BLR = \angle SRL$$

$$\angle BLR = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$$

$$\angle SRL = x = 25^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 7.**



$$\angle ABE = \angle CME = 100^\circ$$

$$\text{और } \angle CDE = (\angle CME + \angle DEM)$$

( $\therefore$  बाह्य कोण प्रमेय से)

$$\angle CDE = 100^\circ + 25^\circ = 125^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 8.** माना कोण  $x$  है,

तब,

$$x = \frac{1}{5}(180^\circ - x)$$

$$x = 30^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 9.** माना कोण  $x$  है,

तब,

$$x + x = 90^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 10.** माना कोण  $x$  है,

तब,

$$\Rightarrow x + x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 90^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 11.**  $\angle COF = \angle DOE = 2x$

$$\angle FOB = \angle AOE = 5x$$

$$\angle COA = \angle DOB = 3x$$

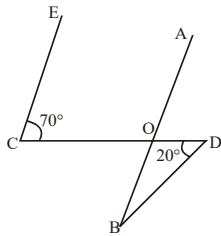
तब,



$$\Rightarrow 2(2x + 3x + 5x) = 360^\circ$$

$$10x = 180^\circ \quad x = 18^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 12.**



EC || AB

$$\Rightarrow \angle ECO : \angle AOD = 70^\circ$$

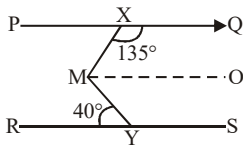
$\angle ECO : \angle AOD$  (संगत कोण)

$$\angle AOD = \angle OBD + \angle ODB$$

$$\angle OBD = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 13.** PQ || RS,  $\angle MXQ = 135^\circ$

$$\angle MYR = 40^\circ$$



$$\angle OMY = \angle RYM = 40^\circ$$

$$\angle MXQ + \angle MXP = 180^\circ$$

तब,

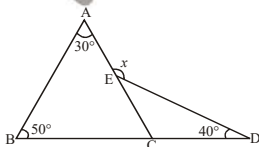
$$\angle MXP = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

AND

$$\angle MXP = \angle XMO = 45^\circ \quad \text{व}$$

$$\begin{aligned} \angle XMY &= \angle XMO + \angle OMY = 45^\circ + 40^\circ \\ &= 85^\circ \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 14.**



$$\angle ACD = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

$$\angle AED = \angle ACD + \angle EDC$$

$$= 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 15.**  $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

$$\angle EDB = 180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 16.**  $y + 90^\circ + 2x + 3x + 105^\circ = 360^\circ$

$$5x + y = 360^\circ - 195^\circ$$

$$5x + y = 165^\circ \quad \dots\dots\dots(i)$$

और  $2x + y + 90^\circ = 180^\circ$

$$2x + y = 90^\circ \quad \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$x = 25^\circ$$

$$y = 40^\circ$$

$$x + y = 25^\circ + 40^\circ = 65^\circ$$

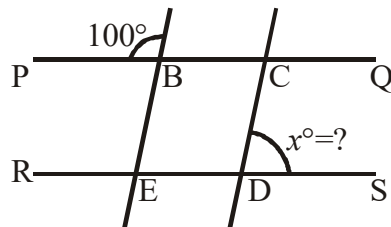
**Sol<sup>n</sup> 17.**  $\angle FGC = \angle CHI = 80^\circ$

**Sol<sup>n</sup> 18.** AB || CD || EF || GH

$$\frac{CE}{AG} = \frac{DF}{BH}$$

$$\Rightarrow DF = \frac{30}{120} \times 100 = 25 \text{ सेमी}$$

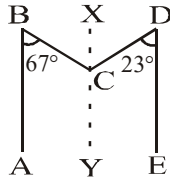
**Sol<sup>n</sup> 19.**



$$\angle ABP = \angle CBE = \angle CDE = 100^\circ$$

$$\angle CDS = 180^\circ - \angle CDE$$

$$= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 20.

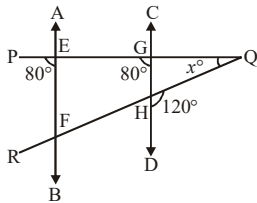
एक समान्तर रेखा इस प्रकार खींची,

$$XY \parallel AB \parallel DE$$

$$\angle XCB = \angle ABC = 67^\circ$$

$$\angle XCD = \angle CDE = 23^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle BCD &= \angle BCX + \angle DCX \\ &= 67^\circ + 23^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

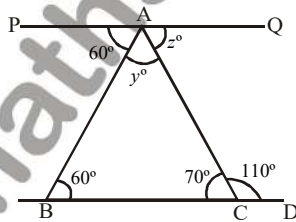
Sol<sup>n</sup> 21.

$$\angle PEF = \angle PGD = 80^\circ$$

$$\angle HGQ = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\angle GQH = 120^\circ - 100^\circ = 20^\circ$$

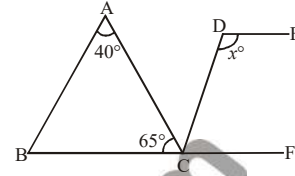
(बाह्य कोण प्रमेय से)

Sol<sup>n</sup> 22.

$$\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 23.  $\angle ABE = \angle CEF = 70^\circ$ 

$$\angle EDF = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 24.

$AB \parallel CD$  और  $DE \parallel BF$

$$\angle ABC = \angle DCF = 180^\circ - 40^\circ - 65^\circ = 75^\circ$$

$$\angle EDC + \angle DCF = 180^\circ$$

$$\angle EDC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 25.  $\angle PEA = \angle POC = 34^\circ$ 

$$\therefore 34^\circ + x + 78^\circ = 180^\circ$$

$$x = 68^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 26.  $x + y = 180^\circ$ 

...(i)

$$x - y = 34^\circ$$

...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से हम पाते हैं कि

$$x = 107^\circ$$

$$y = 73^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 27. माना कोण =  $x^\circ$ 

प्रश्नानुसार,

$$x = 5(90^\circ - x)$$

$$6x = 5 \times 90^\circ$$

$$x = 75^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 28. माना कोण =  $x^\circ$ 

प्रश्नानुसार

$$x = \frac{1}{3}(180^\circ - x)$$

$$x = 45^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 29.  $2x + 3x = 180^\circ$ 

$$x = 36^\circ$$

$$\text{छोटा कोण} = 72^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 30.  $3x + 3x + x + 150^\circ = 368^\circ$ 

$$x = 30^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 31.  $x^\circ = z^\circ = 45^\circ$ 

$$y^\circ = 180^\circ - x^\circ = 135^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 32.  $y = 25^\circ$

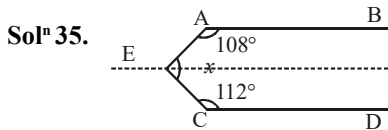
(शीर्षा भिमुख कोण)

Sol<sup>n</sup> 33.  $\angle 1 = 55^\circ$

(एकान्तर कोण)

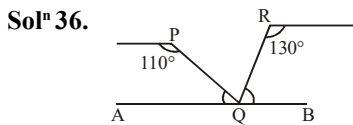
Sol<sup>n</sup> 34.  $x = 360^\circ - (45^\circ + 30^\circ)$

$x = 285^\circ$



$108^\circ + x^\circ + 112^\circ = 360^\circ$

$x = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$



$OP \parallel RS$

$\angle PQA = 70^\circ$

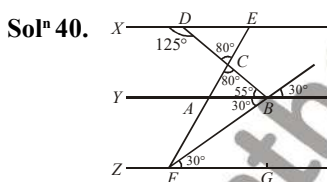
$\angle RQB = 50^\circ$

$\angle PQR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Sol<sup>n</sup> 37.  $\angle z = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$

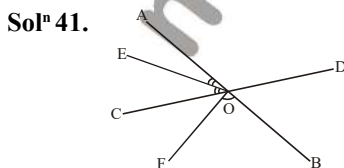
Sol<sup>n</sup> 38.  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

Sol<sup>n</sup> 39. प्रश्न 36 की तरह



$\angle DBY = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

$\angle AFB = 180^\circ - 80^\circ - 55^\circ - 30^\circ = 15^\circ$



$\angle BOC = 130^\circ$

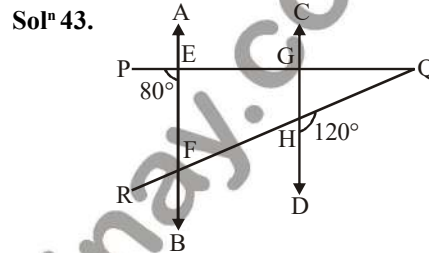
$\angle COF = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$

$\angle FOC = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$

$\angle FOE = 65^\circ + 25^\circ = 90^\circ$

Sol<sup>n</sup> 42.  $\angle DCE = 115^\circ - 70^\circ = 45^\circ$

और  $\angle AEB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$



$\angle PEF = \angle EGH = 80^\circ$

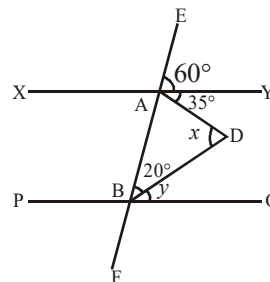
$\angle GHQ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\angle PQR = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$

Sol<sup>n</sup> 44.  $\angle ABO + \angle BOD + \angle ODC = 360^\circ$

$\angle ODC = 360^\circ - 118^\circ - 152^\circ = 90^\circ$

Sol<sup>n</sup> 45.



$XY \parallel PQ$

$\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ - 35^\circ = 85^\circ$

$\Delta ADB$  में,

$\angle BAD + \angle ADB + \angle ABD = 180^\circ$

$85^\circ + x^\circ + 20^\circ = 180^\circ$

$x = 75^\circ$

$\angle EAY = \angle EBQ = 60^\circ$

$\angle EBQ = 20^\circ + y^\circ = 60^\circ$

$y^\circ = 40^\circ$

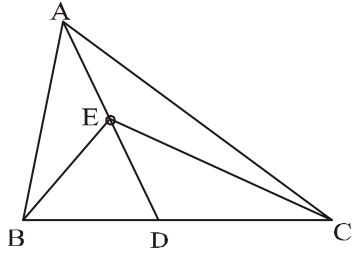
## प्रश्नावली-त्रिभुज

1. यदि किसी त्रिभुज की माध्यिकायें बराबर हैं तो त्रिभुज होगा-
  - (a) समकोण
  - (b) समद्विबाहु
  - (c) समबाहु
  - (d) विषमबाहु
2. एक त्रिभुज का अन्तःकेन्द्र ज्ञात किया जा सकता है-
  - (a) माध्यिकाओं के द्वारा
  - (b) कोण-अर्द्धकों के द्वारा
  - (c) लम्ब समद्विभाजकों के द्वारा
  - (d) लम्ब (ऊँचाई) के द्वारा
3. एक त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात किया जा सकता है-
  - (a) माध्यिकाओं से
  - (b) कोण-अर्द्धकों से
  - (c) लम्ब-समद्विभाजकों से
  - (d) लम्ब (ऊँचाई) से
4. एक त्रिभुज के कोण समद्विभाजकों का कटान बिन्दु होता है-
  - (a) लम्ब केन्द्र
  - (b) केन्द्रक
  - (c) अन्तः केन्द्र
  - (d) परिवृत्त
5.  $\triangle ABC$  में  $AC=5$  सेमी।  $AE$  की लम्बाई ज्ञात करो जहाँ  $DE \parallel BC$ । दिया है  $AD=3$  सेमी तथा  $BD=7$  सेमी
  - (a) 2 सेमी
  - (b) 1 सेमी
  - (c) 1.5 सेमी
  - (d) 2.5 सेमी
6. यदि  $\triangle ABC$  में  $O$  परिकेन्द्र है तथा  $\angle OBC=35^\circ$  है  $\angle BAC$  ज्ञात करो।
  - (a)  $55^\circ$
  - (b)  $110^\circ$
  - (c)  $70^\circ$
  - (d)  $35^\circ$
7.  $\triangle ABC$  में यदि  $G$  केन्द्रक है और  $AD, BE, CF$  तीन माध्यिकाएँ हैं।  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल  $72$  सेमी<sup>2</sup> है तो  $\triangle BDG$  का क्षेत्रफल क्या होगा?
  - (a)  $12$  सेमी<sup>2</sup>
  - (b)  $16$  सेमी<sup>2</sup>
  - (c)  $24$  सेमी<sup>2</sup>
  - (d)  $8$  सेमी<sup>2</sup>
8.  $\triangle ABC$  की तीन माध्यिकाएँ  $AD, BE, CF$  बिन्दु  $G$  पर काटती हैं। यदि  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल  $60$  वर्ग सेमी है तब चतुर्भुज  $BDGF$  का क्षेत्रफल क्या होगा?
  - (a)  $10$  सेमी<sup>2</sup>
  - (b)  $15$  सेमी<sup>2</sup>
  - (c)  $20$  सेमी<sup>2</sup>
  - (d)  $30$  सेमी<sup>2</sup>
9.  $\triangle ABC$  में,  $AD$  माध्यिका है और  $AD = \frac{1}{2} BC$ । यदि  $\angle BAD = 30^\circ$  तब  $\angle ACB$  क्या होगा?
  - (a)  $30^\circ$
  - (b)  $60^\circ$
  - (c)  $90^\circ$
  - (d)  $45^\circ$
10.  $\triangle ABC$  में,  $D$  और  $E$  भुजा  $AB$  और  $AC$  के मध्य बिन्दु हैं  $BC$  को बिन्दु  $P$  तक बढ़ाया जाता है  $DE, DP$  और  $EP$  को मिला दिया जाता है तब-
  - (a)  $\triangle PED = \triangle BEC$
  - (b)  $\triangle ADE = \triangle BEC$
  - (c)  $\triangle BDE = \triangle BEC$
  - (d)  $\triangle PED = \frac{1}{4} \triangle ABC$
11. एक समकोण त्रिभुज  $ABC$  में  $BD$  त्रिभुज  $ABC$  को दो समान परिमाण वाले त्रिभुजों में बाँटती है।  $BD$  की लम्बाई ज्ञात करो। यदि है  $AC = 100, BC = 80, \angle B = 90^\circ$ 
  - (a) 25
  - (b)  $24\sqrt{5}$
  - (c)  $20\sqrt{5}$
  - (d) इनमें से कोई नहीं
12. यदि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात  $9 : 16$  है तब उनकी भुजाओं का अनुपात होगा-
  - (a)  $3 : 5$
  - (b)  $3 : 4$
  - (c)  $4 : 5$
  - (d)  $4 : 3$
13.  $\triangle ABC$  की दो माध्यिकाएँ  $AD$  और  $BE$  बिन्दु  $G$  पर समकोण पर काटती हैं। यदि  $AD = 9$  सेमी और  $BE = 6$  सेमी तब  $BD$  की लम्बाई सेमी में क्या होगी?
  - (a) 10
  - (b) 6
  - (c) 5
  - (d) 3
14.  $\triangle ABC$  में  $PQ$  भुजा  $BC$  के समानान्तर है। यदि  $AP : PB = 1 : 2$  है और  $AQ = 3$  सेमी तब  $AC$  का मान होगा-
  - (a) 6 सेमी
  - (b) 9 सेमी
  - (c) 12 सेमी
  - (d) 8 सेमी

15. एक  $\Delta ABC$  में O अन्तःकेन्द्र है और बिन्दु D भुजा BC पर एक बिन्दु इस प्रकार है कि  $OD \perp BC$  यदि  $\angle BOD = 15^\circ$  तब  $\angle ABC = ?$

- (a)  $75^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $150^\circ$  (d)  $90^\circ$

16.  $\Delta ABC$  के शीर्ष A से भुजा BC पर बिन्दु D को मिलाया जाता है। यदि E भुजा AD का मध्य बिन्दु है तब  $\Delta BEC$  का क्षेत्रफल क्या होगा?

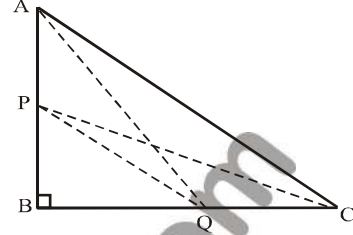


- (a)  $\frac{1}{2}$  क्षेत्रफल ( $\Delta ABC$ )  
(b)  $\frac{1}{3}$  क्षेत्रफल ( $\Delta ABC$ )  
(c)  $\frac{1}{4}$  क्षेत्रफल ( $\Delta ABC$ )  
(d)  $\frac{1}{6}$  क्षेत्रफल ( $\Delta ABC$ )

17. एक त्रिभुज PQR किसी वृत्त जिसकी त्रिज्या 8 सेमी है, के बाहर इस प्रकार बना है, कि स्पर्श बिन्दु T भुजा QR को दो रेखाखण्डों QT व TR में बाँटता है, जिनकी लम्बाइयाँ क्रमशः 14 सेमी व 16 सेमी हैं। यदि त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल 336 सेमी<sup>2</sup> है तो भुजा PQ व PR की माप बताओ।

- (a) 26, 28 (b) 18, 26  
(c) 24, 26 (d) 20, 22

18. समकोण  $\Delta ABC$ , कोण B पर समकोण है, यदि P व Q बिन्दु क्रमशः भुजा AB व AC पर हैं, तब

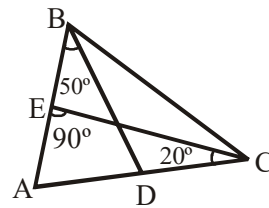


- (a)  $AQ^2 + CP^2 = (AC^2 + PQ^2)$   
(b)  $2(AQ^2 + CP^2) = AC^2 + PQ^2$   
(c)  $AQ^2 + CP^2 = AC^2 + PQ^2$   
(d)  $AQ + CP = \frac{1}{2}(AC + PQ)$

19. त्रिभुज ABC में B व C पर बने बाह्य कोणों का योग होगा।

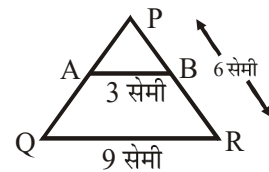
- (a)  $180^\circ + \angle BAC$  (b)  $180^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC$   
(c)  $180^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC$  (d)  $180^\circ + 2 \angle BAC$

20. दिये गये चित्र में  $CE \perp AB$ ,  $\angle ACE = 20^\circ$  तथा  $\angle ABD = 50^\circ$ . तो  $\angle BDA$  का मान होगा।



- (a)  $50^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $70^\circ$  (d)  $80^\circ$

21. दिये गये चित्र में  $AB \parallel QR$  तो PB की लम्बाई क्या होगी।



- (a) 2 सेमी (b) 3 सेमी  
(c) 2.5 सेमी (d) 4 सेमी
22.  $\Delta ABC$  का क्षेत्रफल = 30 सेमी<sup>2</sup> है, तथा D व E, क्रमशः BC व AC के मध्य बिन्दु हैं, तो  $\Delta BDE$  का क्षेत्रफल होगा।  
(a) 10 सेमी<sup>2</sup> (b) 7.5 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 15 सेमी<sup>2</sup> (d) 30 सेमी<sup>2</sup>
23.  $\Delta ABC$  में P व Q क्रमशः भुजा AB व AC के मध्य बिन्दु हैं, तथा रेखाखण्ड PQ पर R कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि  $PR : RQ = 1 : 2$  यदि  $PR = 2$  सेमी तो  $BC = ?$   
(a) 4 सेमी (b) 2 सेमी  
(c) 12 सेमी (d) 6 सेमी
24. समबाहु त्रिभुज के अन्दर बने अन्तःवृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है, तो त्रिभुज की प्रत्येक माध्यिका की लम्बाई क्या होगी।  
(a) 12 सेमी (b)  $\frac{9}{2}$  सेमी  
(c) 4 सेमी (d) 9 सेमी
25. यदि  $AB \parallel CD$  तथा  $CE \perp ED$  तो  $x^\circ$  का मान बताओ।
- 
- (a)  $53^\circ$  (b)  $63^\circ$   
(c)  $37^\circ$  (d)  $45^\circ$
26. आयत ABCD की एक भुजा AB का बिन्दुओं X, Y, तथा Z द्वारा चार बराबर भागों में बाँटा गया है, तो  $\frac{\Delta XYD \text{ का क्षेत्रफल}}{\text{आयत ABCD का क्षेत्रफल}}$  का अनुपात होगा।  
(a)  $\frac{1}{7}$  (b)  $\frac{1}{6}$   
(c)  $\frac{1}{9}$  (d)  $\frac{1}{8}$
27. त्रिभुज के दो कोणों का रेडियन मान  $\frac{1}{2}$  व  $\frac{1}{3}$  है, तो तीसरे कोण का मान डिग्री में होगा।  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ .  
(a)  $132\frac{1}{11}^\circ$  (b)  $32\frac{2}{11}^\circ$   
(c)  $132\frac{3}{11}^\circ$  (d)  $132^\circ$
28.  $\Delta ABD$  इस प्रकार है, कि  $\angle ADB = 20^\circ$  तथा BD पर कोई बिन्दु C इस प्रकार है, कि  $AB = AC$  तथा  $CD = CA$  तो कोण  $\angle ABC$  का मान ज्ञात कीजिए।  
(a)  $40^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $30^\circ$
29. त्रिभुज की दो भुजाओं की लम्बाई 4 सेमी व 10 सेमी है, यदि तीसरी भुजा की लम्बाई  $a$  सेमी हो तो:  
(a)  $a < 6$  (b)  $6 < a < 14$   
(c)  $a > 5$  (d)  $6 \leq a \leq 12$
30.  $\Delta ABC$  की भुजा BC को बिन्दु D तक बढ़ाया गया। यदि  $\angle ACD = 120^\circ$  तथा  $\angle B = \frac{1}{2} \angle A$  का मान बताओ।  
(a)  $108^\circ$  (b)  $80^\circ$   
(c)  $36^\circ$  (d)  $72^\circ$
31. O, त्रिभुज ABC का परिकेन्द्र है, तथा परिवृत्त की त्रिज्या 13 सेमी है। माना  $BC = 24$  सेमी तथा OD, BC पर लम्ब है, तो OD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।  
(a) 3 (b) 4  
(c) 5 (d) 7
32. त्रिभुज के प्रत्येक कोण का मान  $15^\circ$  कम करने पर कोणों का अनुपात  $2 : 3 : 5$  है, तो बड़े कोण का मान

रेडियन में ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\frac{11\pi}{24}$  (b)  $\frac{\pi}{24}$   
 (c)  $\frac{5\pi}{24}$  (d)  $\frac{7\pi}{12}$

33. समकोण त्रिभुज ABC में कोण  $\angle B$  समकोण है, तथा  $AC = 2\sqrt{5}$  सेमी यदि  $AB - BC = 2$  सेमी तो  $(\cos^2 A - \cos^2 C)$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\frac{3}{5}$  (b)  $\frac{6}{5}$   
 (c)  $\frac{3}{10}$  (d)  $\frac{2}{5}$

34. दो समरूप त्रिभुजो  $\Delta ABC$  व  $\Delta PQR$  का परिमाण क्रमशः 36 सेमी व 24 सेमी है, यदि  $PQ = 10$  तो  $AB$  का मान बताओ।

- (a) 10 (b) 15  
 (c) 20 (d) 25

35.  $\Delta ABC$  व  $\Delta DEF$  समरूप त्रिभुज हैं, तथा उनके क्षेत्रफल क्रमशः 64 सेमी<sup>2</sup> व 121 सेमी<sup>2</sup> हैं यदि  $EF = 15.4$  सेमी तो  $BC$  का मान होगा।

- (a) 11.2 (b) 12.1  
 (c) 11.0 (d) 12.3

36.  $\Delta ABC$  में, कोण  $\angle A$  समकोण है, तथा  $AD$ , भुजा  $BC$  पर लम्ब है। यदि  $AD = 4$  सेमी,  $BC = 12$  सेमी तो  $(\cot B + \cot C)$  का मान होगा।

- (a) 4 (b)  $\frac{3}{2}$   
 (c) 6 (d) 3

37.  $\Delta ABC$  में,  $AD$ , शीर्ष  $A$  से भुजा  $BC$  पर डाला गया लम्ब है। यदि  $AD^2 = BD \cdot CD$  तो  $\angle BAC$  का मान होगा।

- (a)  $60^\circ$  (b)  $90^\circ$   
 (c)  $30^\circ$  (d)  $45^\circ$

38. समकोण त्रिभुज ABC में,  $AB = 2.5$  सेमी,  $\cos B = 0.5$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$  तो भुजा  $AC$  की लम्बाई सेमी में होगी।

- (a)  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$  (b)  $\frac{5\sqrt{3}}{16}$   
 (c)  $5\sqrt{3}$  (d)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

39.  $\Delta ABC$  में,  $D, E$  व  $F$  क्रमशः भुजा  $AB, BC$  व  $CA$  के मध्य बिन्दु हैं तथा  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 6$  सेमी,  $BC = 8$  सेमी, तो  $\Delta DEF$  का क्षेत्रफल (सेमी<sup>2</sup> में) होगा।

- (a) 6 (b) 12  
 (c) 24 (d) 28

40. त्रिभुज  $ABC$  में कोण  $B$  व  $C$  क्रमशः कोण  $A$  के 1.5 तथा 2.5 गुने हैं तो कोण  $B$  का मान होगा।

- (a)  $48^\circ$  (b)  $72^\circ$   
 (c)  $36^\circ$  (d)  $54^\circ$

41. त्रिभुज  $ABC$  में  $AB = 12$  सेमी,  $\angle B = 60^\circ$  तथा  $A$  से डाला गया लम्ब  $BC$  को  $D$  पर मिलता है।  $\angle ABC$  का अर्द्धक  $AD$  को  $E$  पर मिलता है, तो  $E, AD$  को किस अनुपात में विभाजित करेगा।

- (a) 1:1 (b) 2:1  
 (c) 3:1 (d) 6:1

42. यदि  $P$  परिमाण को तथा  $S$  त्रिभुज के शीर्षों से त्रिभुज के अन्दर किसी बिन्दु की दूरियों के योग को निरूपित करता है, तब:

- (a)  $S < P$  (b)  $S \leq P$   
 (c)  $P < S$  (d)  $P < 2S$

43. एक त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 12 सेमी, 16 सेमी व 20 सेमी है, तो इस त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या होगी।

- (a) 15 सेमी (b) 10 सेमी  
 (c) 18 सेमी (d) 16 सेमी

44. यदि BE व CD, त्रिभुज ABC की दो माध्यिकाएँ हैं, जो एक-दूसरे को G पर प्रतिच्छेद करती हैं, तथा EF, AG को O पर काटती हैं, तो AO : OG का मान होगा।

(a) 1:1 (b) 1:2  
(c) 2:1 (d) 3:1

45. O व C क्रमशः न्यूनकोण त्रिभुज PQR के लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र हैं। बिन्दु P व Q को जोड़ा गया तथा आगे बढ़ाने पर भुजा QR से S पर मिलता है। यदि  $\angle PQS = 60^\circ$  तथा  $\angle QCR = 130^\circ$  तो  $\angle RPS = ?$

(a)  $30^\circ$  (b)  $35^\circ$   
(c)  $100^\circ$  (d)  $60^\circ$

46. त्रिभुज ABC की भुजा AC पर कोई बिन्दु D है, यदि P, Q, X व Y क्रमशः भुजा AB, BC, AD तथा DC के मध्य बिन्दु हैं, तो PX व QY का अनुपात क्या होगा।

(a) 1:2 (b) 1:1  
(c) 2:1 (d) 2:3

47.  $\Delta ABC$  में,  $DE \parallel BC$  तथा  $DE : BC = 3 : 5$  तो,  $(\Delta ADE)$  का क्षेत्रफल (समलम्ब BDEC) का क्षेत्रफल का अनुपात होगा।

(a) 3:2 (b) 3:5  
(c) 9:25 (d) 9:16

48. ABCD एक वर्ग है। BCE व ACF समबाहु त्रिभुज हैं, जो क्रमशः भुजा BC व विकर्ण AC पर बने हैं, तो  $(\Delta BCE)$  का क्षेत्रफल  $(\Delta ACF)$  का क्षेत्रफल का अनुपात होगा।

(a) 1:2 (b) 2:1  
(c) 4:1 (d) 1:4

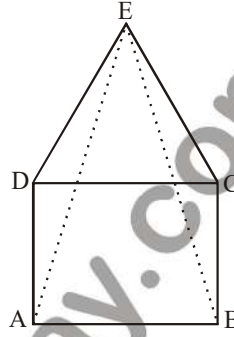
49. यदि त्रिभुज का एक कोण  $108^\circ$  है, तो दो न्यूनकोणों के आन्तरिक कोण अर्द्धकोणों के मध्य बने कोण का मान होगा।

(a)  $144^\circ$  (b)  $54^\circ$   
(c)  $72^\circ$  (d)  $136^\circ$

50.  $\Delta ABC$ , कोण A पर समकोण है,  $AB = 3$  इकाई,  $AC = 4$  इकाई तथा AD, BC पर लम्ब है, तो  $\Delta ADB$  का क्षेत्रफल होगा।

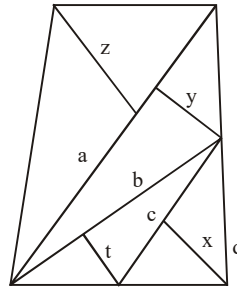
(a)  $\frac{9}{25}$  वर्ग इकाई (b)  $\frac{54}{25}$  वर्ग इकाई  
(c)  $\frac{72}{25}$  वर्ग इकाई (d)  $\frac{96}{25}$  वर्ग इकाई

51. दिये गये चित्र में यदि ABCD एक वर्ग तथा DCE एक समबाहु त्रिभुज है, तो  $\angle DAE$  का मान होगा।



(a)  $45^\circ$  (b)  $30^\circ$   
(c)  $15^\circ$  (d)  $22\frac{1}{2}$

52. एक सर्वेक्षक अपने खेत में कुछ प्लॉट बनाता है, जिन्हें चित्र में दर्शाया गया है, तो प्लॉट का क्षेत्रफल होगा।



(a)  $\frac{1}{2}(az + by + ct + dx)$

(b)  $\frac{1}{2}(bt + cx + ay + az)$

(c)  $\frac{1}{2}(cx + bt + by + az)$

(d)  $\frac{1}{2}(b+t)(c+x) + \frac{1}{2}(a+b)(y+z)$



53. त्रिभुज ABC में, बिन्दु D, E व F क्रमशः भुजाओं AB, BC व CA के मध्य बिन्दु है। यदि  $\angle BAC = 70^\circ$  तो  $\angle DEF$  का मान होगा।

- (a)  $130^\circ$  (b)  $70^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $50^\circ$

54.  $\triangle ABC$  में बिन्दु D व E क्रमशः भुजाओं AB व AC पर इस प्रकार हैं कि  $DE \parallel BC$  तथा DE,  $\triangle ABC$  का दो बराबर क्षेत्रफल वाले भागों में बाँटती है, तो AD व BD का अनुपात होगा।

- (a)  $1:\sqrt{2}$  (b)  $1:\sqrt{2}+1$   
(c)  $1:1$  (d)  $1:\sqrt{2}-1$

55. O,  $\triangle ABC$  के अन्दर कोई बिन्दु है।  $\angle AOB$ ,  $\angle BOC$  व  $\angle COA$  के कोण अर्द्धक भुजाओं AB, BC व CA पर क्रमशः D, E व F बिन्दुओं पर मिलते हैं। तो  $AD \times BE \times CF$  का मान होगा।

- (a) DB.EC.FA (b) DB.AC.FA  
(c) AB.EC.FA (d) DB.EC.AC

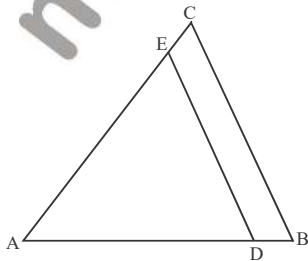
56.  $\triangle ABC$  में, AD एक माध्यिका है।  $\angle ADB$  व  $\angle ADC$  के कोण अर्द्धक, AB व AC से क्रमशः E व F बिन्दुओं पर मिलते हैं यदि  $AE:BE = 3:4$ , तो EF:BC का मान होगा।

- (a) 3:4 (b) 4:3  
(c) 7:3 (d) 3:7

57. समबाहु त्रिभुज ABC में, यदि  $AD \perp BC$  तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है।

- (a)  $2AB^2 = 3AD^2$  (b)  $3AB^2 = 4AD^2$   
(c)  $5AB^2 = 6AD^2$  (d)  $4AB^2 = 5AD^2$

58.



ऊपर दिये गये चित्र में,  $DE \parallel BC$ ,  $AD = x$ ,  $AE = x+2$ ,  $DB = x-2$  तथा  $EC = x-1$  तो x का मान होगा।

- (a) 3 (b) 4  
(c) -3 (d) -4

59. ABC एक समबाहु त्रिभुज है, P व Q दो बिन्दु  $\overline{AB}$  व  $\overline{AC}$  पर इस प्रकार हैं कि  $PQ \parallel BC$  यदि  $PQ = 5$  सेमी तो  $\triangle APQ$  का क्षेत्रफल होगा।

- (a) 25 सेमी<sup>2</sup> (b)  $\frac{25\sqrt{3}}{4}$  सेमी<sup>2</sup>

- (c)  $\frac{25}{\sqrt{3}}$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $25\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup>

60.  $\triangle PQR$ , कोण Q पर समकोण है,  $PR = 5$  सेमी,  $QR = 4$  सेमी, यदि दूसरे  $\triangle ABC$  की भुजाएँ 3 सेमी, 4 सेमी व 5 सेमी हैं, तो निम्न में से कौन-सा सत्य है।

- (a)  $\triangle PQR$  का क्षेत्रफल,  $\triangle ABC$  का दोगुना है।  
(b)  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल,  $\triangle PQR$  का दोगुना है।

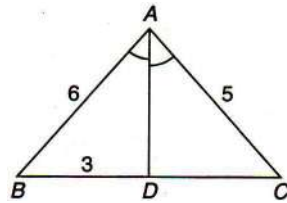
(c)  $\angle B = \frac{\angle Q}{2}$

(d) दोनों त्रिभुज समरूप हैं।

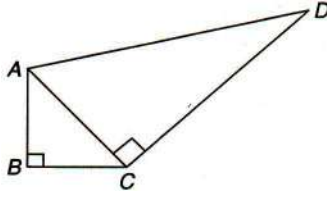
61.  $\triangle ABC$  व  $\triangle DEF$  में दिया गया है कि  $AB = 5$  सेमी,  $BC = 4$  सेमी,  $CA = 4.2$  सेमी,  $DE = 10$  सेमी,  $EF = 8$  सेमी तथा  $FD = 8.4$  सेमी यदि AL, BC पर लम्ब है, तथा DM, EF पर लम्ब है, तो AL व DM का अनुपात होगा।

- (a) 1/2 (b) 1/3  
(c) 1/4 (d) 1

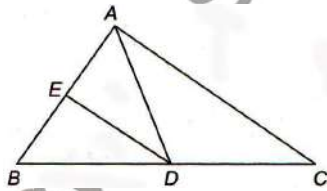
62. दिये गये चित्र में AD,  $\angle BAC$  का कोण अर्द्धक है,  $AB = 6$  सेमी, तथा  $BD = 3$  सेमी तो DC का मान बताओ।



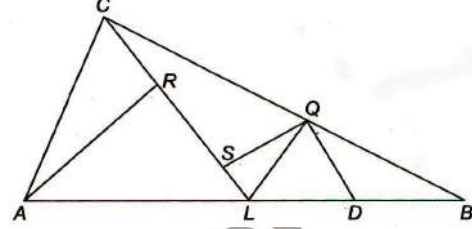
- (a) 11.3 सेमी (b) 2.5 सेमी  
(c) 3.5 सेमी (d) 4 सेमी
63. दिये गये चित्र में  $\triangle ABC$  व  $\triangle ACD$  समकोण त्रिभुज हैं, तथा  $AB = x$  सेमी,  $BC = y$  सेमी,  $CD = z$  सेमी तथा  $x \cdot y = z$  तथा  $x, y$  व  $z$  का मान न्यूनतम पूर्णांक संख्या है, तो  $ABCD$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



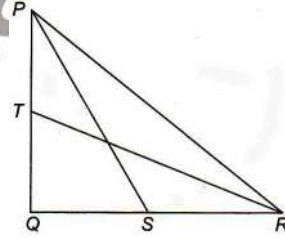
- (a) 36 सेमी<sup>2</sup> (b) 64 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 24 सेमी<sup>2</sup> (d) 25 सेमी<sup>2</sup>
64. त्रिभुज  $ABC$  की भुजाओं  $AB$  व  $AC$  पर दो बिन्दु  $D$  व  $E$  इस प्रकार हैं, कि  $AD = \frac{1}{3} AB$ ,  $AE = \frac{1}{3} AC$ , यदि  $BC$  की लम्बाई 15 सेमी है, तो  $DE$  की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
- (a) 10 सेमी (b) 8 सेमी  
(c) 6 सेमी (d) 5 सेमी
65. दिये गये चित्र में  $ABC$  एक त्रिभुज है, जिसमें  $AD$  व  $DE$  दो माध्यिकाएँ क्रमशः भुजाएँ  $BC$  व  $AB$  पर खींची गई हैं। तो  $\triangle BED$  व  $\triangle ABC$  के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।



- (a) 1 : 4 (b) 1 : 16  
(c) आँकड़े अधूरे हैं। (d) इसमें से कोई नहीं
66. नीचे दिये गये चित्र (जो पैमाने द्वारा नहीं बना है)  $L$ ,  $AB$  पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि  $AL : LB = 4 : 3$ ,  $LQ$ ,  $AC$  के समान्तर तथा  $QD$ ,  $CL$  के समान्तर है।  $\triangle ARC$  में  $\angle ARC = 90^\circ$  तो  $AL : LD$  का अनुपात ज्ञात करो।



- (a) 3 : 7 (b) 4 : 3  
(c) 7 : 3 (d) 8 : 3
67. नीचे दिये गये चित्र में  $PS$  व  $RT$  माध्यिकाएँ हैं, जिनमें प्रत्येक की लम्बाई 4 सेमी है। त्रिभुज  $PQR$ , कोण  $Q$  पर समकोण है, तो त्रिभुज  $PQR$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



- (a) 5.2 (b) 6.4  
(c) 6.2 (d) 7.2
68.  $\triangle ABC$  एक समकोण त्रिभुज है,  $AB = 6$  सेमी,  $BC = 8$  सेमी और  $AC = 10$  सेमी तो अन्तःवृत्त की त्रिज्या क्या होगी।
- (a) 1 सेमी (b) 2 सेमी  
(c) 3 सेमी (d) 4 सेमी
69. एक समकोण त्रिभुज जिसका कर्ण  $p$  सेमी तथा एक भुजा  $q$  सेमी है, यदि  $p - q = 1$ , तो त्रिभुज की तीसरी भुजा ज्ञात कीजिए।
- (a)  $\sqrt{2q+1}$  सेमी (b)  $\sqrt{2p+1}$   
(c)  $\sqrt{p^2 + q^2}$  (d) इनमें से कोई नहीं।
70.  $ABC$  एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज है, जो कोण  $B$  पर समकोण है, समरूप त्रिभुज  $ACD$  व  $ABE$  क्रमशः भुजा  $AC$  व  $AB$  पर बनाये गये हैं, तो  $\triangle ABE$  व  $\triangle ACD$  के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?
- (a) 1 : 2 (b) 2 : 1  
(c) 1 : 4 (d) 4 : 1

71. ABC एक त्रिभुज है, जो कोण C पर समकोण है, तथा त्रिभुज के शीर्ष AB, व C के सम्मुख भुजाओं की लम्बाइयाँ क्रमशः  $u$  इकाई,  $v$  इकाई,  $w$  इकाई है, तो  $\tan A + \tan B$  का मान ज्ञात कीजिए।

(a)  $\frac{u^2}{(vw)}$  (b) 1

(c)  $u + v$  (d)  $\frac{w^2}{(uv)}$

72.  $\Delta ABC$  में,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 5$  सेमी,  $BC = 12$  सेमी यदि Q केन्द्रक है, तो BQ का मान बताओ।

(a)  $3\frac{1}{2}$  सेमी (b)  $4\frac{1}{3}$  सेमी

(c)  $4\frac{1}{2}$  सेमी (d)  $5\frac{1}{2}$  सेमी

73. त्रिभुज ABC में, भुजा AB व AC की लम्बाई क्रमशः 17.5 सेमी व 9 सेमी है। तथा रेखाखण्ड BC पर बिन्दु D इस प्रकार है, कि AD, BC पर लम्ब हैं यदि  $AD = 3$  सेमी तो त्रिभुज ABC के परिवृत्त की त्रिज्या (सेमी में) क्या होगी।

(a) 27.85 (b) 32.25

(c) 26.25 (d) 22.45

74.  $\Delta PQR$  में भुजा PR व PQ पर क्रमशः बिन्दु S व T इस प्रकार हैं कि  $\angle PQR = \angle PST$  यदि  $PT = 5$  सेमी,  $PS = 3$  सेमी तथा  $TQ = 3$  सेमी तो SR की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(a) 5 सेमी (b) 6 सेमी

(c)  $\frac{31}{3}$  सेमी (d)  $\frac{41}{3}$  सेमी

75. किसी त्रिभुज की भुजाएं गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तथा उनका सार्वनुपात  $r < 1$  है। यदि त्रिभुज समकोण त्रिभुज हो तो  $r^2$  का मान होगा।

(a)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$  (b)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

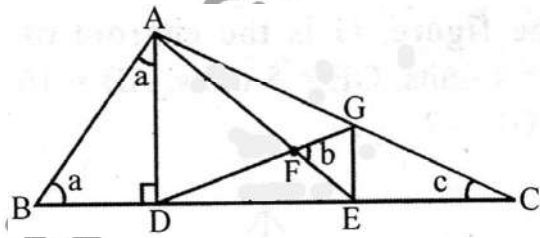
(c)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

76. ABC एक त्रिभुज है, जिसमें  $AB = AC$  माना BC को D तक बढ़ाया जाता है, कि EF, AB के समान्तर है, इस प्रकार एक चतुर्भुज ECDF बनता है। यदि  $\angle ABC = 65^\circ$  तथा  $\angle EFD = 50^\circ$  तो  $\angle FDC$  का मान ज्ञात कीजिए।

(a)  $43^\circ$  (b)  $41^\circ$

(c)  $37^\circ$  (d)  $65^\circ$

77.  $\Delta ABC$  में (जो पैमाना द्वारा नहीं बना है)  $AD = AG = GC$  तथा  $FD = FG$  तो  $a + b + c$  का मान ज्ञात करो।



(a)  $210^\circ$  (b)  $165^\circ$

(c)  $135^\circ$  (d)  $175^\circ$

78. त्रिभुज PQR में, PS, भुजा QR पर खींची गई एक माध्यिका है, PS की लम्बाई ज्ञात कीजिए यदि  $PQ = PR = 5$  सेमी तथा  $QR = 4$  सेमी

(a)  $\sqrt{21}$  सेमी (b)  $\sqrt{19}$  सेमी

(c)  $\sqrt{30}$  सेमी (d) इनमें से कोई नहीं

79. त्रिभुज ABC में,  $\angle BAC$  का कोण-अर्द्धक, भुजा BC को D पर प्रतिच्छेदित करता है, तथा  $\Delta ABC$  के परिवृत्त को बिन्दु E पर काटता है, तथा  $AB \cdot AC + DE \cdot AE =$

(a)  $AD^2$  (b)  $AE^2$

(c)  $CE^2$  (d)  $CD^2$

80. एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा  $14\sqrt{3}$  सेमी है, तो  $\frac{1}{3}$  के दूरी के बिन्दु (I से) में होगा।

(a) 450 (b) 308

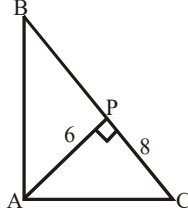
(c) 154 (d) 77

81. एक त्रिभुजाकार क्षेत्र जिसकी ऊँचाई AD  $20\sqrt{2}$  सेमी है, तथा क्षेत्र को एक सीधी रेखा L जो सीधी रेखा BC के समान्तर है, के द्वारा दो बराबर क्षेत्रफल वाले भागों में बाँटा गया है। बिन्दु A से L की लम्बवत् दूरी क्या होगी?

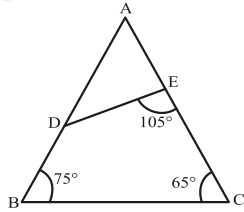
(a) 10 सेमी (b)  $10\sqrt{2}$  सेमी

(c) 15 सेमी (d) 20 सेमी

82. दिये गये चित्र में  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AP = 6$  सेमी,  $PC = 8$  सेमी तथा  $\angle APC = 90^\circ$  तो  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (जहाँ P, BC पर कोई बिन्दु है।)



- (a) 75 सेमी<sup>2</sup> (b) 240 सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $\frac{75}{2}$  सेमी<sup>2</sup> (d) 150 सेमी<sup>2</sup>
83.  $\triangle ABC$  में,  $AB = BC$  तथा  $\angle BAC = 15^\circ$ ,  $AB = 10$  सेमी तो  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात करो।  
 (a) 50 सेमी<sup>2</sup> (b) 40 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 25 सेमी<sup>2</sup> (d) 32 सेमी<sup>2</sup>
84.  $\triangle ABC$  में, G केन्द्रक है।  $AB = 15$  सेमी,  $BC = 18$  सेमी, तथा  $AC = 25$  सेमी, GD का मान क्या होगा जहाँ D, भुजा BC का मध्य-बिन्दु है।  
 (a)  $\frac{1}{2}\sqrt{86}$  सेमी (b)  $\frac{1}{3}\sqrt{86}$  सेमी  
 (c)  $\frac{7}{3}\sqrt{86}$  सेमी (d)  $\frac{2}{3}\sqrt{86}$  सेमी
85.  $\triangle ABC$  में,  $\angle B$  का अर्द्धक AC का D पर मिलता है, एक रेखा  $PQ \parallel AC$ , AB, BC व BD से क्रमशः P, Q व R पर मिलती है, तथा  $AB \times CQ = ?$   
 (a)  $AP \times BC$  (b)  $BC \times AB$   
 (c)  $CQ \times AB$  (d)  $RQ \times BA$
86. दिये गये चित्र में यदि  $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$  तथा  $AE = 10$  सेमी तो AB का मान ज्ञात कीजिए।



- (a) 16 सेमी (b) 12 सेमी

- (c) 15 सेमी (d) 18 सेमी

87. त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें  $AB = AC$  तथा  $\angle A = 2\angle B$ ,  $AB = 4$  सेमी तो अन्तः त्रिज्या व परि-त्रिज्या का अनुपात क्या होगा।

- (a) 1:2 (b)  $(\sqrt{2}-1):1$

- (c)  $1:(2\sqrt{2}+1)$  (d) इनमें से कोई नहीं

88. त्रिभुज ABC में भुजा BC के समान्तर एक सीधी रेखा AB व AC का क्रमशः D व E पर प्रतिच्छेद करती है, यदि  $AB = 2AD$  तो DE : BC का मान होगा।

- (a) 2:3 (b) 1:2

- (c) 3:1 (d) 1:3

89. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज इस प्रकार है कि  $AB = AC$  तथा AD, आधार BC पर एक माध्यिका है, यदि  $\angle ABC = 35^\circ$  तो  $\angle BAD$  का मान ज्ञात करो।

- (a)  $35^\circ$  (b)  $55^\circ$

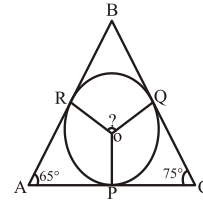
- (c)  $70^\circ$  (d)  $110^\circ$

90. यदि  $\triangle ABC$  में बिन्दु D, E व F क्रमशः भुजाओं BC, CA व AB के मध्य बिन्दु हैं तो त्रिभुज DEF निम्न त्रिभुज/त्रिभुजों में सर्वांगसम होगा।

- (a) ABC (b) AEF

- (c) BFD, CDE (d) AFE, BFD, CDE

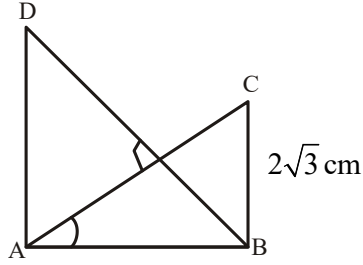
91.  $\triangle ABC$  में, O, अन्तः केन्द्र है,  $\angle BAC = 65^\circ$  तथा  $\angle BCA = 75^\circ$  तो  $\angle ROQ$  का मान ज्ञात कीजिए।



- (a)  $80^\circ$  (b)  $120^\circ$

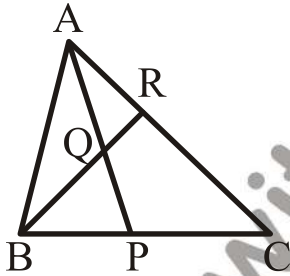
- (c)  $140^\circ$  (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।

92. नीचे दिये गये चित्र में ABC, कोण B पर समकोण है, तथा  $\triangle ABD$  कोण A पर समकोण है, यदि BD, AC पर लम्ब है, तथा  $BC = 2\sqrt{3}$  सेमी,  $\angle CAB = 30^\circ$  तो AD की लम्बाई क्या होगी?



- (a)  $5\sqrt{3}$  सेमी (b)  $4\sqrt{3}$  सेमी  
(c)  $7\sqrt{3}$  सेमी (d)  $6\sqrt{3}$  सेमी

93. चित्र में, P, BC का मध्य बिन्दु है, तथा Q, AP का मध्य बिन्दु है, यदि BQ को आगे बढ़ाया जाता है, तो वह AC से R पर मिलती है, तब  $\frac{RA}{CA} = ?$



- (a)  $\frac{1}{3}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
(c) 1 (d)  $\frac{3}{4}$

94. त्रिभुज ABC में,  $\angle BAC$  का कोण-अर्द्धक भुजा BC को D तथा  $\triangle ABC$  के परिवृत्त को E पर प्रतिच्छेदित करता है। यदि  $AC = 4$  सेमी,  $AD = 5$  सेमी,  $DE = 3$  सेमी तो AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।  
(a) 10 (b) 4  
(c) 15 (d) 8

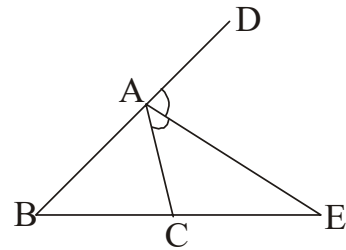
95. त्रिभुज ABC में,  $AB + BC = 12$  सेमी,  $BC + CA = 14$  सेमी तथा  $CA + AB = 18$  सेमी तो वृत्त की त्रिज्या (सेमी में) ज्ञात कीजिए यदि परिमाप, त्रिभुज के परिमाप के बराबर है।

- (a)  $\frac{5}{2}$  (b)  $\frac{7}{2}$   
(c)  $\frac{9}{2}$  (d)  $\frac{11}{2}$

96. समकोण त्रिभुज XYZ, कोण Y पर समकोण है, यदि  $XY = 2\sqrt{6}$  तथा  $XZ - YZ = 2$  तो  $\sec X + \tan X$  का मान होगा।

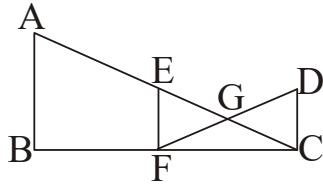
- (a)  $\frac{1}{\sqrt{6}}$  (b)  $\sqrt{6}$   
(c)  $2\sqrt{6}$  (d)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

97. दिये गये चित्र में  $\angle CAD$  का कोण-अर्द्धक AE, BC को आगे बढ़ाने पर D पर मिलता है। यदि  $AB = 10$  सेमी,  $AC = 6$  सेमी, तथा  $BC = 12$  सेमी हो तो CE का मान ज्ञात कीजिए।



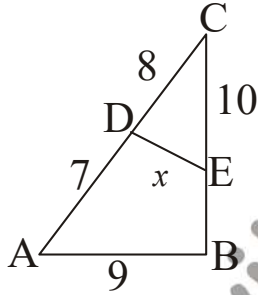
- (a) 6 सेमी (b) 12 सेमी  
(c) 18 सेमी (d) 20 सेमी

98. दिये गये चित्र में, AB, EF तथा CD समान्तर रेखाएँ हैं, दिया गया है, कि  $EG = 5$  सेमी,  $GC = 10$  सेमी तथा  $DC = 18$  सेमी, तो EF का मान बताओ।



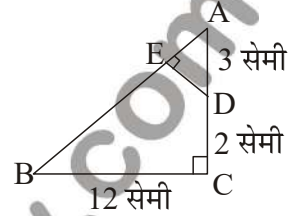
- (a) 11 सेमी (b) 5 सेमी  
(c) 6 सेमी (d) 9 सेमी

99. दिये गये चित्र में  $\angle A = \angle CED$ , तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



- (a) 5 (b) 6  
(c) 7 (d) 8
100. त्रिभुज ABC में, भुजाओं AB, AC व BC की लम्बाई 3सेमी, 5सेमी व 6सेमी हैं, यदि बिन्दु D, भुजा BC पर इस प्रकार है, कि रेखा AD,  $\angle A$  को आन्तरिक समद्विभाजित करती है, तो BD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
- (a) 2 सेमी (b) 2.25 सेमी  
(c) 2.5 सेमी (d) 3 सेमी

101. दिये गये चित्र में  $\triangle ABC$ , कोण C पर समकोण है, तथा  $DE \perp AB$  तो AE की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



- (a)  $AE = \frac{15}{13}$  सेमी  
(b)  $AE = \frac{13}{15}$  सेमी  
(c)  $AE = \frac{11}{13}$  सेमी  
(d)  $AE = \frac{11}{15}$  सेमी

102. त्रिभुज ABC की भुजा BC पर D कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि  $AD \perp BC$  तथा AD पर बिन्दु E इस प्रकार है, कि  $AE : ED = 5 : 1$  यदि  $\angle BAD = 30^\circ$  तथा  $\tan(\angle ACB) = 6 \tan(\angle DBE)$  तो  $\angle ACB = ?$

- (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $15^\circ$

103. एक त्रिभुज जिसकी भुजाएँ क्रमशः 21 सेमी, 72 सेमी, 75 सेमी है, तो त्रिभुज के अन्तःवृत्त व परिवृत्त की त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिए।

- (a) 9 सेमी, 37.5 सेमी (b) 8 सेमी, 13 सेमी  
(c) 19 सेमी, 12 सेमी (d) 6 सेमी, 15 सेमी

## उत्तरमाला

- |          |          |          |          |         |         |         |         |         |
|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (c)   | 2. (b)   | 3. (c)   | 4. (c)   | 5. (c)  | 6. (a)  | 7. (a)  | 8. (c)  | 9. (b)  |
| 10. (d)  | 11. (b)  | 12. (b)  | 13. (c)  | 14. (b) | 15. (c) | 16. (a) | 17. (a) | 18. (c) |
| 19. (a)  | 20. (b)  | 21. (a)  | 22. (b)  | 23. (c) | 24. (d) | 25. (a) | 26. (d) | 27. (c) |
| 28. (a)  | 29. (b)  | 30. (b)  | 31. (c)  | 32. (a) | 33. (a) | 34. (b) | 35. (a) | 36. (d) |
| 37. (b)  | 38. (a)  | 39. (a)  | 40. (d)  | 41. (b) | 42. (d) | 43. (b) | 44. (d) | 45. (b) |
| 46. (b)  | 47. (d)  | 48. (a)  | 49. (a)  | 50. (b) | 51. (c) | 52. (b) | 53. (b) | 54. (d) |
| 55. (a)  | 56. (d)  | 57. (b)  | 58. (b)  | 59. (b) | 60. (d) | 61. (a) | 62. (b) | 63. (a) |
| 64. (d)  | 65. (a)  | 66. (c)  | 67. (b)  | 68. (b) | 69. (a) | 70. (a) | 71. (b) | 72. (b) |
| 73. (c)  | 74. (c)  | 75. (b)  | 76. (d)  | 77. (b) | 78. (a) | 79. (b) | 80. (c) | 81. (d) |
| 82. (c)  | 83. (c)  | 84. (d)  | 85. (a)  | 86. (c) | 87. (b) | 88. (b) | 89. (b) | 90. (d) |
| 91. (c)  | 92. (d)  | 93. (a)  | 94. (a)  | 95. (b) | 96. (b) | 97. (c) | 98. (d) | 99. (b) |
| 100. (b) | 101. (a) | 102. (c) | 103. (a) |         |         |         |         |         |

## हल एवं तर्क

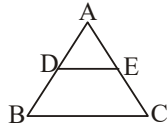
**Sol<sup>n</sup>.1** समबाहु त्रिभुज

**Sol<sup>n</sup>.2** कोण-अर्द्धकों के कटान बिन्दु को अन्तःकेन्द्र कहते हैं। अन्तःकेन्द्र त्रिभुज के अन्दर एक बिन्दु है, जो भुजाओं से बराबर दूरी पर होता है।

**Sol<sup>n</sup>.3** परिकेन्द्र, लम्ब-समद्विभाजकों का प्रतिच्छेदी बिन्दु होता है, परिकेन्द्र त्रिभुज के अन्दर वह बिन्दु है, जो शीर्षों से बराबर दूरी पर होता है।

**Sol<sup>n</sup>.4** अन्तः केन्द्र

**Sol<sup>n</sup>.5**

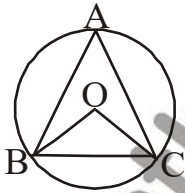


$DE \parallel BC$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} \text{ या } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{AE}{5} \Rightarrow AE = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>.6**



$\Delta BOC$  में,

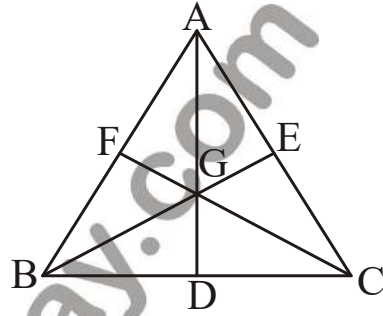
$$\angle OBC = \angle OCB = 35^\circ$$

$$\angle BOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

परिकेन्द्र में,

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

**Sol<sup>n</sup>.7**



$\Delta ABC$ ,

AD, BE, CF तीन माध्यिकाएँ हैं,

जो त्रिभुज को 6 बराबर भागों में बाँटती है,

जब वे एक-दूसरे को G पर काटती हैं,

$\therefore \Delta BDG$  का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{6} \times \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{6} \times 72 = 12 \text{ सेमी}^2$$

$$\Delta BDG = 1 \times 12 = 12 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup>.8** समलंब चतुर्भुज BDGF का क्षेत्रफल

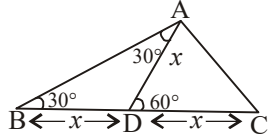
$$= 2 \times \Delta BDG \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 2 \times \frac{1}{6} \times \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= 2 \times \frac{1}{6} \times 60 = 20 \text{ सेमी}^2$$



Sol<sup>n</sup>.9



AD माधिका है। D, BC का मध्य बिन्दु है।

$$AD = BD = DC = x$$

$$\angle DAB = \angle ABD = 30^\circ$$

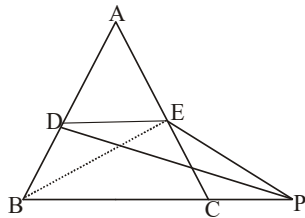
$$\angle ADC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ \text{ (}\Delta ABD \text{ का बाह्य कोण)}$$

$$\therefore AD = DC$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA = 60^\circ$$

तब,  $\angle ACB = 60^\circ$

Sol<sup>n</sup>.10



$$DE \parallel BC$$

$$DE = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} =$$

$$= \Delta DEB \text{ का क्षेत्रफल}$$

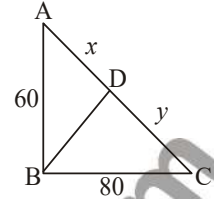
$\Delta DEB$  और  $\Delta DEP$  में,

$\therefore DE$  आधार समान है।

अतः,  $\Delta DEB$  का क्षेत्रफल =  $\Delta DEP$  का क्षेत्रफल

$\Delta DEP \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}$
---

Sol<sup>n</sup>.11



$$AC = 100$$

$$\Delta ABD \text{ का परिमाण} = \Delta BDC \text{ का परिमाण}$$

$$60 + x + BD = 80 + y + BD$$

$$x - y = 20$$

$$\text{और } x + y = 100$$

अतः,  $x = 60$  और  $y = 40$

अब,

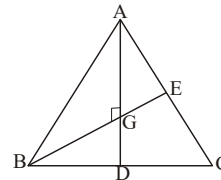
$$\cos \theta = \frac{60^2 + 60^2 - BD^2}{2 \times 60 \times 60} = \frac{60}{100}$$

$$\Rightarrow BD = 24\sqrt{5}$$

Sol<sup>n</sup>.12 दो समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल = 9 : 16

$$\text{भुजाओं का अनुपात} = \sqrt{9} : \sqrt{16} = 3 : 4$$

Sol<sup>n</sup>.13



त्रिभुज में माधिकाएँ G पर प्रतिच्छेद करती हैं, जो माधिकाओं को 2 : 1 में बाँटता है।

$$AD = 9 \text{ सेमी.} \quad BE = 6 \text{ सेमी}$$

$$3 \text{ इकाई} = 9 \text{ सेमी} \quad (AD)$$

$$1 \text{ इकाई} = 3$$

$$GD = 1 \times 3 = 3$$

$$BC = 6 \text{ सेमी}$$

$$3 \text{ इकाई} = 6 \text{ सेमी}$$

$$1 \text{ इकाई} = 2 \text{ सेमी}$$

$$BG = 2 \times 2 = 4 \text{ सेमी}$$

तब,  $\angle BGC = 90^\circ$

अतः,  $\triangle BGC$  एक समकोण त्रिभुज है।

$$BD^2 = BG^2 + DG^2$$

$$BD^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$16 + 9 = 25$$

$$BD = 5 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>.14**  $\triangle ABC$  में,  $PQ$ ,  $BC$  के समान्तर है।

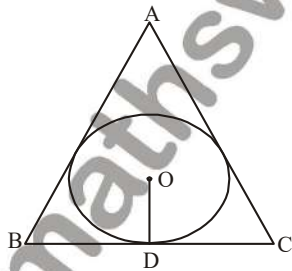
$$\frac{AP}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{1}{2}$$

$\therefore AQ = 3$  सेमी

$\therefore QC = 2 \times AQ = 2 \times 3 = 6$  सेमी

तब,  $AC = 3 + 6 = 9$  सेमी

**Sol<sup>n</sup>.15**



O अन्तः केन्द्र है।

$$OD \perp BC, \quad \angle D = 90^\circ, \quad \angle BOD = 15^\circ$$

$$\triangle BOD \text{ में, } \angle OBD = 180^\circ - (90^\circ + 15^\circ) = 75^\circ$$

$\therefore OB$ ,  $\angle ABC$  का कोण अर्धक है।

$$\text{तब, } \angle ABC = 2 \times 75^\circ = 150^\circ$$

$$\angle ABC = 150^\circ$$

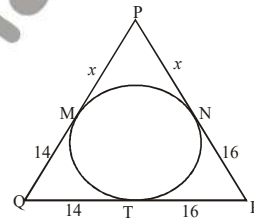
**Sol<sup>n</sup>.16** E, AD का मध्य बिन्दु है,

अतः  $\triangle ABD$  में

BE, माध्यिका है, जो त्रिभुज ABD को दो बराबर क्षेत्रफल वाले भागों में बाँटती है।

$$\triangle BEC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

**Sol<sup>n</sup>.17**



$$\Delta = 336$$

$$r = 8$$

$$S = \frac{\Delta}{r} = \frac{336}{8} = 42 \text{ सेमी}$$

$$P = 2 \times 42 = 84 \text{ सेमी}$$

$$PQ + QR + PR = 84$$

$$2x + 60 = 84 \Rightarrow x = 12$$

$$PQ = 26, PR = 28$$

**Sol<sup>n</sup>.18**  $\triangle ABC$  में

$$\angle ABC = 90^\circ$$

अतः,  $\triangle ABC$  एक समकोण त्रिभुज है।

$\triangle ABQ$  में,

$$AQ^2 = AB^2 + BQ^2 \quad \dots(i)$$

$\Delta PBC$  में,

$$PC^2 = PB^2 + BC^2 \quad \dots(ii)$$

दोनों समीकरण को जोड़ने पर

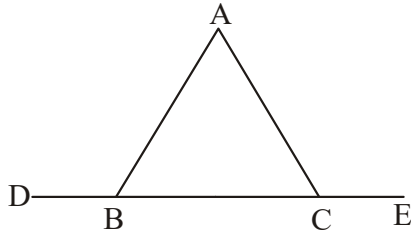
$$AQ^2 + CP^2 = AB^2 + BC^2 + BQ^2 + PB^2$$

$$(AC^2 + AB^2 + BC^2)$$

$(PC^2 + BP^2 + BQ^2)$  समबाहु

$$AQ^2 + CP^2 = AC^2 + PQ^2$$

**Sol<sup>n</sup>.19**



$\Delta ABC$  में,

बाह्य कोण, दो आन्तरिक कोणों के योग के बराबर होता है

$$\angle ACE = \angle CAB + \angle ABC \quad \dots(i)$$

और  $\angle ABD = \angle BAC + \angle ACB \quad \dots(ii)$

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\begin{aligned} \angle ACE + \angle ABD &= \angle CAB + \angle ABC + \angle BAC + \angle ACB \\ &= 180^\circ + \angle BAC \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup>. 20**  $\Delta AEC$  एक समबाहु त्रिभुज है,

$$\angle EAC = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

$$\Delta ABD \text{ में, } \angle BDA = 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ)$$

$$= 180^\circ - 120^\circ$$

$$= \angle BDA = 60^\circ$$

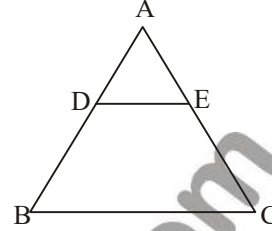
**Sol<sup>n</sup>. 21**  $AB \parallel QR$

$$\frac{AB}{QR} = \frac{PB}{PR}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{PB}{6}$$

$$PB = 2 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>. 22**



$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{AE}{5}$$

$$\Rightarrow AE = 1.5 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>.22**  $DE \parallel BC$

$$DE = \frac{1}{2} AC$$

$$\Delta BDE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup>.23**  $\Delta ABC$  में,

$$PQ \parallel BC$$

$$PQ = \frac{1}{2} BC \quad \left( \frac{PR}{RQ} = \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{यदि } PR = 2 \text{ सेमी}$$

$$\text{तब, } RQ = 4 \text{ सेमी}$$

$$\text{इसलिए, } PQ = PR + RQ = 2 + 4 = 6 \text{ सेमी}$$

$$\therefore PQ = \frac{1}{2} BC$$

$$\therefore BC = 2PQ$$

$$BC = 6 \times 2 = 12$$

$$BC = 12 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>. 24** किसी भी त्रिभुज में केन्द्रक माध्यिकाओं को 2 : 1 में विभाजित करता है, तब केन्द्रक माध्यिकाओं का प्रतिच्छेदी बिन्दु है।

यदि त्रिज्या = 3

तब, माध्यिका =  $3 \times 3 = 9$  सेमी

**Sol<sup>n</sup>. 25**  $AB \parallel CD$

AB एक सीधी रेखा है।

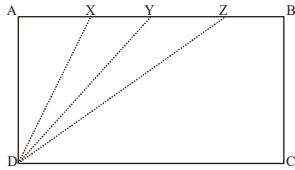
$$\angle DEB = 180^\circ - (37^\circ + 90^\circ)$$

$$\angle DEB = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$$

$$\angle DEB = \angle CDE \quad (\text{एकान्तर कोण})$$

$$\angle x = 53^\circ$$

**Sol<sup>n</sup>. 26**



माना चार बराबर भाग = 1 इकाई

माना  $BC = x$

$$\frac{\Delta XYD \text{ का क्षेत्र.}}{\text{आयत ABCD का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times x}{4 \times x} = \frac{1}{8}$$

**Sol<sup>n</sup>. 27** सभी कोणों का योग =  $\pi$  रेडियन

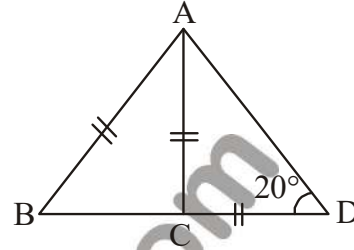
माना तीसरा कोण  $\alpha$  है।

$$\alpha + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \pi = \frac{22}{7}$$

$$\alpha = \frac{22}{7} - \frac{5}{6} = \frac{132 - 35}{42} = \frac{97}{42} \text{ रेडियन}$$

$$= \frac{97}{42} \times \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{97}{42} \times \frac{180^\circ}{22} \times 7 = 132 \frac{3^\circ}{11}$$

**Sol<sup>n</sup>. 28**



$$CA = CD$$

$$\angle CDA = \angle CAB = 20^\circ$$

$$\angle ACB = 40^\circ \text{ [बाह्य कोण]}$$

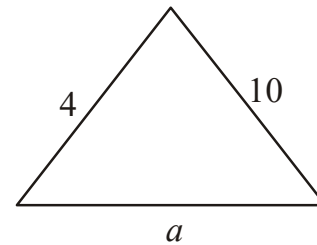
$\Delta ABC$  में,

$$AB = AC$$

$$\angle ACB = \angle ABC = 40^\circ$$

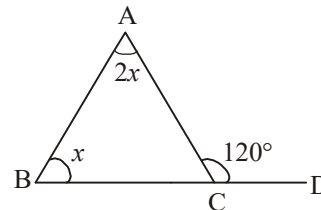
$$\angle ABC = 40^\circ$$

**Sol<sup>n</sup>. 29**



तीसरी भुजा की लम्बाई =  $6 < a < 14$

**Sol<sup>n</sup>. 30**

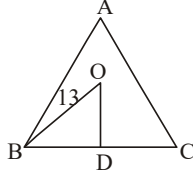


$$x + 2x = 120^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

$$\angle A = 2x = 80^\circ$$

Sol<sup>n</sup>. 31



$$BD = 24/2 \text{ सेमी} = 12 \text{ सेमी}$$

$$OB^2 = OD^2 + BD^2$$

$$(13)^2 = (OD)^2 + (12)^2$$

$$OD = 5 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup>. 32  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

प्रत्येक कोण का मान  $15^\circ$  कम करने पर

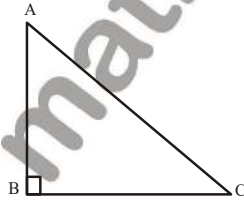
$$\text{योग} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$135^\circ$  को 2 : 3 : 5 में बांटने पर,

$$\begin{aligned} \text{बड़ा भाग} &= 135^\circ \times \frac{5}{10} \\ &= \frac{135^\circ}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{बड़े कोण का मान} &= \frac{135^\circ}{2} + 15^\circ \\ &= \frac{165^\circ}{2} \times \frac{\pi}{180} \text{ रेडियन} \\ &= \frac{11\pi}{24} \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup>. 33



$$\therefore AB = BC + 2$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad \dots \text{(पाइथागोरस प्रमेय से)}$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = (BC+2)^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow 20 = 2BC^2 + 4 + 4BC$$

$$\Rightarrow BC^2 + 2BC - 8 = 0$$

$$\Rightarrow BC = 2 \text{ सेमी}$$

$$\text{और } AB = 4 \text{ सेमी}$$

$$\cos^2 A - \cos^2 C = \left(\frac{4}{2\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{2}{2\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Sol<sup>n</sup>. 34 यदि दो त्रिभुज समरूप हैं, तो भुजाओं का अनुपात परिमाण के अनुपात के बराबर होता है।

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{AB}{PQ} \Rightarrow \frac{36}{24} = \frac{AB}{10}$$

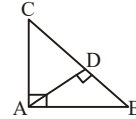
$$\Rightarrow AB = 15 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup>. 35 यदि दो त्रिभुज समरूप हैं, तो इसकी भुजाओं का अनुपात त्रिभुज के क्षेत्रफल के वर्गमूल के बराबर होता है।

$$\frac{EF}{BC} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \Rightarrow \frac{15.4}{BC} = \sqrt{\frac{121}{64}} = \frac{11}{8}$$

$$\Rightarrow BC = 11.2 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup>. 36



$\Delta ABD$  व  $\Delta ADC$  में,

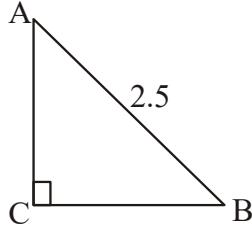
$$\text{Cot} B + \text{Cot} C = \frac{BD}{AD} + \frac{CD}{AD}$$

$$= \frac{BD + CD}{AD} = \frac{12}{4} = 3$$

Sol<sup>n</sup>. 37 समकोण त्रिभुज में

$$AD, BC \text{ पर लम्ब है, } \Rightarrow AD^2 = BD \cdot CN$$

इसलिए  $\angle BAC$  का मान  $90^\circ$  होगा।

Sol<sup>n</sup>. 38

$$\cos B = 0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$B = 60^\circ$$

$$\sin B = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{2.5}$$

$$AC = \frac{\sqrt{3} \times 2.5}{2 \times 10} = \frac{5}{4} \sqrt{3}$$

Sol<sup>n</sup>. 39  $\Delta DEF$  का क्षेत्र =  $\frac{1}{4}(\Delta ABC$  का क्षेत्र.)

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 6 \text{ सेमी}^2$$

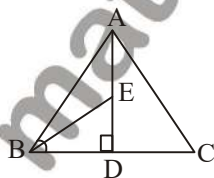
Sol<sup>n</sup>. 40 माना  $\angle A = x$ 

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$x + 1.5x + 2.5x = 180^\circ$$

$$5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

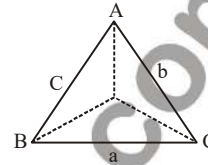
$$\angle B = 36 \times 1.5 = 54^\circ$$

Sol<sup>n</sup>. 41

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{BD}$$

$$\Delta ABD \text{ में, } \cos 60^\circ = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{1}{2}$$

Sol<sup>n</sup>. 42

$$P = a + b + c, S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S_1 + S_2 > c$$

$$S_2 + S_3 > a$$

$$S_1 + S_3 > b$$

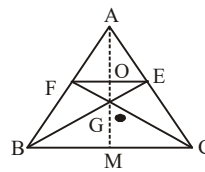
$$2(S_1 + S_2 + S_3) > a + b + c \text{ जोड़ने पर}$$

$$2S > P \Rightarrow P < 2S$$

Sol<sup>n</sup>. 43  $\therefore (20)^2 = (16)^2 + (12)^2$ अतः,  $\Delta ABC$  एक समकोण त्रिभुज है,

$$\text{जिसकी परित्रिज्या} = \frac{1}{2} \times (\text{कर्ण})$$

$$= \frac{1}{2} \times (20) = 10 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup>. 44  $BGC = GFE$  (समरूप)

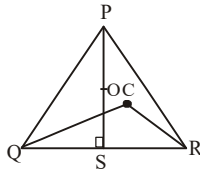
$$\frac{GM}{OG} = \frac{BC}{FE} = \frac{2}{1}$$

यदि  $GM = 2$ , तब  $AG = 4$ 

$$AO = AG - OG = 4 - 1 = 3$$

$$\frac{AO}{OG} = \frac{3}{1}$$

Sol<sup>n</sup>. 45



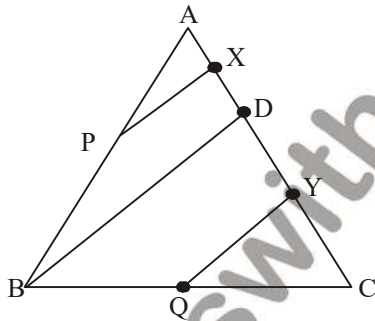
C परिकेन्द्र है,

$$\angle QPR = \frac{\angle OCR}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

$$\angle QPS = 180^\circ - \angle PQS - \angle PSQ = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

$$\angle RPS = 65^\circ - 30 = 35^\circ$$

Sol<sup>n</sup>. 46



Δ ABD में,

$$PX = \frac{1}{2}BD \quad \dots\dots\dots(i)$$

Δ CBD में,

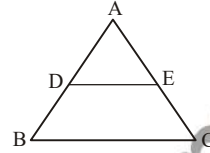
$$QY = \frac{1}{2}BD \quad \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$PX = QY$$

$$PX : QY = 1 : 1$$

Sol<sup>n</sup>. 47



∴ DE || BC

$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \left(\frac{3x}{5x}\right)^2 = \left(\frac{9x}{25x}\right)$$

अतः,

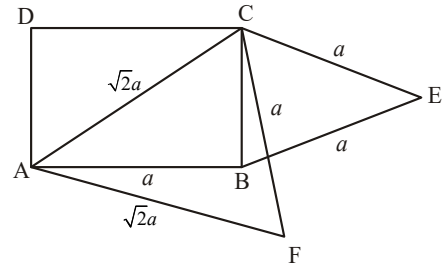
समलम्ब DEBC का क्षेत्र.

$$= \Delta ABC \text{ का क्षेत्र.} - \Delta ADE \text{ का क्षेत्र.}$$

$$= 25x - 9x = 16x$$

और,  $\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्र.}}{\text{समलम्ब BDEC का क्षेत्र.}} = \frac{9x}{16x} = 9:16$

Sol<sup>n</sup>. 48

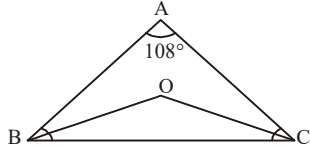


माना वर्ग की भुजा a है,

$$\therefore BC = a$$

तथा विकर्ण AC =  $\sqrt{2}a$

$$\frac{\Delta BCE \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ACF \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}a)^2} = 1:2$$

Sol<sup>n</sup>. 49 $\Delta ABC$  में,

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle C = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

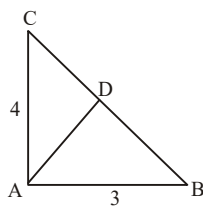
$$\text{और } \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} = 36^\circ$$

 $\Delta OBC$  में

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + \angle BOC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BOC = 144^\circ$$

Sol<sup>n</sup>. 50

$$BC = 5$$

 $\Delta ADB$  व  $\Delta ACB$  समरूप है,

$$\frac{\Delta ADB \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ACB \text{ का क्षेत्र.}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Delta ADB \text{ का क्षेत्र. } \frac{9}{25} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{54}{25} \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup>. 51 प्रश्न में दिये चित्र से

$$\angle ADE = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

 $\Delta DAE$  में,

$$AD = DE \text{ (भुजाएँ)}$$

$$\angle DAE + \angle DEA = 180 + 150^\circ = 30^\circ$$

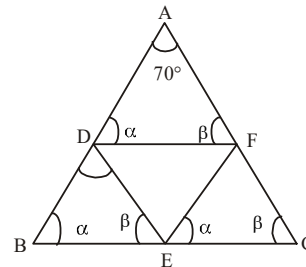
$$2 \angle DAE = 30^\circ$$

$$\angle DAE = 15^\circ$$

Sol<sup>n</sup>. 52 प्लॉट का क्षेत्र = सभी त्रिभुजों का क्षेत्र.

$$= \frac{1}{2}az + \frac{1}{2}ay + \frac{1}{2}bt + \frac{1}{2}cx$$

$$= \frac{1}{2}(bt + cx + ay + az)$$

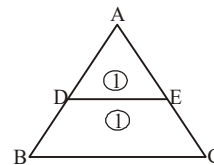
Sol<sup>n</sup>. 53

$$\angle ABC = \angle ADF = \alpha$$

$$\angle ACB = \angle AFD = \beta$$

$$\angle DEF = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$[\because (\alpha + \beta = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ)]$$

Sol<sup>n</sup>. 54

$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{1}{2} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$$



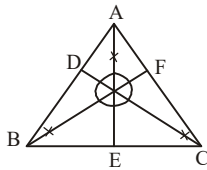
$$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$AB = \sqrt{2} AD$$

और

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AD}{AB - AD} = \frac{AD}{AD(\sqrt{2} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

Sol<sup>n</sup>. 55



तीनों त्रिभुजों में कोण-अर्द्धक प्रमेय से

$$\frac{OA}{OB} = \frac{AD}{BD} \quad \dots\dots(i)$$

$$\frac{OB}{OC} = \frac{BE}{EC} \quad \dots\dots(ii)$$

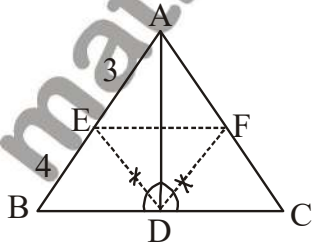
$$\frac{OC}{OA} = \frac{CF}{AF} \quad \dots\dots(iii)$$

तीनों समीकरणों की गुणा करने पर

$$\frac{OA}{OB} \times \frac{OB}{OC} \times \frac{OC}{OA} = \frac{AD \times BE \times CF}{BD \times EC \times AF}$$

$$\Rightarrow AD \times BE \times CF = BD \times EC \times AF$$

Sol<sup>n</sup>. 56



त्रिभुज ABD में,

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EB} = \frac{3}{4} \quad (\text{कोण-अर्द्धक प्रमेय से})$$

$$\therefore BA = DC$$

$$\text{इसलिए, } \frac{AD}{DC} = \frac{3}{4}$$

$\triangle ADC$  में,

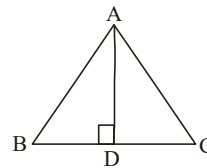
$$\frac{AF}{AC} = \frac{AD}{DC} = \frac{3}{4} \quad (\text{कोण अर्द्धक प्रमेय से})$$

$$\text{अतः, } \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

$$\triangle AEF = \triangle ABC \quad [\text{समरूप (Similar)}]$$

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{3+4} = \frac{3}{7}$$

Sol<sup>n</sup>. 57



$$\text{समरूप त्रिभुज की ऊँचाई} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$$

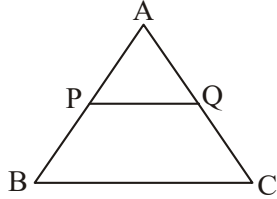
$$2AD = \sqrt{3}AB \Rightarrow 4AD^2 = 3AB^2$$

Sol<sup>n</sup>. 58  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  [समरूप]

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$x^2 - x = x^2 - 4$$

$$\Rightarrow x = 4$$

Sol<sup>n</sup>. 59

PO || BC

$$\angle APQ = \angle ABC = 60^\circ$$

$$\angle AQP = \angle ACB = 60^\circ$$

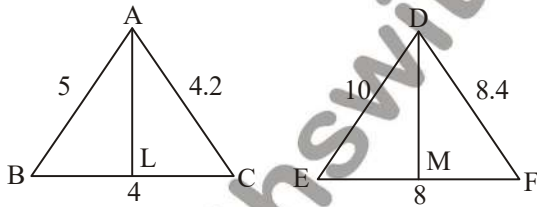
अतः, APQ एक समबाहु त्रिभुज हैं,

$$\text{तब क्षेत्र} = \frac{\sqrt{3}}{4} (PQ)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 = \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup>. 60 सभी भुजाएँ बराबर हैं,

अतः

दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं,

Sol<sup>n</sup>. 61

$$\text{यहाँ, } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{2}$$

अतः, दोनों त्रिभुज समरूप हैं,

$$\text{तब, } \frac{AL}{DM} = \frac{1}{2}$$

Sol<sup>n</sup>. 62 कोण अर्द्धक प्रमेय से

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{3}{DC}$$

$$\Rightarrow DC = 2.5 \text{ सेमी.}$$

Sol<sup>n</sup>. 63 X, Y, Z का मान न्यूनतम है,

न्यूनतम त्रिकोणतिक मान 3, 4, 5

माना AB = ? BC = 4 तब, AC = 5

$$CD = Z = XY = 12$$

ΔACD में,

यदि AC = 5

$$CD = 12$$

तब, AD = 13

ABCD का क्षेत्र = ΔABC का क्षेत्र + ΔACD का क्षेत्र.

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 12$$

$$= 36 \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup>. 64 AD =  $\frac{1}{3}$ AB, AE =  $\frac{1}{3}$ AC

तब,

$$DE = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ सेमी (समरूपता द्वारा)}$$

Sol<sup>n</sup>. 65 ΔABC का क्षेत्र = 2 × त्रिभुज ABD का क्षेत्र.

$$= 2 \times (2 \times \text{त्रिभुज BED का क्षेत्र.})$$

$$\frac{\text{area of } \triangle BED}{\text{area of } \triangle ABC} = \frac{1}{4}$$

Sol<sup>n</sup>. 66  $\frac{AL}{LB} = \frac{4}{3}$ 

ΔABC में,

$LQ \parallel AC$

तब,  $\frac{CQ}{QB} = \frac{AL}{LB} = \frac{4}{3} = \frac{4 \times 7}{3 \times 7} = \frac{28}{21}$

$\triangle BCL$  में,

$QD \parallel CL$

$$\frac{LD}{DB} = \frac{CD}{QB} = \frac{4}{3}$$

माना  $LB = 21$  और  $AL = 28$

$$\therefore LD : DB = 4 : 3$$

अतः,  $LD = \frac{21}{7} \times 4 = 12$

अतः,  $AL : LD = 28 : 12 = 7 : 3$

**Sol<sup>n</sup>. 67** हम जानते हैं कि

$$4(PS^2 + QR^2) = 5PR^2$$

$$4(16 + 16) = 5PR^2$$

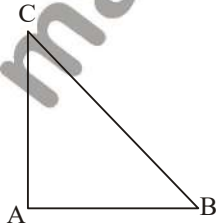
$$PR^2 = 25.6 \quad (\because PS = RT = 4)$$

$\therefore$  दोनो माध्यिकाएँ बराबर हैं, तब  $PQ = QR$

और त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज होगा

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} PR^2 = 6.4 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup>. 68**



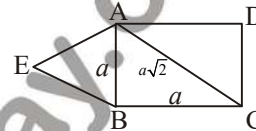
$$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{6+8-10}{2} = 2 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>. 69**  $p - q = 1 \Rightarrow p = q + 1$

$$AC^2 = p^2 - q^2 = (p + q)(p - q) \\ = p + q = 2q + 1$$

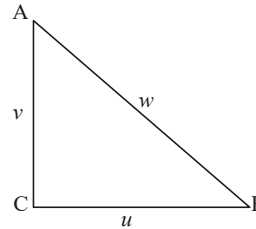
$$AC = \sqrt{2q + 1}$$

**Sol<sup>n</sup>. 70**



$$\frac{\Delta ABE \text{ का क्षे.}}{\Delta ACD \text{ का क्षे.}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{a}{a\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

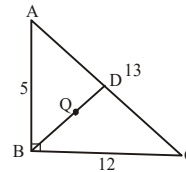
**Sol<sup>n</sup>. 71**



$$\tan A + \tan B = \frac{u}{v} + \frac{v}{u}$$

$$= \frac{u^2 + v^2}{uv} = \frac{w^2}{uv} \quad (\because v^2 + u^2 = w^2)$$

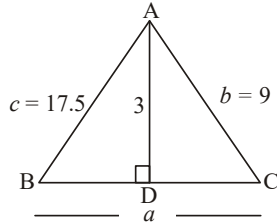
**Sol<sup>n</sup>. 72**



BD माध्यिका है, तथा AC की आधी होगी,

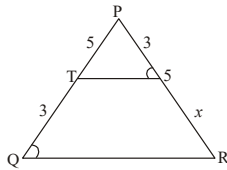
$$BD = \frac{13}{2}$$

$$BQ = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3} \times \frac{13}{2} = 4\frac{1}{3}$$

Sol<sup>n</sup>. 73

$$R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{a \times 9 \times 17.5}{4 \times \frac{1}{2} \times a \times 3} = \frac{9 \times 17.5}{2 \times 3}$$

$$= 26.25 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup>. 74

$$\angle PST = \angle PQR$$

$$\angle P = \angle P$$

तब,  $\angle PTS = \angle PRS$ अतः,  $\Delta PST \sim \Delta PQR$  (समरूप त्रिभुज)

$$\frac{PS}{PQ} = \frac{PT}{PR} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{5}{x+3}$$

$$3(x+3) = 40$$

$$x+3 = \frac{40}{3} \Rightarrow x = \frac{31}{3}$$

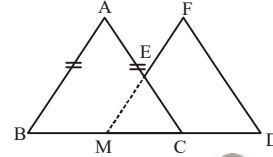
Sol<sup>n</sup>. 75 माना भुजाएँ  $a, ar, ar^2$ अतः,  $a$  बड़ी भुजा (कर्ण) है।

$$a^2 = (ar)^2 + (ar^2)^2$$

$$1 = r^2 + r^4$$

$$r^4 + r^2 - 1 = 0$$

$$r^2 = \frac{-1 + \sqrt{1+4}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Sol<sup>n</sup>. 76

$$EF \parallel AB \Rightarrow AB \parallel MF$$

$$\angle ABC = \angle FMC = 65^\circ$$

$$\angle EFD = 50^\circ$$

 $\Delta MFD$  में,

$$\angle FDC = 180^\circ - \angle EFD - \angle FMC$$

$$= 180^\circ - 65^\circ - 50^\circ$$

$$= 65^\circ$$

Sol<sup>n</sup>. 77  $\Delta ABD$  में,

$$2a = 90^\circ \Rightarrow a = 45^\circ$$

 $\Delta ADG$  में,

$$AD = AG \text{ व } DF = FG$$

F मध्य बिन्दु है,

$$\Rightarrow AF \perp DG$$

$$b = 90^\circ$$

 $\Delta ADC$  में,

$$\sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$C = 30^\circ$$

$$a + b + c = 45^\circ + 90^\circ + 30^\circ = 165^\circ$$

Sol<sup>n</sup>. 78  $\Delta PQS \sim \Delta PRS$ 

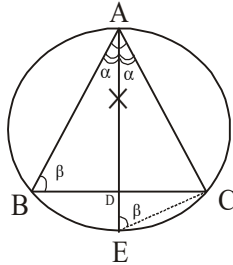
$$\frac{PQ}{QS} = \frac{PR}{SR}$$

$$QS = SR = \frac{1}{2} \times QR = 2 \text{ सेमी}$$

तब,

$$PS = \sqrt{(PQ)^2 - (QS)^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup>. 79



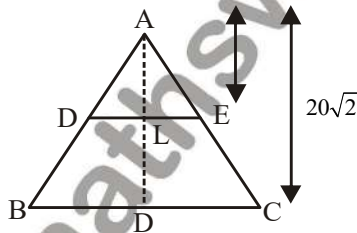
$$\begin{aligned}
 & AB \times AC + DE \times AE \\
 &= AB \times AC + (AE - AD) AE \quad [\because DE : AE - AD] \\
 &= AB \times AC + AE^2 - AD \times AE \\
 &= AD \times AE + AE^2 - AD \times AE = AE^2 \\
 \therefore & AB \times AC = AD \times AE \\
 & (\because \Delta ABD \text{ व } \Delta ACE \text{ समरूप हैं।})
 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup>. 80 त्रिभुज की भुजा  $a = 14\sqrt{3}$

$$\text{अन्तःवृत्त की त्रिज्या } (r) = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 7 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned}
 \text{अन्तःवृत्त का क्षे.} &= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= 154 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup>. 81



$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \left(\frac{AL}{AD}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AL}{AD} = \frac{AL}{20\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow AL = 20 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup>. 82  $\Delta APC$  में,

$$\therefore AC = \sqrt{(AP)^2 + (PC)^2}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10 \text{ सेमी}$$

अब,  $\Delta ABC$  में,

$$PC = \frac{AC^2}{BC} \Rightarrow 8 = \frac{100}{BC}$$

$$BC = \frac{25}{4}$$

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$AB^2 = \sqrt{\frac{625}{4} - 100} = \sqrt{\frac{225}{4}}$$

$$AB = \frac{15}{2}$$

$$\text{त्रिभुज } ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 10$$

$$= \frac{75}{2} \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup>. 83  $\therefore \angle BAC = \angle ACB = 15^\circ$

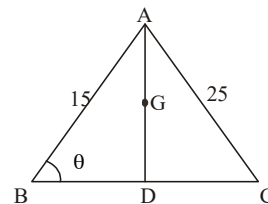
तब,  $\angle ABC = 150^\circ$

$$\Delta ABC \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \angle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \sin 150^\circ$$

$$= 25 \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup>. 84



$\Delta ABC$  व  $\Delta ACQ$  में,

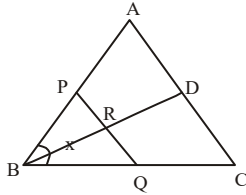
$$\cos \theta = \frac{(25)^2 + (18)^2 - (15)^2}{2 \times 25 \times 18}$$

$$\cos \theta = \frac{(25)^2 + (9)^2 - (AD)^2}{2 \times 25 \times 9}$$

$$\Rightarrow AD = 2\sqrt{86}$$

$$GD = \frac{1}{3} \times AD = \frac{2}{3} \sqrt{86}$$

**Sol<sup>n</sup>. 85**



$\therefore PQ \parallel AC$

$\Delta PBQ = \Delta ABC$

$$\frac{PB}{AB} = \frac{BQ}{BC} \Rightarrow \frac{AB}{PB} = \frac{BC}{BQ} \quad \dots(i)$$

दोनों भुजाओं को घटाने पर हम पाते हैं,

$$\frac{AP}{PB} = \frac{OC}{BQ} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (ii) को (i) से भाग देने पर

$$\frac{AB}{AP} = \frac{BC}{QC} \Rightarrow AB \times CQ = AP \times BC$$

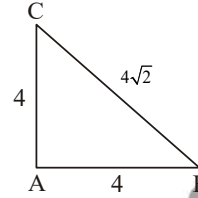
**Sol<sup>n</sup>. 86**  $\angle AED = 75^\circ$

$\therefore \Delta AED \sim \Delta ABC$

$$\frac{ED}{BC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{AB} \Rightarrow AB = 15 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>. 87**



$$BC = 4\sqrt{2}$$

$$\text{परित्रिज्या (R)} = \frac{BC}{2} = 2\sqrt{2}$$

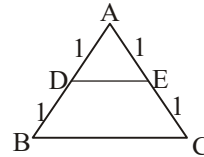
$$\text{अन्तःत्रिज्या (r)} = \frac{1}{2}(AB + AC - BC)$$

$$= 4 - 2\sqrt{2}$$

$$= \frac{r}{R} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$$= (\sqrt{2} - 1) : 1$$

**Sol<sup>n</sup>. 88**

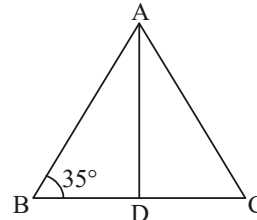


$\therefore DE \parallel BC$

$\Delta ADE = \Delta ABC$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$$

**Sol<sup>n</sup>. 89**



$$\angle B = \angle C = 35^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$$

और  $\triangle BAD = \triangle DAC$

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$$

**Sol<sup>n</sup>. 90** संकेत :- सभी त्रिभुज सर्वांगसम होंगे

**Sol<sup>n</sup>. 91**  $\angle B = 40^\circ$

$$\therefore \angle BRO + \angle ROQ + \angle OQB + \angle B = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ + \angle ROQ + 90^\circ + 40^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ROQ = 140^\circ$$

**Sol<sup>n</sup>. 92**  $\tan 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{AB}$

$$AB = 6 \text{ सेमी}$$

$\triangle AEB$  में,

$$\angle DEA = \angle EAB + \angle EBA$$

[बाह्य कोण]

$$90^\circ = 30^\circ + \angle EBA$$

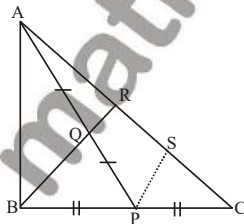
$$\Rightarrow \angle EBA = 60^\circ$$

$\triangle ADB$  में,

$$\tan 60^\circ = \frac{AD}{AB}$$

$$AD = AB\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>. 93**



A रेखा PS, BR के समान्तर खींची

$$\triangle APS \text{ में, } \frac{AQ}{QP} = \frac{AR}{RS} = 1$$

$$\Rightarrow AR = RS$$

$$\triangle BRC \text{ में, } \frac{BP}{PC} = \frac{RS}{SC} = 1$$

$$\Rightarrow RS = SC$$

अतः,

$$\frac{RS}{CA} = \frac{RA}{AR+RS+SC} = \frac{1}{3}$$

**Sol<sup>n</sup>. 94** प्रश्न 122 की तरह हल करें

**Sol<sup>n</sup>. 95**  $AB + BC = 12$  सेमी .....(i)

$BC + CA = 14$  सेमी .....(ii)

$CA + AB = 18$  सेमी .....(iii)

सभी समीकरणों को जोड़ने पर

$$2(AB + BC + CA) = 44$$

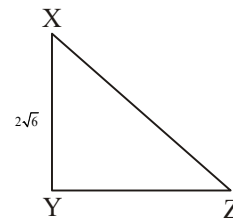
$$AB + BC + CA = 22 \text{ cm}$$

त्रिभुज का परिमाप = वृत्त का परिमाप = 22

$$2\pi r = 22$$

$$\Rightarrow r = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>. 96**



$$(XY)^2 = (XZ)^2 - (YZ)^2$$

$$(2\sqrt{6})^2 = (XZ - YZ)(XZ + YZ)$$

$$24 = 2(XZ + YZ)$$

$$XZ + YZ = 12 \text{ सेमी}$$

$$\text{और } XZ - YZ = 2$$

अतः,  $XZ = 7$  सेमी और  $YZ = 5$  सेमी

$$\begin{aligned}\sec X + \tan X &= \frac{7}{2\sqrt{6}} + \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ &= \frac{12}{2\sqrt{6}} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n. 97 \quad \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE} = \frac{BC+CE}{CE}$$

$$\frac{10}{6} = \frac{BC}{CE} + 1$$

$$\frac{BC}{CE} = \frac{2}{3}$$

$$CE = \frac{3}{2} \times BC = \frac{3}{2} \times 12 = 18 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup>. 98**  $\triangle ABC$  में,

$EF \parallel AB \parallel CD$

$\triangle EFG \sim \triangle DGC$  (समरूप)

$$\frac{EG}{GC} = \frac{EF}{DC}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{EF}{18}$$

$EF = 9$  सेमी

**Sol<sup>n</sup>. 99**  $\triangle CAE$  और  $\triangle CBA$  में,

$\angle A = \angle C$

$\angle C = \angle C$

तब,  $\angle EDC = \angle ABC$

$\triangle CDE \sim \triangle CBA$

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

$$\frac{x}{9} = \frac{10}{15}$$

$x = 6$

**Sol<sup>n</sup>. 100**  $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$  (कोण-अर्द्धक प्रमेय से)

$$BD = \frac{3}{3+5} \times 6 = \frac{15}{8} = 2.25$$

**Sol<sup>n</sup>. 101** दिये गये त्रिभुज में

$$AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$\triangle ABC$  में,

$$\cos A = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{B} \quad \dots(i)$$

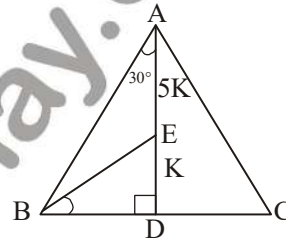
$\triangle ABC$  में,

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$\frac{AE}{3} = \frac{5}{13} \Rightarrow AE = \frac{15}{13}$$

**Sol<sup>n</sup>. 102**



$\triangle ABD$  में,

$\angle B = 60^\circ$

$$\tan B = \frac{AD}{BD}$$

$$BD = \frac{6K}{\sqrt{13}}$$

$$\tan(\angle ACB) = 6 \tan(\angle DBE)$$

$$\Rightarrow 6 \times \frac{K}{BD} = 6 \times \frac{K}{6K} \times \sqrt{3}$$

$$\tan(\angle ACB) = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$\angle ACB = 60^\circ$

**Sol<sup>n</sup>. 103** 21 सेमी, 72 सेमी और 75 सेमी

भुजाओं का अनुपात (7 : 24 : 25) अतः

यह एक समकोण त्रिभुज है,

7, 24, 25 त्रिकोणमितीय मान है,

$$\text{परित्रिज्या (R)} = \frac{\text{कर्ण}}{2} = \frac{75}{2}$$

$$\text{अन्तःत्रिज्या (r)} = \frac{a+b-c}{2} = \frac{21+72-75}{2} = 9$$



## प्रश्नावली-( चतुर्भुज )

1. ABCD एक चक्रीय समलंब चतुर्भुज हैं जिसकी भुजा AD तथा BC एक दूसरे के समान्तर हैं यदि  $\angle ABC = 72^\circ$ ,  $\angle BCD$  का मान क्या होगा?

(a)  $162^\circ$  (b)  $18^\circ$   
(c)  $108^\circ$  (d)  $72^\circ$

2. किसी चतुर्भुज के कोण क्रमशः 1 : 2 : 3 : 4 के अनुपात में हों तो चतुर्भुज होगा।

(a) समान्तर चतुर्भुज (b) समलंब चतुर्भुज  
(c) आयत (d) समचतुर्भुज

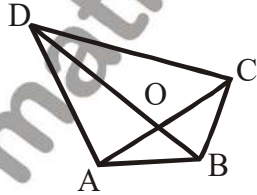
3. एक समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण 8 मी तथा 6 मी हैं यदि एक भुजा 5 मी. हो, तो समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा।

(a)  $18 \text{ मी}^2$  (b)  $30 \text{ मी}^2$   
(c)  $24 \text{ मी}^2$  (d)  $48 \text{ मी}^2$

4. किसी समलंब चतुर्भुज की समान्तर भुजायें क्रमशः  $p$  तथा  $q$  हैं। तो उसकी असमान्तर भुजाओं के मध्य बिन्दु को जोड़ने वाली रेखा की लम्बाई क्या होगी

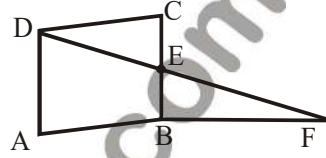
(a)  $\sqrt{pq}$  (b)  $\frac{2pq}{p+q}$   
(c)  $\frac{(p+q)}{2}$  (d)  $\frac{1}{2}(p-q)$

5. यदि ABCD एक चतुर्भुज है जिसके विकर्ण AC तथा BD बिन्दु O पर काटते हैं तब,



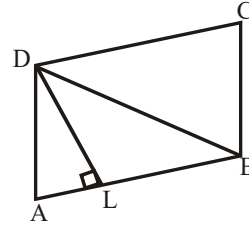
(a)  $(AB + BC + CD + AD) < (AC + BD)$   
(b)  $(AB + BC + CD + DA) > 2(AC + BD)$   
(c)  $(AB + BC + CD + DA) > (AC + BD)$   
(d)  $AB + BC + CD + DA = 2(AC + BD)$

6. दिये गये चित्र में, ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है तथा E, BC का मध्यबिन्दु है भुजा DE तथा AB को बढ़ाये जाने पर बिन्दु F पर मिलती हो तब,



(a)  $AF = \frac{3}{2} AB$  (b)  $AF = 2AB$   
(c)  $AF = 3AB$  (d)  $AF^2 = 2AB^2$

7. दिये गये चित्र में, ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है जिसमें  $DL \perp AB$  है। यदि  $AB = 10$  सेमी तथा  $DL = 4$  सेमी हो, तो समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल होगा।



(a)  $40 \text{ सेमी}^2$  (b)  $80 \text{ सेमी}^2$   
(c)  $20 \text{ सेमी}^2$  (d)  $196 \text{ सेमी}^2$

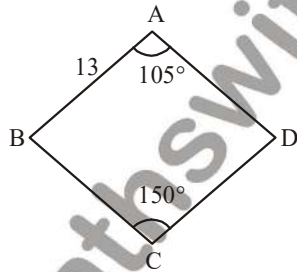
8. असमान भुजा वाले चतुर्भुज ABCD में यदि विकर्ण AC तथा BC एक दूसरे को समकोण पर काटते हो, तब,

(a)  $AB^2 + BC^2 = CD^2 + DA^2$   
(b)  $AB^2 + CD^2 = BC^2 + DA^2$   
(c)  $AB^2 + AD^2 = BC^2 + CD^2$   
(d)  $AB^2 + BC^2 = 2(CD^2 + DA^2)$

9. यदि किसी समचतुर्भुज PQRS की भुजा PQ की लम्बाई 6 सेमी. हो तथा  $\angle PQR = 120^\circ$  हो तो भुजा QS की लम्बाई सेमी. में होगी।

(a) 4 (b) 6  
(c) 3 (d) 5

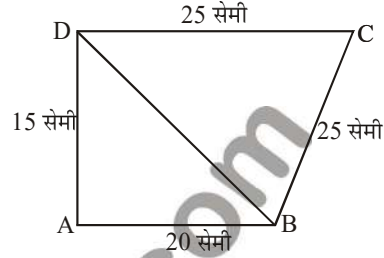
10. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसके शीर्ष बिन्दु O से समान दूरी पर है (जहाँ O वृत्त का केन्द्र है) यदि  $\angle COD = 120^\circ$  तथा  $\angle BAC$  का मान  $30^\circ$  हो तो  $\angle BCD$  का मान होगा।  
 (a)  $180^\circ$  (b)  $150^\circ$   
 (c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$
11. एक समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल 105 वर्गमीटर है तथा इसकी समान्तर भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 9 मीटर तथा 12 मीटर हो तो समलंब की ऊँचाई होगी।  
 (a) 15 मीटर (b) 12 मीटर  
 (c) 5 मीटर (d) 10 मीटर
12. ABCD एक समलंब इस प्रकार है कि  $AB = CD$  तथा  $AD \parallel BC$  तथा भुजा  $AD = 5$  सेमी तथा  $BC = 9$  सेमी है। यदि समलंब ABCD का क्षेत्रफल 35 वर्ग सेमी हो तो भुजा CD का मान है।  
 (a)  $\sqrt{29}$  सेमी (b) 5 सेमी  
 (c) 6 सेमी (d)  $\sqrt{21}$  सेमी
13. दिये गये चित्र में,  $\angle A = 105^\circ$ ,  $\angle C = 150^\circ$  तथा  $AB = 13$  सेमी तो AC की लम्बाई क्या होगी।



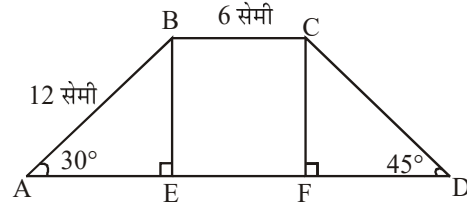
- (a) 12 सेमी (b) 17 सेमी  
 (c) 13 सेमी  
 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
14. समान आधार तथा समान समान्तर रेखाओं के बीच बने समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज तथा त्रिभुज के क्षेत्रफल क्रमशः P, R तथा T हैं, तो निम्न में से कौन सत्य हैं।  
 (a)  $R < P < T$  (b)  $P > R > T$   
 (c)  $R = P = T$  (d)  $R = P = 2T$

15. ABCD एक वर्ग है। M, भुजा AB का मध्यबिन्दु तथा N भुजा BC का मध्यबिन्दु है। DM तथा AN को जोड़ने पर वे बिन्दु O पर मिलते हैं तो निम्न विकल्प में कौन सा विकल्प सत्य है।  
 (a)  $OA : OM = 1 : 2$   
 (b)  $AN = MD$   
 (c)  $\angle ADM = \angle ANB$   
 (d)  $\angle AMD = \angle BAN$
16. यदि किसी चक्रीय चतुर्भुज के बाह्यकोण का मान  $50^\circ$  हो तो उसके विपरीत अन्तःकोण का मान होगा।  
 (a)  $130^\circ$  (b)  $40^\circ$   
 (c)  $50^\circ$  (d)  $90^\circ$
17. किसी समांतर चतुर्भुज ABCD में भुजा  $AB = 24$  सेमी तथा  $AD = 16$  सेमी हैं। तथा भुजा AB और DC के बीच की दूरी 10 सेमी हैं तो भुजा AD और BC के बीच की दूरी ज्ञात करें।  
 (a) 16 सेमी (b) 18 सेमी  
 (c) 15 सेमी (d) 26 सेमी
18. एक अवर्गाकार समचतुर्भुज ABCD के  $\angle A$  तथा  $\angle B$ , 4 : 5 के अनुपात में है तो  $\angle C$  का मान होगा।  
 (a)  $50^\circ$  (b)  $45^\circ$   
 (c)  $80^\circ$  (d)  $95^\circ$
19. एक चक्रीय समलंब ABCD इस प्रकार है  $AD \parallel BC$  यदि  $\angle ABC = 70^\circ$  हो तो  $\angle BCD$  का मान है।  
 (a)  $60^\circ$  (b)  $70^\circ$   
 (c)  $40^\circ$  (d)  $80^\circ$
20. ABCD एक चतुर्भुज इस प्रकार है जिसमें  $\angle D = 90^\circ$  एक वृत्त  $C(o, r)$  जो चतुर्भुज की भुजाये AB, BC, CD तथा DA को क्रमशः P, Q, R तथा S पर स्पर्श करता है यदि  $BC = 38$  सेमी,  $CD = 25$  सेमी तथा  $BP = 27$  सेमी है, तो  $r$  का मान ज्ञात करें।  
 (a) 7 सेमी (b) 14 सेमी  
 (c) 13 सेमी (d) 11 सेमी

21. एक वृत्त, किसी चतुर्भुज ABCD की भुजाओं को क्रमशः P, Q, R तथा S पर स्पर्श करता है, तो विपरीत भुजाओं के युग्म द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण का मान होगा।  
 (a)  $180^\circ$  (b)  $270^\circ$   
 (c)  $225^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं
22. एक समलंब की समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 4 सेमी हैं। उन दोनों भुजाओं के बीच की लम्बवत दूरी 19 सेमी है। यदि समलंब का क्षेत्रफल 475 वर्ग सेमी हो तो समांतर भुजाओं की लम्बाई (सेमी में) क्या है?  
 (a) 27, 23 (b) 27, 24  
 (c) 27, 31 (d) 29, 25
23. समलंब के आकार के एक मैदान का क्षेत्रफल 1440 वर्ग मीटर हैं। समलंब की समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 24 मीटर है यदि समांतर भुजाओं का अनुपात 5 : 3 हो तो बड़ी समांतर भुजा की लम्बाई क्या होगी।  
 (a) 45 मी (b) 60 मी  
 (c) 75 मी (d) 120 मी
24. एक समबाहु त्रिभुज, वर्ग, तथा वृत्त के परिमाण बराबर हैं यदि T त्रिभुज के क्षेत्रफल को, S वर्ग के क्षेत्रफल तथा C वृत्त के क्षेत्रफल को दर्शाता हो तो,  
 (a)  $S < T < C$  (b)  $T < C < S$   
 (c)  $T < S < C$  (d)  $C < S < T$
25. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें  $\angle DAB = 30^\circ$ , भुजा  $BC = 20$  सेमी तथा  $AB = 40$  सेमी है तो समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा।  
 (a) 150 सेमी<sup>2</sup> (b) 200 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 400 सेमी<sup>2</sup> (d) 260 सेमी<sup>2</sup>
26. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है जिसका विकर्ण BD है, यदि  $\angle BAD = 65^\circ$  and  $\angle DBC = 45^\circ$ , then  $\angle BDC$  is :  
 (a)  $65^\circ$  (b)  $70^\circ$   
 (c)  $20^\circ$  (d) None of these
27. दिये गये चित्र में,  $AD = 15$  सेमी,  $AB = 20$  सेमी तथा  $BC = CD = 25$  सेमी हो तो ABCD का क्षेत्रफल क्या होगा।



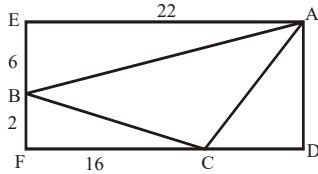
- (a)  $\frac{25}{4} (24 + 25\sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>  
 (b)  $24(25 + 24\sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $\frac{25}{2} (24 + 25\sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>  
 (d) इनमें से कोई नहीं
28. एक समलंब ABCD में,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle CDF = 45^\circ$ ,  $BC = 6$  सेमी तथा  $AB = 12$  सेमी है तो ABCD का क्षेत्रफल क्या होगा।



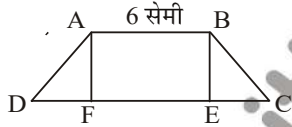
- (a)  $18(3 + \sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>  
 (b)  $36\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $12(3 + 2\sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>  
 (d) इनमें से कोई नहीं
29. एक वर्ग तथा एक समचतुर्भुज समान आधार पर बने हैं तथा समचतुर्भुज  $30^\circ$  के कोण पर झुका है तो वर्ग के क्षेत्रफल का समचतुर्भुज के क्षेत्रफल से अनुपात है।  
 (a)  $\sqrt{2} : 1$  (b)  $2 : 1$   
 (c)  $1 : 1$  (d)  $2 : \sqrt{3}$

30. एक चतुर्भुज ABCD है जिसका विकर्ण  $BD = 64$  सेमी है, यदि  $AL \perp BD$  तथा  $CM \perp BD$  इस प्रकार  $AL = 13.2$  सेमी तथा  $CM = 16.8$  सेमी हो तो चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल वर्ग सेमी. में क्या है।  
 (a) 422.4 (b) 690.0  
 (c) 537.6 (d) 960.0
31. यदि चतुर्भुज ABCD की भुजा वृत्त को स्पर्श करती हो तथा  $AB = 6$  सेमी,  $CD = 5$  सेमी तथा  $BC = 7$  सेमी है तब AD की लम्बाई सेमी में क्या होगी।  
 (a) 8 (b) 9  
 (c) 4 (d) 6
32. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है जिसके विकर्ण AC तथा BD बिन्दु O पर काटते हैं। यदि E, F, G तथा H, क्रमशः AO, DO, CO तथा BO के मध्यबिन्दु हो तब चतुर्भुज EFGH के परिमाण का समांतर चतुर्भुज ABCD के परिमाण से अनुपात क्या होगा।  
 (a) 1:4 (b) 2:3  
 (c) 1:2 (d) 1:3
33. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है AB को बिन्दु P पर तथा CD को बिन्दु Q पर इस प्रकार विभाजित किया गया है कि  $AP : PB = 3 : 2$  तथा  $CQ : QD = 4 : 1$  है। यदि PQ : AC को बिन्दु R पर मिलती है, तब  $AR = ?$   
 (a)  $\frac{2}{7}AC$  (b)  $\frac{3}{7}AC$   
 (c)  $\frac{4}{7}AC$  (d)  $\frac{5}{7}AC$
34. एक चतुर्भुज ABCD में, OA तथा OB  $\angle DAB$  तथा  $\angle CBA$  के कोण समद्विभाजक हैं यदि  $\angle ADC = 70^\circ$  तथा  $\angle BCD = 80^\circ$  हो तो  $\angle AOB$  का मान है।  
 (a)  $70^\circ$  (b)  $80^\circ$   
 (c)  $90^\circ$  (d)  $75^\circ$
35. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें AB व्यास हैं,  $BC = CD$  तथा  $\angle ABD = 50^\circ$  है, तब  $\angle DBC$  का मान है।  
 (a)  $25^\circ$  (b)  $20^\circ$   
 (c)  $45^\circ$  (d)  $30^\circ$
36. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है A व C पर खींची गयी स्पर्श रेखायें बिन्दु C पर मिलती हैं यदि  $\angle ABC = 100^\circ$  तब  $\angle APC$  किसके बराबर होगा।  
 (a)  $10^\circ$  (b)  $20^\circ$   
 (c)  $40^\circ$  (d)  $80^\circ$
37. एक समलंब चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल क्या होगा जिसमें  $AB \parallel DC$ ,  $AB = 26$  सेमी,  $BC = 25$  सेमी,  $CD = 40$  सेमी तथा  $DA = 25$  सेमी  
 (a) 648 सेमी<sup>2</sup> (b) 792 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 660 सेमी<sup>2</sup> (d) 798 सेमी<sup>2</sup>
38. OABC एक समचतुर्भुज है जिसके तीन शीर्ष A, B तथा C एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 10 सेमी तथा केन्द्र O है, पर स्थित है तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।  
 (a)  $30\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> (b)  $50\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $10\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $100\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup>
39. ABCD एक चक्रीय समलंब चतुर्भुज है, जिसकी भुजा AD तथा BC एक दूसरे के समांतर है यदि  $\angle ABC = 62^\circ$  तो  $\angle BCD$  की माप क्या होगी।  
 (a)  $120^\circ$  (b)  $118^\circ$   
 (c)  $62^\circ$  (d)  $28^\circ$
40. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में,  $\angle A$  का द्विभाजक BC को भी बिन्दु E पर द्विभाजित करता है, तो AD ज्ञात करें।  
 (a) AB (b) 2AB  
 (c) 3AB (d)  $\frac{1}{2}AB$
41. एक समचतुर्भुज के विकर्णों की लम्बाई का अनुपात 2 : 5 है तब समचतुर्भुज के क्षेत्रफल का छोटे विकर्ण के वर्ग के साथ अनुपात है।  
 (a) 5:4 (b) 5:2  
 (c) 2:5 (d) इनमें से कोई नहीं
42. यदि किसी समचतुर्भुज के विकर्णों की लम्बाई का योग 10 मीटर हो तथा उसका क्षेत्रफल 9 वर्ग मीटर हो तब विकर्णों के वर्गों का योग क्या होगा।  
 (a) 36 मी<sup>2</sup> (b) 64 मी<sup>2</sup>  
 (c) 80 मी<sup>2</sup> (d) 100 मी<sup>2</sup>

43. दिये गये चित्र में, EADF एक आयत है तथा ABC एक त्रिभुज है जिसके शीर्ष आयत की भुजाओं EADF पर स्थित है। यदि  $AE = 22, BE = 6, CF = 16$  तथा  $BF = 2$  हो तो AB तथा BC के मध्यबिन्दु को मिलाने वाली रेखा की लम्बाई क्या होगी।



- (a)  $4\sqrt{2}$  (b) 5  
(c) 3.5 (d) इनमें से कोई नहीं
44. ABCD एक समलंब है, जिसमें AB, DC के समांतर है  $AD = BC, AB = 6$  सेमी,  $AB = EF$  तथा  $DF = EC$  है, यदि दो रेखाएँ AF तथा BE इस प्रकार खींची गयी है, ताकि ABFE का क्षेत्रफल ABCD के क्षेत्रफल का आधा हो तो  $DF/CD$  का अनुपात क्या होगा।

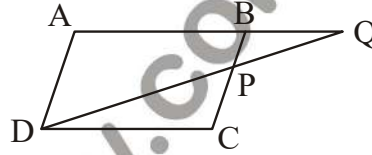


- (a)  $\frac{1}{4}$  (b)  $\frac{1}{3}$   
(c)  $\frac{2}{5}$  (d)  $\frac{1}{6}$
45. किसी समचतुर्भुज का एक विकर्ण दूसरे विकर्ण का दो गुना है, तथा उसका क्षेत्रफल 25 वर्गसेमी हो तब विकर्णों का योगफल क्या होगा।
- (a) 10 सेमी (b) 12 सेमी  
(c) 15 सेमी (d) 16 सेमी
46. WXYZ एक वर्ग है, तथा माना P, Q, R क्रमशः WX, XY तथा ZW के मध्यबिन्दु हे तथा K, L क्रमशः PQ तथा PR के मध्य बिन्दु हो तो

$\frac{\Delta PKL \text{ का क्षेत्रफल}}{\text{वर्ग WXYZ का क्षेत्रफल}}$  क्या होगा।

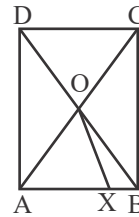
- (a)  $\frac{1}{32}$  (b)  $\frac{1}{16}$   
(c)  $\frac{1}{8}$  (d)  $\frac{1}{64}$

47.



उपर्युक्त दिये गये चित्र में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज हैं P एक बिन्दु BC पर इस प्रकार है कि  $PB : PC = 1 : 2$ . DP तथा AB को आगे बढ़ाने पर यह बिन्दु Q पर मिलती है यदि त्रिभुज BPQ का क्षेत्रफल 20 वर्ग यूनिट हो तो कोण DCP का क्षेत्रफल क्या होगा?

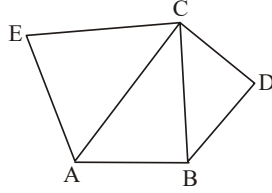
- (a) 20 वर्ग इकाई (b) 30 वर्ग इकाई  
(c) 40 वर्ग इकाई (d) इसमें से कोई नहीं
48. ABCD एक समलंब है जिसमें AD तथा BC एक दूसरे के समांतर है यदि समलंब की चारों भुजायें AB, BC, CD तथा DA क्रमशः 9 सेमी, 12 सेमी, 15 सेमी तथा 20 सेमी हो तो दोनों विकर्णों के वर्गों का योगफल ज्ञात करें।
- (a) 638 (b) 786  
(c) 838 (d) 814
- 49.



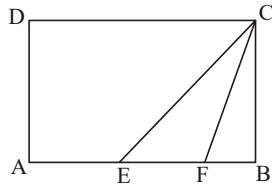
दिये गये चित्र में, ABCD एक वर्ग है जिसमें  $AO = AX$  तब  $\angle XO B$  बराबर हैं।

(a)  $22.5^\circ$  (b)  $25^\circ$   
(c)  $30^\circ$  (d)  $45^\circ$

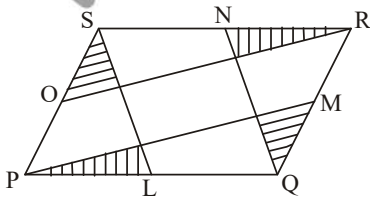
50. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज हैं जोकि B पर समकोण हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया हैं दो समबाहु त्रिभुज भुजा BC तथा AC पर बने हैं तो  $\triangle BCD$  का क्षेत्रफल तथा  $\triangle ACE$  के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें।



- (a) 2 : 1 (b) 1 : 4  
(c) 4 : 1 (d) 1 : 2
51. नीचे दिये गये चित्र में, ABCD एक आयत है जिसमें  $AE = 2EF = 3FB$ . तो आयत ABCD का क्षेत्रफल तथा त्रिभुज CEF के क्षेत्रफल का अनुपात है।



- (a) 11 : 3 (b) 22 : 3  
(c) 11 : 6 (d) इनमें से कोई नहीं
52. ABCD एक वर्ग है, P, भुजा AD का मध्यबिन्दु है तथा Q इसके विकर्णों का प्रतिच्छेद बिन्दु है तब  $\square ABQP$  का क्षेत्रफल  $\square ABCD$  का क्षेत्रफल का अनुपात है।  
(a) 5 : 8 (b) 3 : 8  
(c) 1 : 4 (d) None of these
53. समांतर चतुर्भुज PQRS में, L, M, N तथा O क्रमशः भुजायें PQ, QR, RS तथा SP के मध्यबिन्दु हैं यदि PM, QN, RO तथा SL को मिलाया गया हो तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल तथा समांतर चतुर्भुज PQRS के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा।



- (a)  $\frac{1}{5}$  (b)  $\frac{1}{4}$   
(c)  $\frac{4}{15}$  (d)  $\frac{1}{6}$
54. समांतर चतुर्भुज ABCD में, AB का मध्यबिन्दु H हैं। DH के समांतर तथा B से गुजरने वाली रेखा AD के बढ़े हुए भाग से K पर मिलती हैं यदि  $BC = 6$  सेमी हो तो DK का मान है।  
(a) 10 सेमी (b) 4 सेमी  
(c) 8 सेमी (d) 6 सेमी
55. ABCD एक समलंब हैं जिसकी समांतर भुजायें AD तथा BC 3 : 2 के अनुपात में हैं तथा उनके बीच की न्यूनतम दूरी 10 सेमी है AB तथा DC का आगे बढ़ाये जाने पर यह बिन्दु O पर मिलती है यदि ABCD का क्षेत्रफल 100 वर्गसेमी हो तो  $\triangle OBC$  का क्षेत्रफल क्या होगा।  
(a) 60 सेमी<sup>2</sup> (b) 80 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 90 सेमी<sup>2</sup> (d) 120 सेमी<sup>2</sup>
56. यदि किसी आयत का परिमाप P हो तथा उसका विकर्ण d इकाई हो तब उस आयत की लम्बाई तथा चौड़ाई का अन्तर क्या होगा।  
(a)  $\sqrt{\frac{8d^2 - P^2}{4}}$  इकाई  
(b)  $\sqrt{\frac{8d^2 - P^2}{2}}$  इकाई  
(c)  $\sqrt{\frac{8d^2 + P^2}{2}}$  इकाई  
(d)  $\sqrt{\frac{8d^2 + P^2}{4}}$  इकाई
57. एक समचतुर्भुज का परिमाप  $2p$  इकाई है तथा विकर्णों की लम्बाई का योग  $m$  इकाई हो तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा।  
(a)  $\frac{1}{4} m^2 p$  वर्ग इकाई  
(b)  $\frac{1}{4} mp^2$  वर्ग इकाई

(c)  $\frac{1}{4}(m^2 - p^2)$  वर्ग इकाई

(d)  $\frac{1}{4}(p^2 - m^2)$  वर्ग इकाई

58. यदि ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज हैं जिसमें  $\angle A = 4x$ ,  $\angle B = 7x$ ,  $\angle C = 5y$ ,  $\angle D = y$  तब  $x : y$  का मान है।

(a) 3 : 4 (b) 4 : 3

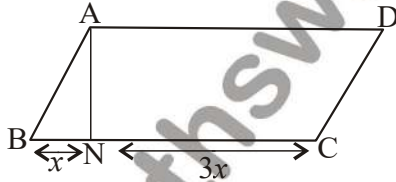
(c) 5 : 4 (d) 4 : 5

59. ABCD एक समलंब हैं जिसमें AD तथा BC समांतर भुजायें हैं। AD पर एक बिन्दु E हैं तो  $\square ABCD$  का क्षेत्रफल  $\triangle BED$  के क्षेत्रफल का अनुपात है।

(a)  $\frac{AD}{BC}$  (b)  $\frac{BE}{EC}$

(d)  $\frac{AD+BE}{AD+CE}$  (d)  $\frac{AD+BC}{AD}$

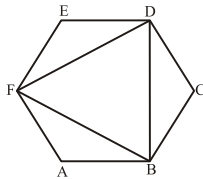
60. दिये गये चित्र में, समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल तथा त्रिभुज ABN के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा।



(a) 6 : 1 (b) 5 : 1

(c) 4 : 1 (d) 8 : 1

61. ABCDEF एक 6 सेमी भुजा वाला समषटभुज है। त्रिभुज BDF का क्षेत्रफल क्या है।



(a)  $32\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> (b)  $27\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup>

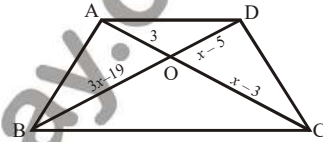
(c) 24 सेमी<sup>2</sup> (d) इनमें से कोई

62. किसी चतुर्भुज ACDE का क्षेत्रफल 36 वर्ग सेमी हैं। यदि B, AC का मध्यबिन्दु हो तो  $\triangle ABE$  का क्षेत्रफल ज्ञात करें। यदि  $AC \parallel DE$  तथा  $BE \parallel CD$

(a) 10 सेमी<sup>2</sup> (b) 9 सेमी<sup>2</sup>

(c) 12 सेमी<sup>2</sup> (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

63. चित्र में,  $BC \parallel AD$  तो  $x$  का मान ज्ञात करें।



(a) 9, 10 (b) 7, 8

(c) 10, 12 (d) 8, 9

64. किसी समलंब का क्षेत्रफल 180 वर्ग सेमी हैं तथा ऊँचाई 9 सेमी हैं यदि एक भुजा दूसरी भुजा से 6 सेमी अधिक हो तो दोनों समांतर भुजायें ज्ञात करें।

(a) 15 सेमी, 21 सेमी (b) 14 सेमी, 20 सेमी

(c) 17 सेमी, 23 सेमी (d) 12 सेमी, 18 सेमी

65. यदि किसी समांतर चतुर्भुज की भुजायें 12 सेमी तथा 8 सेमी है। तथा इसका एक विकर्ण 10 सेमी हो तो दूसरा विकर्ण है।

(a) 17.8 सेमी (b) 16.2 सेमी

(c) 16.9 सेमी

(d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

66. यदि  $l, b$  तथा  $p$  एक आयत की लम्बाई, चौड़ाई तथा परिमाप हो तथा  $b, l$  तथा  $p$  (क्रम में) गुणोत्तर श्रेणी में

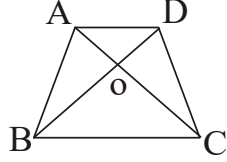
हो तो  $\frac{l}{b}$  का मान है।

(a) 2 : 1 (b)  $(\sqrt{3}-1) : 1$

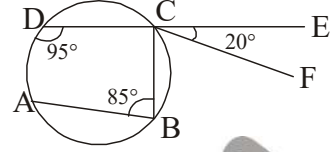
(c)  $(\sqrt{3}+1) : 1$  (d)  $2 : \sqrt{3}$

67. दिये गये चित्र में, ABCD एक समलंब हैं जिसमें  $BC \parallel AD$  तथा इसके विकर्ण बिन्दु O पर काटते हैं। यदि  $AO = (3x - 1)$ ,  $OC = (5x - 3)$ ,  $BO = (2x + 1)$  तथा  $OD = (6x - 5)$  हो तो  $x$  का मान है।





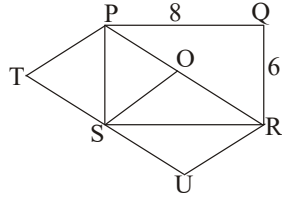
- (a) 1 (b) 3  
(c) 2 (d) 4
68. ABCD एक समलंब हैं जिसमें  $AB \parallel CD$  तथा विकर्ण बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं यदि  $AB = 6$  सेमी तथा  $DC = 3$  सेमी हो तो  $\triangle AOB$  तथा  $\triangle COD$  के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?  
(a) 4 : 1 (b) 1 : 2  
(c) 2 : 1 (d) 1 : 4
69. एक आयत ABCD की भुजा,  $AB = 16$  सेमी तथा  $AD = 8$  सेमी हो तथा M, N, P क्रमशः भुजायें AB, AD तथा DC के मध्यबिन्दु हों। B, N, M, P को मिलाने पर बने चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।  
(a) 256 (b) 48  
(c) 64 (d) 128
70. अलग-अलग लम्बाईयों के दो रेखाखण्डों पर बने दो वर्गों के क्षेत्रफल का अन्तर 32 वर्ग मीटर हैं तो बड़े, रेखाखण्ड की लम्बाई ज्ञात करें यदि एक रेखाखण्ड दूसरे रेखाखण्ड से 2 सेमी अधिक हैं।  
(a) 7 सेमी (b) 9 सेमी  
(c) 11 सेमी (d) 16 सेमी
71. एक वर्ग का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल के बराबर है। आयत की लम्बाई, वर्ग की भुजा से 5 सेमी अधिक है तथा चौड़ाई, वर्ग की भुजा से 3 सेमी कम है तो आयत का परिमाण ज्ञात कीजिये।  
(a) 17 सेमी (b) 26 सेमी  
(c) 30 सेमी (d) 34 सेमी
72. दिये गये चित्र में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज हैं जिसमें भुजा DC को E तक बढ़ाया गया हैं तथा CF को AB के समान्तर इस प्रकार खींचा गया है कि  $\angle ADC = 95^\circ$  तथा  $\angle ECF = 20^\circ$ , तब  $\angle BAD$  का मान हैं।



- (a)  $95^\circ$  (b)  $85^\circ$   
(c)  $105^\circ$  (d)  $75^\circ$
73. चतुर्भुज ABCD में, यह दिया गया है कि  $BD = 16$  सेमी यदि  $AL \perp BD$  तथा  $CM \perp BD$  इस प्रकार  $AL = 9$  सेमी तथा  $CM = 7$  सेमी हैं। तब चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल होगा।  
(a) 256 सेमी<sup>2</sup> (b) 128 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 64 सेमी<sup>2</sup> (d) 96 सेमी<sup>2</sup>
74. चतुर्भुज ABCD तथा ABMN आधार AB पर स्थित हैं जहाँ  $AB \parallel DM$  यदि समांतर चतुर्भुज ABMN का क्षेत्रफल 80 वर्ग इकाई हो तो  $\triangle APN$  का क्षेत्रफल क्या होगा?  
(a) 20 वर्ग इकाई  
(b) 30 वर्ग इकाई  
(c) 40 वर्ग इकाई  
(d) 160 वर्ग इकाई
75. 8 इकाई तथा 6 इकाई माप वाला एक आयत PQRS है। PTUR एक आयत इस प्रकार बनाया गया है कि पहले आयत का विकर्ण PR उसकी भुजा हैं तथा इस भुजा के विपरीत वाली भुजा पहले आयत को S पर स्पर्श करती हैं

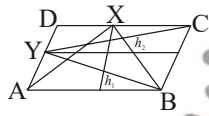


जैसाकि नीचे चित्र में दिखया गया हैं तो आयत PQRS के क्षेत्रफल व आयत PTUR के क्षेत्रफल में क्या अनुपात होगा।

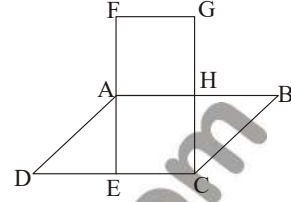


- (a) 2 (b)  $\frac{3}{2}$   
 (c) 1 (d)  $\frac{8}{9}$

76. समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं DC व AD पर दो बिन्दु क्रमशः X तथा Y हैं। त्रिभुज ABX का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

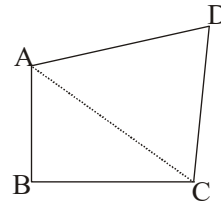


- (a) त्रिभुज BYC का क्षेत्रफल का  $\frac{1}{2}$   
 (b) त्रिभुज BYC के क्षेत्रफल के बराबर  
 (c) त्रिभुज BYC के क्षेत्रफल का  $\frac{1}{3}$   
 (d) त्रिभुज BYC के क्षेत्रफल का दो गुना
77. दिये गये चित्र में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज हैं जिसकी भुजायें  $AD = a$  इकाई,  $DC = 2a$  इकाई तथा  $DE : EC = 1 : 2$  हैं। CEFG एक आयत है जिसकी भुजा  $EF = 3AE$  हैं। तो इनके क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा।



- (a) 1 : 1 (b) 1 : 2  
 (c) 2 : 1 (d) 2 : 3

78. चतुर्भुज ABCD में,  $\angle B = 90^\circ$  तथा  $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$  तो,  $\angle ACD$  का मान ज्ञात करें।



- (a)  $45^\circ$  (b)  $60^\circ$   
 (c)  $90^\circ$  (d)  $30^\circ$

79. एक समलंब चतुर्भुज, ABCD में,  $AB \parallel DC$  तथा  $DC = 2AB$  हैं एक रेखा EF जो AB के समान्तर खींची गयी हैं AD को F पर तथा BC को E पर इस प्रकार काटती

हैं कि  $\frac{BE}{EC} = \frac{3}{4}$  तथा विकर्ण DB, EF को G पर

काटता है तो  $\frac{AB}{FE}$  का मान ज्ञात करें।

- (a)  $\frac{10}{7}$  (b)  $\frac{4}{7}$   
 (c)  $\frac{3}{7}$  (d)  $\frac{7}{10}$

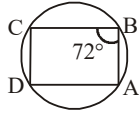
80. एक समबहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण  $120^\circ$  का हैं तो उस बहुभुज में भुजाओं की संख्या होगी।  
 (a) 10 (b) 8  
 (c) 6 (d) 9
81. एक समबहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण  $140^\circ$  का है तो विकर्णों की संख्या तथा होगी।  
 (a) 21 (b) 24  
 (c) 27 (d) 18
82. एक समबहुभुज के अन्तःकोणों का योगफल  $900^\circ$  हैं तो उस बहुभुज में भुजाओं की संख्या होगी।  
 (a) 6 (b) 7  
 (c) 8 (d) 9
83. यदि किसी बहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण बाह्यकोण का 4 गुना हैं तो बहुभुज में भुजाओं की संख्या ज्ञात करें।  
 (a) 6 (b) 8  
 (c) 10 (d) 12
84. एक समबहुभुज के अन्तः तथा बाह्य कोण के बीच  $60^\circ$  का अन्तर हैं तो उस बहुभुज में भुजाओं की संख्या क्या होगी।  
 (a) 5 (b) 6  
 (c) 8 (d) 9
85. एक समबहुभुज के सभी अन्तः कोणों का योगफल उसके बाह्यकोण के योगफल का दो गुना हैं तो बहुभुज होगा।  
 (a) षटभुज (b) त्रिभुज  
 (c) चतुर्भुज (d) पंचभुज
86. किसी समबहुभुज की भुजाओं के बीच अनुपात 1 : 2 तथा उसके अन्तःकोणों के बीच अनुपात 2 : 3 हैं तो इस बहुभुज की भुजायें क्रमशः होंगी।  
 (a) 3, 6 (b) 5, 10  
 (c) 6, 9 (d) 4, 8
87. एक सम षटभुज के कोण तथा इसके बाह्यकोण का अनुपात क्या होगा।  
 (a) 1 : 2 (b) 2 : 1  
 (c) 1 : 3 (d) 3 : 1
88. यदि किसी समबहुभुज का एक आन्तरिक कोण समषटभुज के आन्तरिक कोण का  $\frac{3}{4}$  हैं तो बहुभुज की भुजाओं की संख्या ज्ञात कीजिये।  
 (a) 3 (b) 4  
 (c) 6 (d) 8
89. एक बहुभुज में पाँच अन्तःकोण  $172^\circ$  के बराबर हैं तथा शेष सभी अन्तः कोण  $160^\circ$  के बराबर हैं तो उस बहुभुज में भुजाओं की संख्या ज्ञात करें।  
 (a) 20 (b) 21  
 (c) 22 (d) 23
90. ABCDEF एक 2 फीट भुजा वाला समषटभुज हैं तो आयत BCEF का क्षेत्रफल वर्ग फीट में है।  
 (a) 8 (b)  $4 + 4\sqrt{3}$   
 (c) 4 (d)  $4\sqrt{3}$
91. किसी समबहुभुज की भुजाओं की संख्या के बीच का अनुपात 1 : 2 तथा उसके अन्तःकोणों के बीच का अनुपात 1 : 2 हैं तो उस बहुभुज में भुजाओं की संख्या क्रमशः होगी।  
 (a) 3, 6 (b) 5, 10  
 (c) 6, 9 (d) 4, 8
92. एक बहुभुज में पाँच अन्तःकोण  $162^\circ$  के बराबर हैं तथा शेष सभी अन्तः कोण  $150^\circ$  के बराबर हैं तो बहुभुज में भुजाओं की संख्या ज्ञात करें।  
 (a) 12 (b) 14  
 (c) 16 (d) 18

93. दो समबहुभुज की भुजाओं की संख्या का अनुपात 1 : 2 हैं यदि प्रथम बहुभुज को प्रत्येक अन्तः कोण  $120^\circ$  का हो तो दूसरे बहुभुज का प्रत्येक आन्तरिक कोण ज्ञात कीजिये।
- (a)  $150^\circ$  (b)  $160^\circ$   
(c)  $140^\circ$  (d)  $135^\circ$
94. यदि एक बहुभुज के आन्तरिक कोण AP में हैं तथा उनका सार्वअन्तर  $5^\circ$  हैं तथा सबसे छोटा कोण  $120^\circ$  का हैं तो बहुभुज में भुजाओं की संख्या ज्ञात करें।
- (a) 9 या 16 (b) 9  
(c) 13 (d) 3 या 16
95. दो समबहुभुज जिनमें  $(n-1)$  तथा  $(n+2)$  हैं तथा उनके बाह्यकोण के बीच  $6^\circ$  का अन्तर हैं तो  $n$  का मान ज्ञात करें।
- (a) 14 (b) 12  
(c) 13 (d) 11
96. दो समबहुभुज इस प्रकार हैं कि उनकी भुजाओं के बीच 1 : 2 का अनुपात हो तथा उनके अन्तःकोणों के बीच का अनुपात 3 : 4 हो तो प्रत्येक बहुभुज की भुजाओं की संख्या ज्ञात करें।
- (a) 4, 8 (b) 5, 10  
(c) 6, 12 (d) 3, 6
97. ABCDE एक समपंचभुज है तथा  $\angle BAE$  के द्विभाजक CD को M बिन्दु पर मिलता है यदि  $\angle BCD$  का द्विभाजक AM को बिन्दु P पर मिलता हो तो  $\angle CPM$  का मान ज्ञात करो।
- (a)  $36^\circ$  (b)  $54^\circ$   
(c)  $48^\circ$  (d)  $68^\circ$
98. ABCDE एक समपंचभुज है। पंचभुज में  $\angle A$  का अर्द्धक भुजा CD से M पर मिलता है  $\angle AMC$  का मान ज्ञात करें।
- (a)  $80^\circ$  (b)  $90^\circ$   
(c)  $75^\circ$  (d)  $60^\circ$
99. किसी समबहुभुज का एक आन्तरिक कोण समषटभुज के आन्तरिक कोण का  $9/8$  हैं तो बहुभुज की भुजाओं की संख्या ज्ञात करें।
- (a) 8 (b) 7  
(c) 9 (d) 14
100. यदि किसी समबहुभुज का एक आन्तरिक कोण समषटभुज के आन्तरिक कोण का  $7/6$  हैं तो उस बहुभुज में भुजाओं की संख्या ज्ञात कीजिये।
- (a) 8 (b) 9  
(c) 11 (d) 14
101. एक बहुभुज में 27 विकर्ण हैं तो बहुभुज में भुजाओं की संख्या होगी।
- (a) 7 (b) 6  
(c) 9 (d) 12
102. एक समबहुभुज एक वृत्त के अन्दर बना है यदि भुजा केन्द्र पर  $72^\circ$  का कोण बनाती हैं तो बहुभुज में भुजाओं की संख्या ज्ञात करें।
- (a) 5 (b) 7  
(c) 6 (d) 8

## उत्तरमाला

- |          |          |          |         |         |         |         |         |         |
|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (d)   | 2. (b)   | 3. (c)   | 4. (c)  | 5. (c)  | 6. (b)  | 7. (a)  | 8. (b)  | 9. (b)  |
| 10. (d)  | 11. (d)  | 12. (a)  | 13. (c) | 14. (d) | 15. (b) | 16. (c) | 17. (c) | 18. (c) |
| 19. (b)  | 20. (b)  | 21. (a)  | 22. (a) | 23. (c) | 24. (c) | 25. (c) | 26. (c) | 27. (a) |
| 28. (a)  | 29. (b)  | 30. (d)  | 31. (c) | 32. (c) | 33. (b) | 34. (d) | 35. (b) | 36. (b) |
| 37. (b)  | 38. (b)  | 39. (c)  | 40. (b) | 41. (a) | 42. (b) | 43. (b) | 44. (b) | 45. (c) |
| 46. (b)  | 47. (d)  | 48. (d)  | 49. (a) | 50. (d) | 51. (b) | 52. (b) | 53. (a) | 54. (d) |
| 55. (b)  | 56. (a)  | 57. (c)  | 58. (b) | 59. (d) | 60. (d) | 61. (b) | 62. (c) | 63. (d) |
| 64. (c)  | 65. (a)  | 66. (c)  | 67. (b) | 68. (a) | 69. (c) | 70. (b) | 71. (c) | 72. (c) |
| 73. (b)  | 74. (b)  | 75. (c)  | 76. (b) | 77. (b) | 78. (c) | 79. (a) | 80. (c) | 81. (c) |
| 82. (b)  | 83. (c)  | 84. (b)  | 85. (a) | 86. (d) | 87. (b) | 88. (b) | 89. (b) | 90. (d) |
| 91. (a)  | 92. (b)  | 93. (a)  | 94. (a) | 95. (c) | 96. (b) | 97. (a) | 98. (b) | 99. (a) |
| 100. (b) | 101. (c) | 102. (a) |         |         |         |         |         |         |

## हल एवं संकेत

Sol<sup>n</sup> 1.

∴ AD∥BC

तब,  $\angle A + 72^\circ = 180^\circ$

$\angle A = 108^\circ$

चक्रीय चतुर्भुज ABCD में

∴  $\angle A + \angle C = 180^\circ$

⇒  $\angle C = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$

Sol<sup>n</sup> 2. चतुर्भुज के कोणों का अनुपात क्रमशः 1:2:3:4 है

चारों कोणों का योग =  $360^\circ$

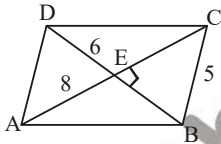
∴  $x + 2x + 3x + 4x = 360^\circ$

⇒  $10x = 360^\circ$

⇒  $x = 36^\circ$

अब, कोणों का मान :-  $36^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 144^\circ$

अतः यह एक समलम्ब होगा।

Sol<sup>n</sup> 3. समांतर चतुर्भुज क विकर्ण 8 मीटर व 6 मीटर है। समांतर चतुर्भुज में

$AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + BC^2)$

$(8)^2 + (6)^2 = 2[(5)^2 + (BC)^2]$

⇒  $\frac{100}{2} = 25 + BC^2$

⇒  $50 - 25 = BC^2$

$BC = \sqrt{25} = 5$  सेमी

भुजाएँ बराबर होती है तथा विकर्ण  $90^\circ$  पर काटते हैं

$\triangle BEC$  में,

DB = 6 सेमी, BE = 3 सेमी

AC = 8 सेमी, EC = 4 सेमी

तथा BC = 5 सेमी.

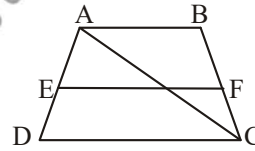
इसलिए समकोण त्रिभुज DEC में, त्रिभुज का क्षेत्र

$= \frac{1}{2}$  आधार  $\times$  उँचाई

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3$

= 6 सेमी<sup>2</sup>

अतः, समलम्ब का क्षेत्रफल =  $4 \times 6 = 24$  सेमी<sup>2</sup>

Sol<sup>n</sup> 4.

समलम्ब ABCD में

AB∥CD

E व F दो समांतर भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं

एक रेखा A से C तक खींची गई जो EF को G पर काटती है,

$\triangle ADC$  में,

EF∥DC

$EG = \frac{1}{2} DC$  .....(i)

इसी प्रकार  $\triangle ABC$  में,

AB∥GF

$GF = \frac{1}{2} AB$  .....(ii)

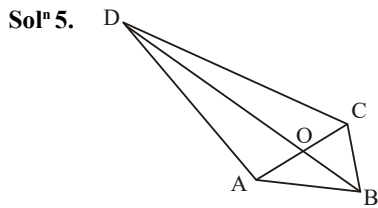
समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर हम पाते हैं

$EG + GF = \frac{1}{2} DC + \frac{1}{2} AB$

$$\Rightarrow EF = \frac{1}{2}DC + \frac{1}{2}AB$$

$$\Rightarrow EF = \frac{1}{2}(p + q)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \because DC = p \\ AB = q \end{array} \right]$$



किसी भी त्रिभुज में दो भुजाओं को योग हमेशा तीसरी भुजा से बड़ा होता है

$$\Delta ABD \text{ में } \Rightarrow AB + AD > BD \quad \dots\dots (i)$$

$$\Delta BCD \text{ में } \Rightarrow BC + CD > BD \quad \dots\dots (ii)$$

$$\Delta ABC \text{ में } \Rightarrow AB + BC > AC \quad \dots\dots (iii)$$

$$\Delta ACD \text{ में } \Rightarrow AD + CD > AC \quad \dots\dots (iv)$$

समीकरण (i), (ii), (iii) और (iv) हम पाते हैं।

$$2(AB + BC + CD + DA) > 2(AC + BD)$$

$$\Rightarrow AB + BC + CD + DA > AC + BD$$

**Sol<sup>n</sup> 6.** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, तथा भुजा BC का मध्य बिन्दु है,

$$\therefore BE = CE$$

अब,  $\Delta DCE$  व  $\Delta EBF$  में,

$$\angle DBC = \angle EBF$$

$$\angle CDE = \angle EFB$$

$$CD = BE$$

SAS द्वारा दोनों त्रिभुज सर्वांगसम है,

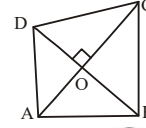
$$\text{अतः, } CD = BF \Rightarrow CD = AB$$

$$BF = AB$$

$$\text{अतः, } AF = AB + BF = 2AB$$

**Sol<sup>n</sup> 7.** समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र = ऊँचाई  $\times$  आधार  
 $= DL \times AB$   
 $= 4 \times 10 = 40$  सेमी<sup>2</sup>

**Sol<sup>n</sup> 8.**



समकोण त्रिभुजों BOC, OCD, OAD, OAB में

$$OB^2 + OC^2 = BC^2$$

$$OC^2 + OD^2 = CD^2$$

$$OD^2 + OA^2 = AD^2$$

$$OA^2 + OB^2 = AB^2$$

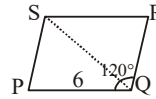
ऊपर दिये गये सभी समीकरणों को जोड़ने पर

$$2(OB^2 + OA^2 + OD^2 + OC^2) = AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2$$

$$\Rightarrow 2(AB^2 + CD^2) = AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2$$

$$\Rightarrow AB^2 + CD^2 = BC^2 + DA^2$$

**Sol<sup>n</sup> 9.**



$\therefore$  समचतुर्भुज के विकर्ण शीर्ष कोण समद्विभाजित करते हैं,

$$\Rightarrow \angle PQS = \frac{1}{2} \angle PQR = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PQS = \angle PSQ = 60^\circ$$

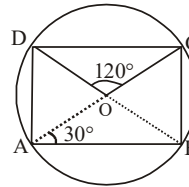
$$\text{और } \angle SPQ + \angle PQR = 180^\circ$$

$$\angle SPQ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$\therefore \Delta SPQ$  एक समबाहु त्रिभुज है,

$$SP = PQ = QS = 6 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 10.**



$$OD = OC \text{ (त्रिज्या)}$$

$\Delta ODC$  में,

$$\angle ODC + \angle DOC + \angle OCD = 180^\circ$$

$\Rightarrow \angle ODC = \angle OCD = 30^\circ (\because OD = OC)$

और  $\angle DBC = \frac{1}{2} \angle DOC$

( $\because$  वृत्त की जीवा द्वारा वृत्त की परिधि पर बना कोण, केन्द्र पर बने कोण का आधा होता है।)

$\Rightarrow \angle DBC = 60^\circ$

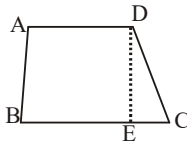
$\Delta DBC$  में,

$\angle DBC + \angle BDC + \angle BCD = 180^\circ$

$\Rightarrow 60^\circ + 30^\circ + \angle BCD = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BCD = 90^\circ$

Sol<sup>n</sup> 11.



समलम्ब  $\square ABCD$  में,

क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$

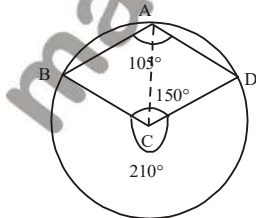
=  $\frac{1}{2} (AD + BC) \times DE$

$\Rightarrow 105 = \frac{1}{2} (9 + 12) \times DE$

$\Rightarrow DE = 10$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 13 . वृहत्तकोण

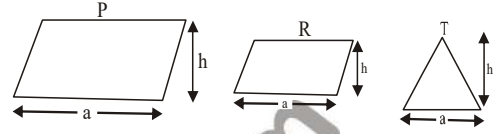
$\angle BCD = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$



$210^\circ, 105^\circ$  का दो गुना है अतः A, B, D वृत्त की परिधि पर तथा C केन्द्र पर है।

त्रिज्या =  $AC = BC = CD = 13$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 14.



माना आधार भुजा  $a$  तथा ऊँचाई  $h$  है

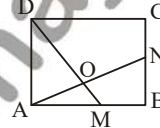
समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र (P) =  $ah$  ..... (i)

सम चतुर्भुज का क्षेत्र (R) =  $ah$  ..... (ii)

त्रिभुज का क्षेत्र (T) =  $\frac{1}{2} ah$

$\Rightarrow R = P = 2T$

Sol<sup>n</sup> 15.



ABCD एक वर्ग है, तथा M, N क्रमशः भुजा AB व BC के मध्य बिन्दु है।

यदि  $AB = 2x$

तब,  $BN = x$

$\therefore AN = \sqrt{AB^2 + BN^2}$

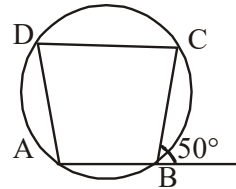
=  $\sqrt{4x^2 + x^2} = \sqrt{5} x$

इसी प्रकार:  $MD = \sqrt{AD^2 + AM^2}$

=  $\sqrt{4x^2 + x^2} = \sqrt{5} x$

अतः,  $AN = MD$

Sol<sup>n</sup> 16.

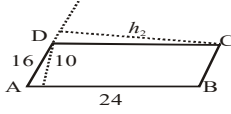


$\angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

चक्रीय चतुर्भुज में

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle ADC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

Sol<sup>n</sup> 17.

$h_1 = 10$  सेमी,  $l = 24$  सेमी,  $b = 16$  सेमी

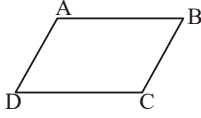
$h_2 = ?$

समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$lh_1 = bh_2$$

$$\Rightarrow 24 \times 10 = 16 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 15 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 18.

माना  $\angle A$  व  $\angle B$  क्रमशः  $4x$  व  $5x$  हैं

अवर्गाकार समचतुर्भुज में

$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$4x + 5x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 20^\circ$$

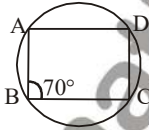
$$\Rightarrow \angle A = 4x = 80^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B = 5x = 100^\circ$$

और,  $\angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\Rightarrow \angle C = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\text{अतः, } \angle C = 80^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 19.

$AD \parallel BC$

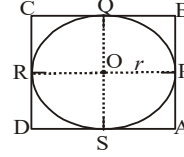
$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$  (संगत कोण)

$$\Rightarrow \angle BAD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

ABCD एक चक्रीय समलम्ब है।

$$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

$$\angle BCD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 20.

(किसी बाह्य बिन्दु से खींची गई दोनों स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं।)

$$\therefore BP = BQ = 27 \text{ सेमी}$$

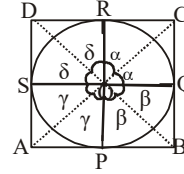
$$\Rightarrow CQ = BC - BQ = 38 - 27 = 11 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow CQ = CR = 11 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow DR = CD - CR = 25 - 11 = 14 \text{ सेमी}$$

$\therefore OR \perp CD$  and  $OS \perp AD$  (केन्द्र से स्पर्श रेखा पर खींची गई रेखा स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है।)

$$\Rightarrow \text{त्रिज्या } (r) = DR = 14 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 21.

त्रिभुज OQC व त्रिभुज ORC में

$$\therefore OR = OQ \text{ (त्रिज्या)}$$

तथा  $RC = QC$

(बाह्य बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाएँ बराबर लम्बाई की होती हैं।)

$$\angle ORC = \angle OQC = 90^\circ$$

$$\Delta OQC \cong \Delta ORC \text{ (सर्वांगसम त्रिभुज)}$$

$$\Rightarrow \angle ROC = \angle QOC = \alpha \text{ (माना)}$$

और

$$\angle QOB = \angle POB = \beta \text{ (माना)}$$

$$\angle POA = \angle SOA = \gamma \text{ (माना)}$$

$$\angle SOD = \angle ROD = \delta \text{ (माना)}$$

वृत्त के केंद्र पर बना कोण =  $360^\circ$

$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta = 360^\circ$$



$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$(\alpha + \delta) + (\beta + \gamma) = 180^\circ$$

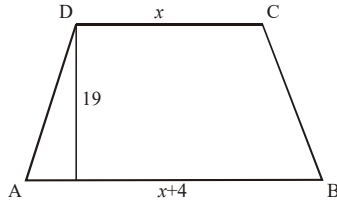
$$\angle COD + \angle AOB = 180^\circ$$

इसी प्रकार,

$$\angle BOC = \angle AOD$$

अतः विपरीत भुजाओं के युग्म द्वारा केन्द्र पर अन्तरिक कोण  $180^\circ$  होगा।

Sol<sup>n</sup> 22.



ABCD एक समलम्ब है।

$$AB = x + 4, \text{ तथा } CD = x$$

$$\therefore \text{समलम्ब का क्षेत्र} = \frac{1}{2} (AB + CD) \times CE$$

$$475 = \frac{1}{2} (x + 4 + x) \times 19$$

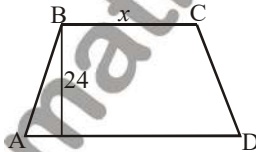
$$2x + 4 = 50$$

$$x = 23$$

$$AB = 27 \text{ सेमी}$$

$$CD = 23 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 23.



ABCD एक समलम्ब है

$$\text{माना भुजा } AD = 5x \text{ और } BC = 3x$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (AD + BC) \times \text{ऊँचाई}$$

$$1440 = \frac{1}{2} (8x) \times 24$$

$$x = \frac{360}{24} = 15 \text{ मीटर}$$

$$BC = 5x = 75 \text{ मीटर}$$

$$AD = 3x = 45 \text{ मीटर}$$

Sol<sup>n</sup> 24. माना समबाहु त्रिभुज की भुजा  $a$  वर्ग की भुजा  $b$  है, तथा वृत्त की त्रिज्या  $r$  है।

$\therefore$  परिमाप बराबर है।

$$3a = 4b = 2\pi r$$

$$b = 3a/4$$

$$r = 3a/2\pi$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्र } P = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \quad \dots (i)$$

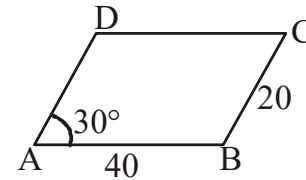
$$\text{वर्ग का क्षेत्र } S = b^2 = \left(\frac{3a}{4}\right)^2 = \frac{9a^2}{16} \quad \dots (ii)$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्र } C = \pi r^2 = \frac{9a^2}{4\pi} \quad \dots (iii)$$

समीकरण (i), (ii) व (iii) से

$$T < S < C$$

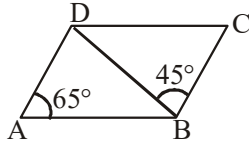
Sol<sup>n</sup> 25.



$$\therefore AD \parallel BC$$

$$\Rightarrow \angle ABC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र} &= AB \cdot BC \sin 150^\circ \\ &= 40 \times 20 \times \sin 150^\circ \\ &= 400 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 26.

समान्तर चतुर्भुज ABCD में

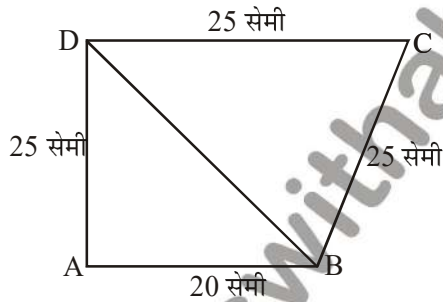
$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

 $\therefore \triangle BDC$  में

$$\angle BDC + \angle DCB + \angle DBC = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BDC = 180^\circ - 115^\circ - 45^\circ = 20^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 27.

समकोण त्रिभुज DAB में,

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

(पाइथागोरस प्रमेय से)

$$(BD)^2 = (15)^2 + (20)^2$$

$$BD = 25 \text{ सेमी}$$

 $\therefore$ 
अब,  $\triangle BCD$  एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\text{क्षे.} = \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{भुजा})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (25)^2$$

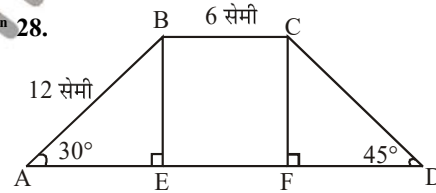
$$\text{ABCD का क्षे.} = \triangle DAB + \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 25$$

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 20 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 25$$

$$= 150 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 25$$

$$= \frac{25}{4} (24 + 25\sqrt{3})$$

Sol<sup>n</sup> 28.

समलम्ब ABCD में,

 $\triangle ABE$  में,

$$\cos 30^\circ = \frac{AE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{12}$$

$$\Rightarrow AE = 6\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

 $\triangle CFD$  में,

$$\tan 45^\circ = \frac{CF}{FD}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{6}{FD}$$

$$\Rightarrow FD = 6 \text{ सेमी}$$

$$\therefore BC = EF = 6 \text{ सेमी.}$$

$$\text{अब समलम्ब का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

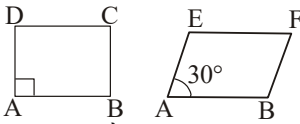
$$= \frac{1}{2} \times (BC + AD) \times BE$$

$$(\because AD = AE + EF + FD = 6\sqrt{3} + 6 + 6)$$

$$= \frac{1}{2} (18 + 6\sqrt{3}) \times 6$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 18(3 + \sqrt{3}) \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 29.



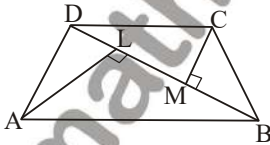
$$\text{वर्ग ABCD का क्षेत्र.} = a^2$$

$$\text{समचतुर्भुज ABEF का क्षेत्र.} = a^2 \sin 30^\circ$$

$$= \frac{a^2}{2}$$

$$\therefore \frac{\text{वर्ग का क्षेत्र.}}{\text{समचतुर्भुज का क्षेत्र.}} = 2 : 1$$

Sol<sup>n</sup> 30.



$$\Delta ABD \text{ का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times AL \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times 13.2 \times 64$$

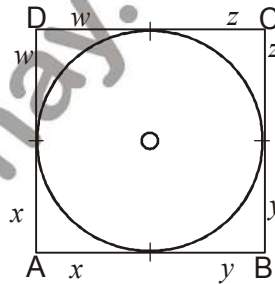
$$= 422.4 \text{ सेमी}^2$$

$$\Delta BCD \text{ का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times CM \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times 16.8 \times 64 = 537.6 \text{ सेमी}^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र.} &= \Delta ABD \text{ का क्षेत्र.} + \Delta BCD \text{ का क्षेत्र.} \\ &= 422.4 + 537.6 \\ &= 960 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 31.



( $\therefore$  बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं।)

$$AB = x + y = 6 \text{ सेमी} \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$BC = y + z = 7 \text{ सेमी} \quad \dots\dots\dots(ii)$$

$$CD = w + z = 5 \text{ सेमी} \quad \dots\dots\dots(iii)$$

$$AD = w + x = ?$$

समीकरण (i) व (ii) से

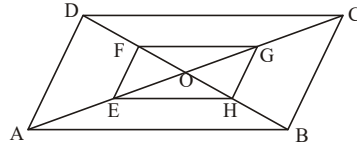
$$x - z = -1 \quad \dots\dots\dots(iv)$$

समीकरण (iii) व (iv) को जोड़ने पर हम पाते हैं कि

$$x + w = 4 \text{ सेमी}$$

$$\therefore AD = 4 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 32.



$\therefore$  E व H क्रमशः OA व OB के मध्य बिन्दु हैं

$$\Rightarrow EH = \frac{1}{2} AB$$

इसी प्रकार,  $GH = \frac{1}{2} BC$ ,  $FG = \frac{1}{2} CD$ ,  $EF = \frac{1}{2} AQ$

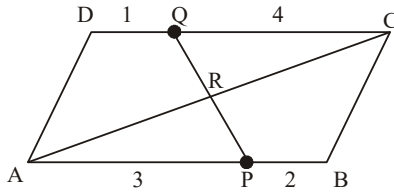
समान्तर चतुर्भुज का परिमाण  $= (AB + BC + CD + DA)$

चतुर्भुज EFGH का परिमाण  $= EH + HG + FG + EF$

$$= \frac{1}{2} (AB + BC + CD + DA)$$

$$\therefore \frac{\text{EFGH का परिमाण}}{\text{ABCD का परिमाण}} = 1 : 2$$

Sol<sup>n</sup> 33.



$AB \parallel CD$

$\Delta ARP$  व  $\Delta RCQ$  में

$$\Rightarrow \angle RAP = \angle RCQ \text{ (एकान्तर अन्तःकोण)}$$

$$\Rightarrow \angle RPA = \angle RQC$$

$\Delta ARP \sim \Delta RCQ$  (समरूप त्रिभुज)

$$\Rightarrow \frac{RC}{AR} = \frac{QC}{AP} = \frac{4}{3}$$

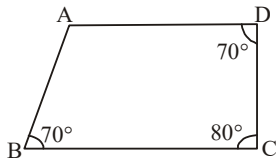
दोनों तरफ 1 जोड़ने पर

$$\Rightarrow \frac{RC}{AR} + 1 = \frac{4}{3} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{RC+AR}{AR} = \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow AR = \frac{3}{7} AC$$

Sol<sup>n</sup> 34.



ABCD एक चतुर्भुज है।

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle A = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\angle OAB = \frac{1}{2} \angle A \Rightarrow \frac{100}{2} = 50^\circ$$

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \angle B \Rightarrow \frac{110}{2} = 55^\circ$$

$\Delta AOB$  में,

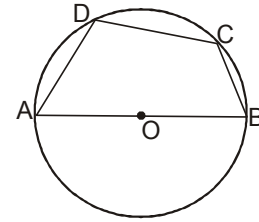
$$\angle AOB + \angle OAB + \angle ABO = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOB + 50^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\angle AOB = 75^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 35.



AB वृत्त का व्यास है,  $\angle ADB = 90^\circ$

$\Delta ADB$  में,

$$\therefore \angle DAB + \angle ABD + \angle BDA = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DAB + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DAB = 40^\circ$$

$$\therefore \angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$$

( $\therefore$  चक्रीय चतुर्भुज के विपरीत कोण)

$$\angle DCB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

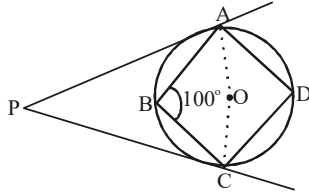
अब,  $\Delta DCB$  में

$$\therefore CD = BC \Rightarrow \angle CDB = \angle DBC$$

$$\angle CDB + \angle DBC + \angle DCB = 180^\circ$$

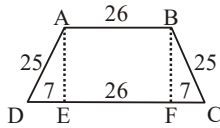
$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 36.



$$\begin{aligned} \angle ADC &= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \\ \Rightarrow \angle AOC &= 2 \times \angle ADC = 2 \times 80^\circ = 160^\circ \\ \therefore \angle APC + \angle AOC &= 180^\circ \\ \Rightarrow \angle APC &= 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 37.



माना समान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई  $h$  है,  
दो लम्ब AE व EF, CD पर खींचे गये हैं,  
 $\therefore AB = EF = 26$  सेमी

$$\Rightarrow DE = FC = \frac{1}{2} (40 - 26) = 7 \text{ सेमी}$$

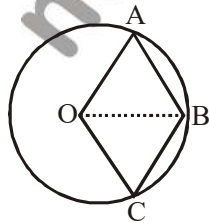
$\triangle AED$  में,

$$\begin{aligned} \therefore (AD)^2 &= (DE)^2 + (AE)^2 \quad (\text{पाइथागोरस}) \\ \Rightarrow (25)^2 &= (7)^2 + h^2 \\ \Rightarrow h &= 24 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

$\therefore$  समलम्ब का क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times h \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग})$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 24 \times (26 + 40) \\ &= 792 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 38.



$OA = AB = BC = OC = 10$  सेमी =  $a$  (समचतुर्भुज की भुजाएँ)

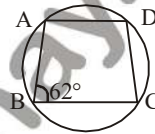
$$\therefore OB = d_1 = 10 \text{ सेमी} \quad \dots\dots\dots(\text{त्रिज्या})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d_1^2 + d_2^2 &= 4a^2 \\ \Rightarrow d_2^2 &= 400 - 100 = 300 \end{aligned}$$

$$AC = d_2 = 10\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{समचतुर्भुज का क्षेत्र} &= \frac{1}{2} d_1 d_2 \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3} \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

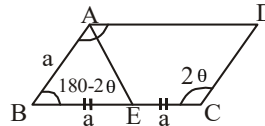
Sol<sup>n</sup> 39.



$\therefore ABCD$  एक चक्रीय समलम्ब है,

$$\begin{aligned} \Rightarrow \angle ABC + \angle CDA &= 180^\circ \\ \Rightarrow \angle CDA &= 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ \\ \therefore AD \parallel BC \\ \Rightarrow \angle CDA + \angle BCD &= 180^\circ \text{ (संगत कोण)} \\ \Rightarrow \angle BCD &= 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 40.



Let  $\angle A = 2\theta$   
 $\Rightarrow \angle BAE = \angle EAB = \theta$  [ $\therefore AE$ ,  $\angle A$  का अर्द्धक है]

$$\begin{aligned} \Rightarrow \angle A + \angle B &= 180^\circ \\ \Rightarrow \angle B &= 180^\circ - 2\theta \end{aligned}$$

त्रिभुज ABE में,

$$\begin{aligned} \therefore \angle BAE + \angle AEB + \angle ABE &= 180^\circ \\ \Rightarrow \theta + \angle AEB + 180^\circ - 2\theta &= 180^\circ \\ \Rightarrow \angle AEB &= \theta \end{aligned}$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB = \theta$$

$$\Rightarrow AB = BE = a$$

और,  $AQ = BC = 2a$

अतः,  $AD = 2AB$

Sol<sup>n</sup> 41. माना दो विकर्ण  $2d$  व  $5d$  है,

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \times 2d \times 5d = 5d^2$$

$$\therefore \frac{\text{क्षे.}}{\text{छोटे विकर्ण का वर्ग}} = \frac{5d^2}{4d^2} = 5:4$$

Sol<sup>n</sup> 42. माना  $d_1$  व  $d_2$  समचतुर्भुज के विकर्ण है,

$$\therefore d_1 + d_2 = 10 \text{ मीटर} \quad \dots\dots(i)$$

$$\text{समचतुर्भुज का क्षे.} = \frac{1}{2} d_1 d_2 = 9 \text{ मीटर}^2$$

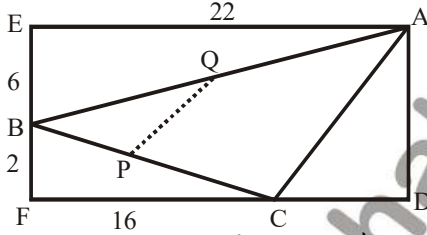
$$\Rightarrow d_1 d_2 = 18$$

समीकरण (i) का वर्ग करने पर हम पाते हैं,

$$\therefore d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 d_2 = 100$$

$$\Rightarrow d_1^2 + d_2^2 = 100 - 36 = 64 \text{ मीटर}^2$$

Sol<sup>n</sup> 43.



माना P व Q क्रमशः BC व AB के मध्य बिन्दु है।

$$\therefore PQ = \frac{1}{2} AC$$

$$CD = FD - FC = 22 - 16 = 6 \text{ सेमी}$$

$$AD = 8 \text{ सेमी}$$

$$\Delta ACD \text{ में } \Rightarrow AC^2 = CD^2 + AD^2 \text{ (पाइथागोरस)}$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10 \text{ सेमी}$$

$$PQ = \frac{1}{2} \times AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 44.  $\therefore$  वर्ग ABEF का क्षे. =  $\frac{1}{2} \times$  (समलम्ब ABCD का क्षे.)

$$AB \times AF = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} \times AF \times (AB + CD) \right]$$

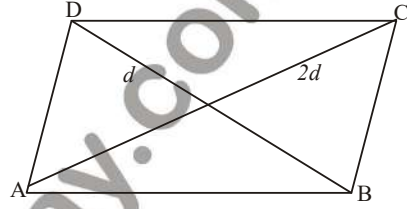
$$6 \times AF = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} \times AF \times (6 + CD) \right]$$

$$CD = 18 \text{ सेमी}$$

$$DF = EC = \frac{1}{2} (DC - EF) = \frac{1}{2} (18 - 6) = 6 \text{ सेमी}$$

$$\frac{DF}{CD} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Sol<sup>n</sup> 45.



ABCD एक समचतुर्भुज है

$$AC = 2 \times BD \quad \dots\dots \text{(दिया है)}$$

$$\text{यदि } BD = d \text{ तब } AC = 2d$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (AC \times BD)$$

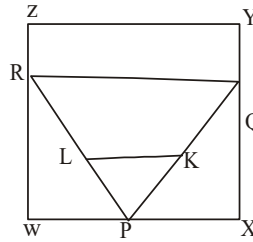
$$\Rightarrow 25 = \frac{1}{2} (2d \times d)$$

$$\Rightarrow 25 = d$$

$$\Rightarrow d = 5, \text{ और } 2d = 10$$

$$\text{विकर्णों का योग} = 15 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 46.



माना वर्ग की भुजा  $2a$  है,

$$\therefore \text{वर्ग का क्षे.} = (2a)^2 = 4a^2$$

अब,

$$\Delta RQP \text{ में}$$

$$RQ = 2a$$

$$RP = QP = \frac{1}{2} \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = \sqrt{2}a$$

$$LK = \frac{1}{2} RQ.$$

Δ PLK का क्षेत्र = 1 इकाई (माना)

तब, Δ RPQ का क्षेत्र = 4 इकाई

चतुर्भुज WXYZ का क्षेत्र = 16

$$\frac{\Delta PKL \text{ का क्षेत्र.}}{\text{वर्ग WXYZ का क्षेत्र.}} = \frac{1}{16}$$

Sol<sup>n</sup> 47. AB || CD

Δ DCP व Δ QBP में

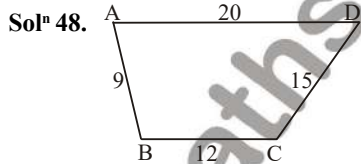
∠ DCP = ∠ QBP (आन्तरिक एकान्तर कोण)

∠ PDC = ∠ QBP (आन्तरिक एकान्तर कोण)

अतः, Δ DCP ~ Δ QBP

$$\frac{\Delta DCP \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta OBP \text{ का क्षेत्र.}} = \left(\frac{PC}{PB}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta DCP \text{ का क्षेत्र.} = 20 \times \left(\frac{2 \times 2}{1 \times 1}\right) = 80 \text{ वर्ग इकाई}$$



$$\begin{aligned} AC^2 + BD^2 &= AD^2 + BC^2 + 2AB \cdot CD \\ &= (20)^2 + (12)^2 + 2 \cdot (9) \cdot (15) \\ &= 400 + 144 + 270 = 814 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 49. AO = AX

∠ AOX = ∠ AXO

Δ AOX में,

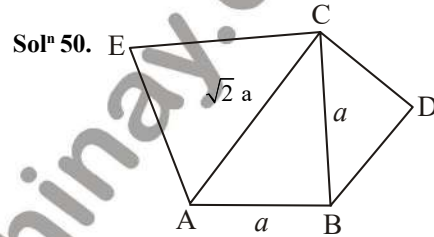
$$\therefore \angle OAX + \angle AOX + \angle AXO = 180^\circ$$

$$\angle AOX + \angle AXD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\angle AOX = \angle AXD = \frac{1}{2} \times 135^\circ = 67.5^\circ$$

$$\therefore \angle AOX + \angle XOB = 90^\circ \text{ (विकर्ण } 90^\circ \text{ पर काटते हैं)}$$

$$\angle XOB = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$$



माना AB = BC = a

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

..... (पाइथागोरस प्रमेय से)

$$\frac{\Delta ABCD \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta ACE \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{2}a)^2} = 1 : 2$$

Sol<sup>n</sup> 51. ∴ AE = 2EF = 3FB

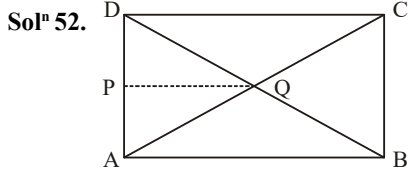
$$AE : EF : FB = 6 : 3 : 2$$

माना AE, EF व FB क्रमशः 6x, 3x व 2x है,

$$\Rightarrow AB = AE + EF + EF + FB = 11x$$

$$\frac{\square ABCD \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta CEF \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{AB \times CB}{\frac{1}{2} \times EF \times CB}$$

$$= \frac{11x}{\frac{3x}{2}} = 22 : 3$$



∴ समलम्ब ABPQ का क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$

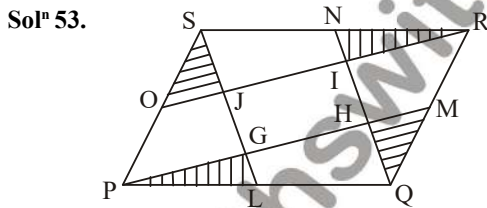
$$= \frac{1}{2} (PQ + AB) \times AP = \frac{3AB}{4} \times AP$$

$$(\because PQ = \frac{1}{2} AB)$$

∴ वर्ग ABCD का क्षेत्र =  $AB \times AD = AB \times (2AP)$

$$(\because AP = \frac{1}{2} AD)$$

$$\Rightarrow \frac{\text{समलम्ब ABPQ का क्षेत्र.}}{\text{वर्ग ABCD का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{3}{4} AB \times AP}{AB \times (2AP)} = 3:8$$



ΔSRO में,  $IN \parallel SJ$  तथा L, PQ का मध्य बिन्दु है,

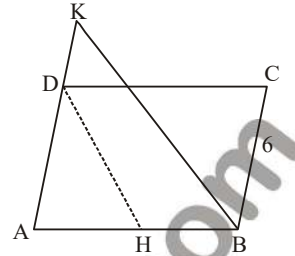
$$\frac{\Delta NIR \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta SJR \text{ का क्षेत्र.}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

⇒ ΔNIR का क्षेत्र. = 1 तब समलम्ब NIJS = 3 इकाई

इसी प्रकार, ΔSPG, ΔPHQ, व ΔQRI में

$$\frac{\text{छाय गकित भाग का क्षेत्र.}}{\text{PQRS का क्षेत्र.}} = \frac{1+1+1+1}{5 \times 4} = \frac{1}{5}$$

Sol<sup>n</sup> 54.



∴ H, AB का मध्य बिन्दु है,

$$AH = \frac{1}{2} AB = HB$$

ΔADH व ΔABK में,

$$\angle A = \angle A \text{ (उभयनिष्ठ)}$$

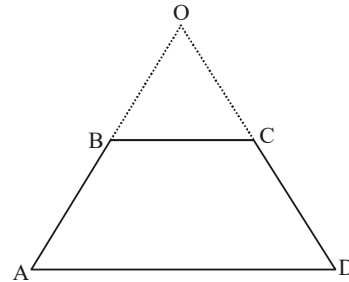
$$\angle AHD = \angle ABK \text{ (DH} \parallel \text{BK)}$$

$$\therefore \Delta AHD \sim \Delta ABK$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{HB} = \frac{AD}{DK} = 1$$

$$AD = DK = 6 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 55.



माना AD व BC क्रमशः  $3k$  व  $2k$  है,

$$\text{ABCD का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times h \times (AD + BC)$$

$$100 = \frac{1}{2} \times 10 (3k + 2k)$$

$$k = 4$$

$$AD = 4 \times 3 = 12 \text{ सेमी व } BC = 4 \times 2 = 8 \text{ सेमी}$$



अब,  $\Delta OBC$  व  $\Delta OAD$  में

$\therefore BC \parallel AD$

$\angle OBC = \angle OAD$  (संगत कोण)

$\angle OCB = \angle ODA$  (संगत कोण)

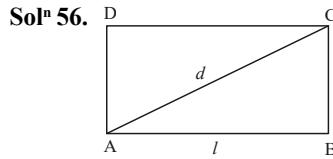
$\Delta OBC \sim \Delta OAD$

$$\therefore \frac{\Delta OBC \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta OAD \text{ का क्षेत्र.}} = \left(\frac{BC}{AD}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{\Delta OBC \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta OBC \text{ का क्षेत्र.} + ABCD \text{ का क्षेत्र.}} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{\Delta OBC \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta OBC \text{ का क्षेत्र.} + 100} = \frac{4}{9}$$

$\Delta OBC$  का क्षेत्र. = 80 सेमी<sup>2</sup>



परिमाप (P) =  $2(l + b)$

विकर्ण (d) =  $\sqrt{l^2 + b^2}$

$$d^2 = l^2 + b^2 \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$\frac{P^2}{4} = l^2 + b^2 + 2lb \quad \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (ii) से समी. (i) को घटाने पर

$$\frac{P^2}{4} - d^2 = 2lb$$

अब, P व d के मान रखने पर

$$(l - b)^2 = l^2 + b^2 - 2lb$$

$$\therefore (l - b)^2 = d^2 - \frac{P^2}{4} + d^2 = \frac{8d^2 - P^2}{4}$$

$$l - b = \sqrt{\frac{8d^2 - P^2}{4}} \text{ इकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 57.** विकर्ण की लम्बाइयों का योग = m .....(दिया है)

परिमाप = 2p .....(दिया है)

समचतुर्भुज का क्षेत्र. = ?

$$4a^2 = d_1^2 + d_2^2$$

$\therefore 4a = 2P$  (परिमाप)

$$\Rightarrow a = \frac{P}{2}$$

और  $d_1 + d_2 = m$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2 = m^2$$

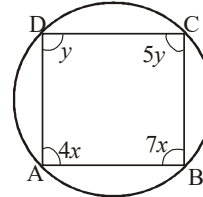
$$4a^2 + 2d_1d_2 = m^2$$

$$2d_1d_2 = m^2 - 4a^2$$

$$\Rightarrow 2d_1d_2 = m^2 - 4\left(\frac{P}{2}\right)^2 \quad (a = P/2 \text{ रखने पर})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}d_1d_2 = \frac{m^2 - P^2}{4}$$

**Sol<sup>n</sup> 58.**



ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है,

$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$

$$4x + 5y = 180^\circ \quad \dots\dots(i)$$

$\angle B + \angle D = 180^\circ$

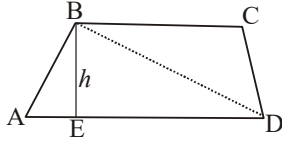
$$7x + y = 180^\circ \quad \dots\dots(ii)$$

समी. से [(ii)  $\times$  5 - (i)]

$$31x = 720$$

$$x = \frac{720}{31} \text{ व } y = \frac{540}{31}$$

$$x : y = 4 : 3$$

Sol<sup>n</sup> 59.

समलम्ब चतुर्भुज की ऊँचाई =  $\Delta$  BED की ऊँचाई =  $h$

$$\frac{\text{ABCD का क्षेत्र.}}{\Delta \text{BED का क्षेत्र.}} = \frac{\frac{1}{2} \times h (BC + AD)}{\frac{1}{2} \times h (AD)} = \frac{AD + BC}{AD}$$

Sol<sup>n</sup> 60.  $\therefore$  समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र. = आधार  $\times$  ऊँचाई

$$= BC \times AN$$

$$= 4x \times AN$$

$$\therefore \text{त्रिभुज ABN का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times BN \times AN$$

$$= \frac{1}{2} \times x \times AN$$

$$\Rightarrow \frac{\text{समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र.}}{\Delta \text{ABN का क्षेत्र.}} = \frac{4x \times AN}{\frac{1}{2} \times x \times AN} = 8 : 1$$

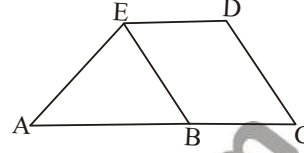
Sol<sup>n</sup> 61. माना षट्भुज की प्रत्येक भुजा  $a$  है,  
 $a = 6$  सेमी

$$\text{षट्भुज की ऊँचाई} = \sqrt{3}a$$

$$\therefore BD = FB = FD = 6\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

$$\Delta \text{BDF का क्षेत्र.} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} (6\sqrt{3})^2$$

$$= 27\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 62.

$$AB = BC = \frac{1}{2} AC$$

BCDE एक समान्तर चतुर्भुज है,

$$\therefore ED = \frac{1}{2} AC$$

माना चतुर्भुज की ऊँचाई  $h$  है,

$$\text{चतुर्भुज का क्षेत्र.} = 36 \text{ सेमी}^2$$

$$\frac{1}{2} \times h \times (ED + AC) = 36$$

$$h \times (3ED) = 72$$

$$h \times ED = 24$$

$$\Delta \text{ABE का क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times h \times AB = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{ सेमी}^2$$

$$(\therefore AB = ED)$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 63. } \therefore \frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$$

$$\frac{3}{x-3} = \frac{x-5}{3x-19}$$

$$9x - 57 = x^2 - 8x + 15$$

$$x^2 - 17x + 72 = 0$$

$$(x-9)(x-8) = 0$$

$$x = 8, 9$$

Sol<sup>n</sup> 64. माना एक भुजा  $l$  है तथा दूसरी भुजा  $l+6$  होगी

$$\therefore \text{क्षेत्र.} = \frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग})$$

$$180 = \frac{1}{2} \times 9(l+l+6)$$

$$l = 17 \text{ सेमी}$$

$$l+6 = 23 \text{ सेमी}$$

दो भुजाएँ 17 सेमी व 23 सेमी होंगी।

Sol<sup>n</sup> 65. माना दो विकर्ण  $d_1$  व  $d_2$  है,

$d_1 = 10$  सेमी .....(दिया है)

$d_2 = ?$

$$\therefore d_1^2 + d_2^2 = 2(l^2 + b^2)$$

$$100 + d_2^2 = 2(144 + 64)$$

$$d_2 = 17.8 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 66.  $P = 2(l + b)$

$\therefore b, l$  व  $P, G.P$  में हैं,

$$l^2 = bP$$

$$P = b \times 2(l + b)$$

$$\frac{l^2}{b^2} = 2\left(\frac{l}{b} + 1\right)$$

$$\left(\frac{l}{b}\right)^2 - 2\left(\frac{l}{b}\right) - 2 = 0$$

$$\frac{l}{b} = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{2+2\sqrt{3}}{2} = (\sqrt{3}+1) : 1$$

(ऋणात्मक गुणखण्ड को नहीं लिया जा सकता क्योंकि ऋणात्मक लेने पर  $l/b$  का मान ऋणात्मक होगा जो संभव नहीं है।)

Sol<sup>n</sup> 67.  $\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$

$$\frac{3x-1}{5x-3} = \frac{6x-5}{2x+1}$$

$$6x^2 + x - 1 = 30x^2 - 43x + 15$$

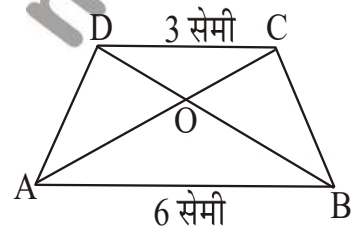
$$24x^2 - 44x + 16 = 0$$

$$6x^2 - 11x + 4 = 0$$

$$(x-3)(x-8) = 0$$

$$x = 3, 8$$

Sol<sup>n</sup> 68.



$AB \parallel CD$

$\Delta DOC$  व  $\Delta AOB$  में,

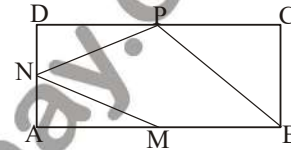
$\therefore \angle OAB = \angle OCD$  (आन्तरिक एकान्तर कोण)

$\therefore \angle OBA = \angle ODC$

$\Delta DOC \approx \Delta BOA$

$$\therefore \frac{\Delta AOB \text{ का क्षेत्र.}}{\Delta COD \text{ का क्षेत्र.}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\frac{6}{3}\right)^2 = 4 : 1$$

Sol<sup>n</sup> 69.



चतुर्भुज  $BMNP$  का क्षेत्र.

$=$  (आयत  $ABCD$  का क्षेत्र.)  $-$  ( $\Delta ANM$  का क्षेत्र.)

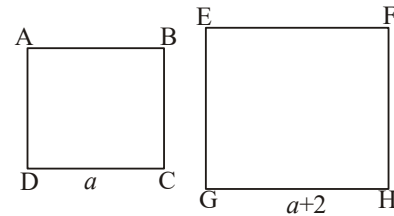
$-$  ( $\Delta DNP$  का क्षेत्र.)  $-$  ( $\Delta PCB$  का क्षेत्र.)

$$= (16 \times 8) - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 8\right) - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 8\right) -$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 8\right)$$

$$= 64$$

Sol<sup>n</sup> 70.



माना वर्ग  $ABCD$  की भुजा  $a$  तथा दूसरे वर्ग  $EFGH$  की भुजा  $a + 2$  है,

$$(a+2)^2 - a^2 = 32$$

$$a^2 + 4 + 4a - a^2 = 32$$

$$a = 7$$

बड़ा खण्ड  $= a + 2 = 9$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 71.** माना वर्ग की भुजा  $a$  है,

तब,

$$\text{आयत की लम्बाई } (l) = a + 5$$

$$\text{आयत की चौड़ाई } (b) = (a - 3)$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्र} = \text{आयत का क्षेत्र}$$

$$a^2 = (a + 5)(a - 3)$$

$$a^2 = a^2 + 2a - 15$$

$$a = 7.5$$

$$\therefore \text{वर्ग का परिमाप} = 4a = 4 \times 7.5 = 30 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 72.**  $AB \parallel CF$

$$\angle ABC = \angle BCF = 85^\circ \text{ (आन्तरिक एकान्त कोण)}$$

$$\angle DCB = 180^\circ - 85^\circ - 20^\circ = 75^\circ$$

$$\therefore \angle DCB + \angle BAD = 180^\circ$$

$$\angle BAD = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 73.** चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र = ( $\Delta ABD$  का क्षेत्र) + ( $\Delta BCD$  का क्षेत्र)

$$= \frac{1}{2} AL \times BD + \left( \frac{1}{2} \times CM \times BD \right)$$

$$= \left( \frac{1}{2} \times 9 \times 16 \right) + \left( \frac{1}{2} \times 7 \times 16 \right)$$

$$= 72 + 56 = 128 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 74.** समान्तर चतुर्भुज ABCD व ABMN आधार AB पर बने हैं, जहाँ

$AB \parallel DM, N$  व  $P$  क्रमशः  $CD$  व  $BC$  के मध्य बिन्दु हैं दोनों समान्तर चतुर्भुज समान आधार व समान समान्तर रेखाओं के मध्य बने हैं,

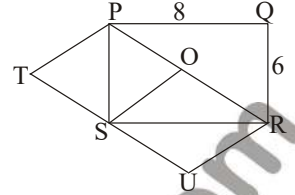
$$\text{इसलिए, } ABCD \text{ का क्षेत्र} = ABMN \text{ का क्षेत्र} = 80$$

हम जानते हैं कि

$$\Delta APN \text{ का क्षेत्र} = \frac{3}{8} \times \text{समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र}$$

$$= \frac{3}{8} \times 80 = 30 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 75.**



$\Delta PQR$  में,

$$PR^2 = \sqrt{PQ^2 + QR^2} \quad (\because \text{पाइथागोरस प्रमेय से})$$

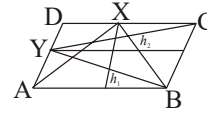
$$= \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ सेमी}$$

$$PT = OS = \frac{PS \times SR}{PR}$$

$$= \frac{6 \times 8}{10} = 4.8 \text{ सेमी}$$

$$\frac{\square PQRS \text{ का क्षेत्र}}{\square PTUR \text{ का क्षेत्र}} = \frac{6 \times 8}{10 \times 4.8} = 1$$

**Sol<sup>n</sup> 76.**



$$\Delta AXB \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times AB \times h_1$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र})$$

$$\text{त्रिभुज BYC का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times BC \times h_2$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्र})$$

$$\Rightarrow \Delta AXB \text{ का क्षेत्र} = \Delta BYC \text{ का क्षेत्र}$$

**Sol<sup>n</sup> 77.**  $\therefore DE : EC = 1 : 2$  तथा  $DC = DE + EC$

$$DE = \frac{1}{3} \times DC = \frac{2a}{3} \text{ सेमी}$$

इसी प्रकार,  $EC = \frac{2}{3} \times DC = \frac{4a}{3}$  सेमी

$$AE = \sqrt{AD^2 - DE^2}$$

$$AE = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2a}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3} a$$

समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र =  $DC \times AE$

$$= 2a \times \frac{\sqrt{5}}{3} a = \frac{2\sqrt{5}}{3} a^2$$

$$EF = 3 AE = 3 \times \frac{\sqrt{5}}{3} a = \sqrt{5} a$$

$$\text{आयत का क्षेत्र} = EF \times EC = \sqrt{5} a \times \frac{4a}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{3} a^2$$

$$\therefore \frac{\text{समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र}}{\text{आयत का क्षेत्र}} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{3} a^2}{\frac{4\sqrt{5}}{3} a^2} = 1 : 2$$

**Sol<sup>n</sup> 78.**  $\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$  ..... (i)

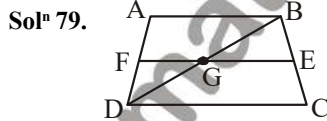
(पाइथागोरस)

$$AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 \quad \text{..... (ii) (दिया है)}$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$\Rightarrow AD^2 = AC^2 + CD^2$$

$\angle ACD = 90^\circ$  (जैसा कि तीसरी भुजा दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर है अतः  $\Delta ACD$  एक समकोण त्रिभुज है.)



$\therefore EF \parallel CD$

$\Delta BGE$  व  $\Delta BDC$  में,

$\angle BGE = \angle BDC$  (संगत कोण)

$\angle B = \angle B$  (उभयनिष्ठ)

अतः,  $\Delta BGE \sim \Delta BDC$  (समरूप त्रिभुज)

तब,  $\frac{GE}{DC} = \frac{BE}{BC} = \frac{3}{7}$

$$\Rightarrow \frac{GE}{AB} = \frac{6}{7} \quad \text{.....(i)}$$

( $\because DC = 2AB$ )

इसी प्रकार,

$\Delta FDG$  व  $\Delta ADB$  में,

$\angle D = \angle D$  (उभयनिष्ठ)

$\angle DAB = \angle DFG$  (संगत कोण)

$\Delta FDG \sim \Delta ADB$

$$\frac{FG}{AB} = \frac{3}{4} \quad \text{.....(i)}$$

$$\frac{DF}{AD} = \frac{4}{7} \quad \text{.....(ii)}$$

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर हम पाते हैं,

$$\frac{GE}{AB} + \frac{FG}{AB} = \frac{6}{7} + \frac{4}{7}$$

$$\frac{FE}{AB} = \frac{10}{7}$$

**Sol<sup>n</sup> 80.** प्रत्येक आन्तरिक कोण =  $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

( $\because n$  भुजाओं की संख्या है.)

$$120^\circ = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

$$60^\circ n = 360^\circ$$

$$n = 6$$

**Sol<sup>n</sup> 81.** प्रत्येक आन्तरिक कोण =  $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

$$140^\circ = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

$$40^\circ \times n = 360^\circ$$

$$n = 9$$

$$\text{विकर्णों की संख्या} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{9 \times 6}{2} = 27$$

**Sol<sup>n</sup> 82.** आन्तरिक कोणों का योग  $= (n-2) \times 180^\circ$

$$900^\circ = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow n = 7$$

**Sol<sup>n</sup> 83.** प्रत्येक आन्तरिक कोण  $= \frac{(n-2)}{n} \times 180^\circ$

$$\therefore \text{प्रत्येक बाह्य कोण} = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\frac{(n-2)}{n} \times 180^\circ = \frac{4 \times 360^\circ}{n}$$

$$n = 10$$

**Sol<sup>n</sup> 84.** प्रश्नानुसार,

$$\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} - \frac{360^\circ}{n} = 60^\circ$$

$$180^\circ n = 720^\circ + 60^\circ n$$

$$120^\circ n = 720^\circ$$

$$n = 6$$

**Sol<sup>n</sup> 85.** सभी आन्तरिक कोणों का योग

$$= 2 \times (\text{बाह्य कोणों का योग}) \dots (\text{दिया है,})$$

$\therefore (n-2) 180^\circ = 2 \times 360^\circ$  (जहाँ  $n$  भुजाओं की संख्या है)

$$\Rightarrow n = 6$$

अतः, बहुभुज षट्भुज है,

**Sol<sup>n</sup> 86.** माना दो बहुभुजों की भुजाओं की संख्या  $n$  व  $2n$  है,

$$\therefore \frac{\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}}{2n} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2(n-2)}{2(n-1)} = \frac{2}{3}$$

$$3n - 6 = 2n - 2$$

$$n = 4$$

पहले बहुभुज में भुजाओं की संख्या  $= n = 4$

दूसरे बहुभुज में भुजाओं की संख्या  $= 2n = 8$

**Sol<sup>n</sup> 87.** षट्भुज में भुजाओं की संख्या  $(n) = 6$

$$\therefore \text{प्रत्येक आन्तरिक कोण} = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$$

$$= \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$\therefore \text{प्रत्येक बाह्य कोण} = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\text{आन्तरिक कोण}}{\text{बाह्य कोण}} = \frac{120^\circ}{60^\circ} = 2:1$$

**Sol<sup>n</sup> 88.** षट्भुज का एक आन्तरिक कोण  $= 120^\circ$

$$\text{बहुभुज का एक आन्तरिक कोण} = \frac{3}{4} \times 120^\circ = 90^\circ$$

$$\text{प्रत्येक आन्तरिक कोण} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

[  $\therefore n =$  भुजाओं की संख्या ]

$$90^\circ = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

$$n = 2n - 4$$

$$n = 4$$

**Sol<sup>n</sup> 89.** आन्तरिक कोण  $= 172^\circ$

$$\text{बाह्य कोण} = 180^\circ - 172^\circ = 8^\circ$$

$$\text{शेष बाह्य कोण} = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

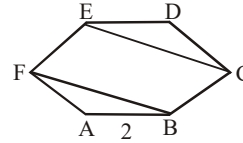
$$\therefore 5 \times 8^\circ + n \times 20^\circ = 360^\circ$$

( $n =$  शेष भुजाएँ)

$$n = 16$$

$$\text{अतः, कुल भुजाएँ} = 16 + 5 = 21$$

**Sol<sup>n</sup> 90.**



माना षट्भुज की प्रत्येक भुजा  $a = 2$  भुजाएँ

$$\text{ऊँचाई} = FB = \sqrt{3}a$$

आयत BCEF का क्षेत्रफल  $= FB \times EF$

$$= \sqrt{3}a^2 = 4\sqrt{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 91.** माना बहुभुज में भुजाओं की संख्या  $n$  व  $2n$  है,

$\therefore$  प्रत्येक आन्तरिक कोण का अनुपात

$$\frac{\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}}{\frac{(2n-2) \times 180^\circ}{2n}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2(n-2)}{2(n-1)} = \frac{1}{2}$$

$$2n - 4 = n - 1$$

$$n = 3$$

पहले बहुभुज में भुजाओं की संख्या =  $n = 3$

दूसरे बहुभुज में भुजाओं की संख्या =  $2x = 6$

**Sol<sup>n</sup> 92.** पाँच बाह्य कोण =  $180^\circ - 162^\circ = 18^\circ$

सभी बाह्य कोणों का योग =  $360^\circ$

$$\therefore 5 \times 18^\circ + n \times 30^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow n = 9$$

अतः, कुल भुजाओं की संख्या =  $9 + 5 = 14$

**Sol<sup>n</sup> 93.** माना दो सम बहुभुजों में भुजाओं की संख्या  $n$  व  $2n$  है। पहले बहुभुज का प्रत्येक कोण  $120^\circ$  है, तब इस बहुभुज का प्रत्येक बाह्य कोण  $(180^\circ - 120^\circ) = 60^\circ$  होगा।

तब, पहले बहुभुज में भुजाओं की संख्या

$$n = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$$

अतः दूसरे बहुभुज में भुजाओं की संख्या  $2n = 12$ ।

दूसरे बहुभुज का प्रत्येक आन्तरिक कोण

$$= \frac{(12-2) \times 180^\circ}{12} = 150^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 94.** A.P के पदों का योग =  $\frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

(जहाँ  $a$  = छोटी संख्या,  $d$  = सार्व अन्तर)

बहुभुज के आन्तरिक कोणों का योग =  $(n-2) 180^\circ$

$$\frac{n}{2}[2 \times 120^\circ + (n-1) \times 5^\circ] = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\frac{n}{2} \times 5[48^\circ + n - 1] = (n-2) \times 180^\circ$$

$$n^2 - 25n + 144 = 0$$

$$(n-16)(n-9) = 0$$

$$n = 9 \text{ या } 16$$

**Sol<sup>n</sup> 95.**  $\therefore$  समषट्भुज का प्रत्येक आन्तरिक कोण =  $\frac{360^\circ}{n}$

(जहाँ  $n$  भुजाओं की संख्या है)

प्रश्नानुसार,

$$\therefore \frac{360^\circ}{n-1} - \frac{360^\circ}{n+2} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{n+2-n+1}{(n-1)(n+2)} = \frac{6}{360} = \frac{1}{60}$$

$$\Rightarrow n^2 + n - 182 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 14n - 13n - 182 = 0$$

$$\therefore n+14=0 \Rightarrow n = -14 \text{ (संभव नहीं है)}$$

$$\therefore (n-13)=0 \Rightarrow n = 13$$

अतः, भुजाओं की संख्या = 13

**Sol<sup>n</sup> 96.** माना दो बहुभुज की भुजाओं की संख्या  $n$  व  $2n$  है,

$$\frac{(n-2) \times 180^\circ}{\frac{n}{(2n-2) \times 180^\circ}} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{2(n-2)}{2(n-1)} = \frac{3}{4}$$

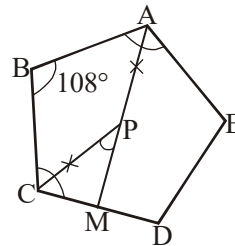
$$4n - 8 = 3n - 3$$

$$n = 5$$

अतः, पहले बहुभुज में भुजाओं की संख्या =  $n = 5$

दूसरे बहुभुज में भुजाओं की संख्या =  $2n = 10$

**Sol<sup>n</sup> 97.**



हम जानते हैं कि सम पंचभुज का प्रत्येक कोण  $108^\circ$  का होता है।

$$\therefore \angle BAM = \frac{1}{2}(108^\circ) = 54^\circ$$

क्योंकि चतुर्भुज के सभी कोणों का योग  $360^\circ$  होता है, इसलिए चतुर्भुज ABCM में,

$$\angle BAM + \angle ABC + \angle BCM + \angle CMA = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 54^\circ + 108^\circ + 108^\circ + \angle CMA = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CMA = 90^\circ$$

क्योंकि, CP,  $\angle BCD$  का कोण समद्विभाजक है।

$$\therefore \angle PCM = 54^\circ$$

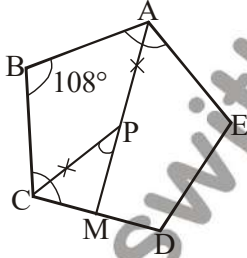
अब,  $\triangle CPM$  में,

$$\angle PCM + \angle CMP + \angle CPM = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 54^\circ + 90^\circ + \angle CPM = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CPM = 36^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 98.



हम जानते हैं कि समपंचभुज का प्रत्येक कोण  $108^\circ$  का होता है,

$$\therefore \angle BAM = \frac{1}{2}(108^\circ) = 54^\circ$$

क्योंकि चतुर्भुज के सभी कोणों का योग  $360^\circ$  होता है, इसलिए चतुर्भुज ABCM में,

$$\angle BAM + \angle ABC + \angle BCM + \angle AMC = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 54^\circ + 108^\circ + 108^\circ + \angle AMC = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AMC = 90^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 99.  $\therefore$  समषट्भुज का प्रत्येक आन्तरिक कोण =  $120^\circ$

$$\text{समबहुभुज का आन्तरिक कोण} = \frac{9}{8} \times 120^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore \text{प्रत्येक आन्तरिक कोण} = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$$

(जहाँ  $n$  भुजाओं की संख्या है.)

$$\Rightarrow \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = 135^\circ$$

$$\Rightarrow 180^\circ n - 360^\circ = 135^\circ \times n$$

$$\Rightarrow n = 8$$

Sol<sup>n</sup> 100. षट्भुज का प्रत्येक बाह्य कोण =  $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

$$\therefore \text{षट्भुज का प्रत्येक बाह्य कोण} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \text{समबहुभुज का प्रत्येक बाह्य कोण} = 120^\circ \times \frac{7}{6} = 140^\circ$$

$$\therefore \text{प्रत्येक बाह्य कोण} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \text{कुल भुजाओं की संख्या} = \frac{360^\circ}{40^\circ} = 9$$

Sol<sup>n</sup> 101. विकर्णों की संख्या =  $\frac{n(n-3)}{2} = 27$

$$\Rightarrow n^2 - 3n - 54 = 0$$

$$\Rightarrow (n+6)(n-9) = 0$$

$$\Rightarrow n = -6, 9$$

बहुभुज में भुजाओं की संख्या = 9

Sol<sup>n</sup> 102. समबहुभुज की प्रत्येक भुजा केन्द्र पर बराबर कोण अन्तरित करती है,

माना भुजाओं की संख्या  $n$  है,

तथा प्रत्येक भुजा द्वारा अन्तरित कोण =  $72^\circ$

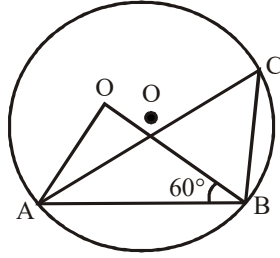
$$\Rightarrow n \times 72^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow n = \frac{360^\circ}{72^\circ} = 5$$

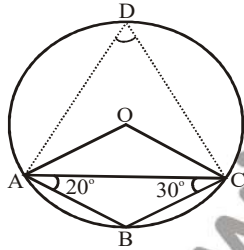


प्रश्नावली - वृत्त

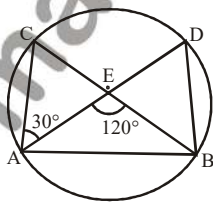
1. दिये गए चित्र में,  $\angle ABO = 60^\circ$  तब  $\angle ACB$  ज्ञात करो।



- (a)  $40^\circ$  (b)  $60^\circ$   
 (c)  $50^\circ$  (d)  $30^\circ$
2. दिये गए चित्र में, O वृत्त का केन्द्र है। यदि  $\angle BAC = 20^\circ$  और  $\angle ACB = 30^\circ$  तब  $\angle AOC$  ज्ञात करो।

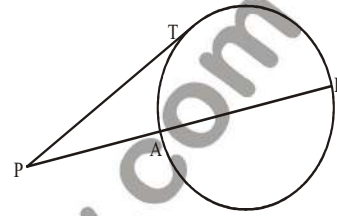


- (a)  $70^\circ$  (b)  $110^\circ$   
 (c)  $100^\circ$  (d)  $80^\circ$
3. दिये गये चित्र में,  $\angle CAE = 30^\circ$  और  $\angle AEB = 120^\circ$  तब  $\angle ADB$  ज्ञात करो।



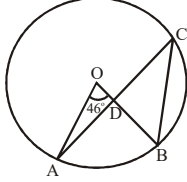
- (a)  $60^\circ$  (b)  $80^\circ$   
 (c)  $90^\circ$  (d)  $120^\circ$

4. दिये गये चित्र में,  $PT = 5$  सेमी,  $PA = 4$  सेमी तब AB का मान होगा-

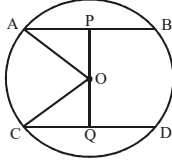


- (a)  $\frac{7}{4}$  सेमी (b)  $\frac{11}{4}$  सेमी  
 (c)  $\frac{9}{4}$  सेमी (d)  $\frac{13}{4}$  सेमी
5. त्रिभुज ABC एक समकोण त्रिभुज है।  $AB = 3$  सेमी,  $BC = 5$  सेमी और  $AC = 4$  सेमी तब अन्तःवृत्त की त्रिज्या क्या होगी?
- (a) 1 सेमी (b) 1.25 सेमी  
 (c) 1.5 सेमी (d) 2 सेमी
6. 3 वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से एक दूसरे को स्पर्श करते हैं उनके केन्द्रों के बीच की दूरी 5 सेमी, 6 सेमी और 7 सेमी है। वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात करो।
- (a) 2 सेमी, 3 सेमी, 4 सेमी  
 (b) 3 सेमी, 4 सेमी, 1 सेमी  
 (c) 1 सेमी, 2.5 सेमी, 3.5 सेमी  
 (d) 1 सेमी, 2 सेमी, 4 सेमी
7. 13 सेमी और 5 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्त एक दूसरे को आन्तरिक रूप से स्पर्श करते हैं। उनके केन्द्रों के बीच की दूरी ज्ञात करो।
- (a) 18 सेमी (b) 12 सेमी  
 (c) 9 सेमी (d) 8 सेमी
8. एक बिन्दु P वृत्त के केन्द्रक से 25 सेमी की दूरी है। बिन्दु P से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो।
- (a) 5 सेमी (b) 7 सेमी  
 (c) 6 सेमी (d) 8 सेमी

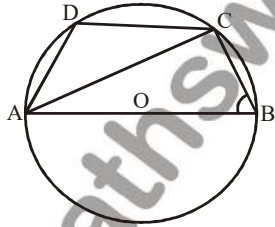
9. दिये गए चित्र में,  $\angle AOB = 46^\circ$ ; AC और OB समकोण पर काटती है।  $\angle OBC$  का मान होगा— (O वृत्त का केन्द्र है।)



- (a)  $44^\circ$  (b)  $46^\circ$   
(c)  $67^\circ$  (d)  $78.5^\circ$
10. दिये गये चित्र में, यदि AB = 8 सेमी, CD = 6 सेमी, वृत्त की त्रिज्या = 5 सेमी है, तब PQ का मान होगा।



- (a) 6 सेमी (b) 8 सेमी  
(c) 9 सेमी (d) 7 सेमी
11. दिये गये चित्र में,  $\angle ADC = 140^\circ$  और AOB वृत्त का व्यास है तब  $\angle BAC$  का मान होगा—



- (a)  $4^\circ$  (b)  $50^\circ$   
(c)  $70^\circ$  (d)  $75^\circ$
12. AB वृत्त का व्यास है। जीवा CD वृत्त की त्रिज्या के बराबर है। जब AC और BD को आगे बढ़ाया जाता है तो वह E बिन्दु पर काटते हैं।  $\angle AEB$  का मान होगा—
- (a)  $30^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $90^\circ$  (d)  $45^\circ$

13. O केन्द्र वाले वृत्त की छोटी चाप AB पर एक बिन्दु C है। यदि  $\angle AOB = 100^\circ$  तब  $\angle ACB$  ?

- (a)  $80^\circ$  (b)  $90^\circ$   
(c)  $100^\circ$  (d)  $130^\circ$

14. O केन्द्र वाले दो संकेन्द्री वृत्त हैं। रेखा PQ बाह्य वृत्त को बिन्दु A और D पर तथा अन्तःवृत्त को बिन्दु B व C पर काटती है। यदि AD = 12 सेमी और BC = 8 सेमी तब AB की लम्बाई ज्ञात करो।

- (a) 2 सेमी (b) 4 सेमी  
(c) 6 सेमी (d) 3 सेमी

15. AB और CD एक वृत्त की दो समानांतर जीवाएँ इस प्रकार हैं की AB = 10 सेमी और CD = 24 सेमी है। यदि दोनों जीवाएँ केन्द्र के दोनों ओर और उन दोनों जीवाओं के बीच की दूरी 17 सेमी है, तब वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो।

- (a) 12 सेमी (b) 13 सेमी  
(c) 14 सेमी (d) 16 सेमी

16. 8 सेमी और 2 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्य रूप से बिन्दु A पर स्पर्श करते हैं। PQ दोनों वृत्तों की एक सीधी समान्य स्पर्श रेखा है, तब PQ की लम्बाई है।

- (a) 4 सेमी (b) 8 सेमी  
(c) 2 सेमी (d) 3 सेमी

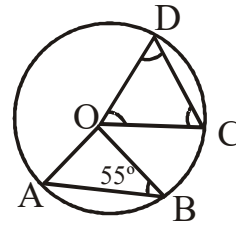
17. एक वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी है और XY एक जीवा है जिसकी केन्द्र से दूरी 12 सेमी है तो जीवा की लम्बाई ज्ञात करो।

- (a) 12 सेमी (b) 10 सेमी  
(c) 20 सेमी (d) 15 सेमी

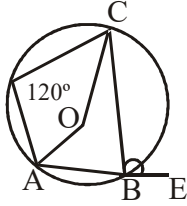
18. बिन्दु P से एक वृत्त दो बिन्दुओं A व B पर दो स्पर्श रेखा खींची जाती है। O वृत्त का केन्द्र है। यदि  $\angle AOP = 60^\circ$  तब  $\angle APB$  होगा—

- (a)  $60^\circ$  (b)  $30^\circ$   
(c)  $120^\circ$  (d)  $90^\circ$

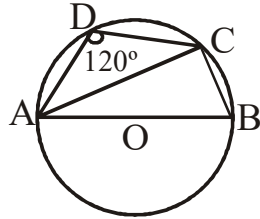
19. दिए गए चित्र में, जीवा AB और CD बराबर है यदि  $\angle OBA = 55^\circ$  तब  $\angle COD$  होगा।



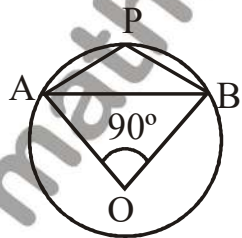
- (a)  $65^\circ$  (b)  $55^\circ$   
 (c)  $70^\circ$  (d)  $50^\circ$
20. दिये गए चित्र में,  $\angle AOC = 120^\circ$  तब  $\angle CBE$  ज्ञात करें, जहाँ O वृत्त का केन्द्र है।



- (a)  $60^\circ$  (b)  $100^\circ$   
 (c)  $120^\circ$  (d)  $150^\circ$
21. दिए गये चित्र में, AB वृत्त का व्यास है,  $\angle ADC = 120^\circ$ , तब  $\angle CAB$  होगा।

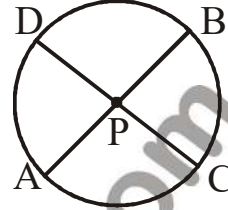


- (a)  $20^\circ$  (b)  $30^\circ$   
 (c)  $40^\circ$   
 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।
22. दिये गए चित्र में, O वृत्त का केन्द्र है,  $\angle AOB = 90^\circ$ , तब  $\angle APB$  होगा।

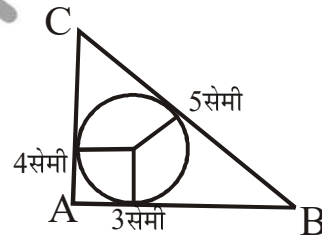


- (a)  $130^\circ$  (b)  $150^\circ$   
 (c)  $135^\circ$   
 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।

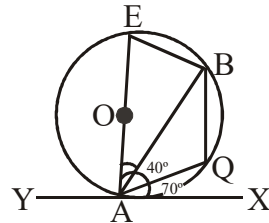
23. दिये गए चित्र में, AP = 2 सेमी, BP = 6 सेमी और CP = 3 सेमी, तब DP का मान होगा-



- (a) 6 सेमी (b) 4 सेमी  
 (c) 2 सेमी (d) 3 सेमी
24. ABC एक समकोण त्रिभुज है। AB = 3 सेमी, BC = 5 सेमी और AC = 4 सेमी, तब वृत्त की अन्तःत्रिज्या ज्ञात करो।

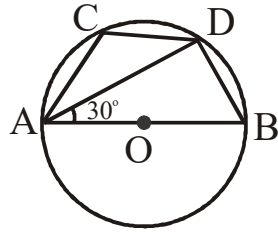


- (a) 1 सेमी (b) 1.25  
 (c) 1.5 सेमी (d) इनमें से कोई नहीं
25. दिए गये चित्र में, XY एक O केन्द्र वाले वृत्त की स्पर्श रेखा है, यदि  $\angle BAX = 70^\circ$ ,  $\angle BAQ = 40^\circ$  तब  $\angle ABQ$  का मान होगा।

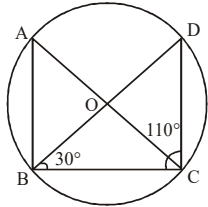


- (a)  $20^\circ$  (b)  $30^\circ$   
 (c)  $35^\circ$  (d)  $40^\circ$

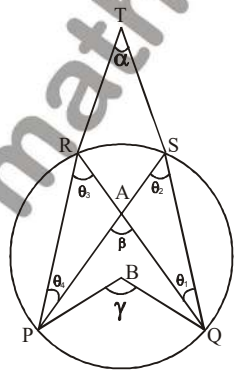
26. दिए गए चित्र में, AOB वृत्त का व्यास है और  $CD \parallel AB$ , यदि  $\angle BAD = 30^\circ$ , तब  $\angle CAD = ?$



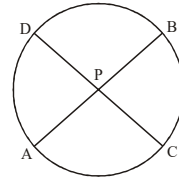
- (a)  $30^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $45^\circ$  (d)  $50^\circ$
27. दिए गए चित्र में,  $\angle DBC = 30^\circ$  और  $\angle BCD = 110^\circ$ , तब  $\angle BAC$  का मान क्या होगा?



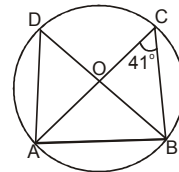
- (a)  $35^\circ$  (b)  $40^\circ$   
(c)  $55^\circ$  (d)  $60^\circ$
28. दिए गये चित्र में B केन्द्र है, यदि  $\alpha = 50^\circ$ ,  $\beta = 80^\circ$  है, तब  $\gamma$  का मान क्या होगा?



- (a)  $50^\circ$  (b)  $80^\circ$   
(c)  $130^\circ$  (d)  $65^\circ$
29. 3 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी 10 सेमी है। तो उनकी तिर्यक स्पर्श रेखा की लंबाई क्या होगी?  
(a) 4 सेमी (b) 6 सेमी  
(c) 8 सेमी (d) 10 सेमी
30. O और O' केन्द्र वाले दो वृत्त बाह्य रूप से बिन्दु P पर स्पर्श करते हैं। AB बिन्दु P पर एक स्पर्श रेखा है  $\angle APO = ?$   
(a)  $90^\circ$  (b)  $120^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं
31. दिये गए चित्र में, AP = 2 सेमी, BP = 6 सेमी और CP = 3 सेमी तब DP का मान होगा-



- (a) 6 सेमी (b) 4 सेमी  
(c) 2 सेमी (d) 3 सेमी
32.  $\Delta ABC$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है जहाँ  $AB = AC$  है। यदि त्रिभुज की सभी भुजाएँ AB, BC और CA एक वृत्त को क्रमशः बिन्दु D, E और F पर स्पर्श करते हैं, तब BE का मान होगा?  
(a)  $\frac{1}{2} BC$  (b)  $\frac{1}{3} BC$   
(c)  $\frac{1}{4} BC$  (d)  $\frac{2}{3} BC$
33. दिये गये चित्र में BD वृत्त का व्यास है और  $\angle BCA = 41^\circ$  है, तब  $\angle ABD$  का मान ज्ञात करो।



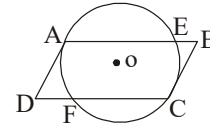
- (a)  $41^\circ$  (b)  $49^\circ$   
(c)  $22.5^\circ$  (d)  $20.5^\circ$
34. एक अन्तःवृत्त  $\Delta ABC$  की भुजाओं BC, CA और AB को क्रमशः D, E और F पर स्पर्श करता है, तब  $AF + BD + CE$  का मान होगा?
- (a)  $\frac{1}{2}$  ( $\Delta ABC$  का परिमाण)  
(b)  $\frac{1}{3}$  ( $\Delta ABC$  का परिमाण)  
(c)  $\frac{1}{4}$  ( $\Delta ABC$  का परिमाण)  
(d)  $\Delta ABC$  का परिमाण
35. एक वृत्त एक चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है, तब—
- (a)  $BC + DA = AB + CD$   
(b) ABCD एक आयत है।  
(c) ABCD एक वर्ग है।  
(d) इनमें से कोई नहीं
36. एक त्रिभुज ABC जिसकी भुजाएँ 8 सेमी, 10 सेमी और 12 सेमी है, के अन्दर एक वृत्त बनाया जाता है। वृत्त त्रिभुज की तीनों भुजाओं AB, BC और CA को क्रमशः D, E और F स्पर्श करता है, तब AD का मान ज्ञात करो।
- (a) 5 सेमी (b) 6 सेमी  
(c) 4 सेमी (d) 10 सेमी
37. एक O केन्द्र वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु T से TP और TQ दो स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं। तब  $\angle PTQ$  का मान होगा?
- (a)  $\angle OPQ$  (b)  $2 \angle OPQ$   
(c)  $\frac{1}{2} \angle OPQ$  (d)  $\frac{1}{3} \angle OPQ$

38. एक 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की जीवा PQ है, जिसकी लंबाई 8 सेमी है। बिन्दु P और Q पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ बिन्दु T पर काटती हैं, तब TP की लंबाई ज्ञात करो।

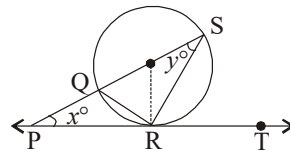
- (a)  $\frac{10}{3}$  (b)  $\frac{20}{3}$   
(c)  $\frac{23}{3}$  (d)  $\frac{13}{3}$

39. एक वृत्त में, A और B पर PQ और RS दो समानांतर स्पर्श रेखाएँ हैं। बिन्दु C पर स्पर्श रेखा PQ और RS के बीच एक अन्तःखण्ड DE बनाती है, तब  $\angle DOE$  का मान होगा। (जहाँ O वृत्त का केन्द्र है)
- (a)  $90^\circ$  (b)  $120^\circ$   
(c)  $60^\circ$  (d)  $45^\circ$

40. दिए गये चित्र में, 'O' वृत्त का केन्द्र है। यदि  $AE = 4$  सेमी,  $EB = 2$  सेमी,  $AE = FC$  और  $BC = AD$ , तब  $DF = ?$



- (a) 1 सेमी (b) 2 सेमी  
(c) 4 सेमी (d) 6 सेमी
41. दिये गये चित्र में, PT एक O केन्द्र वाले वृत्त के बिन्दु R पर स्पर्श रेखा है। यदि व्यास SQ का बढ़ाया जाता है, तो वह PT बिन्दु P पर मिलता है। यदि  $\angle SPR = x^\circ$  और  $\angle QSR = y^\circ$  तब  $x^\circ + 2y^\circ = ?$



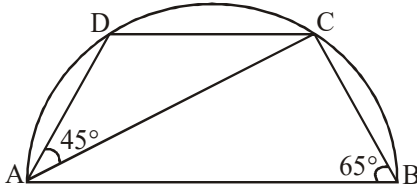
- (a)  $90^\circ$  (b)  $105^\circ$   
(c)  $135^\circ$  (d)  $180^\circ$

42. O वृत्त का केन्द्र है, PA और PB स्पर्श रेखाएँ हैं, तब चतुर्भुज AOBP है—  
 (a) आयत (b) वर्ग  
 (c) चक्रीय चतुर्भुज (d) इनमें से कोई नहीं
43. वृत्त  $C(O, r)$  और  $C\left(O', \frac{r}{2}\right)$  एक दूसरे को A बिन्दु पर आन्तरिक रूप से स्पर्श करते हैं। AB वृत्त की जीवा है जो  $C\left(O', \frac{r}{2}\right)$  को बिन्दु P पर काटती है, तब AP का मान होगा।  
 (a) PB (b) OA  
 (c) OB (d)  $\frac{1}{3} AB$
44. दो संकेन्द्रीय वृत्तों में AB और CD बाह्य वृत्त की जीवाएँ हैं जो की आन्तरिक वृत्त पर बिन्दु E और F पर स्पर्श करती हैं, तब—  
 (a)  $AB = CD$  (b)  $AB = \frac{1}{2} CD$   
 (c)  $AB \neq CD$  (d) इनमें से कोई नहीं
45. A और B केन्द्र वाले दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 3 सेमी और 4 सेमी हैं, जो दो बिन्दुओं C और D पर इस प्रकार काटती हैं की दोनों वृत्तों की दो स्पर्श रेखाएँ AC और BC हैं, तब उनकी सामान्य जीवा CD की लंबाई ज्ञात करो।  
 (a) 5 सेमी (b) 4.8 सेमी  
 (c) 5.8 सेमी (d) 3.8 सेमी
46. दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 5 सेमी और 12 सेमी हैं। एक तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफल के योग के बराबर है। तीसरे वृत्त की त्रिज्या का मान ज्ञात करो।  
 (a) 13 सेमी (b) 21 सेमी  
 (c) 30 सेमी (d) 17 सेमी
47. O एक 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त का केन्द्र है। T बिन्दु इस प्रकार है की  $OT = 13$  सेमी और OT वृत्त को बिन्दु E पर काटता है, यदि AB वृत्त के बिन्दु E पर स्पर्श रेखा है, तब AB की लंबाई ज्ञात करो।  
 (a)  $\frac{10}{3}$  (b)  $\frac{20}{3}$   
 (c)  $\frac{16}{3}$   
 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।
48. एक O केन्द्र वाले वृत्त के बिन्दु R पर PQ एक स्पर्श रेखा है, यदि ST वृत्त का व्यास है और  $\angle TRQ = 30^\circ$ , तब  $\angle PRS$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $60^\circ$   
 (c)  $45^\circ$  (d)  $120^\circ$
49. दो वृत्त एक-दूसरे का बिन्दु P पर बाह्य स्पर्श करते हैं, तथा एक बाह्य बिन्दु T से वृत्त के तीन स्पर्श बिन्दु P, Q व R पर क्रमशः तीन स्पर्श रेखाएँ TP, TQ व TR खींची गई हैं। तो TQ का मान ज्ञात कीजिए।  
 (a) TR (b)  $\frac{1}{2} TP$   
 (c)  $\frac{1}{2} TR$  (d) इनमें से कोई नहीं
50. O केन्द्र वाले दो संकेन्द्रीय वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 5 सेमी व 3 सेमी हैं। तथा किसी बाह्य बिन्दु P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PA व PB खींची गई हैं, यदि  $AP = 12$  सेमी तो BP की लम्बाई ज्ञात करो।  
 (a) 12 सेमी (b)  $12\sqrt{3}$   
 (c)  $4\sqrt{10}$  (d)  $10\sqrt{4}$

51. 10 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की जीवा AB की लम्बाई 16 सेमी है, A तथा B पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेदित करती हैं, तो PA की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

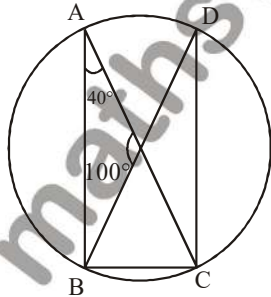
- (a)  $\frac{20}{3}$  (b)  $\frac{40}{3}$   
(c)  $\frac{50}{3}$  (d)  $\frac{10}{3}$

52. दिये गये चित्र में AB वृत्त का व्यास है, तथा बिन्दु C व D अर्द्धवृत्त की परिधि पर स्थित हैं, यदि  $\angle ABC = 65^\circ$ , और  $\angle CAD = 45^\circ$  तो  $\angle DCA$  का मान ज्ञात करो।



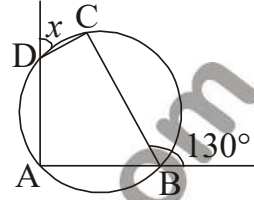
- (a)  $45^\circ$  (b)  $25^\circ$   
(c)  $20^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं

53. दिये गये चित्र में  $\angle ACD$  का मान क्या होगा? (जहाँ A, B, C व D बिन्दु वृत्त की परिधि पर स्थित हैं।)



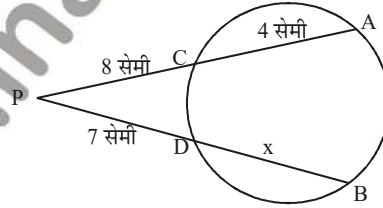
- (a)  $40^\circ$  (b)  $50^\circ$   
(c)  $80^\circ$  (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

54. दिये गये चित्र में A, B, C तथा D एक वृत्तीय बिन्दु हैं तो 'x' का मान होगा।



- (a)  $50^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $70^\circ$  (d)  $90^\circ$

55. दिये गए चित्र में x का मान ज्ञात करो।

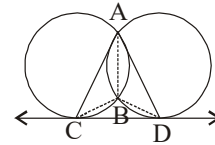


- (a) 6 सेमी (b) 7 सेमी  
(c) 6.7 सेमी (d) 7.7 सेमी

56. X तथा Y केन्द्र वाले दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 9 सेमी व 2 सेमी हैं, तथा  $XY = 17$  सेमी है। Z केन्द्र वाला एक वृत्त जिसकी त्रिज्या r सेमी है, दोनों वृत्तों को बाह्य स्पर्श करता है, दिया गया है, कि  $\angle XZY = 90^\circ$  तो r का मान बताओ।

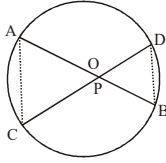
- (a) 13 सेमी (b) 6 सेमी  
(c) 9 सेमी (d) 8 सेमी

57. दो वृत्त जो एक-दूसरे को A तथा B पर प्रतिच्छेदित करते हैं CD उन वृत्तों की एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है, तो  $\angle CAD + \angle CBD$  का मान बताओ।



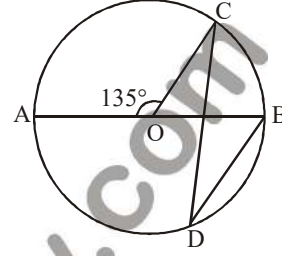


- (a)  $180^\circ$  (b)  $90^\circ$   
 (c)  $360^\circ$  (d)  $120^\circ$
58. दिये गये चित्र में O वृत्त का केन्द्र है, यदि  $AB = 16$  सेमी,  $CP = 6$  सेमी,  $PD = 8$  सेमी तथा  $AP > PB$  तो AP का मान क्या होगा?

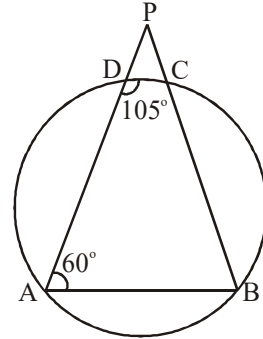


- (a) 12 सेमी (b) 24 सेमी  
 (c) 8 सेमी (d) 6 सेमी
59. त्रिभुज ABC में,  $AB + BC = 12$  सेमी,  $BC + CA = 14$  सेमी तथा  $CA + AB = 18$  सेमी तो वृत्त की त्रिज्या (सेमी में) क्या होगी जिसका परिमाण, त्रिभुज के परिमाण के बराबर है।
- (a)  $\frac{9}{2}$  (b)  $\frac{11}{2}$   
 (c)  $\frac{5}{2}$  (d)  $\frac{7}{2}$
60. एक A केन्द्र वाला वृत्त दो प्रतिच्छेदी रेखाओं AX तथा BY को स्पर्श करता है, दो स्पर्श बिन्दु A तथा B वृत्त की परिधि पर स्थित किसी बिन्दु C पर  $65^\circ$  का कोण अन्तरित करते हैं, यदि P दोनों रेखाओं का प्रतिच्छेदी बिन्दु है, तो  $\angle APO$  का मान बताओ।
- (a)  $25^\circ$  (b)  $65^\circ$   
 (c)  $90^\circ$  (d)  $40^\circ$
61. P तथा Q केन्द्र वाले दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 9 सेमी व 2 सेमी हैं, जहाँ  $PQ = 17$  सेमी है, R केन्द्र वाला एक वृत्त जिसकी त्रिज्या x सेमी है, दोनों वृत्तों को बाह्य स्पर्श करता है। यदि  $\angle PRQ = 90^\circ$  तो x का मान बताओ।
- (a) 4 सेमी (b) 6 सेमी  
 (c) 7 सेमी (d) 8 सेमी

62. दिये गये चित्र में AB वृत्त का व्यास है, यदि  $\angle ADC = 135^\circ$  तो  $\angle CDB$  का मान ज्ञात कीजिए।

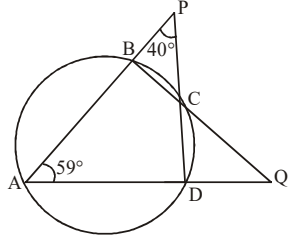


- (a)  $67\frac{1}{2}^\circ$  (b)  $22\frac{1}{2}^\circ$   
 (c)  $45^\circ$  (d)  $90^\circ$
63. नीचे दिये गये चित्र में यदि  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $\angle ADC = 105^\circ$ , तो  $\angle DPC$  का मान होगा।

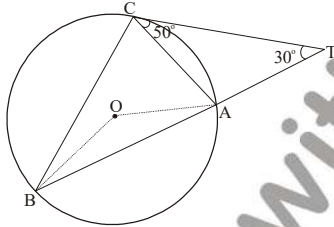


- (a)  $40^\circ$  (b)  $45^\circ$   
 (c)  $50^\circ$  (d)  $60^\circ$
64. एक O केन्द्र वाले वृत्त के लघु चाप AB पर कोई बिन्दु C है। यदि  $\angle AOB = 100^\circ$  तो  $\angle ACB$  का मान बताओ।
- (a)  $80^\circ$  (b)  $90^\circ$   
 (c)  $100^\circ$  (d)  $130^\circ$
65. दिये गये चित्र में  $\angle PAQ = 59^\circ$ ,  $\angle APD = 40^\circ$  तो  $\angle AQB$  का मान होगा।





- (a)  $19^\circ$  (b)  $20^\circ$   
 (c)  $22^\circ$  (d)  $27^\circ$
66. नीचे दिये गये चित्र (जो पैमाने द्वारा नहीं बना है) O, केन्द्र वाले वृत्त पर A, B तथा C तीन बिन्दु हैं, तथा जीवा BA को बिन्दु T तक आगे इस प्रकार बढ़ाया जाता है, कि CT बिन्दु C पर वृत्त की एक स्पर्श रेखा हो। यदि  $\angle ATC = 30^\circ$  और  $\angle ACT = 50^\circ$  तो  $\angle BOA$  का मान बताओ।



- (a)  $100^\circ$   
 (b)  $150^\circ$   
 (c)  $80^\circ$   
 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।
67. O केन्द्र वाले वृत्त के लघु चाप AB पर कोई बिन्दु C है, दिया गया है कि  $\angle ACB = x^\circ$  तथा  $\angle AOB = y^\circ$  तो x का मान ज्ञात कीजिए यदि ACBO एक समान्तर चतुर्भुज है।
- (a)  $120^\circ$  (b)  $180^\circ$   
 (c)  $140^\circ$  (d)  $110^\circ$

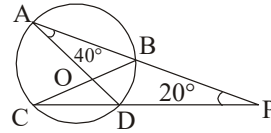
68. PQ तथा RS, O केन्द्र वाले एक वृत्त की दो समान्तर जीवाएँ हैं, तथा वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है, यदि  $PQ = 16$  सेमी तथा  $RS = 12$  सेमी तो PQ व RS के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए यदि वे स्थित हैं:

- (i) वृत्त के केन्द्र के एक ही ओर  
 (ii) वृत्त के केन्द्र के विपरीत ओर
- (a) 2, 14 सेमी. (b) 4, 14 सेमी.  
 (c) 2, 12 सेमी. (d) 4, 12 सेमी.

69. दो जीवाएँ AB व CD, O केन्द्र वाले वृत्त के अन्दर E पर प्रतिच्छेद करती हैं, यदि  $\angle AOC = 40^\circ$  तथा  $\angle BOD = 50^\circ$  तो  $\angle AEC$  का मान बताओ।

- (a)  $90^\circ$  (b)  $45^\circ$   
 (c)  $30^\circ$  (d)  $60^\circ$

70. PBA तथा PDA दो छेदक रेखाएँ हैं, तथा AD, O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है।  $\angle A = 40^\circ$ ,  $\angle P = 20^\circ$  तो  $\angle DBC$  का मान ज्ञात करो।

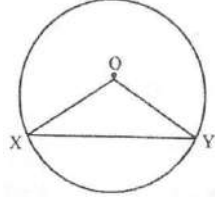


- (a)  $45^\circ$  (b)  $30^\circ$   
 (c)  $60^\circ$  (d)  $75^\circ$

71. 16 सेमी तथा 12 सेमी की दो समान्तर जीवाएँ वृत्त जिसकी त्रिज्या 10 सेमी है। के केन्द्र के एक ही ओर हैं, तो दोनों समान्तर रेखाओं के मध्य की दूरी क्या होगी।

- (a) 5 सेमी. (b) 8 सेमी.  
 (c) 2 सेमी. (d) 3 सेमी.

72. दिये गये चित्र में O वृत्त का केन्द्र है, तथा XO, OY पर लम्ब है। यदि त्रिभुज XOY का क्षेत्रफल 32 हो तो वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?



- (a)  $64\pi$  (b)  $256\pi$   
(c)  $16\pi$  (d)  $32\pi$

73. दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 4 सेमी व 9 सेमी एक-दूसरे को किसी बिन्दु पर बाह्य स्पर्श करते हैं तथा एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा वृत्तों को P व Q पर स्पर्श करती है, तो वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा यदि वर्ग की एक भुजा PC हो।

- (a) 97 वर्ग सेमी. (b) 194 वर्ग सेमी.  
(c) 72 वर्ग सेमी (d) 144 वर्ग सेमी

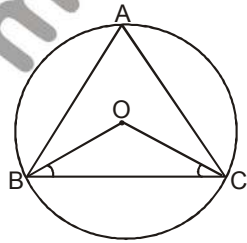
74. किसी बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ वृत्त पर स्थित बिन्दु A तथा B पर खींची गई हैं, O वृत्त का केन्द्र है, यदि  $\angle AOP = 60^\circ$  तो  $\angle APB$  का मान बताओ।

- (a)  $60^\circ$  (b)  $30^\circ$   
(c)  $120^\circ$  (d)  $90^\circ$

75.  $r_1$  तथा  $r_2$  त्रिज्याओं वाले दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्य बिन्दु A पर स्पर्श करते हैं, तथा PQ वृत्तों की एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है, तो  $(PQ)^2$  का मान ज्ञात कीजिए।

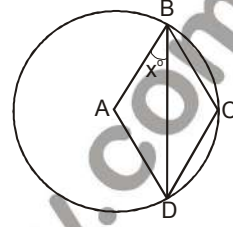
- (a)  $r_1 r_2$  (b)  $2r_1 r_2$   
(c)  $3r_1 r_2$  (d)  $4r_1 r_2$

76. BC एक O केन्द्र वाले वृत्त की जीवा है, तथा दिखाये गये चित्र में दीर्घ चाप BC पर A कोई बिन्दु है, तो  $\angle BAC + \angle OBC = ?$



- (a)  $120^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $90^\circ$  (d)  $180^\circ$

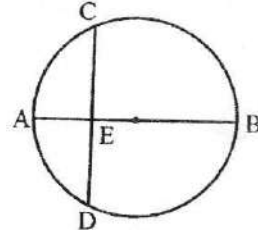
77.



ऊपर दिये गये चित्र में A वृत्त का केन्द्र है, तथा  $AB = BC = CD$  तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $20^\circ$  (b)  $22\frac{1}{2}^\circ$   
(c)  $25^\circ$  (d)  $30^\circ$

78. दिये गये चित्र में AB वृत्त का व्यास है, तथा CD, AB पर लम्ब है, यदि  $AB = 10$  सेमी तथा  $AE = 2$  सेमी तो ED की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

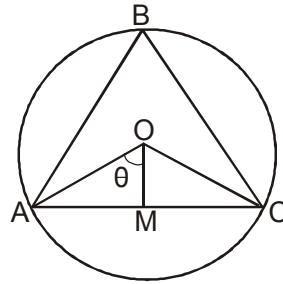


- (a) 5 सेमी (b)  $\sqrt{20}$  सेमी  
(c)  $\sqrt{10}$  सेमी (d) 4 सेमी

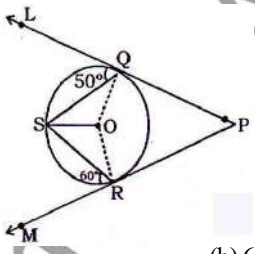
79. दो समान्तर जीवाएँ AB व CD, वृत्त के केन्द्र 'O' के एक ही तरफ खींची गई हैं, यदि वृत्त की त्रिज्या 65 मीटर है, तथा जीवाओं AB व CD की लम्बाइयाँ क्रमशः 126 मीटर व 112 मीटर है, तो चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

- (a) 2033 मी<sup>2</sup> (b) 2023 मी<sup>2</sup>  
(c) 1023 मी<sup>2</sup> (d) 1078 मी<sup>2</sup>

80. 4 इकाई व 3 इकाई त्रिज्याओं वाले दो वृत्त एक-दूसरे से कुछ दूरी पर हैं, तथा अनुप्रस्थ स्पर्श रेखा व उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा के बीच 1 : 2 का अनुपात है, तो वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।  
 (a)  $\sqrt{50}$  (b)  $\sqrt{65}$   
 (c) 8 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
81. O वृत्त का केन्द्र है, AC तथा BD वृत्त की दो जीवाएँ हैं, जो एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेदित करती है, यदि  $\angle AOB = 15^\circ$  तथा  $\angle APB = 30^\circ$   
 तो  $\tan^2 \angle APB + \cot^2 \angle COD$  का मान होगा:  
 (a)  $\frac{4}{3}$  (b)  $\frac{10}{3}$   
 (c)  $\frac{1}{3}$  (d)  $\frac{2}{3}$
82. O केन्द्र वाले वृत्त पर स्थित दो बिन्दुओं A तथा B पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेदित करती है यदि चतुर्भुज PAOB में  $\angle AOB : \angle APB = 5 : 1$  तो कोण  $\angle APB$  का मान बताओ।  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $60^\circ$   
 (c)  $45^\circ$  (d)  $15^\circ$
83. एक वृत्त की जीवा की लम्बाई वृत्त की त्रिज्या के बराबर है, तथा इस जीवा द्वारा वृत्त के दीर्घ वृत्तखण्ड में बने कोण का मान होगा।  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$   
 (c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$
84. एक वृत्त जिसकी दो जीवाएँ AD व BC है। तथा AD व BC को आगे बढ़ाने पर वृत्त के बाहर बिन्दु P पर मिलती हैं यदि  $PA = 10$  सेमी,  $PB = 8$  सेमी,  $PC = 5$  सेमी,  $AC = 6$  सेमी तो PD की लम्बाई ज्ञात करो।  
 (a) 5 सेमी (b) 4 सेमी  
 (c) 6 सेमी (d) 4.5 सेमी
85. 6 सेमी तथा त्रिज्याओं वाले दो वृत्तों के बीच की दूरी 10 सेमी है, तो वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लम्बाई ज्ञात करो।  
 (a) 10 सेमी (b) 4.5 सेमी  
 (c) 9.6 सेमी (d) 12 सेमी
86.  $\triangle ABC$  में O, वृत्त का परिकेन्द्र है, यदि  $\angle OBC = 37^\circ$  तो  $\angle BAC$  का मान होगा।  
 (a)  $74^\circ$  (b)  $106^\circ$   
 (c) 53 (d)  $37^\circ$
87. यदि एक वृत्त व वर्ग का परिमाप बराबर है, तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है।  
 (a) वृत्त का क्षेत्रफल, वर्ग के क्षेत्रफल से अधिक है,  
 (b) वृत्त का क्षेत्रफल, वर्ग के क्षेत्रफल से अधिक है,  
 (c) वृत्त का क्षेत्रफल, वर्ग के क्षेत्रफल से कम है,  
 (d) कोई निष्कर्ष नहीं निकाला जा सकता है।
88. किसी भी त्रिभुज में निम्न कथनों पर विचार कीजिए  
 I. त्रिभुज की तीन माध्यिकाएँ त्रिभुज को 6 बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में विभाजित करती हैं।  
 II. त्रिभुज का परिमाप, त्रिभुज की तीनों माध्यिकाओं के योग से अधिक होता है।  
 ऊपर दिये कथनों में से कौन-सा कथन सत्य है।  
 (a) केवल I (b) केवल II  
 (c) I और II (d) न ही I ना II



ऊपर दिये गये चित्र में, O वृत्त का केन्द्र है।  $OA = 3$  सेमी,

- AC = 3 सेमी तथा OM, AC पर लम्ब है, तो  $\angle ABC$  का मान ज्ञात कीजिए।
- (a)  $60^\circ$  (b)  $45^\circ$   
(c)  $30^\circ$  (d)  $90^\circ$
90. एक वृत्त का व्यास 80 सेमी है, तो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिए जिन्हें इस प्रकार बनाया गया है कि पूरा क्षेत्रफल चार बराबर भागों में विभक्त हो।
- (a)  $20\sqrt{2}$ ,  $20\sqrt{3}$ , 20  
(b)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ ,  $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ ,  $\frac{10}{3}$   
(c)  $10\sqrt{3}$ ,  $10\sqrt{2}$ , 10  
(d) 17, 14, 9
91. O, केन्द्र वाले वृत्त की दो जीवाएँ AB व CD एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि  $\angle AOC = 100^\circ$  तथा  $\angle BOD = 70^\circ$  तो  $\angle APC$  का मान होगा।
- (a)  $80^\circ$  (b)  $75^\circ$   
(c)  $85^\circ$  (d)  $95^\circ$
92. दिये गये चित्र में, PQL व PRM O केन्द्र वाले वृत्त के दो स्पर्श बिन्दु Q तथा R पर दो स्पर्श रेखाएँ हैं। तथा S वृत्त पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि  $\angle SQL = 50^\circ$  तथा  $\angle SRM = 60^\circ$  तो  $\angle QSR$  का मान बताओ।
- 
- (a)  $110^\circ$  (b)  $60^\circ$   
(c)  $70^\circ$  (d)  $90^\circ$
93. O केन्द्र वाले वृत्त की दो जीवाएँ AB व CD एक-दूसरे को P पर मिलती हैं। तथा  $\angle AOC = 50^\circ$ ,  $\angle BOD = 40^\circ$  तो  $\angle BPD$  का मान बताओ।
- (a)  $60^\circ$  (b)  $40^\circ$   
(c)  $45^\circ$  (d)  $75^\circ$

94. वृत्त की दो जीवाएँ जिनकी लम्बाई  $2a$  व  $2b$  हैं, एक-दूसरे पर परस्पर लम्बवत् हैं। यदि वृत्त के केन्द्र से जीवाओं के प्रतिच्छेदी बिन्दु की दूरी  $c$  ( $c <$  वृत्त की त्रिज्या) हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(a)  $\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$  (b)  $\frac{\sqrt{ab}}{c}$

(c)  $a + b - c$  (d)  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{2}$

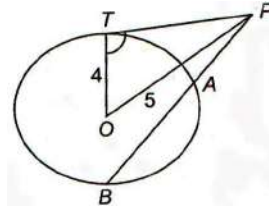
95. दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 5 सेमी व 8 सेमी है, एक-दूसरे को बिन्दु A पर बाह्य स्पर्श करते हैं यदि बिन्दु A से गुजरती हुई एक सीधी रेखा वृत्त को क्रमशः P व Q पर काटती है तो AP : AQ क्या होगा।

(a) 8 : 5 (b) 5 : 8  
(c) 3 : 4 (d) 4 : 5

96. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। जब भुजा AB व DC को आगे बढ़ाया जाता है, तो बिन्दु P तथा जब भुजा AD व BC को आगे बढ़ाया जाता है, तो बिन्दु Q पर मिलती है यदि  $\angle ADC = 85^\circ$  तथा  $\angle BPC = 40^\circ$  तो  $\angle CQD$  का मान होगा।

(a)  $55^\circ$  (b)  $85^\circ$   
(c)  $30^\circ$  (d)  $40^\circ$

97. O वृत्त का केन्द्र है, OP = 5 तथा OT = 4 तथा AB = 8 तथा रेखा PT वृत्त की एक स्पर्श रेखा है, तो PB का मान बताओ।



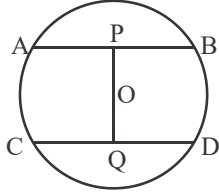
(a) 9 सेमी (b) 10 सेमी  
(c) 7 सेमी (d) 8 सेमी

98. दो संकेन्द्रीय वृत्तों  $C_1$  व  $C_2$  का केन्द्र O है, तथा उनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 12 सेमी व 3 सेमी है, तथा वृत्त  $C_1$  पर स्थित बिन्दु A से वृत्त  $C_2$  पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के स्पर्श बिन्दु B व C हैं। तो चतुर्भुज ABOC का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a)  $\frac{9\sqrt{15}}{2}$  सेमी<sup>2</sup>      (b)  $12\sqrt{15}$  सेमी<sup>2</sup>

(c)  $9\sqrt{15}$  सेमी<sup>2</sup>      (d)  $6\sqrt{15}$  सेमी<sup>2</sup>

99. दिये गये चित्र में, यदि  $AB = 8$  सेमी,  $CD = 6$  सेमी तथा वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी है, तो  $PQ = ?$

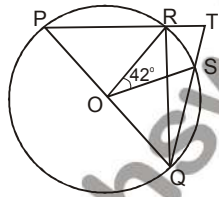


- (a) 6 सेमी      (b) 8 सेमी  
(c) 9 सेमी      (d) 7 सेमी

100. दो संकेन्द्रीय वृत्त जिनका उभयनिष्ठ केन्द्र O है। तथा AB एक बाह्य वृत्त की जीवा है, जो दूसरे अन्दर बने वृत्त को C व D पर प्रतिच्छेद करती है। यदि केन्द्र की जीवा से दूरी 3 सेमी, बाह्य वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी तथा दूसरे अन्दर बने वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है, तो AC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

- (a)  $8\sqrt{10}$       (b)  $6\sqrt{10}$   
(c)  $4\sqrt{10}$       (d)  $2\sqrt{10}$

- 101.



ऊपर दिये गये चित्र में  $PQ$ , O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है। यदि  $\angle ROS = 42^\circ$ , तो  $\angle RTS$  का मान क्या होगा?

- (a)  $46^\circ$       (b)  $64^\circ$   
(c)  $69^\circ$       (d) इनमें से कोई नहीं

102. तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं तथा उनके केन्द्रों के बीच की दूरी क्रमशः 3 सेमी, 4 सेमी व 5 सेमी है, तो वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिए।

- (a) 1 सेमी, 2 सेमी, 3 सेमी

(b)  $\frac{1}{2}$  सेमी,  $\frac{3}{2}$  सेमी,  $\frac{5}{2}$  सेमी

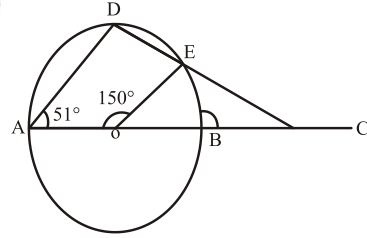
(c) 1 सेमी, 2.5 सेमी, 3.5 सेमी,

(d) इनमें से कोई नहीं।

103. PT 6 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की एक स्पर्श रेखा है, यदि केन्द्र O से P 10 सेमी की दूरी पर है। तथा PBC एक छेदक रेखा तथा  $PB = 5$  है, तो जीवा BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

- (a) 7.8 सेमी      (b) 8.0 सेमी  
(c) 8.4 सेमी      (d) 9.0 सेमी

104. नीचे दिये गये चित्र में, AB, O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है, यदि  $\angle AOE = 150^\circ$ ,  $\angle DAO = 51^\circ$  तो  $\angle CBE$  का मान बताओ।

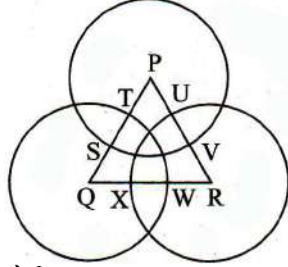


- (a)  $115^\circ$       (b)  $110^\circ$   
(c)  $105^\circ$       (d)  $120^\circ$

105. दो वृत्त जो एक-दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं, उनकी परिधियों का योग 176 सेमी है। तो बड़े वृत्त की त्रिज्या का छोटे वृत्त की त्रिज्या से क्या अनुपात होगा यदि त्रिज्याओं के वर्गों का योग 400 सेमी हो।

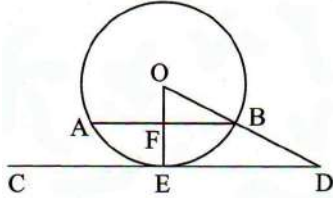
- (a) 7 : 8      (b) 8 : 7  
(c) 3 : 4      (d) 4 : 3

106. P, Q व R केन्द्र वाले तीनों वृत्तों में प्रत्येक की त्रिज्या 24 सेमी है, तीनों वृत्त एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित करते हैं, जैसा कि नीचे चित्र में दर्शाया गया है। यदि  $ST = 4$  सेमी,  $UV = 7$  सेमी व  $WX = 10$  सेमी तो वृत्तों के केन्द्रों को मिलाने पर बने त्रिभुज का परिमाण क्या होगा।



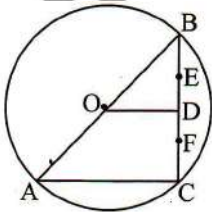
- (a) 123 सेमी (b) 144 सेमी  
(c) 125 सेमी (d) 136 सेमी

107. दिये गये चित्र में CD, O केन्द्र वाले वृत्त पर स्थित बिन्दु E पर एक स्पर्श रेखा है। OE, जीवा AB को F पर समद्विभाजित करता है। AB = 16 सेमी, तथा EF = 2 सेमी तो DE की लम्बाई (सेमी में) ज्ञात कीजिए।



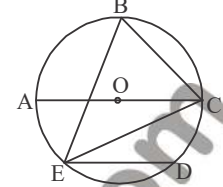
- (a)  $\frac{108}{15}$  (b)  $\frac{118}{15}$   
(c)  $\frac{126}{15}$  (d)  $\frac{136}{15}$

108. दिये गये चित्र में, AB, O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है। AB = 24 सेमी तथा OD, BC पर लम्ब है, तथा OE,  $\angle BOD$  को समद्विभाजित तथा BE : ED = 2 : 1 में बाँटती है यदि F, DC का मध्य-बिन्दु हो तो AF (सेमी में) ज्ञात कीजिए।



- (a)  $\sqrt{171}$  (b)  $\sqrt{181}$   
(c)  $\sqrt{161}$  (d)  $\sqrt{211}$

109. दिये गये चित्र में ED, वृत्त के व्यास AC के समान्तर है, यदि  $\angle CBE = 65^\circ$  तो  $\angle DEC = ?$



- (a)  $35^\circ$  (b)  $55^\circ$   
(c)  $45^\circ$  (d)  $25^\circ$

110. PQ तथा RS, O केन्द्र वाले वृत्त की दो समान्तर स्पर्श रेखाएँ हैं, तथा स्पर्श बिन्दु C पर एक स्पर्श रेखा AB इस प्रकार है कि वह PQ व RS को क्रमशः A व B पर काटती है, तो  $\angle AOB$  का मान बताओ।

- (a)  $60^\circ$  (b)  $120^\circ$   
(c)  $90^\circ$  (d)  $180^\circ$

111. एक वृत्त की दो जीवाएँ AB व CD एक-दूसरे वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु पर काटती हैं। यदि PA = 8 सेमी, PD = 4 सेमी, CD = 3 सेमी तो AB का मान बराबर होगा।

- (a) 4 सेमी (b) 3 सेमी  
(c) 3.5 सेमी (d) 4.5 सेमी

112. दो वृत्त P व Q एक-दूसरे को B व C पर प्रतिच्छेद करते हैं, A व D बिन्दु क्रमशः P व Q केन्द्र वाले वृत्तों पर इस प्रकार हैं कि A, C व D सररेख है, यदि  $\angle APB = 130^\circ$  तथा  $\angle BQD = x^\circ$  तो x का मान बताओ।

- (a) 65 (b) 130  
(c) 195 (d) 135

113.  $C_1$  व  $C_2$  दो संकेन्द्रीय वृत्त हैं जिनका केन्द्र O है, तथा उनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 12 सेमी व 3 सेमी हैं। वृत्त  $C_1$  पर स्थित बिन्दु A से वृत्त  $C_2$  पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं का स्पर्श रेखाओं का स्पर्श बिन्दु B है, तो त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

- (a)  $\frac{9\sqrt{15}}{2}$  वर्ग सेमी (b)  $12\sqrt{15}$  वर्ग सेमी  
(c)  $9\sqrt{15}$  वर्ग सेमी (d)  $6\sqrt{15}$  वर्ग सेमी

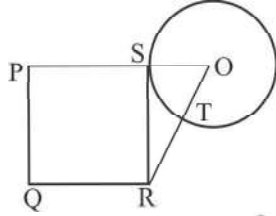


114. O केन्द्र वाले वृत्त की दो जीवाएँ AB व CD एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेद करती हैं,  $\angle ADP = 23^\circ$  तथा  $\angle APC = 70^\circ$  तो  $\angle BCD$  का मान बताओ।  
 (a)  $45^\circ$  (b)  $47^\circ$   
 (c)  $57^\circ$  (d)  $67^\circ$

115. जीवाएँ AB व CD एक-दूसरे को E पर प्रतिच्छेद करती हैं, तथा एक-दूसरे पर लम्ब है। रेखाखण्डों AE, EB व ED की लम्बाई क्रमशः 2 सेमी, 6 सेमी, व 3 सेमी है। तो वृत्त का व्यास (सेमी में) में कितना होगा।

- (a)  $\sqrt{65}$  (b)  $\frac{1}{2}\sqrt{65}$   
 (c) 65 (d)  $\frac{65}{2}$

116. PQRS एक वर्ग है। तथा O केन्द्र वाले वृत्त पर स्थित बिन्दु S पर SR एक स्पर्श रेखा है, तथा  $TR = OS$  तो वर्ग के क्षेत्रफल व वृत्त के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।



- (a)  $\frac{\pi}{3}$  (b)  $\frac{11}{7}$   
 (c)  $\frac{3}{\pi}$  (d)  $\frac{7}{11}$

117. एक वृत्त किसी समबाहु त्रिभुज के अन्दर बना है, तथा एक वर्ग वृत्त के अन्दर बना है, तो त्रिभुज के क्षेत्रफल व वर्ग के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\sqrt{3} : \sqrt{2}$  (b)  $3\sqrt{3} : 2$   
 (c)  $3 : \sqrt{2}$  (d)  $\sqrt{2} : 1$

118. एक वृत्त के व्यास AB की लम्बाई 8 सेमी तथा  $CD \parallel AB$ . यदि  $AB = CD = 2$  सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 7 (b)  $7\sqrt{3}$   
 (c)  $7\sqrt{2}$  (d)  $2\sqrt{15}$

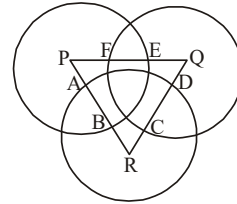
119. AB व CD वृत्त की दो जीवाएँ इस प्रकार हैं कि  $AB = 8$  सेमी,  $CD = 10$  सेमी तथा  $AB \parallel CD$ . यदि AB व CD के बीच की लम्बवत दूरी 2 सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\frac{5\sqrt{17}}{4}$  सेमी (b)  $\frac{4\sqrt{17}}{5}$  सेमी  
 (c)  $\frac{3\sqrt{17}}{5}$  सेमी (d)  $\sqrt{17}$  सेमी

120. समान आधार पर बने एक वर्ग व एक समबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अन्तर  $1/4$  सेमी<sup>2</sup> है, तो त्रिभुज की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

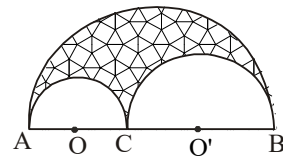
- (a)  $(4 - \sqrt{3})^{1/2}$  सेमी (b)  $(4 + \sqrt{3})^{1/2}$  सेमी  
 (c)  $(4 - \sqrt{3})^{-1/2}$  सेमी (d)  $(4 + \sqrt{3})^{-1/2}$  सेमी

121. नीचे दिये गये चित्र में तीन वृत्त जिनके केन्द्र क्रमशः P, Q व R तथा प्रत्येक की त्रिज्या 25 सेमी है, यदि  $AB = 6$ ,  $CD = 12$  तथा  $EF = 15$  तो त्रिभुज PQR का परिमाण ज्ञात कीजिए।



- (a) 117 सेमी<sup>2</sup> (b) 116 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 113 सेमी<sup>2</sup> (d) 121 सेमी<sup>2</sup>

122. नीचे दिये गये चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए तथा दिया गया है, O व O' केन्द्र वाले वृत्तों का व्यास क्रमशः 6 सेमी व 18 सेमी है, तथा ACB एक अर्द्धवृत्त है।



- (a)  $54\pi$  (b)  $27\pi$   
 (c)  $36\pi$  (d)  $18\pi$

123. A, B, C, D बिन्दु वृत्त पर इस प्रकार है, कि ABD एक समबाहु त्रिभुज तथा AC वृत्त का व्यास है, तो चतुर्भुज ABCD के परिमाण व वृत्त के परिमाण का अनुपात ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\sqrt{2}+1:\pi$  (b)  $3+\sqrt{2}:2\pi$   
 (c)  $\sqrt{3}+1:\pi$  (d)  $4+\sqrt{3}:3\pi$

124. A तथा B केन्द्र वाले दो वृत्त जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या 2 इकाई है, एक-दूसरे को C पर बाह्य स्पर्श करते हैं, तथा एक दूसरा वृत्त जिसकी त्रिज्या 2 इकाई है, वृत्तों से D व E पर मिलता है, तो चतुर्भुज ABDE का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- (a)  $2\sqrt{2}$  वर्ग इकाई (b)  $3\sqrt{3}$  वर्ग इकाई  
 (c)  $3\sqrt{2}$  वर्ग इकाई (d)  $2\sqrt{3}$  वर्ग इकाई

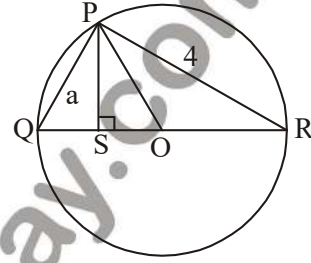
125. AB, O केन्द्र वाले वृत्त की एक जीवा है। तथा DOC एक रेखाखण्ड है, जो वृत्त पर स्थित बिन्दु D से निकलता है, तथा AB के बड़े हुए भाग को C पर मिलता है, तथा that  $BC = OD$ ,  $\angle BCD = 20^\circ$  तो  $\angle AOD$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $30^\circ$  (b)  $40^\circ$   
 (c)  $10^\circ$  (d)  $60^\circ$

126. एक बिन्दु P से, O केन्द्र वाले वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PA व PB खींची जाती है, यदि वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी तथा  $AB = 6$  सेमी, OP, AB को C पर काटता है, तथा  $OC = 4$  सेमी तो OP का मान ज्ञात कीजिए।

- (a)  $\frac{25}{4}$  सेमी (b) 25 सेमी  
 (c) 13 सेमी (d) इनमें से कोई नहीं

127. यदि दिये गये चित्र में  $PQ = a$ ,  $PR = 4$  सेमी जबकि O वृत्त का केन्द्र है, तथा बिन्दु S, O व Q के मध्य इस प्रकार है, कि  $PS \perp QR$  तो OP की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



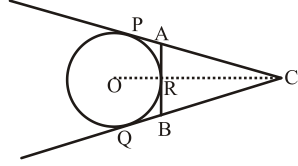
- (a)  $\frac{\sqrt{16+a^2}}{2}$  (b)  $\frac{16-a^2}{2\sqrt{a^2+16}}$   
 (c)  $\frac{4a-16}{16a-a^2}$  (d)  $\frac{2\sqrt{a^2-16}}{16+a^2}$

128. P व Q, क्रमशः केन्द्र वाले वृत्त की दो जीवाओं AB व AC के मध्य बिन्दु हैं, तथा AB व AC वृत्त के व्यास नहीं हैं। तथा रेखाओं OP व OQ का आग बढ़ाने पर वृत्त को क्रमशः R व S पर मिलते हैं। तथा R व S के मध्य दीर्घ चाप पर T कोई बिन्दु है, यदि  $\angle BAC = 320^\circ$  तो  $\angle RTS = ?$

- (a)  $32^\circ$  (b)  $74^\circ$   
 (c)  $106^\circ$  (d)  $64^\circ$

129. दिये गये चित्र में CP व CQ, केन्द्र वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु C से खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ हैं। तथा AB एक दूसरी स्पर्श रेखा जो वृत्त R पर स्पर्श करती है, यदि  $CP = 11$  सेमी तथा  $BR = 4$  सेमी तो BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।





- (a) 7 सेमी (b) 8 सेमी  
(c) 5 सेमी (d) 10 सेमी

130. 3 सेमी व 4 सेमी त्रिज्याओं वाले दो वृत्त जिनके केन्द्र क्रमशः A व B हैं, एक-दूसरे को बिन्दु C व D पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं, कि AC व BC दो वृत्तों पर स्पर्श रेखाएँ हैं। तो उभयनिष्ठ जीवा CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

- (a) 4.2 सेमी (b) 8.4 सेमी  
(c) 2.4 सेमी (d) 4.8 सेमी

131. PR, 8सेमी त्रिज्या वाले वृत्त जिसका केन्द्र O है, पर स्थित बिन्दु Q पर एक स्पर्श रेखा है। यदि OR = 16 सेमी तथा OP = 10 सेमी तो PR की लम्बाई ज्ञात करो।

- (a) 18 सेमी. (b) 19 सेमी.  
(c) 19.8 सेमी. (d) 21.86 सेमी.

132. P केन्द्र वाले दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 6.5 सेमी व 3.3 सेमी हैं। बड़े वृत्त पर बिन्दु A से छोटे वृत्त पर एक स्पर्श रेखा खींची जाती है, जो इसे B पर तथा बड़े वृत्त को C पर स्पर्श करती है, तो AC की लम्बाई बताओ।

- (a) 5.6 सेमी. (b) 11.2 सेमी.  
(c) 11.8 सेमी. (d) 6.5 सेमी.

## उत्तरमाला

1. (d)	2. (c)	3. (c)	4. (c)	5. (a)	6. (a)	7. (d)	8. (b)	9. (c)
10. (d)	11. (b)	12. (b)	13. (d)	14. (a)	15. (b)	16. (b)	17. (b)	18. (a)
19. (c)	20. (c)	21. (b)	22. (c)	23. (b)	24. (a)	25. (b)	26. (a)	27. (b)
28. (c)	29. (c)	30. (a)	31. (b)	32. (a)	33. (b)	34. (a)	35. (a)	36. (a)
37. (b)	38. (b)	39. (a)	40. (b)	41. (a)	42. (c)	43. (a)	44. (a)	45. (b)
46. (a)	47. (d)	48. (b)	49. (a)	50. (c)	51. (b)	52. (c)	53. (a)	54. (a)
55. (c)	56. (b)	57. (a)	58. (a)	59. (b)	60. (a)	61. (b)	62. (b)	63. (b)
64. (d)	65. (c)	66. (a)	67. (a)	68. (a)	69. (b)	70. (b)	71. (c)	72. (a)
73. (b)	74. (a)	75. (d)	76. (c)	77. (d)	78. (d)	79. (c)	80. (b)	81. (a)
82. (a)	83. (a)	84. (b)	85. (c)	86. (c)	87. (b)	88. (c)	89. (c)	90. (a)
91. (c)	92. (c)	93. (c)	94. (a)	95. (b)	96. (c)	97. (a)	98. (c)	99. (d)
100.(d)	101. (c)	102. (a)	103. (a)	104. (c)	105. (d)	106. (a)	107. (d)	108. (a)
109.(d)	110. (c)	111. (d)	112. (b)	113. (a)	114. (b)	115. (a)	116. (c)	117. (b)
118.(a)	119. (a)	120. (c)	121. (a)	122. (b)	123. (c)	124. (b)	125. (d)	126. (a)
127.(a)	128. (b)	129. (a)	130. (d)	131. (c)	132. (b)			

## हल एवं संकेत

**Sol<sup>n</sup> 1.** AO और BO वृत्त की त्रिज्याएँ हैं

$$\angle ABO = \angle BAO = 60^\circ \quad (\because AO = BO)$$

$\Delta AOB$  में,

$$\angle AOB + \angle ABO + \angle BAO = 180^\circ$$

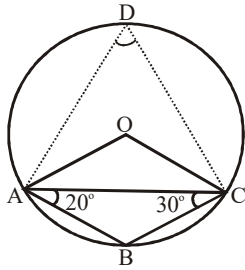
$$\begin{aligned} \angle AOB &= 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) \\ &= 60^\circ \end{aligned}$$

हम जानते हैं कि,

$$\frac{1}{2} \angle AOB = \angle ACB$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 2.**



$\Delta ABC$  में

$$\begin{aligned} \angle ABC &= 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB \\ &= 180^\circ - 20^\circ - 30^\circ \end{aligned}$$

$$\angle ABC = 130^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle ADC &= 180^\circ - 130^\circ \\ &= 50^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle AOC = 2 \times \angle ADC$$

$$= 2 \times 50 = 100^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 3.**  $\angle AEB = 120^\circ$

$$\angle AEC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \quad [ \because \text{रेखीय युग्म कोण} ]$$

$\Delta AEC$  में,

$$\begin{aligned} \angle AEC &= 180^\circ - \angle CAE - \angle ACE \\ &= 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

$$\angle ACE = 90^\circ$$

$\angle ACB = \angle ADB$  ( $\because$  समान जीवा द्वारा बना कोण)

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 4.**  $PT^2 = PA \times PB$

माना  $AB = x$

$$\therefore 25 = 4 \times (4 + x)$$

$$25 = 16 + 4x$$

$$4x = 9$$

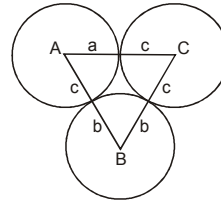
$$AB = x = \frac{9}{4} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 5.** समकोण त्रिभुज में,

$$\text{अन्त:त्रिज्या } r = \frac{AB + AC - BC}{2}$$

$$\therefore r = \frac{4 + 3 - 5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 6.**



AB के बीच की दूरी  $(a+b) = 5$  सेमी

BC के बीच की दूरी  $(b+c) = 6$  सेमी

CA के बीच की दूरी  $(c+a) = 7$  सेमी

$$2a + 2b + 2c = 18$$

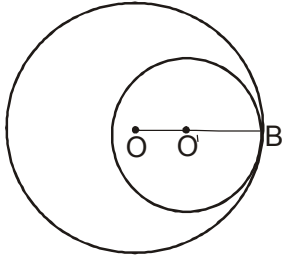
$$\therefore a + b + c = 9$$

त्रिज्या  $a = 9 - 6 = 3$  सेमी

त्रिज्या  $b = 9 - 7 = 2$  सेमी

त्रिज्या  $c = 9 - 5 = 4$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 7.

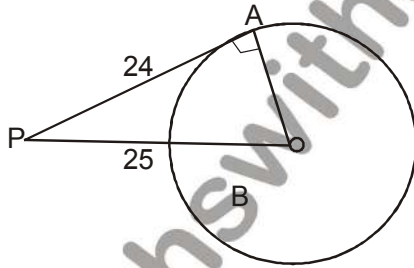


बड़े वृत्त की त्रिज्या  $OB = 13$  सेमी

छोटे वृत्त की त्रिज्या  $O'B = 5$  सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{केन्द्रों के बीच की दूरी } OO' &= OB - O'B \\ &= 13 - 5 \\ &= 8 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 8.



$OP = 25$  सेमी

$AP = 24$  सेमी

$$\Rightarrow AO = \sqrt{OP^2 - AP^2}$$

[  $\therefore$  पाइथागोरस प्रमेय से ]

$$= \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$$

$\therefore AO = 7$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 9.  $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times 46 = 23^\circ$$

अब,  $\Delta BDC$  में

$$23^\circ + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle B = 67^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 10.  $AB = 8$  सेमी

$CD = 6$  सेमी

$$\Rightarrow PO = \sqrt{5^2 - 4^2} = 4$$

$PO = 3$  सेमी

$$\Rightarrow QO = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$QO = 4$

$$PQ = PO + QO = 4 + 3$$

$\therefore PQ = 7$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 11.  $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

[  $\therefore$  चक्रीय चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का योग ]

$$\angle ABC + 140^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 40^\circ$$

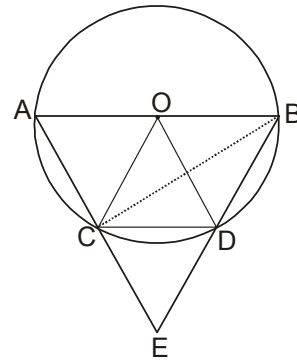
$\angle ACB = 90^\circ$  [  $\therefore$  अर्द्ध वृत्त में बना कोण ]

$\Delta ABC$  में

$$\Rightarrow \angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ$$

$\therefore \angle BAC = 50^\circ$

Sol<sup>n</sup> 12.



जीवा  $CD = r$

$\Delta OCD$  में,

$OC = OD = CD = r$  (त्रिज्या)

इसलिए,  $\Delta OCD$  एक समबाहु त्रिभुज है,

$$\angle COD = 60^\circ$$

$$\angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD$$

$$\therefore \angle CBD = 30^\circ$$

$\angle ACB = 90^\circ$  [  $\therefore$  अर्द्धवृत्त में बना कोण ]

$$\angle BCE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$\Delta BCE$  में

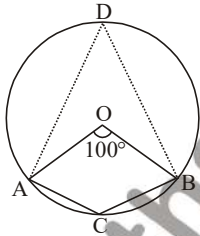
$$\angle BEC = 180^\circ - \angle BCE - \angle CBE$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$$

$$\angle BEC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AEB = 60^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 13.



$$\angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

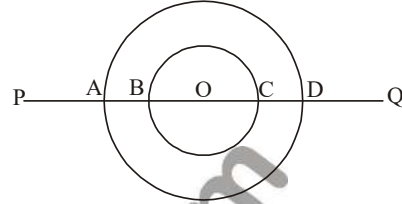
$$\therefore \angle ADB = 50^\circ$$

$$\angle ADB + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\angle ACB = 180^\circ - 50^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 130^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 14.

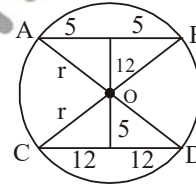


$$AD = 12 \text{ सेमी} \Rightarrow OA = \frac{12}{2} = 6 \text{ सेमी}$$

$$BC = 8 \text{ सेमी} \Rightarrow OB = \frac{8}{2} = 4 \text{ सेमी}$$

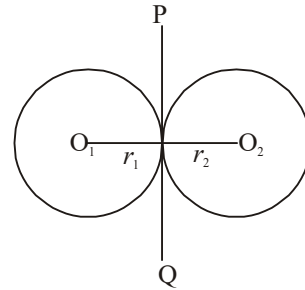
$$\therefore AB = OA - OB = 6 - 4 = 2 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 15.



$$\text{त्रिज्या } (r) = \sqrt{(12)^2 + (5)^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 16.

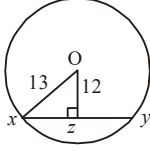


$$PQ = \sqrt{4r_1 r_2}$$

$$= \sqrt{4 \times 8 \times 2}$$

$$= \sqrt{64}$$

$$= 8 \text{ सेमी}$$

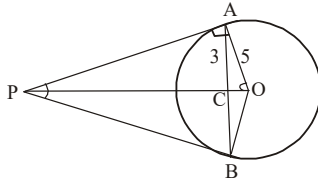
Sol<sup>n</sup> 17. $\Delta XOZ$  में

$$XZ = \sqrt{13^2 - 12^2}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$\therefore XZ = 5$$

$$\therefore \text{जीवा } XY = 2 \times 5 = 10 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 18. $\Delta PAO$  और  $\Delta PBO$  में

$$AP = PB \quad [\text{बराबर स्पर्श रेखाएँ}]$$

$$OA = OB \quad [\text{त्रिज्या}]$$

$$OP = OP \quad [\text{उभयनिष्ठ}]$$

$$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OPB$$

इसलिये,  $\angle APO = \angle BPO$  $\Delta AOP$  में,

$$\Rightarrow \angle APO = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle APO = 30^\circ$$

$$\therefore \angle APB = 2(\angle APO)$$

$$= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 19.  $\Delta AOB$  में,

$$\angle OBA = \angle OAB = 55^\circ \quad [\because OB = OA]$$

$$\angle AOB = 180^\circ - (55^\circ + 55^\circ)$$

$$\angle AOB = 70^\circ$$

$$\angle AOB = \angle COD \quad [AB = CD]$$

$$\therefore \angle COD = 70^\circ$$

$$\text{Sol}^n 20. \quad \angle CBA = \frac{1}{2} \angle COA$$

$$= \frac{1}{2} \times 120^\circ$$

$$\therefore \angle CBA = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CBE = 180^\circ - \angle CBA$$

$$= 180^\circ - 60^\circ$$

$$\therefore \angle CBE = 120^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 21.  $\angle ACB = 90^\circ$  ( $\therefore$  अर्द्धवृत्त में बना कोण)

$$\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$$

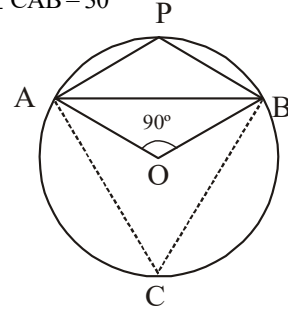
( $\therefore$  चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का योग  $180^\circ$  होता है)

$$\angle ABC = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ$$

$$\angle CAB = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ$$

$$\therefore \angle CAB = 30^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 22.

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$\Rightarrow \angle ACB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

क्योंकि,  $\angle APB + \angle ACB = 180^\circ$ 

$$\Rightarrow \angle APB = 180^\circ - 45^\circ$$

$$\therefore \angle APB = 135^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 23.** माना  $PD = x$  सेमी

$$AP \times PB = CP \times PD$$

$$2 \times 6 = 3 \times x$$

$$x = 4 \text{ सेमी}$$

$$PD = 4 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 24.** अन्तः वृत्त की त्रिज्या =  $\frac{AB+AC-BC}{2}$

$$= \frac{4+3-5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 25.**  $\angle QAX = \angle BAX - \angle BAQ$

$$\angle QAX = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

$$\text{अब, } \angle BAY = 180^\circ - \angle BAX$$

$$= 180^\circ - 70^\circ$$

$$\angle BAY = 110^\circ$$

$$\angle EBA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAY = \angle AQB = 110^\circ$$

अब,  $\Delta ABQ$  में

$$\angle ABQ = 180 - \angle BAQ - \angle AQB$$

$$= 180^\circ - 40^\circ - 110^\circ$$

$$\therefore \angle ABQ = 30^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 26.** अब,  $\angle ADB = 90^\circ$  [अर्द्धवृत्त में बना कोण]

$$\angle ADC = \angle DAB = 30^\circ \text{ [एकान्तर कोण]}$$

अब,  $\Delta ABD$  में

$$\angle DAB + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$$

$$30^\circ + \angle ABD + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABD = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ACD = 180 - \angle ABD = 180 - 60^\circ = 120^\circ$$

अब,  $\Delta CAD$  में

$$\angle ACD + \angle CAD + \angle ADC = 180^\circ$$

$$120^\circ + \angle CAD + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 27.**  $\Delta BDC$  में

$$\angle BDC = 180^\circ - 110^\circ - 30^\circ$$

$$\angle BDC = 40^\circ$$

$$\angle BAC = \angle BDC = 40^\circ$$

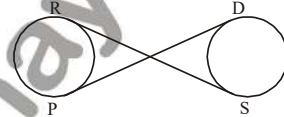
( $\therefore$  एक ही वृत्त खण्ड में बने कोण)

**Sol<sup>n</sup> 28.**  $\alpha + \gamma = 180^\circ$

$$50 + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 29.**



$$PQ = RS$$

$$= \sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (r_1 + r_2)^2}$$

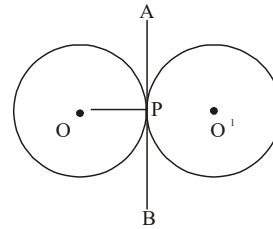
$$= \sqrt{(10)^2 - (3+3)^2}$$

$$= \sqrt{100 - 36}$$

$$= \sqrt{64}$$

$$= 8 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 30.**

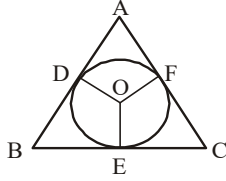


$$\angle APO = 90^\circ \text{ (त्रिज्या स्पर्श रेखा के लम्बवत है।)}$$

**Sol<sup>n</sup> 31.**  $AP \times BP = DP \times CP$

$$2 \times 6 = DP \times 3$$

$$DP = 4 \text{ सेमी.}$$

Sol<sup>n</sup> 32.

कोण अर्द्धक OE, OF व OD क्रमशः भुजा BC, CA व AB पर खींचे गये हैं।

$$\Rightarrow OB = AC$$

AE, रेखा BC को बराबर भागों में बाँटती है

$$\Rightarrow BE = \frac{1}{2}BC$$

Sol<sup>n</sup> 33.  $\angle BCA = \angle ADC$ 

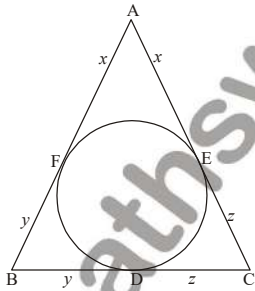
(समान जीवा द्वारा बना कोण)

$\triangle ABD$  में,

$$\angle ABD + \angle BDA + \angle DAB = 180^\circ$$

$$\angle ABD + 41^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

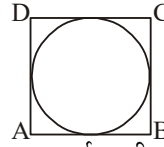
$$\angle ABD = 49^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 34.

$$2(x+y+z) = \text{परिमाप}$$

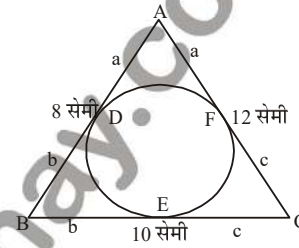
$$\Rightarrow (x+y+z) = \frac{1}{2} \times \triangle ABC \text{ का परिमाप}$$

$$\text{अतः, } AF + BD + CE = \frac{1}{2} (\triangle ABC \text{ का परिमाप})$$

Sol<sup>n</sup> 35.

यदि वृत्त चतुर्भुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है, तो सम्मुख भुजाओं का योग बराबर होता है।

$$\therefore BC + DA = AB + CD$$

Sol<sup>n</sup> 36.

$$\triangle ABC \text{ का परिमाप} = 30$$

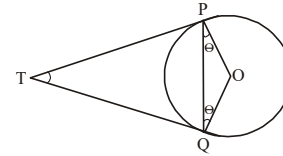
$$\Rightarrow 2(a+b+c) = 30$$

$$\Rightarrow a+b+c = 15$$

$$\therefore AD = a+b+c - (b+c)$$

$$= 15 - 10$$

$$= 5 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 37.

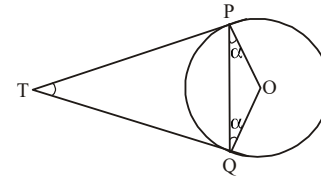
$$\angle OPQ = \angle OQP = \theta$$

$\triangle OPQ$  में,

$$\Rightarrow \angle POQ = 180^\circ - 2\theta$$

$$\Rightarrow \angle PTQ = 180^\circ - (180^\circ - 2\theta) = 2\theta$$

$$\therefore \angle PTQ = 2 \angle OPQ$$

Sol<sup>n</sup> 38.



$$OM = \sqrt{(5)^2 - (3)^2} = 3 \text{ सेमी.}$$

अब,  $\Delta PMO$  में

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3} \quad \dots(i)$$

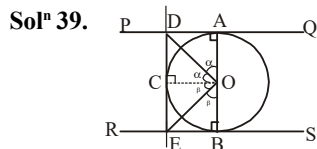
$\Delta OPT$  में

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{TP}{5} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\frac{4}{3} = \frac{TP}{5}$$

$$\therefore TP = \frac{20}{3} \text{ सेमी.}$$



$\Delta DCO$  और  $\Delta DAO$  में

$$\angle C = \angle A = 90^\circ$$

$$DO = DO \text{ [समान]}$$

$$DA = DC = \text{[स्पर्श रेखाएँ]}$$

$$\therefore \Delta DCO \cong \Delta DAO$$

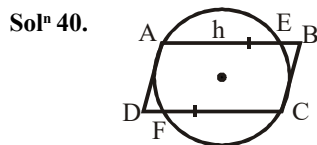
$$\text{अब, } \angle AOD = \angle DOC = \alpha$$

$$\text{इसी तरह से, } \angle COE = \angle BOE = \beta$$

$$\Rightarrow \alpha + \alpha + \beta + \beta = 180^\circ \text{ [रेखीय युग्म कोण]}$$

$$\Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DOE = (\alpha + \beta) = 90^\circ$$



$$BE \times AB = BC^2$$

$$2 \times 6 = BC^2$$

$$BC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$BC = AD = 2\sqrt{3}$$

$$AD^2 = DC \times DF$$

$$(2\sqrt{3})^2 = (DF + FC) \times DF$$

$$12 = (4 + x)x$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

$$x = 2, x = -6$$

$$\therefore x = 2$$

**Sol<sup>n</sup> 41.**  $\angle QRS = 90^\circ$

$$\angle QRP = y^\circ$$

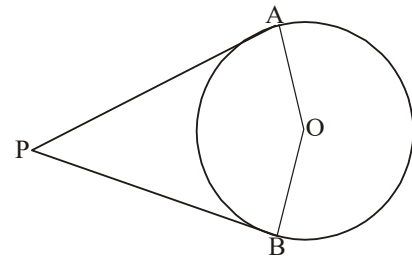
$$\angle SQR = x^\circ + y^\circ \text{ (}\therefore \text{ बाह्य कोण)}$$

$\Delta PRQ$  में,

$$x^\circ + y^\circ + y^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

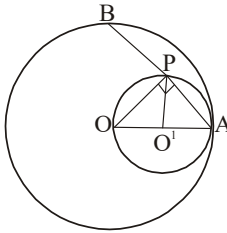
$$\therefore x^\circ + 2y^\circ = 90^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 42.**



कोण OAP व कोण OBP का मान  $90^\circ$  है तब चतुर्भुज के शेष दो कोणों P व Q का योग  $180^\circ$  होगा।

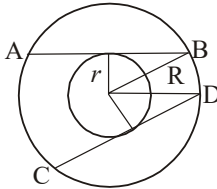
$\therefore$  अतः AOBP एक चक्रीय चतुर्भुज है।

Sol<sup>n</sup> 43.

$\angle OPA = 90^\circ$  [AB एक दीर्घ वृत्त की जीवा है]

$OP \perp AB$

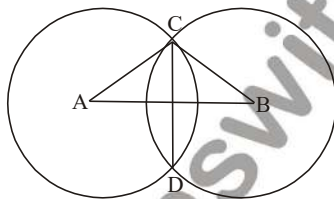
$\therefore AP = PB$  [AB एक बड़े वृत्त की जीवा है]

Sol<sup>n</sup> 44.

$$AB = 2(R^2 - r^2)$$

$$CD = 2(R^2 - r^2)$$

$$\therefore AB = CD$$

Sol<sup>n</sup> 45.

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\Rightarrow AB = 5 \text{ सेमी}$$

$$CD = \frac{2s_1 s_2}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}$$

$$= \frac{2 \times 3 \times 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\Rightarrow CD = 4.8 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 46. III वृत्त का क्षेत्रफल = I वृत्त का क्षेत्रफल + II का

क्षेत्रफल

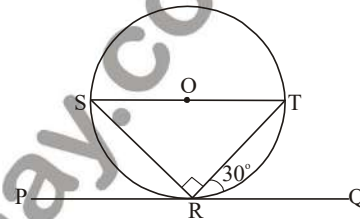
$$\pi R_3^2 = \pi R_1^2 + \pi R_2^2$$

$$= (5)^2 + (12)^2$$

$$\therefore R_3 = 13 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 47. किसी भी रेखा की लंबाई निश्चित नहीं होती

इसलिए AB की लंबाई ज्ञात नहीं की जा सकती।

Sol<sup>n</sup> 48.

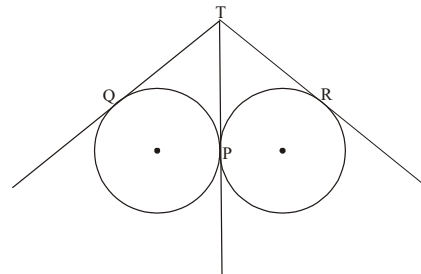
$$\angle TRQ = 30^\circ \text{ (दिया है)}$$

$$\angle SRT = 90^\circ \text{ (}\therefore \text{ अर्द्धवृत्त में बना कोण)}$$

$$\Rightarrow \angle PRS + \angle SRT + \angle TRQ = 180^\circ \text{ (}\therefore \text{ रेखीय कोण)}$$

$$\angle PRS + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

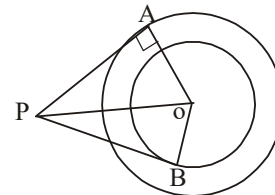
$$\therefore \angle PRS = 60^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 49.

$$TQ = TP$$

$$TP = TR$$

$$TQ = TR$$

Sol<sup>n</sup> 50.

AO = 5 सेमी

BO = 3 सेमी

AP = 12 सेमी

$$OP = \sqrt{AP^2 + OA^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169}$$

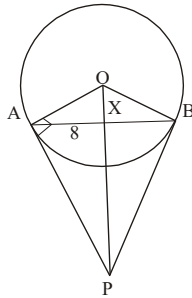
OP = 13 सेमी

$$BP = \sqrt{OP^2 - OB^2}$$

$$= \sqrt{(13)^2 - (3)^2} = \sqrt{160}$$

∴ BP =  $4\sqrt{10}$

Sol<sup>n</sup> 51.



OA = OB = 10 सेमी

AB = 16 सेमी

AX = XB = 8 सेमी

$$XO = \sqrt{AO^2 - AX^2} = \sqrt{100 - 64}$$

XO =  $\sqrt{36} = 6$  सेमी

अब,  $\frac{AP}{AO} = \frac{AX}{XO} = \frac{AP}{10} = \frac{8}{6}$

$$AP = \frac{80}{6} = \frac{40}{3}$$

∴ AP =  $\frac{40}{3}$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 52.  $\angle B = 65^\circ$

$\angle D = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

$\angle DCA = 180^\circ - 115^\circ - 45^\circ$

$\Rightarrow \angle DCA = 20^\circ$

Sol<sup>n</sup> 53.  $\angle BAC = \angle BDC = 40^\circ$

[समान जीवा द्वारा बना कोण]

$\angle AOB = \angle COD = 100^\circ$

[सम्मुख कोण]

$\angle COD + \angle ODC + \angle OCD = 180^\circ$

[त्रिभुज के सभी कोणों का योग  $180^\circ$  होता है]

$100^\circ + 40^\circ + \angle ODC = 180^\circ$

$\angle COD = 40^\circ$

∴  $\angle ACD = 40^\circ$

Sol<sup>n</sup> 54.  $\angle CBA = 180^\circ - 130^\circ$

$\angle CDA + \angle CBA = 180^\circ$

$\angle CDA = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

$x + 130^\circ = 180^\circ$

$x = 50^\circ$

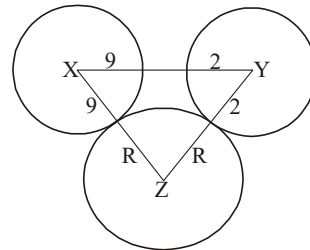
Sol<sup>n</sup> 55.  $AP \times PC = BP \cdot DP$

$12 \times 8 = (7 + x) \times 7$

$$x = \frac{96}{7} - 7$$

∴  $x = 6.7$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 56.



$YZ = 2 + x$

$XY = 17$

$$XZ = 9 + x$$

$$XY^2 = YZ^2 + XZ^2$$

$$17^2 = (2+r)^2 + (9+r)^2$$

$$289 = 4 + 4r + r^2 + 81 + 18r + r^2$$

$$2r^2 + 22r + 85 - 289 = 0$$

$$r^2 + 11r - 102 = 0$$

$$(r-6)(r+17) = 0$$

$$r = 6, r = -17$$

$$\therefore r = 6 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 57.**  $\angle BCD = \angle CAB$  .....(i)

$$\angle BDC = \angle DAB \quad \text{.....(ii)}$$

सभी समीकरणों को जोड़ने पर

$$\angle CAB + \angle DAB = \angle BCD + \angle BDC$$

$$180^\circ - \angle CBD = \angle CAD$$

$$\therefore \angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 58.**  $AP > PB$

$$AB = 16$$

$$AP = x$$

$$BP = 16 - x$$

$$AP \cdot PB = CP \cdot DP$$

$$x(16-x) = 6 \times 8$$

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

$$x^2 - 12x - 4x + 48 = 0$$

$$x(x-12) - 4(x-12) = 0$$

$$x = 12$$

$$x = 4$$

$$(AD > PB)$$

$$\therefore AB = 12 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 59.**  $AB + BC = 12$

$$BC + CA = 14$$

$$CA + AB = 18$$

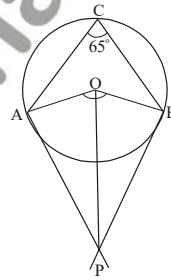
$$\text{परिमाप} = \frac{12+14+18}{2} = 22$$

$$2\pi r = 22$$

$$r = \frac{22 \times 7}{22 \times 2}$$

$$\therefore r = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 60.**



$$\angle ACB = 65^\circ$$

$$\angle AOB = 2 \times 65 = 130^\circ$$

$$\angle OAP = 90^\circ$$

$$\angle AOP = 65^\circ$$

$$\angle APO = 180^\circ - 90^\circ - 65^\circ$$

$$\therefore \angle APO = 25^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 61.** प्रश्न 56 की तरह

$$\text{Sol<sup>n</sup> 62. } \angle AOC = 135^\circ$$

$$\angle COB = 180^\circ - 35^\circ$$

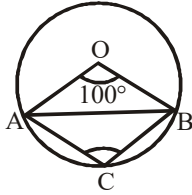
$$\angle COB = 45^\circ$$

$$\angle CDB = 22 \frac{1}{2}^\circ$$

[CB एक उभयनिष्ठ जीवा है।]

**Sol<sup>n</sup> 63.**  $\angle PDC = 180^\circ - 105^\circ$   
 $\angle PDC = 75^\circ$   
 $\angle DCB = 180^\circ - 60^\circ$   
 $\angle DCB = 120^\circ$   
 $\angle PCB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$   
 $\angle PCD = 60^\circ$   
 $\angle DPC = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ$   
 $\therefore \angle DPC = 45^\circ$

**Sol<sup>n</sup> 64.**



$\angle AOB = 100^\circ$   
 बाह्य कोण  $\angle AOB = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times 260^\circ = 130^\circ$$

$\therefore \angle ACB = 130^\circ$

**Sol<sup>n</sup> 65.**  $\triangle ADP$  में,

$$\angle ADP = 180^\circ - 59^\circ - 40^\circ$$

$$\angle ADP = 81^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$$

$$\angle CDQ = \angle ABC = 99^\circ$$

$$\angle QCB = \angle BAP = 59^\circ$$

अब,  $\triangle CQD$  में

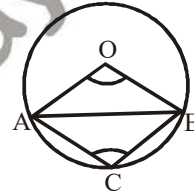
$$\angle CQD = 180^\circ - 59^\circ - 99^\circ = 22^\circ$$

$\therefore \angle CQD = 22^\circ$

$\therefore \angle AQB = 22^\circ$

**Sol<sup>n</sup> 66.**  $\angle CAB = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$   
 $\angle OCT = 90^\circ$   
 $\angle OCA = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$   
 $\therefore OC = OA$   
 तो,  $\angle OAC = 40^\circ$   
 $\angle OAB = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$   
 $\therefore OB = OA$   
 So,  $\angle OBA = 40^\circ$   
 $\triangle BOA$  में  
 $\therefore \angle BOA = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

**Sol<sup>n</sup> 67.**



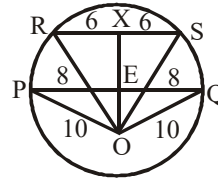
ACBO एक समांतर चतुर्भुज है,

$$\therefore x = y$$

जो संभव है, केवल

$$x = y = 120^\circ$$

**Sol<sup>n</sup> 68.**



$$OE = \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$OX = \sqrt{(10)^2 - (6)^2} = \sqrt{64} = 8$$

OX = 8 सेमी

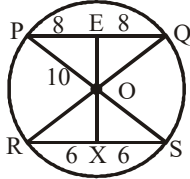
$$EX = OX - OE$$

$$EX = 8 - 6$$

$$EX = 2 \text{ सेमी}$$

त्रिकोणमितीय मान (6, 8, 10)

OE = 6 सेमी

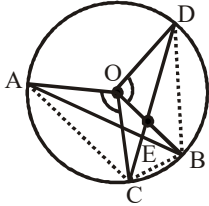


OX = 8 सेमी

EX = 8 + 6 = 14 सेमी

∴ 2 सेमी, 14 सेमी

Sol<sup>n</sup> 69.



$\angle AOC = 40^\circ$

$\angle DOB = 50^\circ$

$\angle ABC = \frac{40}{2} = 20^\circ$

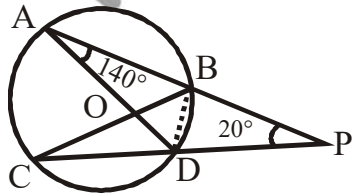
(समान जीवा द्वारा बना कोण)

$\angle DCB = \frac{50}{2} = 25^\circ$

$\angle AEC = 20^\circ + 25^\circ$

∴  $\angle AEC = 45^\circ$

Sol<sup>n</sup> 70.



$\angle ABD = 90^\circ$

$\angle BCD = \angle DAB = 40^\circ$

$\angle ABC = \angle BCP + \angle CPB = 40^\circ + 20^\circ$

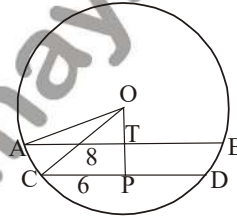
[∴ बाह्य कोण]

$\angle ABC = 60^\circ$

$\angle DBC = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 60^\circ$

∴  $\angle DBC = 30^\circ$

Sol<sup>n</sup> 71.



Δ OTA में

$OA^2 = OT^2 + AT^2$

$(10)^2 = (OT)^2 + (8)^2$

$OT = \sqrt{36} = 6$  सेमी

अब, Δ OCP में

$OC^2 = OP^2 + CP^2$

$(10)^2 = OP^2 + CP^2$

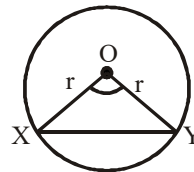
$OP = \sqrt{64} = 8$  सेमी

दो समान्तर जीवाओं के बीच की दूरी TP

∴  $TP = OP - OT$

∴  $TP = 8 - 6 = 2$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 72.



त्रिभुज का क्षेत्रफल = 32

$$\frac{1}{2} r \times r = 32$$

$$r^2 = 64$$

$$r = 8$$

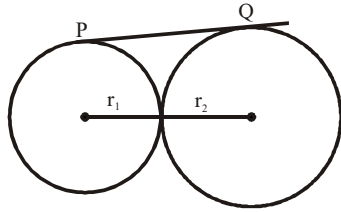
तब,  $XO = OY$

$$XO = 8$$

$$r = OY = 8$$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \pi (8)^2 = 64\pi$$

Sol<sup>n</sup> 73.



$$r_1 + r_2 = 13 \text{ सेमी}$$

$$r_2 - r_1 = 9 - 4 = 5 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow PQ$$

$$= \sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (r_2 - r_1)^2}$$

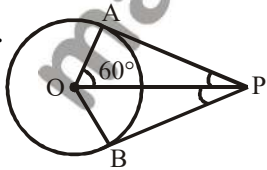
$$\Rightarrow PQ = \sqrt{(13)^2 - (5)^2}$$

$$\Rightarrow PQ = 12 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{वर्ग का क्षेत्रफल} = a^2$$

$$= 12 \times 12 = 144 \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 74.



$$AP = PB$$

$$OA = OB$$

$$OP = OP$$

$$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OPB$$

इसलिए,  $\angle AOP = \angle POB$

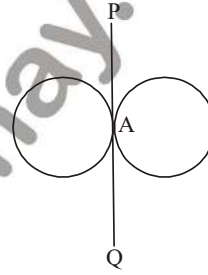
$$\text{अब, } \angle APO = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ$$

$$\therefore \angle APO = 30^\circ$$

$$\angle APB = 2 \times \angle APO$$

$$\angle APB = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

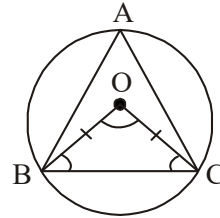
Sol<sup>n</sup> 75.



$$(PQ)^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2$$

$$(PQ)^2 = 4r_1 r_2 \quad [ \therefore (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab ]$$

Sol<sup>n</sup> 76.



$$\angle BOC = 2 \angle BAC$$

$$\therefore OB = OC$$

$$\angle OBC = \angle OCB$$

$$\angle OBC = 90^\circ - \frac{\angle BOC}{2}$$

$$(\therefore \angle BOC = 2 \angle BAC)$$

$$\angle OBC = 90^\circ - \angle BAC$$

$$\therefore \angle OBC + \angle BAC = 90^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 77.  $AB=AD=BC=CD$

यदि हम AC को मिलाने हैं तब

$\triangle ABC$  में

$AB=AC=BC$

इसलिए ABC एक समबाहु त्रिभुज है,

$\angle ABC = 60^\circ$

BD,  $\angle ABC$  को समद्विभाजित करता है,

$\therefore \angle ABD = x^\circ = 30^\circ$

Sol<sup>n</sup> 78. AB का व्यास = 10 सेमी

OA की त्रिज्या = 5 सेमी

AE = 2 सेमी

OE = 5 - 2 = 3 सेमी

$\therefore$  OD भी एक त्रिज्या है।

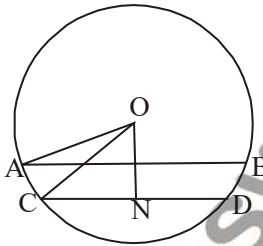
OD = 5 सेमी

अब,  $\triangle OED$  में  $OD^2 = OE^2 + ED^2$

$(5)^2 = (3)^2 + ED^2$

$\therefore ED = \sqrt{16} = 4$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 79.



केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है,

$\triangle OMA$  में,

$\therefore (OA)^2 = (AM)^2 + (OM)^2$

$(65)^2 = (63)^2 + (OM)^2$

OM = 16 मीटर

अब, त्रिभुज OCN में

$\therefore (OC)^2 = (CN)^2 + (ON)^2$  ( $\therefore$  पाइथागोरस प्रमेय से)

$(63)^2 = (56)^2 + (ON)^2$

ON = 33 मीटर

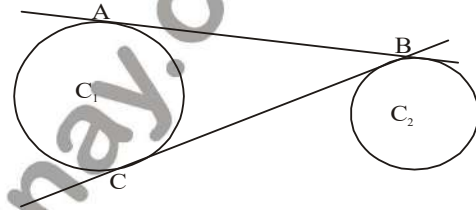
चतुर्भुज ABCD की ऊँचाई (MN) = 33 - 16 = 17

चतुर्भुज का क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times (\text{भुजाओं का योग})$

$$= \frac{1}{2} \times 17 \times (126 + 112)$$

$$= 1023 \text{ मी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 80.



$$AB \text{ की लम्बाई} = \sqrt{(c_1 c_2)^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

$$BC \text{ की लम्बाई} = \sqrt{(c_1 c_2)^2 - (r_1 + r_2)^2}$$

( $\therefore$  जहाँ  $c_1 c_2$ ,  $r_1 = 4$ ,  $r_2 = 3$  सेमी त्रिज्याओं वाले वृत्तों के बीच की दूरी है,)

$$\Rightarrow \frac{BC \text{ की लम्बाई}}{AB \text{ की लम्बाई}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{(c_1 c_2)^2 - (r_1 + r_2)^2}}{\sqrt{(c_1 c_2)^2 - (r_1 - r_2)^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{(c_1 c_2)^2 - (4+3)^2}{(c_1 c_2)^2 - (4-3)^2} = \frac{1}{4}$$

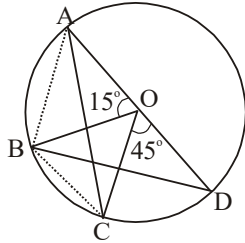
$$\Rightarrow \frac{(c_1 c_2)^2 - 49}{(c_1 c_2)^2 - 1} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 3(c_1 c_2)^2 = 195$$

$$\therefore c_1 c_2 = \sqrt{65}$$

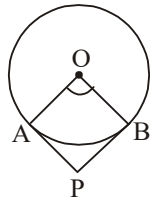


Sol<sup>n</sup> 81.



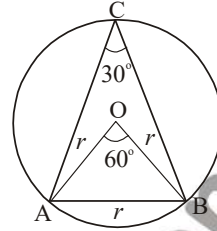
$$\begin{aligned} \angle APB &= 30^\circ \\ \angle AOB &= 15^\circ \\ \text{इसलिए, } \angle COD &= 45^\circ \\ \Rightarrow \tan^2 \angle APB + \cot^2 \angle COD \\ &= \tan^2 30^\circ + \cot^2 45^\circ \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 82.



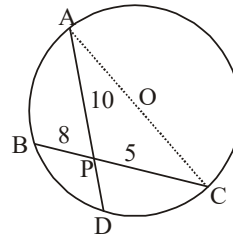
$$\begin{aligned} \Rightarrow \angle OAP &= \angle OBP = 90^\circ \\ &[\text{स्पर्श रेखा पर लम्ब है}] \\ \Rightarrow \angle AOB + \angle APB &= 180^\circ \\ \Rightarrow \frac{\angle AOB}{\angle APB} &= \frac{5}{1} \\ \Rightarrow \angle AOB &= 5 \angle APB \\ \angle AOB \text{ का मान रखने पर} \\ \Rightarrow 5 \angle APB + \angle APB &= 180^\circ \\ \Rightarrow 6 \angle APB &= 180^\circ \\ \therefore \angle APB &= 30^\circ \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 83.



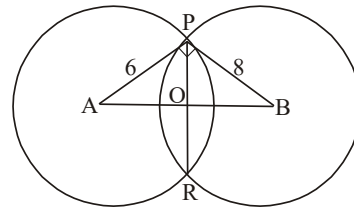
$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या} &= r \\ \text{जीवा की लम्बाई} &= r \\ \therefore \Delta AOB \text{ एक समबाहु त्रिभुज है,} \\ \text{अब, } \angle AOB &= 60^\circ \\ \text{इसलिए, } \angle ACB &= \frac{1}{2} \times \angle AOB = 30^\circ \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 84.



$$\begin{aligned} \frac{AP}{BP} &= \frac{PC}{PD} \\ \frac{10}{8} &= \frac{5}{PD} \\ PD &= 4 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 85.



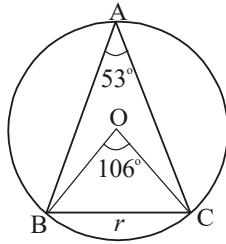
$\Delta APO$  व  $\Delta APB$  में

$$\frac{8}{10} = \frac{PO}{6}$$

$$PO = 4.8$$

$$\therefore PR = 9.6 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 86.



$$BO = CO$$

$$\angle OBC = \angle OCB = 37^\circ$$

$$\text{अब, } \angle BOC = 180^\circ - 37^\circ - 37^\circ = 106^\circ$$

$$\angle BAC = \frac{106^\circ}{2} = 53^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 87. वर्ग का परिमाप = वृत्त का परिमाप

$$4a = 2\pi r$$

$$a = \frac{\pi r}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{वर्ग का क्षे.}}{\text{वृत्त का क्षे.}} = \frac{\left(\frac{\pi r}{2}\right)^2}{\pi r^2} = \frac{22}{28} \quad \left(\pi = \frac{22}{7}\right)$$

$\therefore$  वृत्त का क्षेत्रफल > वर्ग का क्षेत्रफल

Sol<sup>n</sup> 88. I व II दोनों

Sol<sup>n</sup> 89.  $\Delta AMO$  में,

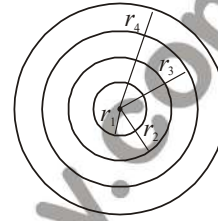
$$\sin \theta = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\angle AOC = 60^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times \angle AOC = 30^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 90.



यदि चारों भागों का क्षेत्रफल बराबर है, तब

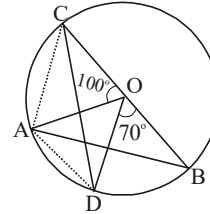
$$r_1 : r_2 : r_3 : r_4$$

$$\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4}$$

यहाँ दिया है,  $2 \rightarrow 40 \rightarrow 1 \rightarrow 20$

$$\therefore \text{अतः, क्षेत्रफल} = 20, 20\sqrt{3}, 20\sqrt{2}$$

Sol<sup>n</sup> 91.



जैसा,  $\angle AOC = 100^\circ$

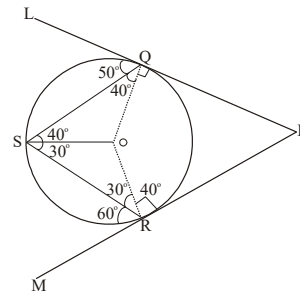
इसलिए,  $\angle CDA = 50^\circ$

जैसा,  $\angle BOD = 70^\circ$

इसलिए,  $\angle BAD = 35^\circ$

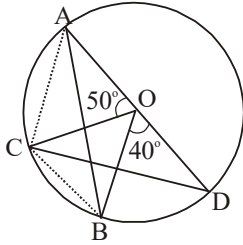
$$\therefore \angle APC = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ \text{ (बाह्य कोण)}$$

Sol<sup>n</sup> 92.



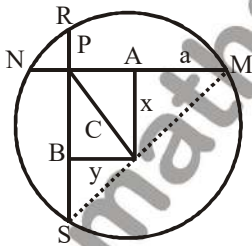
$\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \angle SQO = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$   
 $\Rightarrow \angle SRO = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$   
 अब,  $OQ = OS$  [त्रिज्या]  
 $\angle OQS = \angle OSQ = 40^\circ$   
 $OR = OS$  [त्रिज्या]  
 $\angle ORS = \angle OSR = 30^\circ$   
 $\therefore \angle QSR = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$

Sol<sup>n</sup> 93.



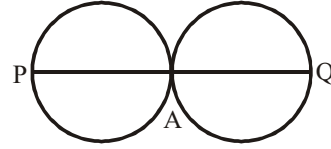
$\Rightarrow \angle AOC + \angle BOD$   
 $= 2\angle ABC + \angle BCD$   
 $\Rightarrow 2\angle ABC + \angle BCD = 2\angle BPD$   
 $\Rightarrow \angle BPD = \frac{1}{2}(50^\circ + 40^\circ) = 45^\circ$   
 $\therefore \angle BPD = 45^\circ$

Sol<sup>n</sup> 94.



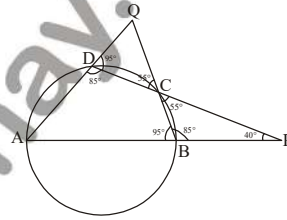
$$\therefore r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$$

Sol<sup>n</sup> 95.



$AP = 5 \times 2 = 10$  सेमी  
 $AQ = 8 \times 2 = 16$  सेमी  
 $AP : AQ = 10 : 16$   
 $\therefore AP : AQ = 5 : 8$

Sol<sup>n</sup> 96.



$\angle QDC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$   
 $\angle QDC = 95^\circ$   
 $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$   
 $\angle ABC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$   
 $\angle CBP = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$   
 अब,  $\Delta BCP$  में

$\angle PCB = 180^\circ - 85^\circ - 40^\circ$   
 $\angle PCB = 55^\circ$   
 $\therefore \angle PCB = \angle QCD$   
 $\therefore \angle QCD = 55^\circ$   
 $\Delta QCD$  में  
 $\angle CQD = 180^\circ - 95^\circ - 55^\circ$   
 $= 30^\circ$   
 $\therefore \angle CQD = 30^\circ$

Sol<sup>n</sup> 97.  $PT = \sqrt{(5)^2 - (4)^2}$   
 $= 3$  सेमी

$$PA = x, AB = 8$$

$$\text{अब, } PT^2 = PA \times PB$$

$$(3)^2 = x \times (x+8)$$

$$PT = \sqrt{(5)^2 - (4)^2}$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0$$

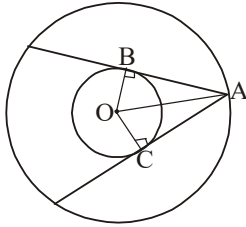
$$x^2 + 9x - x - 9 = 0$$

$$(x+9)(x-1) = 0$$

$$x = 1$$

$$PB = 8+1 = 9 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 98.



$$OA = 12 \text{ सेमी}$$

$$OB = 3 \text{ सेमी}$$

$$AB = \sqrt{12^2 - 3^2}$$

$$AB = \sqrt{15 \times 9}$$

$$= 3\sqrt{15}$$

$$ABOC \text{ का क्षेत्र.} = 2 \times \Delta ABO$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times OB \times AB$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{15}$$

$$= 9\sqrt{15} \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 99.  $OP \perp AB$

$$AP = PB = 4 \text{ सेमी.}$$

$$OQ \perp CD$$

$$CQ = QD = 3 \text{ सेमी.}$$

$\Delta OPA$  में,

$$AO^2 = AP^2 + PO^2$$

$$(5)^2 = (4)^2 + (PO)^2$$

$$\therefore PO = 3 \text{ सेमी.}$$

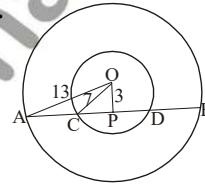
$\Delta OCQ$  में,

$$(OC)^2 = (CQ)^2 + (OQ)^2$$

$$OQ = 4 \text{ सेमी}$$

$$\therefore PQ = 3+4 = 7 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 100.



$\Delta OCP$  में,

$$(OC)^2 = (CP)^2 + (PO)^2$$

$$(7)^2 = (CP)^2 + (3)^2$$

$$CP = \sqrt{49 - 9}$$

$$= 2\sqrt{10}$$

अब,  $\Delta OAP$  में,

$$(AO)^2 = (AP)^2 + (OP)^2$$

$$(13)^2 = (AP)^2 + (3)^2$$

$$AP = \sqrt{169 - 9}$$

$$= \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \text{ सेमी}$$

$$\therefore AC = AP - CP = 4\sqrt{10} - 2\sqrt{10} = 2\sqrt{10} \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 101.  $\angle PRQ = 90^\circ$  [अर्द्धवृत्त में बना कोण]

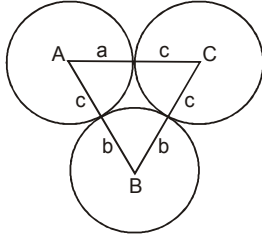
$$\angle QRT = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle RQS = 21^\circ$$

अब,  $\Delta RTQ$  में,

$$\therefore \angle RTS = 180^\circ - (90^\circ + 21^\circ) = 69^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 102.



$$a+c=3$$

$$b+c=4$$

$$c+a=5$$

$$2(a+b+c)=12$$

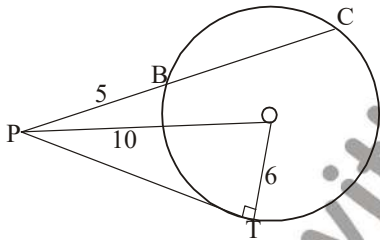
$$a+b+c=6 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{वृत्त A की त्रिज्या} = 6 - 4 = 2 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{वृत्त B की त्रिज्या} = 6 - 3 = 3 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{वृत्त C की त्रिज्या} = 6 - 5 = 1 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 103.



$$PT^2 = PO^2 - OT^2$$

$$= 10^2 - 6^2$$

$$\therefore PT = 8 \text{ सेमी.}$$

$$PT^2 = PB \times PC$$

$$(8)^2 = 5 \times PC$$

$$PC = \frac{64}{5}$$

$$\therefore BC = \frac{64}{5} - 5 = \frac{64 - 25}{5} = \frac{39}{5} = 7.8 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 104.  $\angle EOB = 180^\circ - 150^\circ$

$$\angle EOB = 30^\circ$$

$$OE = OB = \text{त्रिज्या}$$

$$\angle OEB + \angle OBE + \angle EOB = 180^\circ$$

$$\angle OEB = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\angle OBE = 75^\circ$$

$$\therefore \angle CBE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 105.  $R_1 =$  बड़े वृत्त की त्रिज्या

$$R_2 = \text{छोटे वृत्त की त्रिज्या}$$

$$2\pi R_1 + 2\pi R_2 = 176$$

$$2\pi (R_1 + R_2) = 176$$

$$R_1 + R_2 = 28$$

... (1)

$$R_1^2 + R_2^2 = 400$$

$$R_1^2 + R_2^2 = (20)^2$$

समीकरण (1) का वर्ग करने पर

$$R_1^2 + R_2^2 + 2R_1R_2 = (28)^2$$

$$(20)^2 + 2R_1R_2 = (28)^2$$

$$2R_1R_2 = (28)^2 - (20)^2$$

$$R_1R_2 = \frac{8 \times 40}{2} = 192$$

$$R_2 = \frac{192}{R_1}$$

समीकरण (1) में  $R_2$  का मान रखने पर

$$R_1 + \frac{192}{R_1} = 28$$

$$R_1^2 - 28R_1 + 192 = 0$$

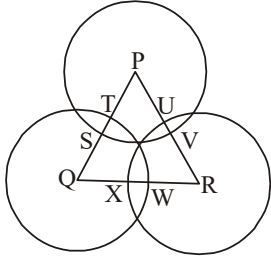
$$R_1^2 - 16R_1 - 12R_1 + 192 = 0$$

$$R_1(R_1 - 16) - 12(R_1 - 16) = 0$$

$$R_1 = 16, 12$$

$$R_2 = \frac{192}{12} = 16$$

$$\therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

Sol<sup>n</sup> 106.

त्रिज्या PS = 24 सेमी.

ST = 4 सेमी

PT = 24 - 4 = 20 सेमी

∴ इसी प्रकार, QS = 20 सेमी

त्रिज्या QW = 24 सेमी

QX = QW - XW

= 24 - 10

= 14 सेमी

∴ इसी प्रकार, RW = 14 सेमी

त्रिज्या RV = 24 सेमी

RV = RU - UV = 24 - 7 = 17 सेमी

∴ इसी प्रकार PU = 17 सेमी

∴ परिमाप = PT + TS + SQ + QX + XW + WR +  
RV + VV + UP

= 20 + 4 + 20 + 14 + 10 + 14 + 17 + 7 + 17 = 123 सेमी

Sol<sup>n</sup> 107. OE जीवा AB को समद्विभाजित करता है,

AF = FB = 8 सेमी

अब, ΔOFB में,

$$r^2 = (r - 2)^2 + (8)^2$$

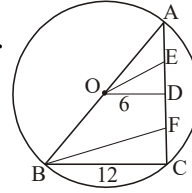
$$r = 17$$

ΔOFB व ΔOED में

$$\frac{r-2}{8} = \frac{r}{x}$$

$$\frac{17-2}{8} = \frac{17}{x}$$

$$\therefore x = \frac{136}{15} \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 108.

$$\frac{AE}{ED} = \frac{OA}{OD} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow OD = 6$$

$$\frac{OA}{OP} = \frac{OA}{AC}$$

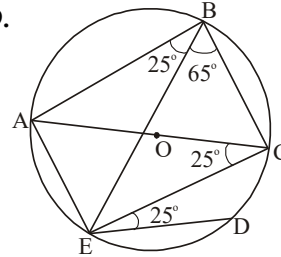
$$AC = 12$$

अब, ΔAOD में,

$$AD = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108}$$

$$FC = \frac{\sqrt{108}}{2}$$

$$\therefore AF = \sqrt{144 + \frac{108}{4}} = \sqrt{171}$$

Sol<sup>n</sup> 109.

AC वृत्त का व्यास है,

इसलिए, ∠ABC = 90°

$$\angle EBA = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$$

AE जीवा है, इसलिए

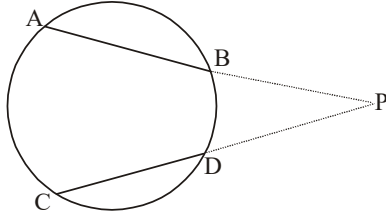
$$\angle ABE = \angle ACE = 25^\circ$$

AC ∥ ED

∴ इसलिए, ∠ACE = ∠CED = 25°

Sol<sup>n</sup> 110. प्रश्न 39 की तरह

Sol<sup>n</sup> 111.



PA = 8 सेमी

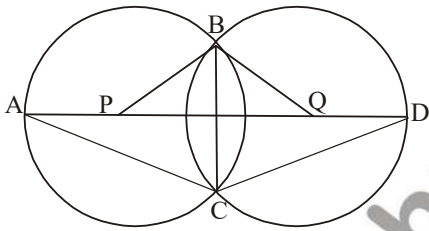
PD = 4 सेमी

$PB \times 8 = 4 \times (4+3)$

$$PB = \frac{28}{8} = 3.5$$

$\therefore AB = PA - PB = 8 - 3.5 = 4.5$

Sol<sup>n</sup> 112.



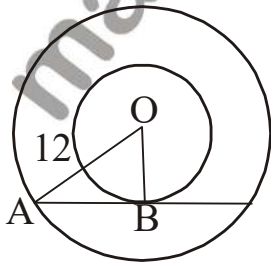
$$\angle BCA = \frac{1}{2} \angle APB = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$$

$$\angle BCD = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

$$\angle BQD = 2 \times \angle BCD = 2 \times 115 = 230$$

$\therefore \angle BQD = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$

Sol<sup>n</sup> 113.



OB = OC = 3 सेमी

OA = 12

$\angle ABO = 90^\circ$

$$AB = \sqrt{12^2 - 3^2}$$

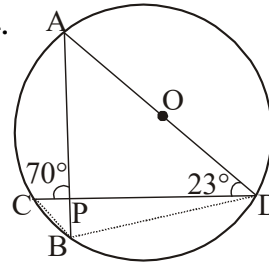
$$AB = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$$

त्रिभुज OAB का क्षे. =  $\frac{1}{2} \times OB \times AB$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{15}$$

$\therefore \Delta OAB$  का क्षे. =  $\frac{9\sqrt{15}}{2}$  सेमी<sup>2</sup>

Sol<sup>n</sup> 114.



$\angle APC = 70^\circ$

$\angle APC = \angle DPB$

$\angle APD = 130^\circ - 70^\circ$

$\angle APD = 110^\circ$

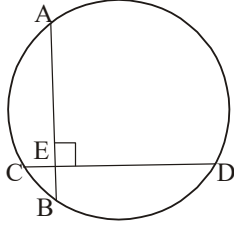
$\angle APD = \angle BPC = 110^\circ$

$\angle ADC = \angle ABC = 23^\circ$

अब,  $\Delta BPC$  में,

$$\angle BCP = 180^\circ - 23^\circ - 110^\circ = 47^\circ$$

$\therefore \angle BCD = 47^\circ$

Sol<sup>n</sup> 115.

$$AE \times EB = DE \times EC$$

$$EC = \frac{D \times 6}{3} = 4$$

$$\begin{aligned} \text{व्यास} &= \sqrt{7^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{49 + 16} \\ &= \sqrt{65} \text{ सेमी} \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 116. माना OS = TR = r

$$OS = OT = TR = r$$

अब,  $\Delta$  OSR में,

$$SR = \Delta \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{3}r$$

$$\therefore \frac{\text{वर्ग का क्षे.}}{\text{वृत्त का क्षे.}} = \frac{3r^2}{\pi r^2} = \frac{3}{\pi}$$

Sol<sup>n</sup> 117.

$$\text{समबाहु } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$\text{अन्तःत्रिज्या } r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

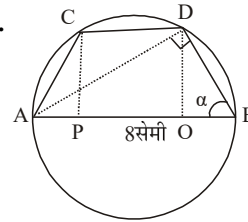
$$\text{ED वर्ग का विकर्ण है, } = 2 \times \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{विकर्ण } \sqrt{2}x = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \left(\frac{a}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{a^2}{6}$$

$$\therefore \frac{\Delta \text{ का क्षे.}}{\text{वर्ग का क्षे.}} = \frac{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}}{\frac{a^2}{6}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Sol<sup>n</sup> 118. $\Delta$ ODB में,

$$\cos \alpha = \frac{OB}{2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

अब,  $\Delta$ ADB में,

$$\cos \alpha = \frac{2}{8} \quad \dots\dots\dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{OB}{2} = \frac{2}{8}$$

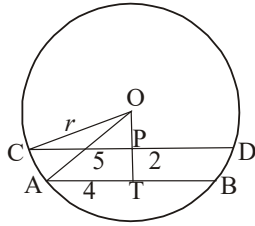


$$OB = \frac{1}{2}$$

$$OB = AP = \frac{1}{2}$$

$$PO = CD = 8 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 119.



$$\sqrt{r^2 - 16} - \sqrt{r^2 - 25} = (2)^2$$

$$\sqrt{r^2 - 16} = \sqrt{r^2 - 25} + 4$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$r^2 - 16 = r^2 - 25 + 16 + \sqrt{r^2 - 25}$$

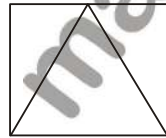
$$5 = 4\sqrt{r^2 - 25}$$

$$r^2 - 25 = \frac{25}{16}$$

$$r^2 = \frac{25}{16} + 25 = \frac{425}{16}$$

$$r = \frac{5\sqrt{17}}{4} \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 120.



वर्ग का क्षेत्रफल - त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{4}$  सेमी<sup>2</sup>

$$a^2 - \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{4a^2 - \sqrt{3}a^2}{4} = \frac{1}{4}$$

$$a^2 = \frac{1}{4 - \sqrt{3}}$$

$$\therefore a = (4 - \sqrt{3})^{-1/2}$$

Sol<sup>n</sup> 121. त्रिज्या PB = 25

$$PA = PB - AB = 25 - 6 = 19 \text{ सेमी}$$

इसी प्रकार RB = 19 सेमी

त्रिज्या RD = 25

$$RC = RD - CD = 25 - 12 = 13 \text{ सेमी}$$

इसी प्रकार QD = 13 सेमी

त्रिज्या QF = 25 सेमी

$$QE = QF - EF = 25 - 15 = 10 \text{ सेमी}$$

इसी प्रकार, PF = 10 सेमी

$\therefore$  त्रिभुज का परिमाप =

$$19 + 6 + 19 + 13 + 12 + 13 + 10 + 15 + 10$$

$$= 117 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 122. व्यास AB = 6 + 18 = 24 सेमी

त्रिज्या R = 12 सेमी

$$\text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \pi R^2 = \frac{1}{2} \pi (12)^2 = 72 \pi$$

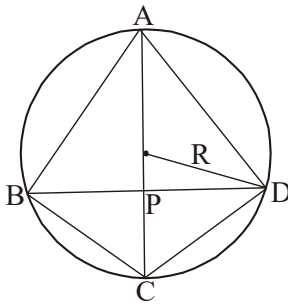
त्रिज्या OA =  $r_1 = 3$  सेमी

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \pi r_1^2 = \frac{1}{2} \pi (3)^2 = \frac{9}{2} \pi$$

त्रिज्या O'C ( $r_2$ ) = 9 सेमी

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \pi r_2^2 = \frac{1}{2} \pi (9)^2 = \frac{81}{2} \pi$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{छाँकित भाग का क्षेत्र} &= 72\pi - \frac{9}{2}\pi - \frac{81}{2}\pi \\ &= \frac{144\pi - 90\pi}{2} = \frac{54\pi}{2} \\ &= 27\pi \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 123.

$$AB = BD = AD = a = \sqrt{3}R$$

$$PD = \frac{a}{2}$$

$$PC = R - r = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$CD = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{12}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$CD = BC$$

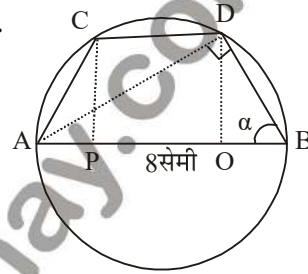
ABCD का परिमाप

$$= 2a + \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$= 2\sqrt{3}R + \frac{2\sqrt{3}R}{\sqrt{3}} = 2(\sqrt{3} + 1)R$$

$$\therefore \frac{\text{ABCD का परिमाप}}{\text{वृत्त का परिमाप}} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)R}{2\pi R}$$

$$\therefore \sqrt{3} + 1 : \pi$$

Sol<sup>n</sup> 124.

ABDE एक समलम्ब है,

$$AB = 4 \text{ सेमी}$$

$$DE = \frac{1}{2} AB = 2 \text{ सेमी}$$

$$FB = 1 \text{ सेमी}, \quad BD = 2$$

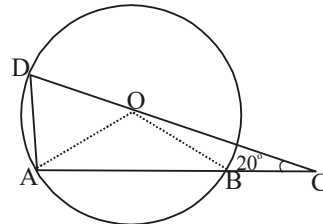
$$DF = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \text{ सेमी}$$

चतुर्भुज ABDE का क्षेत्र.

$$= \frac{1}{2} (AB + DE) \times DF$$

$$= \frac{1}{2} (4 + 2) \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 125.

रेखा OA व OB की रचना करने पर

$$OD = OB \text{ [त्रिज्या]}$$

$$OD = BC \text{ [दिया है]}$$

$$SO, OB = BC$$

$$\angle BOC = \angle BCO = 20^\circ$$

$\angle OBA = 40^\circ$  [∴ दो विपरीत आन्तरिक कोणों का योग बाह्य कोण के बराबर होता है]

$$\therefore OB = OA \text{ [त्रिज्या]}$$

$$\angle OAB = \angle OBA = 40^\circ$$

$\Delta OAB$  में,

$$\angle AOB + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$$

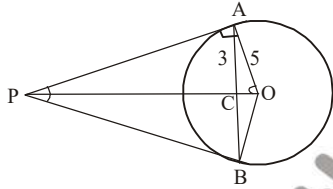
$$\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

अब,  $\angle AOD + \angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$  [रेखीय कोण]

$$\angle AOD + 100^\circ + 20^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 126.



$\Delta OCA$  में,

$$\cos \alpha = \frac{OC}{OA} = \frac{4}{5} \quad \dots (1)$$

$\Delta OAP$  में,

$$\cos \alpha = \frac{OA}{OP} = \frac{5}{OP} \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{4}{5} = \frac{5}{OP}$$

$$\therefore OP = \frac{25}{4} \text{ सेमी}$$

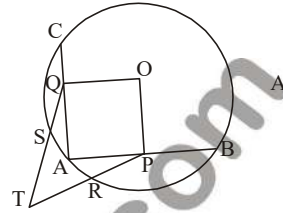
Sol<sup>n</sup> 127.  $\Delta QPR$  में

$$\angle QPR = 90^\circ$$

$$QR = \sqrt{a^2 + 4^2}$$

$$OP = \frac{QR}{2} = \frac{\sqrt{16 + a^2}}{2}$$

Sol<sup>n</sup> 128.



$$\angle QOP + \angle QAP = 180^\circ$$

$$\angle QOP = 180^\circ - 32^\circ = 148^\circ$$

$$\angle QOP = \angle SOR = 2\angle STR$$

$$\angle STR = \frac{1}{2} \angle QOP = \frac{1}{2} \times 148^\circ = 74^\circ$$

$$\angle STR = 74^\circ$$

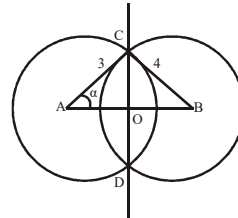
$$\therefore \angle RTS = 74^\circ$$

Sol<sup>n</sup> 129.  $BR = BQ = 4$  सेमी (वृत्त की बराबर स्पर्श रेखाएँ)

$$CP = CQ = 11 \text{ सेमी}$$

$$BC = CQ - BQ = 11 - 4 = 7 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 130.



$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ सेमी}$$

$\Delta ACB$  में,

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \quad \dots (1)$$

$\Delta AOC$  में,

$$\sin \alpha = \frac{OC}{3} \quad \dots (2)$$

$$\frac{4}{5} = \frac{OC}{3} \Rightarrow OC = \frac{12}{5}$$

$$\therefore CD = \frac{24}{5} = 4.8 \text{ सेमी}$$

**विधि-2**

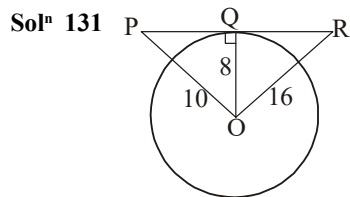
AC व BC स्पर्श रेखाएँ हैं  
कोण C = 90°

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ सेमी}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times CO \times AB$$

$$3 \times 4 = CO \times 5 \Rightarrow CO = 2.4 \text{ सेमी}$$

$$CD = 2 \times 2.4 = 4.8 \text{ सेमी}$$



$\Delta OQP$  में,

$$\Rightarrow PQ = \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = 6$$

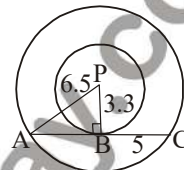
$\Delta OQR$  में,

$$\Rightarrow QR = \sqrt{(16)^2 - (8)^2} = 8\sqrt{3} = 13.856$$

$$[\sqrt{3} = 1.732]$$

$$\therefore PR = 6 + 13.8 = 19.8 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 132.**



$$AP = 6.5 \text{ सेमी} \quad PB = 3.3 \text{ सेमी}$$

$$AB = \sqrt{(6.5)^2 - (3.3)^2}$$

$$= \sqrt{(6.5 + 3.3)(6.5 - 3.3)}$$

$$= \sqrt{9.8 \times 3.2} = 5.6 \text{ सेमी}$$

$$\therefore AC = 2 \times AB = 2 \times 5.6 = 11.2 \text{ सेमी}$$

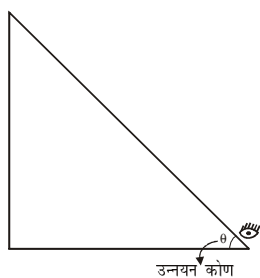
☆☆☆☆

## 5

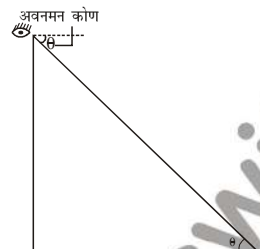
# ऊँचाई एवं दूरी (Height and Distance)

मुख्य अवधारणायें:

- (i) जब हम ऊपर देखते हैं तो प्रेसक का क्षैतिज के साथ बना कोण उन्नयन कोण कहलाता है।

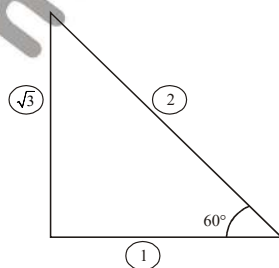


- (ii) जब हम नीचे देखते हैं तो प्रेसक का क्षैतिज के साथ बना कोण अवनमन कोण कहलाता है।

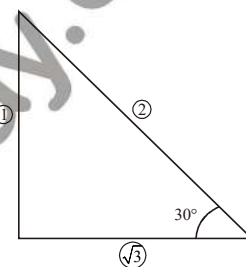


- (iii) अधिकतम प्रश्नों में  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ , तथा  $60^\circ$  के कोणों का प्रयोग होता है, तो हम इन कोणों के संदर्भ में भुजाओं के अनुपातों को याद रख सकते हैं।

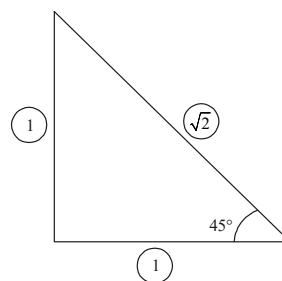
- (A) यदि कोण  $60^\circ$  का है, तो हम लम्ब को  $\sqrt{3}$  इकाई, आधार को 1 इकाई तथा कर्ण को 2 इकाई के अनुपात में रखेंगे।



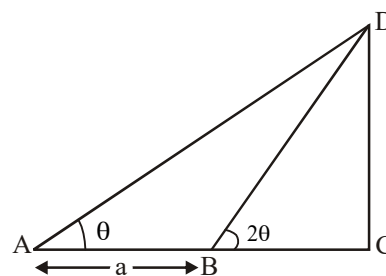
- (B) यदि कोण  $30^\circ$  का है, तो हम लम्ब को 1 इकाई, आधार को  $\sqrt{3}$  इकाई तथा कर्ण को 2 इकाई के अनुपात में रखेंगे।



- (C) यदि कोण  $45^\circ$  का है, तो हम लम्ब व आधार दोनों 1 इकाई तथा कर्ण  $\sqrt{2}$  इकाई के अनुपात में रखेंगे।



- (iv) यदि  $a$  दूरी चलने पर कोण का मान दो गुना हो जाता है, तब



$$\angle ADB = 2\theta - \theta = \theta$$

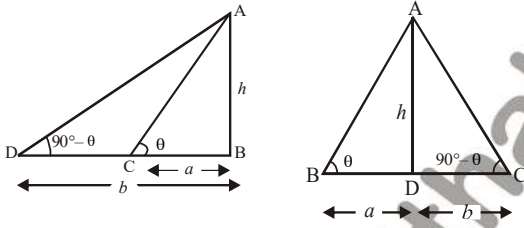
( $2\theta$ ,  $\triangle ADB$  का बाह्य कोण है)

$\triangle ABD$  में,

$AB = BD = a$  (विपरीत बराबर कोणों की भुजाएँ)

तब हम केवल एक त्रिभुज  $BCD$  को प्रयोग करके ऊँचाई  $DC$  का मान ज्ञात कर सकते हैं।

- (v) एक सीधी रेखा में टॉवर के आधार से 'a' तथा 'b' दूरी पर स्थित बिन्दु  $C$  व  $D$  से टॉवर के शिखर के साथ बने उन्नयन एक-दूसरे के पूरक हैं, तो टॉवर की ऊँचाई :



$$\tan \theta = \frac{h}{b} \quad \dots(i)$$

$$\tan(90 - \theta) = \cot \theta = \frac{h}{a} \quad \dots(ii)$$

दोनों समीकरणों की गुना करने पर

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = \frac{h^2}{ab}$$

$$h^2 = ab \Rightarrow h = \sqrt{ab}$$

## प्रश्नावली (अध्याय)

- एक पेड़ का ऊपरी भाग, जो आँधी से टूट कर गिरता है, भूमि से  $30^\circ$  का कोण बनाता है और जड़ से पेड़ के ऊपरी भाग की उस स्थान, जहाँ से वह भूमि को छूता है, तक की दूरी 10 मी. है। पेड़ की ऊँचाई (मीटरों में) क्या होगी?
  - $10\sqrt{3}$  मी.
  - $10/\sqrt{3}$  मी.
  - $20\sqrt{3}$  मी.
  - इनमें से कोई नहीं
- एक टॉवर एक सीधी सड़क के अंत में खड़ी है टॉवर के ऊपरी शिखर के उन्नयन कोण  $500$  मी. दूर सड़क पर स्थित दो बिन्दुओं से, क्रमशः  $45^\circ$  और  $60^\circ$  है। टॉवर की ऊँचाई कितनी होगी?
  - $\frac{500\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$  मी.
  - $5000\sqrt{3}$  मी.
  - $\frac{500\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$  मी.
  - इनमें से कोई नहीं
- समतल मैदान पर खड़ी एक टॉवर की परछाई सूर्य का उन्नयन कोण  $60^\circ$  से  $30^\circ$  बदलने पर  $50$  मी. अधिक लंबी हो जाती है। टॉवर की ऊँचाई क्या होगी?
  - $20\sqrt{2}$  मी.
  - $25\sqrt{2}$  मी.
  - $25\sqrt{3}$  मी.
  - $20\sqrt{3}$  मी.
- एक मीनार की ऊँचाई  $100$  मीटर है। जब सूर्य का उन्नयन कोण  $30^\circ$  से  $45^\circ$  बदलता है, तो मीनार की परछाई  $x$  मीटर कम हो जाती है।  $x$  का मान क्या होगा?
  - $100$  मी.
  - $100(\sqrt{3}-1)$  मी.
  - $\frac{100\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$  मी.
  - $\frac{100}{\sqrt{3}}$  मी.
- एक बिजली का खंभा  $20$  मी. ऊँचा है। यह भूमि पर एक लोहे के तार, जो उसके शिखर से भूमि तक लगा है, के सहारे बिल्कुल सीधा खड़ा है। यदि लोहे का तार भूमि के साथ  $60^\circ$  का कोण बनाता है, तो लोहे का तार कितना लंबा है?

- (a)  $20\sqrt{3}$  मी. (b)  $40\sqrt{3}$  मी.  
 (c)  $\frac{20}{\sqrt{3}}$  मी. (d)  $\frac{40}{\sqrt{3}}$  मी.
6. एक 25 मी. ऊँची चट्टान के ऊपरी सिरे से एक टॉवर के ऊपरी सिरे का उन्नयन कोण उस टॉवर के निचले सिरे अवनमन कोण के बराबर पाया गया। इस टॉवर की ऊँचाई क्या होगी?  
 (a) 40 मी. (b) 48 मी.  
 (c) 50 मी. (d) 52 मी.
7. एक प्रकाश-पुंज के शिखर से दो नावों के अवनमन कोण क्रमशः  $45^\circ$  और  $30^\circ$  हैं, जो पूर्व की ओर परस्पर 60 मी. की दूरी पर स्थित हैं। इस प्रकाश-पुंज की ऊँचाई (मी. में) क्या होगी?  
 (a)  $60\sqrt{3}$  (b)  $30(\sqrt{3}-1)$   
 (c)  $30(\sqrt{3}+1)$  (d) इनमें से कोई नहीं
8. एक पहाड़ी के शिखर के एक क्षैतिज त्रिभुज के तीनों शीर्षों A, B और C से उन्नयन कोण  $\alpha$  है। पहाड़ी की ऊँचाई है:  
 (a)  $b \tan \alpha \cdot \operatorname{cosec} B$   
 (b)  $\frac{a}{2} \tan \alpha \cdot \operatorname{cosec} A$   
 (c)  $c \tan \alpha \cdot \operatorname{cosec} C$   
 (d) इनमें से कोई नहीं
9. एक टी.वी. टॉवर की चौटी के तीन बिंदुओं A, B और C, जो एक सीधी पंक्ति में हैं टॉवर के आधार पर स्थित हैं; से उन्नयन कोण क्रमशः  $\alpha$ ,  $2\alpha$  और  $3\alpha$  हैं। यदि  $AB = a$  है, तो टॉवर की ऊँचाई क्या होगी?  
 (a)  $a \tan \alpha$  (b)  $a \sin \alpha$   
 (c)  $a \sin 2\alpha$  (d)  $a \sin 3\alpha$
10. एक टॉवर के अधूरे निर्माण की चौटी का भूमि पर स्थित एक बिन्दु से, जो उसके आधार से 120 मी. दूर है, उन्नयन कोण,  $45^\circ$  है। यदि उन्नयन कोण उसी बिन्दु पर  $60^\circ$  करना हो, तो टॉवर को और कितना ऊँचा बनाना होगा?  
 (a)  $120(\sqrt{3}+1)$  मी.  
 (b)  $120(\sqrt{3}-1)$  मी.  
 (c)  $10(\sqrt{3}+1)$  मी.  
 (d) इनमें से कोई नहीं
11. एक सीधी सड़क के अनुदिश पहाड़ की ओर चलता हुआ एक व्यक्ति परस्पर  $\sqrt{3}$  किमी. की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से अवलोकन करके उसके शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $60^\circ$  पाता है।  
 (a)  $\frac{3}{2}$  किमी. (b)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  किमी.  
 (c)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$  किमी. (d)  $\sqrt{3}$  किमी.
12. 20 मी. और 14 मी. ऊँचे दो खंभों के ऊपरी सिरे को एक तार द्वारा जोड़ा जाता है यदि तार क्षैतिज से  $30^\circ$  का कोण बनाता है, तो तार की लंबाई क्या होगी?  
 (a) 12 मी. (b) 10 मी.  
 (c) 8 मी. (d) इनमें से कोई नहीं
13. एक व्यक्ति उर्ध्व निरीक्षण टॉवर से देखता है, कि एक कार समान गति से टॉवर की तरफ आ रही है। यदि वह अवनमन कोण  $30^\circ$  से  $60^\circ$  बदलने में 36 मिनट लेती है, तो कितनी जल्दी वह कार निरीक्षण टॉवर तक पहुँच जायेगी।  
 (a) 18 मिनट (b) 12 मिनट  
 (c) 36 मिनट (d) इनमें से कोई नहीं

14. 15 मी. ऊँची टॉवर के शिखर का बिजली के खंभे के निचले सिरे से उन्नयन कोण  $60^\circ$  का है और खंभे के ऊपरी सिरे से उन्नयन कोण  $30^\circ$  का है। बिजली के खंभे की ऊँचाई क्या है?  
 (a) 5 मि. (b) 8 मि.  
 (c) 10 मि. (d) 20 मि.
15. एक व्यक्ति ऊर्ध्व निरीक्षण टॉवर से देखता है कि एक नाव समान गति से टॉवर से दूर जा रही है। तथा नाव का व्यक्ति की आँख से अवनमन कोण  $45^\circ$  है जब नाव टॉवर से 60 मी. की दूरी पर है। तथा 5 सेकण्ड के बाद अवनमन कोण बदलकर  $30^\circ$  हो जाता है तो नाव की चाल ज्ञात कीजिए यदि नाव शान्त जल में चल रही है।  
 (a)  $12(\sqrt{3}-1)$  मि./सेकण्ड  
 (b)  $40(\sqrt{3}-1)$  मि./सेकण्ड  
 (c)  $60(\sqrt{3}-1)$  मि./सेकण्ड  
 (d)  $10(\sqrt{3}-1)$  मि./सेकण्ड
16. नदी के पुल से, जो 15 मी. ऊँचा है, एक नाव का अवनमन कोण  $30^\circ$  है। यदि नाव की चाल 6 किमी. प्रति घंटा है, तो पुल के ठीक नीचे पहुँचने में नाव को कितना समय लगेगा?  
 (a)  $9\sqrt{3}$  सेकण्ड (b)  $19\sqrt{3}$  सेकण्ड  
 (c)  $3\sqrt{3}$  सेकण्ड (d) इनमें से कोई नहीं
17. ऊँचाई  $a$  वाली एक इमारत के शिखर और आधार से एक टॉवर के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $45^\circ$  है। यदि टॉवर और इमारत एक ही समतल भूमि पर खड़ी हैं, तो टॉवर की ऊँचाई क्या होगी?  
 (a)  $\sqrt{3}a$  (b)  $(\sqrt{3}-1)a$   
 (c)  $\frac{(3+\sqrt{3})}{2}a$  (d)  $(\sqrt{3}+1)a$
18. 32 मी. ऊँचे एक घर के ऊपर से एक टॉवर के शिखर की दूरी  $30^\circ$  है। घर से टॉवर के बीच की दूरी होगी:  
 (a)  $30\sqrt{3}$  मि. (b)  $32\sqrt{3}$  मि.  
 (c)  $35\sqrt{3}$  मि. (d) इनमें से कोई नहीं
19. एक व्यक्ति की परछाई  $x$  है, जब सूर्य का उन्नयन कोण  $45^\circ$  है। यदि परछाई  $(\sqrt{3}-1)x$  बढ़ जाती है, तो सूर्य का उन्नयन कोण हो जाएगा:  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $60^\circ$   
 (c)  $45^\circ$  (d)  $75^\circ$
20. यदि धरातल से किसी जहाज का उन्नयन कोण  $45^\circ$  है, तथा 15 सेकण्ड बाद कोण बदलकर  $30^\circ$  हो जाता है। यदि जहाज 300 मीटर की ऊँचाई पर उड़ रहा है, तो जहाज की चाल मी./से. में होगी।  
 (a)  $200(\sqrt{3}-1)$  मि./सेकण्ड  
 (b)  $100(\sqrt{3}-1)$  मि./सेकण्ड  
 (c)  $400(\sqrt{3}-1)$  मि./सेकण्ड  
 (d)  $50(\sqrt{3}-1)$  मि./सेकण्ड
21. त्रिज्या  $r$  का एक गुब्बारा एक प्रेक्षक की आँख पर  $\alpha$  का कोण अंतरित करता है और भूमि से उसके केन्द्र का उन्नयन कोण  $\beta$  है। उसके केन्द्र की भूमि से ऊँचाई होगी:  
 (a)  $r \cos \frac{\beta}{2} \cdot \sec \alpha$  (b)  $r \cos \beta \cdot \sec \frac{\alpha}{2}$   
 (c)  $r \sin \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{cosec} \alpha$  (d)  $r \sin \beta \cdot \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}$
22. नदी के एक किनारे पर बने सीमा चिन्ह का नदी के दूसरे किनारे पर स्थित दो बिन्दुओं  $x$  और  $y$  से अवलोकन किया जाता है। दोनों दृष्टि रेखाएँ नदी के किनारे से बराबर के कोण बनाती हैं। यदि  $xy = 1$  किमी. है, तो नदी की चौड़ाई क्या है?  
 (a)  $3/2$  किमी. (b)  $1/2$  किमी.  
 (c)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  किमी. (d)  $\frac{2\sqrt{3}}{2}$  किमी.



23. दो व्यक्ति एक टॉवर के आमने-सामने की ओर हैं। वे टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $60^\circ$  नापते हैं। यदि टॉवर की ऊँचाई 30 मी. है, तो दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी क्या होगी?
- (a)  $20\sqrt{3}$  मी. (b)  $20/\sqrt{3}$  मी.  
(c)  $40\sqrt{3}$  मी. (d)  $40/\sqrt{3}$  मी.
24. एक कलाकार एक रस्सी पर चढ़ता है, जो एक खंभे के शिखर और भूमि पर स्थिति तक खूँटी से बंधी है। खंभे की ऊँचाई 10 मी. है और रस्सी भूमि से  $30^\circ$  का कोण बनाती है। रस्सी की लंबाई है:
- (a) 10 मी. (b) 20 मी.  
(c) 30 मी. (d) 40 मी.
25. एक पतंग और भूमि पर स्थित पर एक बिन्दु के बीच एक डोरी की लंबाई 90 मी. है। डोरी भूमितल से  $60^\circ$  का कोण बनाती है। यह मानते हुए कि डोरी में कोई ढील नहीं है, पतंग की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
- (a)  $45\sqrt{3}$  मी. (b)  $5\sqrt{3}$  मी.  
(c)  $50\sqrt{3}$  मी. (d)  $50/\sqrt{3}$  मी.
26. एक हवाई जहाज के उन्नयन कोण, जो भूमि से सीधे ऊर्ध्वाधर उड़ रहा है, दो क्रमिक मील के पत्थरों, जो 1 किमी. की दूरी पर हैं, क्रमशः  $45^\circ$  और  $60^\circ$  है। भूमि से हवाई जहाज की ऊँचाई (किमी. में) क्या होगी?
- (a)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$  (b)  $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$   
(c)  $3+\sqrt{3}$  (d)  $\sqrt{3}+1$
27. एक प्रकाश-पुंज के ऊपर से उसके दोनों ओर दो जहाजों के अवनमन कोण  $\alpha$  और  $\beta$  पाए गए। यदि प्रकाश-पुंज की ऊँचाई  $h$  मी. है और उन जहाजों को मिलाने वाली रेखा प्रकाश-पुंज के नीचे से जाती है, जो जहाजों के बीच की दूरी क्या होगी?
- (a)  $\frac{h(\cot \alpha + \cot \beta)}{\cot \alpha \cot \beta}$   
(b)  $\frac{h(\tan \alpha + \tan \beta)}{\tan \alpha \tan \beta}$   
(c)  $h(\tan \alpha + \tan \beta)$   
(d)  $\frac{h \tan \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}$
28. एक क्षैतिज समतल पर स्थित टॉवर के शिखर के टॉवर के पाद से गुजर रही रेखा पर क्रमशः 9 फीट तथा 16 फीट की दूरी पर दो बिन्दुओं से उन्नयन कोण पूरक कोण है, तो टॉवर की ऊँचाई है-
- (a) 9 फीट (b) 12 फीट  
(c) 16 फीट (d) 144 फीट
29. एक लड़का जो एक खेत के बीच में खड़ा है, उत्तर दिशा में उड़ती हुई एक चिड़िया को  $30^\circ$  के उन्नयन कोण पर देखता है और 2 मिनटों के बाद उसी चिड़िया को दक्षिण दिशा में  $60^\circ$  के उन्नयन कोण पर देखता है। यदि वह चिड़िया  $50\sqrt{3}$  मीटर की ऊँचाई पर एक सीधी रेखा में उड़ रही हो, तो उस चिड़िया की गति कितनी किमी./घंटा है?
- (a) 4.5 (b) 3  
(c) 9 (d) 6
30. एक मीनार के आधार स्थलसे क्षैतिज दिशा के दो बिन्दुओं A तथा B से मीनार के शीर्ष के उन्नयन कोण क्रमशः  $15^\circ$  तथा  $30^\circ$  है। तदनुसार यदि A और B मीनार के एक ही दिशा में हो और  $AB = 48$  मीटर हो तो मीनार की ऊँचाई कितनी होगी?
- ( $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$ )
- (a)  $24\sqrt{3}$  मी. (b) 24 मी.  
(c)  $28\sqrt{3}$  मी. (d) 96 मी.

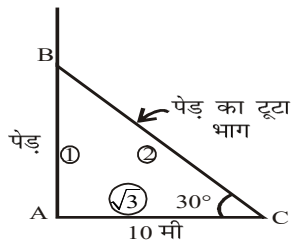
31. बराबर ऊँचाई के दो खंभे एक 100 मीटर चौड़ी सड़के के दोनों ओर आमने-सामने खड़े हैं। सड़क पर उनके बीच एक बिन्दु से उनके शिखर के उन्नयन कोण  $30^\circ$  और  $60^\circ$  है। प्रत्येक खंभे की ऊँचाई (मीटर में) है-
- (a)  $25\sqrt{3}$  (b)  $20\sqrt{3}$   
(c)  $28\sqrt{3}$  (d)  $30\sqrt{3}$
32. भूमितल से एक भवन के शीर्ष तथा उसकी चिमनी के शीर्ष के उन्नयन कोण क्रमशः  $x^\circ$  तथा  $45^\circ$ , उस भवन की ऊँचाई  $h$  मीटर है। तदनुसार चिमनी की ऊँचाई (मीटर में) कितनी होगी?
- (a)  $h \cot x + h$  (b)  $h \cot x - h$   
(c)  $h \tan x - h$  (d)  $h \tan x + h$
33. किसी स्मारक के आधार से एक क्षैतिज रेखा के एक बिन्दु पर स्मारक के शिखर पर उन्नयन कोण इतना पाया गया कि उसका टैन्जेन्ट  $\frac{1}{5}$  है। स्मारक की ओर 138 मीटर चलने पर उन्नयन कोण का सीकेंट  $\frac{\sqrt{193}}{12}$  पाया गया। स्मारक की ऊँचाई (मीटरों में) है
- (a) 35 (b) 49  
(c) 42 (d) 56
34. एक भवन के शीर्ष के साथ एक पेड़ के शीर्ष एवं अधोभाग से उन्नयन कोण क्रमशः  $x$  और  $y$  हैं। तदनुसार यदि उस पेड़ की ऊँचाई  $h$  मीटर हो, तो उस सभवन की ऊँचाई कितने मीटर है?
- (a)  $\frac{h \cot x}{\cot x + \cot y}$  (b)  $\frac{h \cot y}{\cot x + \cot y}$   
(c)  $\frac{h \cot x}{\cot x - \cot y}$  (d)  $\frac{h \cot y}{\cot x - \cot y}$
35. तूफान के कारण टेलीग्राफ का एक खम्भा मुड़कर जमीन के ऊपर एक बिन्दु पर मिल गया है। उसका शिखर उसके पाद से  $8\sqrt{3}$  मीटर की दूरी पर जमीन को स्पर्श करता है और  $30^\circ$  का कोण बनाता है, तो खम्भे की ऊँचाई है-
- (a) 16 मी. (b) 26 मी.  
(c) 24 मी. (d) 10 मी.
36. दो खंभे  $x$  मीटरों की दूरी पर हैं। उनमें एक की ऊँचाई, दूसरे की दुगुनी है। तदनुसार, यदि उनके तलों को जोड़ने वाली रेखा के मध्यबिन्दु से एक पर्यवेक्षक, उनके शीर्षों के उन्नयन कोण परस्पर पूरक पाता है, तो छोटे खंभे की ऊँचाई कितने मीटर है?
- (a)  $\frac{x}{2\sqrt{2}}$  (b)  $\frac{x}{4}$   
(c)  $x\sqrt{2}$  (d)  $\frac{x}{\sqrt{2}}$
37. एक व्यक्ति बिन्दु P पर खड़े होकर एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण  $30^\circ$  ज्ञात करता है। व्यक्ति के मीनार की ओर कुछ दूरी चलने पर उन्नयन कोण  $60^\circ$  हो जाता है। यदि मीनार की ऊँचाई 30 मीटर हो तो व्यक्ति द्वारा चली दूरी कितनी है?
- (a) 22 मी. (b)  $22\sqrt{3}$  मी.  
(c) 20 मी. (d)  $20\sqrt{3}$  मी.
38. एक नदी के दो छोरों पर दो मंदिर स्थित है। एक मंदिर की ऊँचाई 54 मीटर है। इस मंदिर के शीर्ष से दूसरे मंदिर के शीर्ष और आधार के अवनमन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $60^\circ$  है। दूसरे मंदिर की ऊँचाई कितनी है?
- (a) 18 मी. (b) 36 मी.  
(c)  $36\sqrt{3}$  मी. (d)  $18\sqrt{3}$  मी.

39. 125 मीटर ऊँची एक मीनार से, दो वस्तुओं, जो मीनार के आधार से क्षैतिज रेखा में हैं, के अवनमन कोण  $45^\circ$  तथा  $30^\circ$  हैं। तदनुसार, यदि वे वस्तुएं मीनार के एक ही ओर हों, तो उनके बीच की दूरी कितने मीटर होगी?
- (a)  $125\sqrt{3}$  (b)  $125(\sqrt{3}-1)$   
 (c)  $125(\sqrt{3}-1)$  (d)  $125(\sqrt{3}+1)$
40. दो ऊर्ध्वाधर खंभों के बीच की दूरी 60 मी. है। उनमें एक खंभे की ऊँचाई, दूसरे से दुगनी है। उन खंभों के आधारों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु से उन खंभों के शीर्ष बिन्दुओं के उन्नयन कोण परस्पर पूरक है। तदनुसार उन खंभों की ऊँचाई कितनी हैं?
- (a) 10 मी. व 20 मी.  
 (b) 20 मी. व 40 मी.  
 (c) 20.9 मी. व 41.8 मी.  
 (d)  $15\sqrt{2}$  मी. व  $30\sqrt{2}$  मी.
41. किसी पहाड़ के शिखर का इसके पाद से उन्नयन कोण  $45^\circ$  है,  $30^\circ$  के झुकाव से पहाड़ पर 2 किमी. चढ़ने के बाद उन्नयन कोण बदलकर  $60^\circ$  हो जाता है, तो पहाड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
- (a)  $\sqrt{3}+1$  (b)  $\sqrt{3}+2$   
 (c)  $2\sqrt{3}+2$  (d)  $\sqrt{3}$
42. चक्रवात की वजह से ओडीसा में एक कोकोनट का पेड़ 9 फीट ऊँचे खम्भे के शीर्ष को स्पर्श करता है, तथा खम्भे की पेड़ से दूरी 12 फीट है। कुछ समय बाद पेड़ टूट जाता है, और दूसरे खम्भे के पाद को स्पर्श करता है, जोकि पेड़ से  $5\sqrt{3}$  फीट दूरी पर है, तो पेड़ के टूटे हुए भाग का जमीन से कोण ज्ञात कीजिए।
- (a)  $30^\circ$  (b)  $20^\circ$   
 (c)  $60^\circ$  (d)  $45^\circ$
43. एक क्षैतिज सरल रेखा पर स्थित तीन बिन्दुओं A, B व C से एक टी.वी. टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण क्रमशः  $\alpha$ ,  $2\alpha$  तथा  $3\alpha$  है। यदि  $AB = a$  और  $BC = b$  तो टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
- (a)  $\frac{a}{2b}\sqrt{(a-b)(3b+a)}$   
 (b)  $\frac{3a}{2b}\sqrt{(a-b)(3b-a)}$   
 (c)  $\frac{a}{2b}\sqrt{(a+b)(3b-a)}$   
 (d) इनमें से कोई नहीं
44. 100 मीटर से अधिक ऊँचाई वाले एक ऊर्ध्वाधर स्तम्भ के दो भाग हैं, नीचे वाला पूरे का एक तिहाई है, इसके निचले भाग के पाद से 40 मीटर दूरी पर क्षैतिज तल में स्थित बिन्दु पर ऊपरी हिस्सा  $\alpha$  कोण अन्तरित करता है, तथा दिया है,  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$  तो स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
- (a) 40 (b) 150  
 (c) 120 (d) इनमें से कोई नहीं
45. एक 200 मीटर ऊँची पहाड़ी के शिखर से, एक टॉवर के शिखर व पाद का उन्नयन कोण क्रमशः  $30^\circ$  व  $60^\circ$  है, तो टॉवर की ऊँचाई (मीटर में) ज्ञात कीजिए।
- (a)  $\frac{400\sqrt{3}}{3}$  (b)  $166\frac{2}{3}$   
 (c)  $133\frac{1}{3}$  (d)  $200\sqrt{3}$

## उत्तरमाला

- |         |         |         |         |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (a)  | 2. (a)  | 3. (c)  | 4. (b)  | 5. (d)  | 6. (c)  | 7. (c)  | 8. (b)  | 9. (c)  |
| 10. (b) | 11. (a) | 12. (a) | 13. (a) | 14. (d) | 15. (a) | 16. (a) | 17. (c) | 18. (b) |
| 19. (a) | 20. (a) | 21. (d) | 22. (b) | 23. (c) | 24. (b) | 25. (a) | 26. (b) | 27. (b) |
| 28. (b) | 29. (d) | 30. (b) | 31. (a) | 32. (b) | 33. (c) | 34. (c) | 35. (a) | 36. (a) |
| 37. (d) | 38. (b) | 39. (b) | 40. (d) | 41. (a) | 42. (a) | 43. (c) | 44. (c) | 45. (c) |

Sol<sup>n</sup>. 1



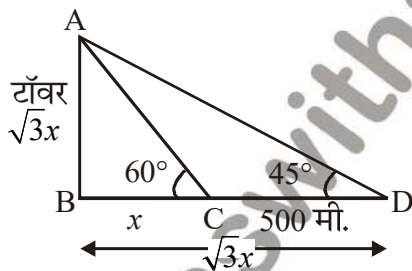
पेड़ की कुल लम्बाई = 1+2 = 3 इकाई

$\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow$  10 मीटर

1 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{10}{\sqrt{3}}$  मीटर

3 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$  मीटर

Sol<sup>n</sup>. 2



$AB = BD$  ( $\angle A = \angle D = 45^\circ$ )

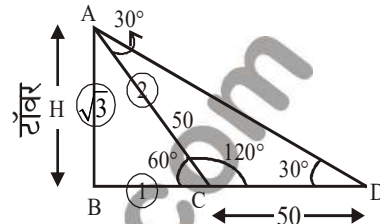
$(\sqrt{3}x - x)$  का मान  $\rightarrow$  500 मी.

$$x(\sqrt{3} - 1) = 500$$

$$x = \frac{500}{(\sqrt{3} - 1)}$$

तब, टॉवर की ऊँचाई का मान  $\sqrt{3}x = \frac{500\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$  मी.

Sol<sup>n</sup>. 3



$\triangle ACD$  में,

$\angle ACD = 120^\circ$

$$[180^\circ - 60^\circ = 120^\circ]$$

इसलिए,

$$\angle CAD = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\angle CAD = \angle CDA = 30^\circ$$

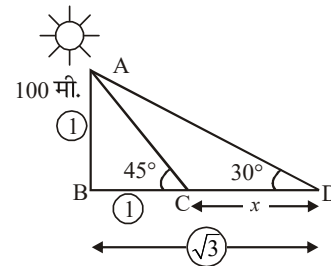
इसलिए  $DC = AC = 50$  मीटर

2 इकाई का मान  $\rightarrow$  50 मीटर

1 इकाई का मान  $\rightarrow$  25 मी

$\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow 25\sqrt{3} =$  टॉवर की ऊँचाई

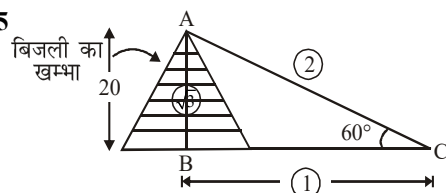
Sol<sup>n</sup>. 4



1 इकाई का मान  $\rightarrow$  100 मीटर

$(\sqrt{3} - 1)$  इकाई का मान  $\rightarrow 100(\sqrt{3} - 1) = x$

Sol<sup>n</sup>. 5

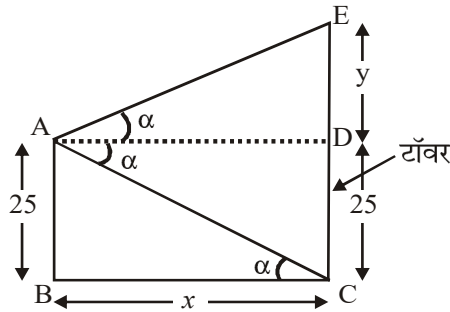


$\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow 20$ मी

1 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{20}{\sqrt{3}}$

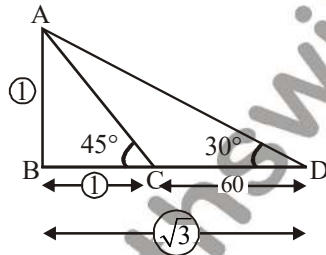
2 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{20}{\sqrt{3}} \times 2 = \frac{40}{\sqrt{3}} =$  तार की लम्बाई

Sol<sup>n</sup>. 6



$\triangle ADE$  व  $\triangle ACD$  में,  
AD कोण अर्द्धक तथा  $AD \perp EC$  इसलिए त्रिभुज एक समद्विबाहु त्रिभुज है।  
अतः,  $CD = DE = 25$  मीटर  
टॉवर की ऊँचाई =  $25 + 25 = 50$  मीटर

Sol<sup>n</sup>. 7



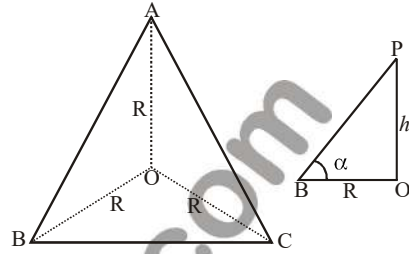
$(\sqrt{3}-1)$  इकाई का मान  $\rightarrow 60$  मीटर

1 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{60}{\sqrt{3}-1}$  (सरलीकरण करने पर)

$$\text{ऊँचाई} = \frac{60}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{60(\sqrt{3}+1)}{2}$$

टॉवर की ऊँचाई =  $30(\sqrt{3}+1)$  मी.

Sol<sup>n</sup>. 8



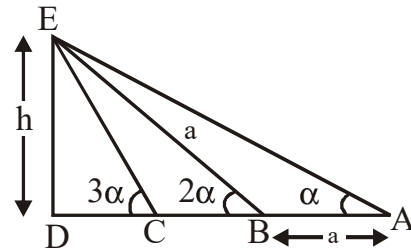
टॉवर परिकेन्द्र पर होगा।

त्रिभुज BOP में,

$$\tan \alpha = \frac{h}{R} \Rightarrow h = R \tan \alpha = \frac{a}{2} \cos 60^\circ \tan \alpha$$

$$\left( \because R = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} \right)$$

Sol<sup>n</sup>. 9



$\triangle ABE$  में,

$$\angle A = \alpha$$

$$\angle EBC = 2\alpha = \angle BEA + \angle BAE$$

$$2\alpha = \angle BEA + \angle BAE$$

$$\alpha = \angle BEA$$

$\triangle ABE$  में,

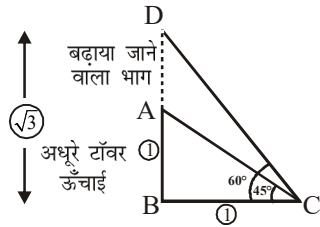
$$\angle A = \angle E \text{ तब, } AB = BE = a$$

$\triangle EDB$  में,

$$\sin 2\alpha = \frac{h}{a}$$

$$h = a \sin 2\alpha$$

Sol<sup>n</sup>. 10

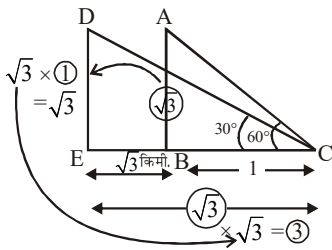


DA = DB - AB

1 इकाई का मान → 120 मीटर

( $\sqrt{3}-1$ ) इकाई का मान → DA →  $120(\sqrt{3}-1)$  मीटर

Sol<sup>n</sup>. 11



AB = DE

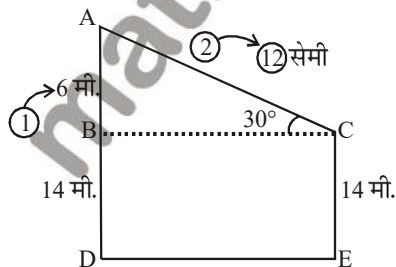
$3-1=2$  इकाई का मान = EB →  $\sqrt{3}$  किमी.

1 इकाई का मान →  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  किमी.

अतः;

पहाड़ी की ऊँचाई = DE =  $\sqrt{3}$  इकाई का मान →  $\frac{3}{2}$  किमी.

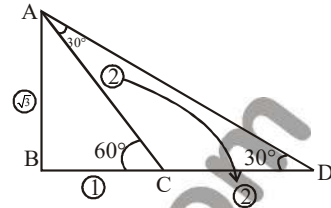
Sol<sup>n</sup>. 12



1 इकाई का मान → 6 मीटर

2 इकाई का मान → 12 मीटर = AC

Sol<sup>n</sup>. 13



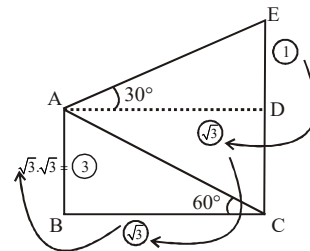
$\angle CAD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

$\Delta ACD$  में,

CD = AD = 2 इकाई

यदि कार 2 इकाई (C से D) तक जाने में 36 मिनट लेती है, तो कार 1 इकाई C से B तक जाने में 18 मिनट लेती है।

Sol<sup>n</sup>. 14



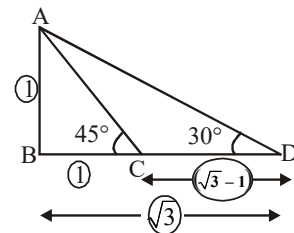
3 इकाई का मान → 15 मीटर

1 इकाई का मान → 5

स्तम्भ की ऊँचाई ED + DC = 1 + 3 = 4 मीटर

4 इकाई का मान →  $4 \times 5 = 20$  मीटर

Sol<sup>n</sup>. 15

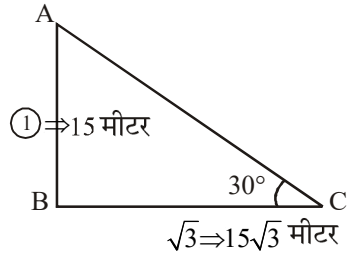


1 इकाई का मान → 60 मीटर

( $\sqrt{3}-1$ ) इकाई का मान →  $60(\sqrt{3}-1)$

चाल =  $\frac{\text{तय की गई दूरी}}{\text{समय}} = \frac{60(\sqrt{3}-1)}{5}$

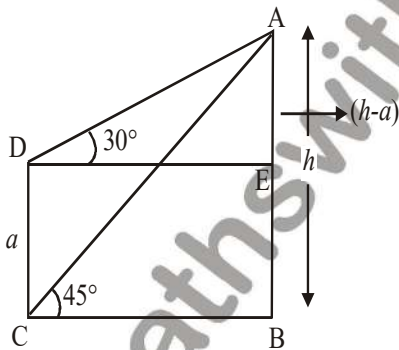
=  $12(\sqrt{3}-1)$  मीटर/सेकिण्ड

Sol<sup>n</sup>. 161 इकाई का मान  $\rightarrow 15$  मीटर $\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow 15\sqrt{3}$  मीटर

$$\text{चाल} = 6 \text{ किमी./घण्टा} = 6 \times \frac{5}{18} = \frac{5}{3} \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

$$\text{लिया गया समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

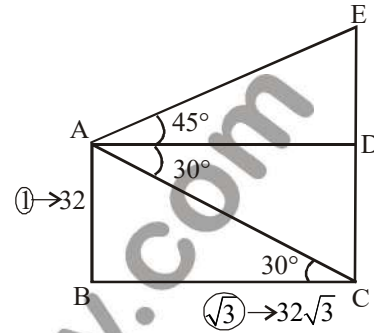
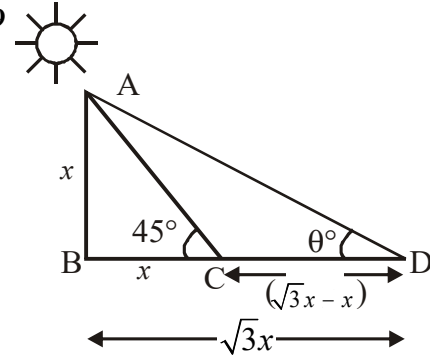
$$= \frac{15\sqrt{3}}{\frac{5}{3}} = 9\sqrt{3} \text{ सेकण्ड}$$

Sol<sup>n</sup>. 17

$\Delta ABC$  में,  
 $AB = BC = h = DE$  ( $\angle C = \angle A = 45^\circ$ )

$$\Delta ADE \text{ में, } \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h-a}{h}$$

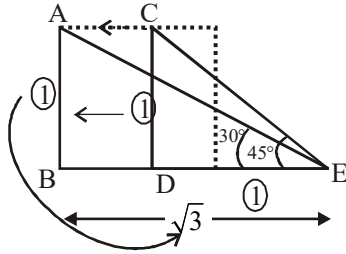
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{a}{2}(3+\sqrt{3})$$

Sol<sup>n</sup>. 18 $\Delta ABC$  में,1 इकाई का मान  $\rightarrow 32$  मीटर $\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow 32\sqrt{3}$  मीटर $\Rightarrow BC = AD = 32\sqrt{3}$  मीटरSol<sup>n</sup>. 19 $\Delta ABC$  में, $AB = BC = x$  $CD = \sqrt{3}x - x$  (दिया है)तब  $BD = \sqrt{3}x$  $\Delta ABD$  में,

$$\tan \theta = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$



Sol<sup>n</sup>. 20



1 इकाई का मान  $\rightarrow$  3000 मीटर

चित्र से  $BD \rightarrow (\sqrt{3} - 1)$  इकाई

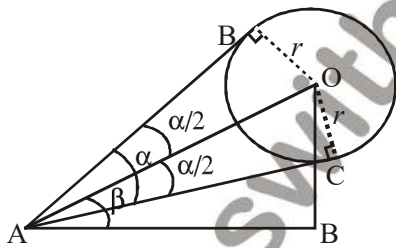
$(\sqrt{3} - 1)$  इकाई का मान  $\rightarrow 3000(\sqrt{3} - 1)$

अतः जहाज द्वारा तय की गई दूरी =  $3000(\sqrt{3} - 1)$  मी.

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{3000(\sqrt{3} - 1)}{15}$$

$$= 200(\sqrt{3} - 1) \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

Sol<sup>n</sup>. 21



$\Delta OAC$  में,

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{OC}{OA} = \frac{r}{OA}$$

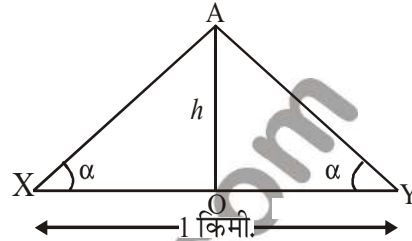
$$OA = r \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}$$

$\Delta OAB$  में,

$$\sin \beta = \frac{OB}{OA}$$

$$\text{गुब्बारे की ऊँचाई} = OB = OA \sin \beta = r \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2} \sin \beta$$

Sol<sup>n</sup>. 22



AO एक भू-चिन्ह है,

$$\Delta XOA \cong \Delta AOY$$

(i)  $\angle X = \angle Y$  दिया है,

(ii) So  $AX = AY$

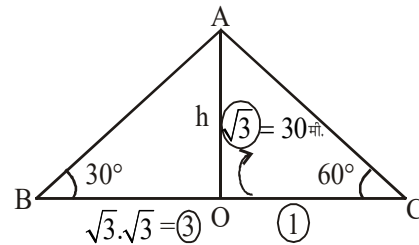
(iii) AO दोनों त्रिभुजों में उभयनिष्ठ है,

SAS द्वारा दोनों त्रिभुज सर्वांगसम है,

$\Rightarrow$  O, XY का मध्य बिन्दु है

(OY) नदी की चौड़ाई =  $\frac{1}{2}$  किमी.

Sol<sup>n</sup>. 23



AO टॉवर है

$\Delta AOB$  में

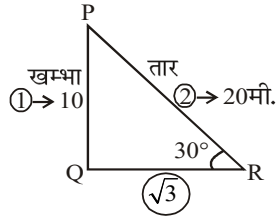
$\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow 30$

1 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$

$BC = 3 + 1 = 4$  इकाई

$BC = 4$  इकाई का मान  $\rightarrow 40\sqrt{3}$  मीटर

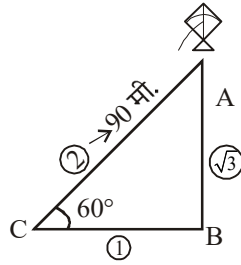
Sol<sup>n</sup>. 24



1 इकाई का मान  $\rightarrow$  10 मी.

PR = तार की लम्बाई  $\rightarrow$  2 इकाई का मान  $\rightarrow$  20 मी.

Sol.25.



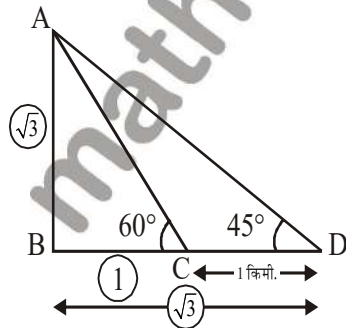
2 इकाई का मान  $\rightarrow$  90 मीटर

1 इकाई का मान  $\rightarrow$  45 मीटर

$\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow$   $45\sqrt{3}$  मीटर

जमीन से पतंग की ऊँचाई =  $45\sqrt{3}$  मीटर

Sol<sup>n</sup>. 26.



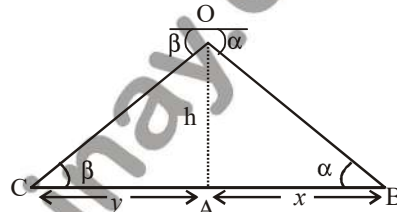
$(\sqrt{3}-1)$  इकाई का मान  $\rightarrow$  1 किमी.

1 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$  किमी.

$\sqrt{3}$  इकाई का मान =  $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2}$

=  $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$  = जहाज की ऊँचाई

Sol<sup>n</sup>. 27



$$\tan \alpha = \frac{h}{x} \text{ में } \Rightarrow x = \frac{h}{\tan \alpha} \quad \dots (i)$$

$\Delta OAC$  में,

$$\tan \beta = \frac{h}{y} \Rightarrow y = \frac{h}{\tan \beta} \quad \dots (ii)$$

जहाजों के बीच की दूरी =  $x + y$

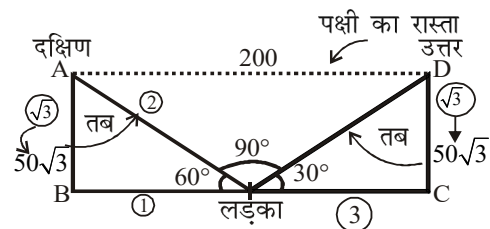
$$= h \left( \frac{\tan \beta + \tan \alpha}{\tan \alpha \cdot \tan \beta} \right)$$

Sol<sup>n</sup>. 28 इस स्थिति में

$$\text{ऊँचाई} = h = \sqrt{ab}$$

$$= \sqrt{9 \times 16} = 12 \text{ ft}$$

Sol.29



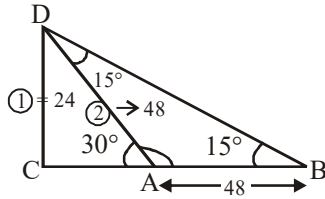
$\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow 50\sqrt{3}$  मीटर

1 इकाई का मान  $\rightarrow$  50 मीटर

BC  $\rightarrow$  4 इकाई का मान = 200 मीटर

$$\text{चाल} = \frac{200}{2 \times 60} = \frac{5}{3} \text{ मी/से.} = \frac{5}{3} \times \frac{18}{5} = 6 \text{ किमी./घण्टा}$$

Sol<sup>n</sup>. 30



$\Delta DCA$  में,

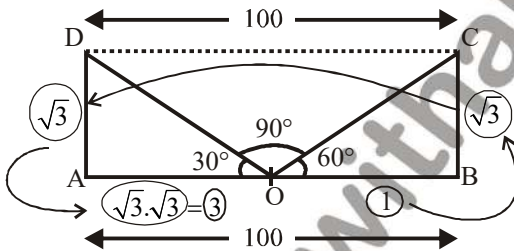
$\angle DAC$ ,  $\Delta DAB$  का बाह्य कोण है,

2 इकाई का मान  $\rightarrow$  48 मीटर

तब 1 इकाई का मान  $\rightarrow$  24 मीटर

अतः टॉवर की ऊँचाई = 24 मीटर

Sol<sup>n</sup>. 31



AB  $\rightarrow$  3+1 = 4 इकाई

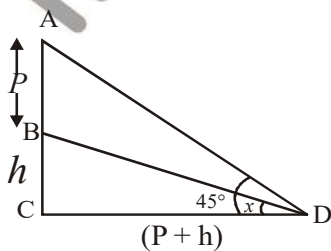
4 इकाई का मान  $\rightarrow$  100 मीटर

1 इकाई का मान  $\rightarrow$  25 मीटर

$\Delta ADO$  में,

टॉवर की ऊँचाई =  $\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow$   $25\sqrt{3}$  मीटर

Sol<sup>n</sup>. 32



$\Delta ACD$  में,

$$\tan 45^\circ = \frac{AC}{CD} = \frac{1}{1} = \frac{P+h}{1}$$

$$AC = CD = P + h$$

$\Delta BCD$  में,

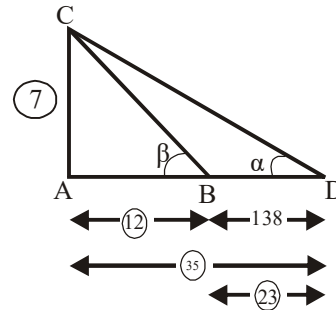
$$\tan x = \frac{h}{P+h}$$

$$P \tan x + h \tan x = h$$

$$P \tan x = h - h \tan x$$

$$P = \frac{h - h \tan x}{\tan x} = h \cot x - h$$

$$AB = \text{चिमनी की ऊँचाई} = P = h \cot x - h$$



Sol<sup>n</sup>. 33

$$\tan \alpha = \frac{1}{5} = \frac{7}{35}$$

$$\tan \beta = \sqrt{\sec^2 \beta - 1} = \sqrt{\frac{193}{144} - 1} = \frac{7}{12}$$

अतः  $\Delta ACD$  में,

$$\tan \alpha = \frac{7}{35} \text{ तब, } AD = 35 \text{ इकाई, ऊँचाई} = 7 \text{ इकाई}$$

$\Delta ABC$  में,

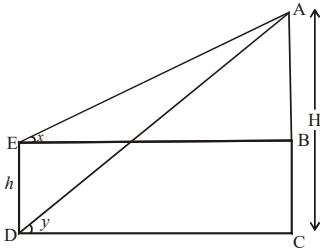
$$\tan \beta = \frac{7}{12} \text{ तब, } AB = 12 \text{ इकाई}$$

अतः  $BD = 35 - 12 = 23$  इकाई

23 इकाई का मान  $\rightarrow 138$

1 इकाई का मान  $\rightarrow 6$  मीटर

7 इकाई का मान  $\rightarrow 7 \times 6 = 42$  मी. = टॉवर की ऊँचाई  
Sol<sup>n</sup>. 34



$\Delta ACD$  में,

$$\tan y = \frac{H}{CD}$$

$$CD = H \cot y = BE$$

$\Delta ABE$  में,

$$\tan x = \frac{AB}{BE}$$

$$AB = BE \tan x = H \cot y \cdot \tan x$$

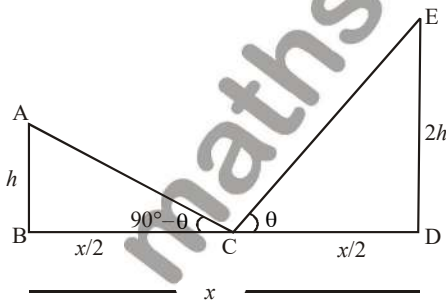
$$H - h = H \cot y \cdot \tan x$$

$$H(1 - \cot y \cdot \tan x) = h$$

$$\text{ऊँचाई } H = \frac{h \cot x}{\cot x - \cot y}$$

Sol<sup>n</sup>. 35 कोण अनुपात गुण पर आधारित है।

Sol<sup>n</sup>. 36



$\Delta ABC$  में,

$$\tan \theta = \frac{x}{2h} \quad \dots (i)$$

$\Delta EDC$  में,

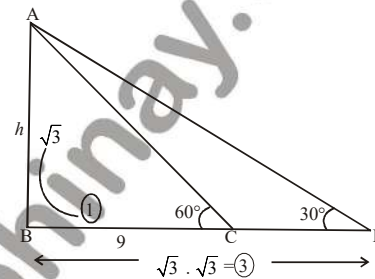
$$\tan \theta = \frac{2h}{\frac{x}{2}} = \frac{4h}{x} \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$\frac{x}{2h} = \frac{4h}{x} \Rightarrow x^2 = 8h^2$$

$$h = \frac{x}{2\sqrt{2}}$$

Sol<sup>n</sup>. 37



$\sqrt{3}$  इकाई का मान  $\rightarrow 30$  मीटर

1 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{30}{\sqrt{3}}$  मीटर

$= 10\sqrt{3}$  मीटर

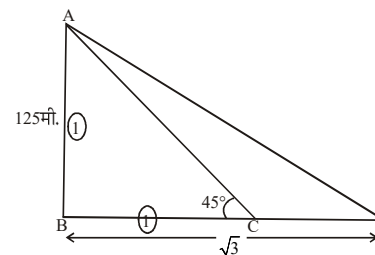
तय की हुई दूरी =  $CD = (3-1)$  इकाई का मान

$= 2$  इकाई का मान

$= 2 \times 10\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$  मीटर

Sol<sup>n</sup>. 38 कोण अनुपात गुण पर आधारित है।

Sol<sup>n</sup>. 39

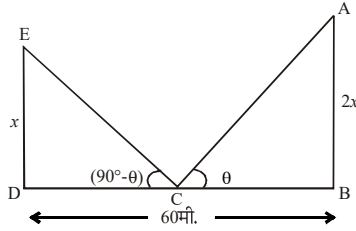


1 इकाई का मान  $\rightarrow 125$  मीटर

वस्तुओं के बीच की दूरी =  $CD$

$= (\sqrt{3} - 1)$  इकाई का  $\Rightarrow 125(\sqrt{3} - 1)$  मीटर

Sol<sup>n</sup>. 40



C, BD का मध्य बिन्दु है।  
CD = BC = 30m

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{30}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{30} \quad \text{(i)}$$

$$\tan \theta = \frac{2x}{30} \quad \text{(ii)}$$

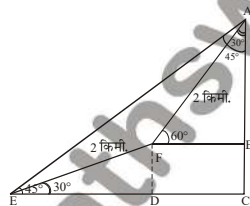
समीकरण (i) व (ii) की गुणा करने पर

$$1 = \frac{2x^2}{30 \times 30}$$

$$x = 15\sqrt{2}$$

$$DE = 15\sqrt{2} \quad \text{व} \quad AB = 30\sqrt{2}$$

Sol<sup>n</sup>. 41



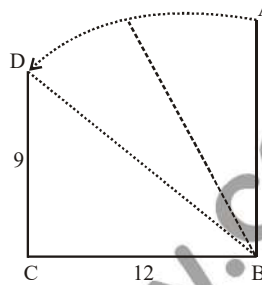
$\Delta AFE$  में,  
 $\angle AEF = 15^\circ = \angle FAE$   
तब  $EF = AF = 2$  किमी.

$\Delta FDE$  में,  
 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{FD}{2} \Rightarrow FD = 1$  किमी.

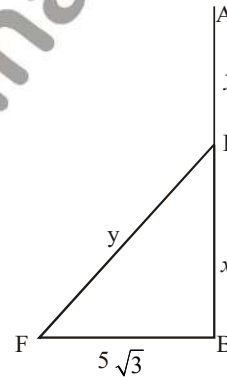
$\Delta ABF$  में,  
 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{AF} = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = \sqrt{3}$  किमी.

पहाड़ की ऊँचाई =  $AB + BC = (\sqrt{3} + 1)$  किमी.

Sol<sup>n</sup>. 42



अतः पेड़ की ऊँचाई =  $AB = BD = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$  मी.  
 $x + y = 15$  ... (i)



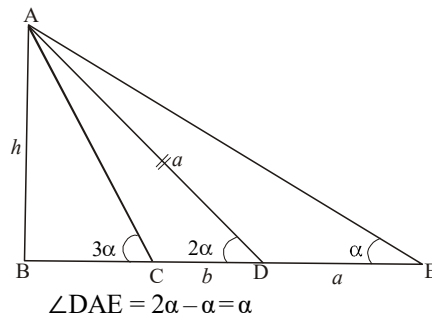
$$y^2 - x^2 = (5\sqrt{3})^2 = 75$$

$$(y + x)(y - x) = 75 \Rightarrow y - x = 5 \quad \text{... (ii)}$$

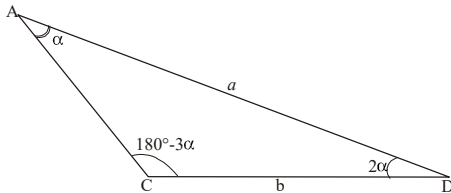
समीकरण (i) व (ii) से  
 $x = 5, y = 10$

$$\sin \alpha = \frac{x}{4} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Sol<sup>n</sup>. 43



तब,  $\triangle ADE$  में,  
 $AD = DE = a$   
 $\angle CAD = 3\alpha - 2\alpha = \alpha$



ऊपर दिये गये त्रिभुज में ज्या नियम द्वारा

$$\frac{\sin(180-3\alpha)}{a} = \frac{\sin\alpha}{b}$$

$$\frac{\sin 3\alpha}{a} = \frac{\sin\alpha}{b}$$

$$\frac{3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha}{a} = \frac{\sin\alpha}{b}$$

$$3 - 4\sin^2\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{3b-a}{4b} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{a+b}{4b}$$

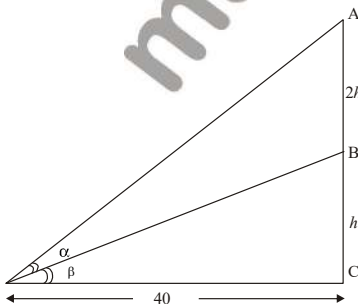
$\triangle ADE$  में,

$$\sin 2\alpha = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a \sin 2\alpha = 2a \sin\alpha \cos\alpha$$

$$= 2a \sqrt{\frac{(3b-a)}{4b} \cdot \frac{(a+b)}{4b}}$$

$$= \frac{a}{2b} \sqrt{(3b-a)(a+b)}$$

Sol<sup>n</sup>. 44



माना ऊँचाई  $AC = 3h$

निचला भाग =  $\frac{1}{3}$  of  $3h = h$

$\triangle ABCD$  में,

$$\tan\beta = \frac{h}{40}, \tan\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{3h}{40} \Rightarrow \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} = \frac{3h}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} + \frac{h}{40}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{40}} = \frac{3h}{40} \Rightarrow \frac{40 + 2h}{80 - h} = \frac{3h}{40}$$

$$1600 + 80h = 240h - 3h^2$$

$$3h^2 - 160h + 1600 = 0$$

$$3h^2 - 120h - 40h + 1600 = 0$$

$$3h(h-40) - 40(h-40) = 0$$

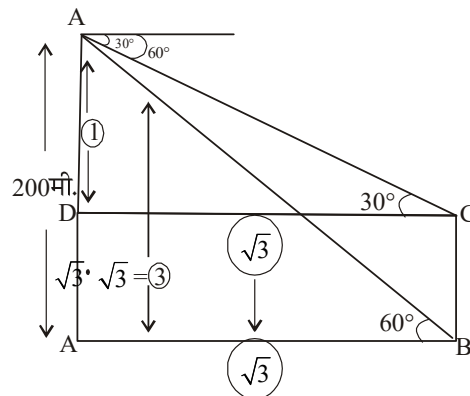
$$(3h-40)(h-40) = 0$$

$$(3h \neq 40 \text{ लेकिन } 3h > 100)$$

तब  $h = 40$

अतः टॉवर की ऊँचाई = 120 मी.

Sol<sup>n</sup>. 45



3 इकाई का मान  $\rightarrow$  200 इकाई मीटर

1 इकाई का मा  $\rightarrow \frac{200}{3} \rightarrow \frac{200}{3}$  मीटर

टॉवर BC की ऊँचाई = (3-1) इकाई का मान

= 2 इकाई का मान  $\rightarrow \frac{400}{3}$  मी. =  $133\frac{1}{3}$  मी.

## क्षेत्रमिति सिद्धांत (Mensuration Theory)

### घनाभ (Cuboid)

1. घनाभ का आयतन ज्ञात करें यदि उसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई दी हुई है।

$$\text{घनाभ का आयतन} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

- Ex. एक घनाभ का आयतन ज्ञात करें जिसकी लम्बाई 24 मीटर, चौड़ाई 18 मीटर और ऊँचाई 16 मीटर है।

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. \text{ घनाभ का आयतन} &= 24 \times 18 \times 16 \\ &= 6912 \text{ मी}^3 \end{aligned}$$

2. एक घनाभ का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि इसके आधार का क्षेत्रफल, फलक का क्षेत्रफल और दूसरे फलक का क्षेत्रफल दिया हुआ है।

$$\begin{aligned} \text{घनाभ का आयतन} &= \sqrt{A_1 \times A_2 \times A_3} \\ &= \sqrt{\text{आधार का क्षे.} \times \text{एक फलक का क्षे.} \times \text{दूसरे फलक का क्षे.}} \end{aligned}$$

जहाँ,

$$A_1 = \text{आधार का क्षेत्रफल}$$

$$A_2 = \text{पहले फलक का क्षेत्रफल और}$$

$$A_3 = \text{दूसरे फलक का क्षेत्रफल}$$

- Ex. एक घनाभ के आधार का क्षेत्रफल  $9\text{मी}^2$  है और इसकी पहले और दूसरे फलक का क्षेत्रफल क्रमशः  $16\text{मी}^2$  और  $25\text{मी}^2$  है तो घनाभ का आयतन ज्ञात करो।

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. \text{ घनाभ का आयतन} &= \sqrt{9 \times 16 \times 25} \\ &= \sqrt{3600} = 60\text{मी}^3 \end{aligned}$$

- Ex. एक घनाभ का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसके आधार का क्षेत्रफल 180 वर्ग सेमी और दो क्रमागत फलकों का क्षेत्रफल क्रमशः 96 वर्ग सेमी और 120 वर्ग सेमी है।

Sol<sup>n</sup>. घनाभ का आयतन

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\text{आधार का क्षे.} \times \text{एक फलक का क्षे.} \times \text{दूसरे फलक का क्षे.}} \\ &= \sqrt{180 \times 96 \times 120} = 1440 \text{ मी}^3 \end{aligned}$$

3. एक घनाभ के संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि इसके लंबाई चौड़ाई और ऊँचाई दी हुई है।

$$\text{घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.} = 2(lb + bh + lh)$$

जहाँ,  $l$  = लंबाई,  $b$  = चौड़ाई और  $h$  = ऊँचाई है घनाभ की

- Ex. एक 4 मीटर लम्बाई वाले 2 मीटर चौड़ाई वाले और  $\frac{1}{4}$  मीटर मोटाई वाले एक पत्थर के टुकड़े का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

$$\text{Sol}^n. \text{ पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\left(4 \times 2 + 4 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4}\right) = 19\text{मी}^2$$

4. एक घनाभ का विकर्ण ज्ञात करना यदि इसकी लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई दी हुई है।

$$\text{घनाभ का विकर्ण} = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2};$$

जहाँ  $l$  = लंबाई,  $b$  = चौड़ाई और

$h$  = घनाभ की ऊँचाई

- Ex: एक 12 मीटर लंबाई वाले, 9 मीटर चौड़ाई और 8 मीटर ऊँचाई वाले विकर्ण का घनाभ क्या होगा?

$$\text{Sol}^n. \text{ विकर्ण} = \sqrt{12^2 + 9^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17 \text{ मीटर.}$$

5. एक घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करना यदि घनाभ की तीनों भुजाओं का योग और विकर्ण दिया हुआ है।

$$\text{संपूर्ण पृष्ठ का क्षे.} = (\text{तीनों भुजाओं का योग})^2 - (\text{विकर्ण})^2$$

**Ex.** एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई का योग 25 सेमी है और विकर्ण 15 सेमी है। तो घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करें।

**Sol<sup>n</sup>.** सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $(25)^2 - (15)^2 = 625 - 225 = 400$  सेमी<sup>2</sup>

6. यदि एक घन की प्रत्येक भुजा 'a' इकाई है, तब
- घन का आयतन =  $a^3$  घनाभ इकाई
  - घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $(6a^2)$  वर्ग इकाई
  - घन का विकर्ण =  $(\sqrt{3}a)$  इकाई.

**नोट :** यदि घन का विकर्ण दिया हुआ है, तब घन का

आयतन होगा-  $\left(\frac{\text{विकर्ण}}{\sqrt{3}}\right)^3$

**Ex:** एक घन की भुजा 2 सेमी है, तो उसका आयतन, संपूर्ण पृष्ठीय क्षे. और विकर्ण ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** आयतन =  $a^3 = (2 \times 2 \times 2) = 8$  सेमी<sup>3</sup>  
पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $6a^2 = (6 \times 2 \times 2) = 24$  सेमी<sup>2</sup>

विकर्ण =  $\sqrt{3} \times a = 2\sqrt{3}$  सेमी

#### बेलन (Cylinder)

7. यदि बेलन के आधार की त्रिज्या 'r' इकाई है और ऊँचाई 'h' इकाई है, तब बेलन का आयतन है  $(\pi r^2 h)$  घन इकाई।

बेलन का आयतन = बेलन के आधार का क्षेत्रफल  $\times$  बेलन की ऊँचाई

**Ex:** एक बेलन का आयतन ज्ञात करो जिसकी ऊँचाई 14 मीटर और आधार की त्रिज्या 3 मीटर है।

**Sol<sup>n</sup>.** आयतन =  $\frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 14 = 396$  मी<sup>3</sup>

8. यदि एक बेलन के आधार की त्रिज्या 'r' इकाई और ऊँचाई 'h' इकाई है, तब उस बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $(2\pi rh)$  वर्ग इकाई होगा-

बेलन का पृष्ठीय क्षे. = परिधि के आधार का क्षे.  $\times$  ऊँचाई

**Ex:** एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसकी ऊँचाई 14 मीटर और आधार की त्रिज्या 3 मीटर है।

**Sol<sup>n</sup>.** वक्र पृष्ठ का क्षे. =  $2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 14 = 264$  मी<sup>2</sup>

9. यदि एक बेलन के आधार की त्रिज्या 'r' इकाई और ऊँचाई 'h' इकाई है, तब उस बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $(2\pi rh + 2\pi r^2)$  वर्ग इकाई होगा।

**या,** संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi r(h + r)$  वर्ग इकाई = परिधि  $\times$  (ऊँचाई + त्रिज्या)

**Ex:** बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करान जिसकी ऊँचाई 14 मीटर और आधार की त्रिज्या 3 मीटर है।

**Sol<sup>n</sup>.** संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल  
=  $2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 3 + \frac{22}{7} \times 2 \times 3 \times 3$

=  $264 + \frac{396}{7} = 320.57$  वर्ग इकाई

#### गोला (Sphere)

10. यदि एक गोल की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब उस गोले का आयतन  $\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$  घन इकाई होगा। यदि व्यास दिया हुआ है, तब गोले का आयतन  $\left(\frac{1}{6}\pi D^3\right)$  घन इकाई होगा। [जहाँ D = व्यास]

**Ex:** एक गोला जिसका व्यास 42 सेमी और त्रिज्या 21 सेमी है, तब उसका आयतन ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** Case I: गोले का आयतन  
=  $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21 = 38808$  सेमी<sup>3</sup>

**Case II :** गोले का आयतन

=  $\frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times 42 \times 42 \times 42 = 38808$  सेमी<sup>3</sup>



11. यदि एक गोले की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब उस गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $(4\pi r^2)$  वर्ग इकाई होगा। यदि त्रिज्या के जगह व्यास दिया हो तब—

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $4\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi D^2$  वर्ग इकाई होगा।

Ex: एक 42 सेमी व्यास वाले गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \frac{22}{7} \times 42 \times 42 = 5544 \text{सेमी}^2$$

12. यदि गोले की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब अर्द्धगोले का आयतन =  $\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$  घन इकाई होगा। यदि व्यास दिया

हुआ है, तब अर्द्धगोले का आयतन  $\left(\frac{\pi}{2}D^3\right)$  घन इकाई होगा।

[जहाँ, D = गोले का व्यास]

Ex: एक 21 सेमी त्रिज्या वाले अर्द्धगोले का आयतन क्या होगा?

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. \text{ अर्द्धगोले का आयतन} &= \left(\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21\right) \\ &= 19404 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

13. यदि एक अर्द्धगोले की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $(2\pi r^2)$  वर्ग इकाई होगा। यदि त्रिज्या के स्थान पर व्यास दिया है, तब अर्द्धगोले के वक्र

पृष्ठीय  $\left(\frac{\pi}{2}D^2\right)$  वर्ग इकाई होगा—

Ex: अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसकी त्रिज्या 21 सेमी है।

Sol<sup>n</sup>. वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $2\pi r^2$

$$\begin{aligned} &= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21\right) \text{सेमी}^2 \\ &= 2772 \text{सेमी}^2 \end{aligned}$$

14. यदि एक अर्द्धगोले की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब अर्द्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $(3\pi r^2)$  वर्ग इकाई होगा। यदि त्रिज्या के स्थान पर व्यास दिया हुआ हो तब अर्द्धगोले

का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $\left(\frac{3}{4}\pi D^2\right)$  वर्ग इकाई होगा।

Ex: अर्द्धगोले की त्रिज्या 21 सेमी है, तो इसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>. संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 3\pi r^2 = \left(3 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21\right) \text{सेमी}^2 = 4158 \text{सेमी}^2$$

नोट:- जब एक ठोस काटा जाता है.....

(i) ठोस के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं।

(ii) ठोस के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि लंबवृत्तीय शंकु (Right Circular Cone)

15. एक लंबवृत्तीय शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात करना जब शंकु के आधार की त्रिज्या और शंकु की ऊँचाई दी हुई हो।

$$\text{तिर्यक ऊँचाई } (l) = \left(\sqrt{h^2 + r^2}\right) \text{ इकाई}$$

जहाँ, h = ऊँचाई और r = आधार की त्रिज्या है।

Ex: एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 3 सेमी और ऊँचाई 4 सेमी है। शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात करो।

$$\text{Sol}^n. \text{ तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{सेमी.}$$

16. एक लंबवृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात करना जब इसके आधार की त्रिज्या और ऊँचाई दी हुई हो।

$$\text{शंकु का आयतन} = \left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right) \text{ घन इकाई}$$

Ex: एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 7 सेमी और उसकी ऊँचाई 3 सेमी है तो शंकु का आयतन क्या होगा?

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. \text{ शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 3 \\ &= 154 \text{सेमी}^3 \end{aligned}$$

17. शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करना

(i) यदि शंकु के आधार की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई दी हुई हो।

शंकु वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\pi r l$  वर्ग इकाई।

(ii) यदि आधार की त्रिज्या और ऊँचाई दी हुई है।

शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= \pi r \left( \sqrt{r^2 + h^2} \right) \text{ वर्ग इकाई}$$

**Ex:** एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 3 सेमी और ऊँचाई 4 सेमी है तो शंकु का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{22}{7} \times 3 \left( \sqrt{4^2 + 3^2} \right) \\ &= \frac{22 \times 3 \times 5}{7} = 47 \frac{1}{7} \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

18. एक लंबवृत्तीय शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करना।

(i) यदि इसकी तिर्यक ऊँचाई और आधार की त्रिज्या दी हुई है।

शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= (\pi r l + \pi r^2) = \pi r (l + r) \text{ वर्ग इकाई}$$

(ii) यदि इसकी ऊँचाई और आधार की त्रिज्या दी हुई हो।

शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \pi r \left( \sqrt{h^2 + r^2} + r \right) \text{ वर्ग इकाई}$$

**Ex:** एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 3 सेमी और उसकी ऊँचाई 4 सेमी है, तब शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** संपूर्ण पृष्ठ का क्षे. =  $\frac{22}{7} \times 3 \left( \sqrt{4^2 + 3^2} + 3 \right)$

$$= \frac{22 \times 3 \times 8}{7} = \frac{528}{7} = 75 \frac{3}{7} \text{ सेमी}^2$$

एक लंबवृत्तीय शंकु का छिन्नक

(Frustum of a Right Circular Cone)

**छिन्नक:** यदि एक शंकु को एक तल के द्वारा इसके आधार के समानांतर दो भागों में बांटा जाता है।

शंकु के निचले हिस्से को छिन्नक कहते हैं।

माना छिन्नक के आधार की त्रिज्या = R, और छिन्नक के ऊपरी भाग की त्रिज्या = r, और छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई = l इकाई

(i) तिर्यक ऊँचाई (l) =  $\sqrt{h^2 + (R-r)^2}$  इकाई

(ii) वक्र पृष्ठ का क्षे. =  $\pi (R+r)l$  वर्ग इकाई

(iii) संपूर्ण पृष्ठ का क्षे. =  $\pi [(R+r)l + r^2 + R^2]$  वर्ग इकाई

(iv) छिन्नक का आयतन =  $\frac{\pi h}{3} (r^2 + R^2 + rR)$  घन इकाई

**Ex:** एक लंबवृत्तीय छिन्नक के आधार की त्रिज्या 10 सेमी और ऊपरी भाग की त्रिज्या 6 सेमी है, और ऊँचाई 5 सेमी है। ज्ञात करें—

(i) तिर्यक ऊँचाई

(ii) वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

(iii) संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

(iv) छिन्नक का आयतन

**Sol<sup>n</sup>.** जहाँ,  $r = \frac{6}{2} = 3$  सेमी;  $R = \frac{10}{2} = 5$  सेमी;  $h = 5$  सेमी

(i) तिर्यक ऊँचाई =  $\sqrt{h^2 + (R-r)^2}$

$$= \sqrt{5^2 + (5-3)^2} = \sqrt{29} \text{ सेमी} = 5.385 \text{ सेमी}$$

(ii) वक्र पृष्ठ का क्षे.

$$= \pi (R+r)l = \frac{22}{7} \times 8 \times 5.385 = 135.4 \text{ सेमी}^2$$

(iii) छिन्नक का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \pi [(R+r)l + r^2 + R^2]$$

$$= \frac{22}{7} [8 \times 5.385 + (3)^2 + 5^2]$$

$$= \frac{22}{7} [43.08 + 9 + 25] = 242.25 \text{सेमी}^2$$

$$(iv) \text{ छिन्नक का आयतन} = \frac{\pi h}{3} (r^2 + R^2 + rR)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{5}{3} [5^2 + 3^2 + 5 \times 3] = 256.67 \text{सेमी}^3$$

20. ईंटों की संख्या ज्ञात करना जब ईंट और दीवार दोनों की वीमाएँ दी हुई हों।

$$\text{आवश्यक ईंटों की संख्या} = \frac{\text{दीवार का आयतन}}{1 \text{ ईंट का आयतन}}$$

- Ex: एक ईंट की वीमा 20 सेमी  $\times$  10 सेमी  $\times$   $7\frac{1}{2}$  सेमी है।

एक 25 मीटर लम्बी 2 मीटर ऊँची और  $\frac{3}{4}$  मीटर मोटी दीवार को बनाने में कितने ईंटों की आवश्यकता होगी।

$$\text{Sol}^n. \text{ दीवार का आयतन} = 25 \times 2 \times \frac{3}{4} \text{ मी}^3$$

एक ईंट का आयतन

$$= \frac{20}{100} \times \frac{10}{100} \times \frac{15}{200} = \frac{3}{2000} \text{ मी}^3$$

आवश्यक ईंटों की संख्या

$$= \left( 25 \times 2 \times \frac{3}{4} \right) \div \frac{3}{2000} = 25000$$

21. एक बंद बॉक्स की क्षमता, पदार्थ का आयतन और वजन ज्ञात करना जब बाहरी वीमाएँ (लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई) और पदार्थ की मोटाई दे रखी हो-

$$(i) \text{ बॉक्स की क्षमता} = (\text{बाह्य लम्बाई} - 2 \times \text{मोटाई}) \times (\text{बाह्य चौड़ाई} - 2 \times \text{मोटाई}) \times (\text{बाह्य ऊँचाई} - 2 \times \text{मोटाई})$$

$$(ii) \text{ पदार्थ का आयतन} = \text{बाह्य आयतन} - \text{क्षमता}$$

$$(iii) \text{ लकड़ी का वजन} = \text{लकड़ी का आयतन} \times \text{लकड़ी का घनत्व}$$

Ex: एक बंद लकड़ी के बक्से की बाहरी वीमाएँ 9 सेमी  $\times$  7 सेमी  $\times$  6 सेमी है। यदि लकड़ी की मोटाई 0.5 सेमी है, तब ज्ञात करें (i) बक्से की क्षमता (ii) बक्से का वजन (माना लकड़ी के 1 घन सेमी का वजन 0.9 ग्राम है)

$$\text{Sol}^n. \text{ क्षमता} = (\text{बाह्य लम्बाई} - 2 \times \text{मोटाई}) \times (\text{बाह्य चौड़ाई} - 2 \times \text{मोटाई}) \times (\text{बाह्य ऊँचाई} - 2 \times \text{मोटाई})$$

$$\text{पदार्थ का आयतन} = \text{बाह्य आयतन} - \text{क्षमता}$$

∴ प्रश्न में

$$\text{क्षमता} = (9 - 2 \times 0.5) (7 - 2 \times 0.5) (6 - 2 \times 0.5) = 8 \times 6 \times 5 = 240 \text{सेमी}^3$$

$$\therefore \text{ लकड़ी का आयतन} = \text{बाह्य आयतन} - \text{क्षमता}$$

$$= 9 \times 7 \times 6 - 240 = 138 \text{ घन सेमी.}$$

$$\therefore \text{ लकड़ी का भार} = \text{लकड़ी का आयतन} \times \text{लकड़ी का घनत्व} = 138 \times 0.9 = 124.2 \text{ ग्राम}$$

22. एक घन का आयतन ज्ञात करना है, यदि उसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया हुआ है।

$$\text{घन का आयतन} = \left( \sqrt{\frac{\text{वक्र पृष्ठीय क्षे.}}{6}} \right)^3$$

- Ex: एक घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $30\frac{3}{8}$  वर्ग मीटर है। इसका आयतन ज्ञात करो।

$$\text{Sol}^n. \text{ आयतन} = \left( \sqrt{\frac{243}{6}} \right)^3 = 11\frac{25}{64} \text{ घन मीटर}$$

23. एक जगह पर वर्षा के पानी का आयतन ज्ञात करना यदि उस जगह पर वार्षिक वर्षा दी हुई है।

$$\text{वर्षा के पानी का आयतन} = \text{पानी (वार्षिक वर्षा) की ऊँचाई (स्तर)} \times \text{आधार का क्षेत्रफल (जगह का क्षे.)}$$

- Ex: एक स्थान पर वार्षिक वर्षा 43 है। 1 हैक्टेयर के स्थान पर वार्षिक वर्षा का वजन मिट्टिक टन में ज्ञात करें। यदि पानी के 1 घन मीटर का वजन 1 मिट्टिक टन है।

**Sol<sup>n</sup>.** पानी का आयतन = पानी की ऊँचाई × आधार का क्षेत्र

प्रश्नानुसार:

वर्षा के पानी का स्तर = 43 सेमी

$$\therefore \text{पानी का आयतन} = \frac{43}{100} \text{ मी} \times 10000 \text{ वर्ग मीटर} \\ = 4300 \text{ घन मीटर}$$

(1 हैक्टेयर = 10,000 वर्ग मीटर).

$$\therefore \text{पानी का भार} = 4300 \times 1 = 4300 \text{ मिट्रिक टन}$$

**24.** एक आयताकार टैंक जिसकी लंबाई 'l' मीटर और गहराई 'h' है। यदि टैंक से 'x' घन मीटर पानी निकाल लिया जाता है, तो टैंक में पानी का स्तर 'd' मीटर नीचे चला जाता है, तब टैंक में बचे हुए पानी का आयतन

$$\left(\frac{x \times h}{d}\right) \text{ घने सेमी होगा तथा टैंक की चौड़ाई}$$

$$\left(\frac{x}{ld}\right) \text{ होगी।}$$

**Ex:** एक आयतकार टैंक जिसकी लम्बाई 50 मी. और गहराई 29 मी. है। यदि 1000 घन मीटर पानी निकाल लिया जाता है तो पानी का स्तर 2 मी. नीचे गिर जाता है तो टैंक आयतन ज्ञात करो और टैंक की चौड़ाई भी ज्ञात करो?

**Sol<sup>n</sup>.** माना एक टंकी की चौड़ाई x मी. है तो टैंक का आयतन =  $50 \times 29 \times x$

प्रश्न से,

$$50 \times 29 \times x = 1000 + 50 \times (29 - 2) \times x$$

$$\text{or, } x \times 50 \times 2 = 1000 \therefore x = 10 \text{ मीटर}$$

$\therefore$  टंकी की चौड़ाई 10 मीटर

$$\text{टैंक का आयतन} = 50 \times 29 \times 10 = 14500 \text{ घनाभ मीटर}$$

**विधि:2**

$$\text{टैंक का आयतन} = \frac{1000 \times 29}{2} = 14500 \text{ घनाभ मीटर.}$$

**नोट:** इससे निष्कर्ष निकलता है कि, यदि आयताकार टैंक की लम्बाई ना दे रखी हो तब भी हम उसका आयतन ज्ञात कर सकते हैं। टैंक की चौड़ाई ज्ञात करने के लिए हमें टैंक की ऊँचाई की आवश्यकता नहीं है।

$$\therefore \text{टैंक की चौड़ाई} = \frac{1000}{50 \times 2} = 10 \text{ मीटर.}$$

**25.** x घन मीटर आयतन वाले कॉपर जिसका वजन y किलोग्राम है, को 1 मीटर वर्गाकार आधार वाली छड़ में बदला जाता है। जब इस छड़ से एक घन काटा जाता है

$$\text{तब घन का आयतन होगा} - \left[ \left( \sqrt{\frac{x}{l}} \right)^3 \times y \right] \text{ किलोग्राम}$$

**Ex:** एक घन मीटर आयतन वाले कॉपर का वजन 9000 किलोग्राम है, इस कॉपर को 9 मीटर वर्गाकार आधार वाली एक छड़ में बदला जाता है। इस छड़ से एक घन काटा जाता है तब घन का वजन क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** प्रश्नानुसार, कॉपर के आयतन को एक वर्गाकार छड़ में बदला जाता है। (एक घनाभ जिसका आधार एक वर्ग है।) तब इस छड़ से एक घन काटा जाता है। घन की विमाएँ छड़ के आधार की विमाओं के बराबर होंगी।

अब, दिया गया आयतन = 1 घन मीटर

$$= \text{वर्गाकार आधार का क्षेत्र} \times \text{लंबाई}$$

$$\text{वर्गाकार आधार का क्षेत्रफल} \times \text{लंबाई} = 1$$

$$\text{वर्गाकार आधार का क्षेत्रफल} = \frac{1}{\text{लंबाई}} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \text{वर्गाकार आधार की भुजा} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$\therefore$  काटे गए घन का आयतन

$$= (\text{वर्गाकार आधार की भुजा})^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$\therefore \text{घन का भार} = \frac{1}{27} \times 9000 = 333.3 \text{ किग्रा.}$$

**विधि:2**

काटे हुए घन का आयतन

$$= \left( \sqrt{\frac{\text{वास्तविक ठोस का आयतन}}{\text{ठोस की लंबाई}}} \right)^3$$

$$\therefore \text{आयतन} = \left( \sqrt{\frac{1}{9}} \right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$\therefore \text{भार} = \frac{9000}{27} = 333.3 \text{ किग्रा.}$$

**नोट:** सूत्र का प्रयोग करके।

$\therefore$  घन का भार

$$= \left( \sqrt{\frac{1}{9}} \right)^3 \times 9000 = \frac{9000}{27} = 333.3 \text{ किग्रा.}$$

**26.** जब बहुत सारे धन को मिलाकर एक नया धन बनाया जाता है तो उसकी भुजा होगी

$$= \sqrt[3]{\text{सभी घन की भुजाओं के घनों का योग}}$$

**Ex:** धातु के तीन घन जिनकी भुजा क्रमशः 3, 4, 5 सेमी है, उनको पिघलाकर एक नया घन बनाया जाता है तो नये घन की भुजा ज्ञात करो यदि इस प्रक्रिया में धातु व्यर्थ ना गई हो।

**Sol<sup>n</sup>.** पहले घन का आयतन =  $(3)^3 = 27$  सेमी<sup>3</sup>

दूसरे घन का आयतन =  $(4)^3 = 64$  सेमी<sup>3</sup>

तीसरे घन का आयतन =  $(5)^3 = 125$  सेमी<sup>3</sup>

$\therefore$  आयतन समान रहेगा

$\therefore$  नए घन का आयतन =  $27 + 64 + 125 = 216$  सेमी<sup>3</sup>

$\therefore$  नए घन की भुजा =  $\sqrt[3]{216} = 6$  सेमी

**विधि:2**

$$\begin{aligned} \text{भुजा} &= \sqrt[3]{3^3 + 4^3 + 5^3} = \sqrt[3]{27 + 64 + 125} \\ &= \sqrt[3]{216} = 6 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

**27.** ठोस का आकार बदलने पर उसके आयतन पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

$\therefore$  पुराना आयतन = नया आयतन

**Ex:** एक घन मीटर सोने को पीटकर 6 हेक्टेयर के क्षेत्रफल में फैला दिया जाता है तो उसकी मोटाई ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\Rightarrow 1 \text{ घन मीटर} = 60000 \times \text{मोटाई}$$

$$\Rightarrow \text{मोटाई} = \frac{1}{60000} \text{ मी} = 0.0017 \text{ सेमी}$$

**28.** संभावित घनों की संख्या ज्ञात करो, जब एक घन को छोटे-छोटे समान घनों में तोड़ा जाता है।

$$\text{घन की संख्या} = \left( \frac{\text{भुजा की वास्तविक लम्बाई}}{\text{भुजा की नई लम्बाई}} \right)^3$$

**Ex:** एक 3 सेमी भुजा वाले घन को पिघलाकर 1 सेमी भुजा वाले छोटे घनों में बदला जाता है। छोटे घनों की संभावित संख्या ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** संभावित घनों की संख्या =

$$\left( \frac{\text{भुजा की वास्तविक लम्बाई}}{\text{भुजा की नई लम्बाई}} \right)^3$$

$\therefore$  घन की संभावित संख्या

$$= \left( \frac{3}{1} \right)^3 = 27$$

**29.** एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों तक खुली हुई है, धातु की बनी हुई है। यदि ट्यूब का आंतरिक व्यास या त्रिज्या, धातु की मोटाई और लंबाई दी हुई हो तब धातु का आयतन  $[\pi \times \text{ऊँचाई} \times (2 \times \text{आंतरिक त्रिज्या} + \text{मोटाई}) \times \text{मोटाई}]$  घन सेमी होगा।

**Ex.** एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, 2 सेमी मोटाई वाली लोहे की बनी हुई है। यदि आंतरिक व्यास 50 सेमी और ट्यूब की लंबाई 140 सेमी है, तब लोहे का आयतन क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** यहाँ, आन्तरिक व्यास = 50 सेमी

$$\therefore \text{आन्तरिक त्रिज्या} = \frac{50}{2} = 25 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \text{लोहे का आयतन} &= \frac{22}{7} \times 140 \times (25 \times 2 + 2) \times 2 \\ &= \frac{22}{7} \times 140 \times 52 \times 2 \\ &= 45760 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

**30.** एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, धातु की बनी हुई है। यदि ट्यूब का आंतरिक व्यास 23 सेमी और बाह्य व्यास या त्रिज्या दी हुई हो तब धातु का आयतन  $\pi \times \text{ऊँचाई} \times [(\text{बाह्य त्रिज्या})^2 - (\text{आन्तरिक त्रिज्या})^2]$  घन सेमी होगा।

**Ex:** एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, लोहे की बनी हुई है। यदि ट्यूब की आंतरिक व्यास या त्रिज्या क्रमशः 25 सेमी और 23 सेमी है, तब लोहे का आयतन ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** लोहे का आयतन

$$= \frac{22}{7} \times 140 \times (25^2 - 23^2) = 42240 \text{ सेमी}^3$$

**31.** एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, धातु की बनी हुई है। यदि ट्यूब का बाह्य व्यास या त्रिज्या, ट्यूब की मोटाई और ट्यूब की लम्बाई दी हुई हो तब धातु का आयतन  $[\pi \times \text{ऊँचाई} \times (2 \times \text{बाह्य त्रिज्या} - \text{मोटाई}) \times \text{मोटाई}]$  घन सेमी होगा।

**Ex:** एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, 2 सेमी मोटाई की धातु की बनी हुई है। यदि ट्यूब का बाह्य व्यास 50 सेमी है। और ट्यूब की लम्बाई 140 सेमी दी हुई हो तब धातु का आयतन ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** बाह्य व्यास = 50 cm

$$\therefore \text{बाह्य त्रिज्या} = \frac{50}{2} = 25 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \text{लोहे का आयतन} &= \frac{22}{7} \times 140 (25 \times 2 - 2) \times 2 \\ &= \frac{22}{7} \times 140 \times 48 \times 2 = 42240 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

**32.** यदि एक आयताकार शीट को घुमाकर एक बेलन के रूप में बदला जाता है, तब शीट की एक भुजा बेलन की ऊँचाई हो जाती है, तब बेलन का आयतन होगा—

$$\frac{\text{ऊँचाई} \times (\text{शीट की दूसरी भुजा})^2}{4\pi}$$

**Ex:** एक 22 मीटर  $\times$  10 मीटर विमा वाली आयताकार शीट को घुमाकर एक बेलन में इस प्रकार बदला जाता है कि शीट की छोटी भुजा बेलन की ऊँचाई है। इस प्रकार बने बेलन का आयतन क्या होगा?

$$\text{Sol<sup>n</sup>. आयतन} = \frac{10 \times (22)^2}{4 \times \frac{22}{7}} = 385 \text{ सेमी}^3$$

**33.** यदि एक निश्चित व्यास या त्रिज्या वाले गोले को एक निश्चित व्यास या त्रिज्या वाले बेलन में बदला जाता है तब बेलन की लम्बाई या ऊँचाई होगी—

$$\frac{4 \times (\text{गोले की त्रिज्या})^3}{3 \times (\text{बेलन की त्रिज्या})^2}$$

**Ex:** एक तांबे का गोला जिसका व्यास 18 सेमी है, को 4 मीली. मीटर व्यास वाले तार में बदला जाता है तब तार की लंबाई ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** जब एक गोले को बेलन में बदला जाता है (तार एक बेलन होता है) तब—

$$\text{बेलन की लंबाई} = \frac{4 \times (\text{गोले की त्रिज्या})^3}{3 \times (\text{बेलन की त्रिज्या})^2}$$

$$\therefore \text{लम्बाई} = \frac{4 \times (90)^3}{3 \times (2)^2}$$

$$= 243000 \text{ मिली मीटर} = 24300 \text{ सेमी.}$$

34. एक गोले को एक बेलन में बदला जाता है यदि बेलन की लंबाई और त्रिज्या दी हुई हो तब गोले की त्रिज्या होगी—

$$\sqrt[3]{\frac{3}{4}(\text{बेलन की लंबाई})(\text{बेलन की त्रिज्या})^2}$$

- Ex: एक बेलन जिसकी त्रिज्या 2 सेमी है और ऊँचाई 15 सेमी है को पिघलाकर एक गोला बनाया जाता है, तब गोले की त्रिज्या क्या होगी?

Sol<sup>n</sup>. गोले की त्रिज्या =  $\sqrt[3]{\frac{3}{4} \times 15 \times 2 \times 2} = \sqrt[3]{45}$

35. यदि एक निश्चित त्रिज्या या व्यास वाले गोले को एक निश्चित लंबाई या ऊँचाई वाले बेलन में बदला जाता है तब बेलन की त्रिज्या होगी—is given by =

$$\sqrt{\frac{4 \times (\text{गोले की त्रिज्या})^3}{3 \times (\text{बेलन की लंबाई})}}$$

- Ex: एक तांबे का गोला जिसका व्यास 36 मीटर है, को 7.29 कि.मी लंबाई वाले तार में बदला जाता है, तब तार की त्रिज्या क्या होगी?

Sol<sup>n</sup>. तार की त्रिज्या

$$= \sqrt{\frac{4 \times \left(\frac{36}{2}\right)^3}{3 \times 7.29 \times 1000}} = \sqrt{\frac{4 \times 18 \times 18 \times 18}{3 \times 7290}}$$

$$= 1.03 \text{ मी.}$$

36. यदि एक गोले को पिघलाकर एक बेलन में बदला जाता है, जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या की  $n$  गुना है तब गोले की त्रिज्या का बेलन की त्रिज्या से अनुपात होगा—

$$\left(\frac{3}{4} \times n\right)^{1/3}$$

Ex: एक गोले को पिघलाकर एक बेलन में बदला जाता है,

जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या की  $4\frac{1}{2}$  गुना है तब गोले

की त्रिज्या बेलन की त्रिज्या से अनुपात क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>. माना गोले तथा बेलन की त्रिज्या क्रमशः 'R' और 'r' है।  
बेलन का आयतन

$$= \pi r^2 h = \pi r^2 \left(\frac{9}{2} r\right) \left[\because h = \frac{9}{2} r\right] = \frac{9}{2} \pi r^3$$

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

गोले का आयतन = बेलन का आयतन

$$\text{या, } \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{9}{2} \pi r^3 \quad \text{या, } \left(\frac{R}{r}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$\therefore R : r = 3 : 2$$

विधि:2

$$\text{आवश्यक अनुपात} = \left(\frac{9}{2} \times \frac{3}{4}\right)^{1/3} = \left(\frac{27}{8}\right)^{1/3}$$

$$= \frac{3}{2} = 3 : 2$$

37. यदि एक शंकु जिसकी ऊँचाई उसकी त्रिज्या की  $n$  गुनी है, को पिघलाकर एक गोले में बदला जाता है। तब गोले की

त्रिज्या का शंकु की त्रिज्या से अनुपात होगा— $\left(\frac{n}{4}\right)^{1/3}$

Ex: एक शंकु जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या की आधी है तब गोले की त्रिज्या का शंकु की त्रिज्या से अनुपात क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>. माना गोले की त्रिज्या और बेलन की त्रिज्या क्रमशः R और r है।

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 \left(\frac{r}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi r^3}{3 \times 2}$$



$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{गोले का आयतन} = \text{शंकु का आयतन}$$

$$\text{or, } \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi}{3} \times \frac{r^3}{3}$$

$$\text{or, } \left(\frac{R}{r}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\therefore R : r = 1 : 2$$

**विधि-2**

$$\text{आवश्यक अनुपात} = \left[\frac{1/2}{4}\right]^{1/3} = \left[\frac{1}{8}\right]^{1/3} = \frac{1}{2} = 1 : 2$$

38. जब एक बेलन को कई एक समान छोटे गोलो में बदला जाता है, तब गोलों की संख्या निम्न सूत्र से ज्ञात करते हैं।

$$\text{छोटे गोलों की संख्या} = \frac{\text{बेलन का आयतन}}{1 \text{ गोले का आयतन}}$$

- Ex:** एक 28 सेमी ऊँचाई और 6 सेमी त्रिज्या वाले शीशे के बेलन से 1.5 सेमी व्यास वाली कितनी गोलियाँ बनाई जा सकती है।

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\begin{aligned} \text{गोलियों की संख्या} &= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{1 \text{ गोली का आयतन}} \\ &= \frac{\pi \times 6 \times 6 \times 28}{\frac{4}{3} \times \pi \times 0.75 \times 0.75 \times 0.75} = 1792 \end{aligned}$$

39. यदि R त्रिज्या वाले एक गोले के अंदर एक r त्रिज्या वाली गुहा है, तब इस प्रकार बनी गोलाकार खोल का आयतन होगा—

$$\left[\frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)\right] \text{ घन इकाई}$$

- Ex:** एक 5 सेमी त्रिज्या का गोला जिसकी अंदर 3 सेमी त्रिज्या की गुहा है, बेलनाकार खोल का आयतन ज्ञात करो।

$$\begin{aligned} \text{Sol<sup>n</sup>. गोलाकार खोल का आयतन} &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times [5^3 - 3^3] \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 98 = 410 \frac{2}{3} \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

40. एक r त्रिज्या और h ऊँचाई वाले शंकु के अंदर बड़े से

बड़े गोले की त्रिज्या  $\left(\frac{rh}{r+l}\right)$  है। जहाँ, l = शंकु की तिर्यक ऊँचाई है

$$= \sqrt{r^2 + h^2}$$

- Ex:** एक 3 मीटर त्रिज्या और 4 मीटर ऊँचाई वाले शंकु के अंदर बड़े से बड़े गोले की त्रिज्या क्या होगी?

$$\text{Sol<sup>n</sup>. तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ और}$$

बड़े से बड़े गोले की त्रिज्या

$$= \frac{3 \times 4}{3 + 5} = \frac{12}{8} = 1 \frac{1}{2} = 1.5 \text{ मीटर}$$

41. जब एक बड़े गोले को छोटे गोले में बदला जाता है, तब

छोटे गोलों की संख्या होगी— $\left(\frac{\text{बड़ी त्रिज्या}}{\text{छोटी त्रिज्या}}\right)^3$

- Ex:** 16 सेमी व्यास वाले गोले से 1 सेमी व्यास वाले कितने गोले बनाये जा सकते हैं।

$$\text{Sol<sup>n</sup>. गोलों की संख्या} = \frac{\text{बड़े गोले का आयतन}}{\text{छोटे गोले का आयतन}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{4}{3} \pi \times 8 \times 8 \times 8}{\frac{4}{3} \pi \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5} = 4096 \end{aligned}$$

**विधि :2**

$$\text{गोलों की संख्या} = \left(\frac{8}{0.5}\right)^3 = 16^3 = 4096$$

42. यदि 2 गोलों का पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया हुआ हो तो तब उनके आयतनों का अनुपात होगा—

$$(\text{पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात})^3 = (\text{आयतनों का अनुपात})^2$$



**Ex:** दो गोलों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 1 : 4 है तब उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**  $(1 : 4)^3 = (\text{आयतनों का अनुपात})^2$   
या,  $(1 : 64) = (\text{आयतनों का अनुपात})^2$   
या,  $\sqrt{1:64} = 1 : 8 = \text{आयतनों का अनुपात}$

**43.** यदि दो गोलों की त्रिज्या का अनुपात दिया हो तब उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात =  $(\text{त्रिज्याओं का अनुपात})^2$

**Ex:** दो गोलों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है, उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** (पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात) =  $(\text{त्रिज्याओं का अनुपात})^2$   
 $= (1 : 2)^2 = 1 : 4$

**44.** यदि दो गोलों की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हो तब उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

$(\text{त्रिज्याओं का अनुपात})^3 = \text{आयतनों का अनुपात}$

**Ex:** दो गोलों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है तब उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** आयतनों का अनुपात  
 $= (\text{त्रिज्याओं का अनुपात})^3 = (1 : 2)^3 = 1 : 8$

**दो बेलन**

**A. जब आयतन बराबर हो**

**45.** यदि दो समान आयतन वाले वृत्तीय बेलनों की ऊँचाईयों का अनुपात दिया हो तब उनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा—

त्रिज्याओं का अनुपात =  $\sqrt{\text{ऊँचाई के अनुपात के विपरीत}}$

**Ex:** दो समान आयतन वाले बेलन की ऊँचाईयों का अनुपात 1 : 2 है, तब उनकी त्रिज्याओं का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** त्रिज्याओं का अनुपात  
 $= \sqrt{\text{ऊँचाई के अनुपात के विपरीत}} = \sqrt{2:1} = \sqrt{2} : 1.$

**46.** यदि दो समान आयतन वाले बेलनों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके ऊँचाईयों का अनुपात होगा—

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात =

$\sqrt{\text{ऊँचाईयों का अनुपात}}$

**Ex:** दो समान आयतन वाले बेलनों के ऊँचाईयों का अनुपात 1 : 2 है, तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात =

$\sqrt{\text{ऊँचाईयों का अनुपात}}$

$\therefore$  वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात =  $\sqrt{1:2} = 1 : \sqrt{2}$

**47.** यदि दो समान आयतन वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = त्रिज्याओं के अनुपात के विपरीत

**Ex:** दो समान आयतन वाले बेलन के त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा—

**Sol<sup>n</sup>.** वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = त्रिज्याओं के अनुपात के विपरीत = 2 : 1

**B. जब त्रिज्या समान हो**

**48.** यदि दो समान त्रिज्या वाले बेलनों की ऊँचाईयों का अनुपात दिया हुआ हो तब उनके आयतनों का अनुपात होगा—

आयतनों का अनुपात =  $\text{ऊँचाईयों का अनुपात}$

**Ex:** दो समान त्रिज्या वाले बेलन की ऊँचाई का अनुपात 1 : 2 है उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** आयतनों का अनुपात =  $\text{ऊँचाईयों का अनुपात}$   
 $\therefore$  आयतनों का अनुपात = 1 : 2

**49.** यदि दो समान त्रिज्या वाले बेलन की ऊँचाईयों का अनुपात दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात =  $\text{ऊँचाईयों का अनुपात}$

**Ex:** यदि दो समान त्रिज्या वाले बेलन की ऊँचाइयों का अनुपात 1 : 2 दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.** वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = 1 : 2.

**50.** यदि दो समान त्रिज्या वाले बेलन के आयतनों का अनुपात दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

आयतन का अनुपात = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात

**Ex:** दो समान त्रिज्या वाले बेलन के आयतनों का अनुपात 3 : 1 दिया हुआ है तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा—

**Sol<sup>n</sup>.** आयतन का अनुपात = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = 3 : 1.

**C. जब ऊँचाईयाँ बराबर हो**

**51.** यदि दो समाने ऊँचाई वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा—

आयतन का अनुपात = (त्रिज्याओं का अनुपात)<sup>2</sup>

**Ex:** यदि दो समाने ऊँचाई वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**

आयतन का अनुपात = (त्रिज्याओं का अनुपात)<sup>2</sup> = (2 : 3)<sup>2</sup>  
= 4 : 9

**52.** यदि दो समान ऊँचाई वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात

**Ex:** यदि दो समान ऊँचाई वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात  
= 2 : 3

**53.** यदि दो समान ऊँचाई वाले बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा—

आयतनों का अनुपात = (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात)<sup>2</sup>

**Ex:** यदि दो समान ऊँचाई वाले बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.**

आयतनों का अनुपात = (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात)<sup>2</sup>  
= (2 : 3)<sup>2</sup> = 4 : 9

**D. जब वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर हो**

**54.** यदि दो समान वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा—

आयतनों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात

**Ex:** यदि दो समान वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात 3 : 4 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** आयतनों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात = 3 : 4

**55.** यदि दो समान वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले बेलन की ऊँचाईयों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा।

आयतनों का अनुपात = ऊँचाईयों के अनुपात के विपरीत

**Ex:** यदि दो समान वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले बेलन की ऊँचाईयों का अनुपात 3 : 4 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.**

आयतनों का अनुपात

= ऊँचाईयों के अनुपात के विपरीत =  $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = 4 : 3$

**दो घन (Two Cubes)**

**58.** यदि दो घनों की भुजाओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा—

आयतनों का अनुपात = (भुजाओं का अनुपात)<sup>3</sup>

**Ex:** यदि दो घनों की भुजाओं का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.**

आयतनों का अनुपात

$$= (\text{भुजाओं का अनुपात})^3 = (2 : 3)^3 = 8 : 27$$

**59.** यदि दो घनों की भुजाओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

$$\text{पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात} = (\text{भुजाओं का अनुपात})^2$$

**Ex:** यदि दो घनों की भुजाओं का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.** पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = (भुजाओं का अनुपात)<sup>2</sup>  
(2 : 3)<sup>2</sup> = 4 : 9

**60.** यदि दो घनों के आयतनों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

$$(\text{पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात})^3 = (\text{आयतनों का अनुपात})^2$$

**Ex:** यदि दो घनों के आयतनों का अनुपात 1 : 8 दिया हुआ हो तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.**

$$(\text{पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात})^3 = (\text{आयतनों का अनुपात})^2 = (1 : 8)^2 = 1 : 64$$

$$\therefore \text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात} = \sqrt[3]{1:64} = 1 : 4$$

**61.** यदि दो शंकुओं की ऊँचाईयों और व्यास या त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो तब उनके आयतनों का अनुपात होगा—

$$\text{आयतनों का अनुपात} = (\text{त्रिज्याओं का अनुपात})^2 \times (\text{ऊँचाईयों का अनुपात})$$

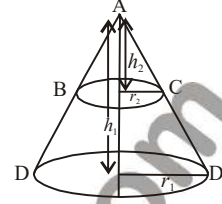
**Ex:** यदि दो शंकुओं की ऊँचाईयों और व्यास का अनुपात क्रमशः 1 : 4 और 4 : 5 दिया हुआ हो तो तब उनके आयतनों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\begin{aligned} \text{आयतनों का अनुपात} &= (4 : 5)^2 (1 : 4) = \frac{16}{25} \times \frac{1}{4} \\ &= 4 : 25 \end{aligned}$$

[व्यासों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात]

**अवधारणा (Concept):**



यदि एक समतल BC शंकु को दो भागों में बाँटता है, ऊपर वाले भाग का आयतन  $V_1$  और  $V_2$  और संपूर्ण शंकु का आयतन  $V_2$  है।

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 \quad (\text{समरूपता का प्रयोग करके})$$

**62.** यदि दो शंकुओं की त्रिज्याओं और उनके आयतनों का अनुपात दिया हुआ हो तब उनकी ऊँचाईयों का अनुपात होगा—

$$\text{ऊँचाईयों का अनुपात} = (\text{त्रिज्याओं के अनुपात के विपरीत})^2 \quad (\text{आयतनों का अनुपात})$$

**Ex:** यदि दो शंकुओं की त्रिज्याओं और उनके आयतनों का अनुपात क्रमशः 1 : 4 और 4 : 5 दिया हुआ हो तब उनकी ऊँचाईयों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\begin{aligned} \text{ऊँचाईयों का अनुपात} &= \left(\frac{1}{4} : \frac{1}{5}\right)^2 (4 : 5) = 16 \times \frac{4}{5} \\ &= 64 : 5 \end{aligned}$$

**63.** यदि दो शंकुओं के आयतनों और ऊँचाईयों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा—

$$= \sqrt{(\text{आयतनों का अनुपात}) (\text{ऊँचाईयों के अनुपात के विपरीत})}$$

**Ex:** यदि दो शंकुओं के आयतनों और ऊँचाईयों का अनुपात क्रमशः 4 : 1 और 4 : 9 दिया हुआ हो तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा—

$$\begin{aligned} \text{त्रिज्याओं का अनुपात} &= \sqrt{(4:1) \left(\frac{1}{4} : \frac{1}{9}\right)} = \sqrt{(4:1)(9:4)} \\ &= 3 : 1 \end{aligned}$$

64. यदि दो बेलनों की ऊँचाईयों तथा त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

**Ex:** यदि दो बेलनों की ऊँचाईयों तथा त्रिज्याओं का अनुपात क्रमशः 2 : 3 और 1 : 2 दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.** आवश्यक अनुपात = (2 : 3) (1 : 2) = 1 : 3

65. यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं और उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनकी ऊँचाईयों का अनुपात होगा—

(वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात) = (त्रिज्याओं के अनुपात के विपरीत)

**Ex:** यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं और उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्रमशः 3 : 5 और 6 : 7 दिया हुआ हो तो उनकी ऊँचाईयों का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.**

आवश्यक अनुपात

$$= (6 : 7) \left( \frac{1}{3} : \frac{1}{5} \right) = (6 : 7) (5 : 3) = \frac{30}{21} = 10 : 7$$

66. यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं और उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके त्रिज्याओं का अनुपात होगा—(वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात) (ऊँचाईयों के अनुपात के विपरीत)

**Ex:** यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं और उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्रमशः 1 : 3 और 4 : 5 दिया हुआ हो तो उनके त्रिज्याओं का अनुपात होगा—

**Sol<sup>n</sup>.**

$$\text{आवश्यक अनुपात} = (4 : 5) \left( 1 : \frac{1}{3} \right) = (4 : 5) (3 : 1) = 12 : 5$$

67. एक  $y$  वर्ग इकाई वाले क्षेत्र पर  $x$  इकाई वर्षा होती है यह मानकर की  $R\%$  वर्षा की बूँदें एकत्रित करके एक पूल में इकट्ठा की जाती है पूल का आधार  $x_1$  इकाई  $\times$   $y_1$  इकाई है

पूल में पानी के स्तर में वृद्धि होगी  $\frac{R}{100} \left( \frac{xy}{x_1 y_1} \right)$  इकाई

**Ex:** 1 किलोमीटर वर्गाकार क्षेत्रफल में 2 सेमी वर्षा होती है यह मानकर की 50% वर्षा की बूँदें एकत्रित होती हैं को 100 मी  $\times$  10 मी आधार वाले पूल में इकट्ठा की जाती हैं। पूल में पानी के स्तर में वृद्धि क्या होगी?

**Sol<sup>n</sup>.** वर्षा के पानी का आयतन = क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई  
 $= (1 \text{ किमी})^2 \times 2 \text{ सेमी} = (1000 \text{ मी})^2 \times 0.02 \text{ मी}$   
 $= 20,000 \text{ मी}^3$

एकत्रित पानी की मात्रा

$$= 20,000 \text{ का } 50\% \text{ मी}^3 = \frac{1}{2} \times 20,000 = 10,000 \text{ मी}^3$$

$\therefore$  पूल में पानी के स्तर में वृद्धि

$$= \frac{\text{एकत्रित पानी का आयतन}}{\text{पूल के आधार का क्षे.}} = \frac{10000}{10 \times 100} = 10 \text{ m.}$$

**विधि:2**

पूल में पानी के स्तर में वृद्धि

$$= \left[ \frac{(1000)^2 \times 0.02}{100 \times 10} \right] \frac{50}{100} = \frac{20000}{1000} \times \frac{1}{2} = 10 \text{ मी.}$$

68. यदि एक बेलन की त्रिज्या ' $x$ ' गुना और ऊँचाई ' $y$ ' गुना हो जाती है तब उसके नए आयतन का पुराने आयतन से अनुपात ( $x^2 y$ ) होगा।

**Ex:** यदि एक बेलन की त्रिज्या को दुगना कर दिया जाए और ऊँचाई को आधी कर दी जाए तब उसके नए आयतन का पुराने आयतन से अनुपात क्या होगा।

**Sol<sup>n</sup>.** माना बेलन की प्रारम्भ में त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः  $r$  सेमी और  $h$  सेमी है।

$$\text{तब, } V_1 = \pi r^2 h \text{ और } V_2 = \pi (2r)^2 \frac{h}{2} = 2\pi r^2 h$$

$$\frac{\text{नया आयतन}}{\text{पुराना आयतन}} = \frac{2\pi r^2 h}{\pi r^2 h} = \frac{2}{1} = 2 : 1$$

**विधि-2**

$$x = 2 \text{ और } y = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{आवश्यक अनुपात} = (2)^2 \times \frac{1}{2} = 2 : 1$$

69. यदि एक बेलन की त्रिज्या 'x' गुना और ऊँचाई 'y' गुना हो जाती है तब उसके नए वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात पुराने वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल से अनुपात xy होगा।

Ex: यदि एक बेलन की त्रिज्या 2 गुना और ऊँचाई आधी हो जाती है तब उसके नए वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात पुराने वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल से अनुपात क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>. माना बेलन की प्रारम्भ में त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः r सेमी और h सेमी है।

तब वास्तविक बेलन वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi rh$  और नए बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2\pi(2r) \times \frac{h}{2} = 2\pi rh$$

∴ आवश्यक अनुपात

$$= \frac{\text{नए वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{पुराने वक्र पृष्ठ का क्षे.}} = \frac{2\pi rh}{2\pi rh} = 1 : 1$$

विधि : 2

$$\text{यहाँ, } x = 2 \text{ और } y = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{आवश्यक अनुपात} = 2 \times \frac{1}{2} = 1 : 1$$

70. एक कूँआ जिसका व्यास 'D' मीटर और त्रिज्या 'r' मीटर

है (यहाँ,  $r = \frac{D}{2}$ ) 'h' मीटर की गहराई तक खोदा जाता है, कूँए से निकली मिट्टी को कूँए के मुँडेर के चारों ओर 'w' मीटर चौड़ाई वाले चबूतरों के रूप में जमा दिया जाता है। तब चबूतरों की ऊँचाई होगी—

$$\left[ \frac{r^2 h}{w(w+D)} \right] \text{ मीटर}$$

Ex: 11.2 मीटर व्यास वाले कूँए को 8 मीटर गहराई तक खोदा जाता है और इससे निकली मिट्टी को इसके चारों ओर 7 मीटर चौड़ाई वाले चबूतरों के रूप में जमा दिया जाता है। तब चबूतरों की ऊँचाई क्या होगी?

Sol<sup>n</sup>. निकाले गए मिट्टी का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{22}{7} \times \left( \frac{11.2}{2} \right)^2 \times 8$$

$$= \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6 \times 8 = 788.48 \text{ m}^3$$

$$\begin{aligned} \text{चबूतरों का क्षेत्रफल} &= \pi(5.6+7)^2 - \pi(5.6)^2 \\ &= \pi[(5.6+7)^2 - (5.6)^2] \\ &= \pi[(5.6+7-5.6)(5.6+5.6+7)] \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 18.2 = 400.4 \text{ मी}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{चबूतरों की ऊँचाई} = \frac{788.48}{400.4}$$

$$= 1.97 \text{ मीटर}$$

विधि-2

चबूतरों की ऊँचाई

$$= \frac{5.6 \times 5.6 \times 8}{7(7+11.2)} = \frac{6.4 \times 5.6}{18.2} = 1.97 \text{ मीटर}$$

71: एक समकोण त्रिभुज जिसका आधार x मीटर और ऊँचाई y मीटर है, को इसकी ऊँचाई के चारों ओर घुमाया जाता है इस प्रकार बने शंकु का आयतन होगा—

$$(i) \text{ शंकु का आयतन} = \left[ \frac{\pi}{3} x^2 y \right] \text{ घन मीटर}$$

(ii) शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \left[ \pi x \left( \sqrt{x^2 + y^2} \right) \right] \text{ मी}^2$$

Ex: एक समकोण त्रिभुज जिसका आधार 3 मीटर और ऊँचाई 4 मीटर है, को इसकी ऊँचाई के चारों ओर घुमाया जाता है इस प्रकार बने शंकु का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol<sup>n</sup>.

आवश्यक आयतन

$$= \frac{\pi}{3} x^2 y = \frac{\pi}{3} \times 3 \times 3 \times 4 = 12\pi \text{ घन मीटर}$$

$$\begin{aligned} \text{पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \pi x (\sqrt{x^2 + y^2}) \\ &= \pi \times 3 \times \sqrt{3^2 + 4^2} = 15\pi \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

72. एक समकोण त्रिभुज जिसका आधार  $x$  मीटर और ऊँचाई  $y$  मीटर है, को इसकी आधार के चारों ओर घुमाया जाता है इस प्रकार बने शंकु का आयतन होगा—

$$(i) \text{ शंकु का आयतन} = \left[ \frac{\pi}{3} xy^2 \right] \text{ घन मीटर}$$

$$(ii) \text{ पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi y (\sqrt{x^2 + y^2}) \text{ वर्ग मीटर}$$

**Ex:** एक समकोण त्रिभुज जिसका आधार 3 मीटर और ऊँचाई 4 मीटर है, को इसकी आधार के चारों ओर घुमाया जाता है इस प्रकार बने शंकु का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

$$\text{Sol}^n. \text{ शंकु का आयतन} = \frac{\pi}{3} \times 3 \times 4 \times 4 = 16\pi \text{ मी}^3$$

$$\text{शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi \times 4 \times 5 = 20\pi \text{ मी}^2$$

त्रिज्या = त्रिभुज की ऊँचाई

तिर्यक ऊँचाई = त्रिभुज का कर्ण

73. यदि किसी घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई में  $x\%$ ,  $y\%$  और  $z\%$  की वृद्धि कर दी जाए तो इसके आयतन में वृद्धि होगी—

$$= \left[ x + y + z + \frac{xy + xz + yz}{100} + \frac{xyz}{(100)^2} \right] \%$$

**Ex:** दो घन जिनमें प्रत्येक की भुजा 10 सेमी है, को जोड़कर एक घनाभ बनाया जाता है इस प्रकार बने घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** घनाभ की ऊँचाई और चौड़ाई घन के बराबर होंगी तथा लंबाई दुगुनी हो जाएगी।

$$\text{लंबाई } (l) = 2 \times 10 = 20 \text{ सेमी.}$$

$$\text{चौड़ाई } (b) = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\text{ऊँचाई } (h) = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2[lb + bh + lh] \\ &= 2[20 \times 10 + 10 \times 10 + 20 \times 10] \\ &= 2[500] = 1000 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Ex:** एक वृत्ताकार तार जिसकी त्रिज्या 42 सेमी है को काटकर एक आयताकार शीट के रूप में मोड़ा जाता है जिसकी भुजाओं का अनुपात 6 : 5 है आयत की छोटी भुजा ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** तार की लम्बाई = वृत्त की परिधि

$$= 2\pi \times 42 = \frac{2 \times 22 \times 42}{7} = 264 \text{ सेमी}$$

$$\text{आयत का परिमाण} = 264 \text{ सेमी}$$

परिमाण में लंबाई और चौड़ाई 2 बार शामिल है अतः भुजा ज्ञात करते समय 2 से और विभाजित करेंगे।

$$\text{अतः लंबाई} = \frac{264}{2(6+5)} \times 6 = 72 \text{ सेमी}$$

$$\text{और चौड़ाई} = \frac{264}{2(6+5)} \times 5 = 60 \text{ सेमी}$$

**Ex:** एक लम्ब वृत्तीय शंकु एक घन के अन्दर इस प्रकार व्यवस्थित है कि शंकु का आधार घन के एक फलक पर है तथा शंकु का शीर्ष घन के विपरीत फलक पर है। यदि घन का आयतन 343 घन सेमी है तब शंकु का आयतन लगभग होगा—

$$\text{Sol}^n. \text{ घन का किनारा} = \sqrt[3]{343} = 7 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{ शंकु की त्रिज्या} = 3.5 \text{ सेमी}$$

$$\text{आयतन} = 89.83 \text{ या } 90$$



## प्रश्नावली (क्षेत्रफल और परिमाण)

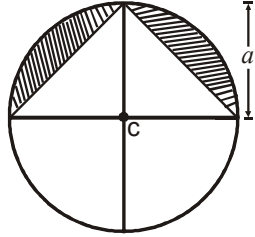
1. एक वर्ग का विकर्ण  $4\sqrt{2}$  सेमी. है, दूसरे वर्ग का विकर्ण क्या होगा जिसका क्षेत्रफल पहले का दुगुना है।  
 (a)  $8\sqrt{2}$  सेमी (b) 16 सेमी  
 (c)  $\sqrt{32}$  सेमी (d) 8 सेमी
2. यदि दो वर्ग के विकर्ण का अनुपात 2 : 5, तो इनके क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{2} : \sqrt{5}$  (b) 2 : 5  
 (c) 4 : 25 (d) 4 : 5
3. यदि दो वर्ग के क्षेत्रफल का अनुपात 225 : 256 है, तब इनके परिमाण का अनुपात क्या होगा?  
 (a) 225 : 256 (b) 256 : 225  
 (c) 15 : 16 (d) 16 : 15
4. चारों कोनों वाली एक वर्गाकार सीट की भुजा 4 सेमी. है तो 2 सेमी. त्रिज्या के चाप से चार टुकड़े काट लिये गये तो बचे हुए भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a)  $(8 - \pi)$  वर्ग सेमी.  
 (b)  $(16 - 4\pi)$  वर्ग सेमी.  
 (c)  $(16 - 8\pi)$  वर्ग सेमी.  
 (d)  $(4 - 2\pi)$  वर्ग सेमी.
5. एक रूम जिसकी लम्बाई 8 मीटर और चौड़ाई 6 मीटर है इसको ढकने के लिए ऐसे कितने टाइल्स की जरूरत होगी जबकि प्रत्येक टाइल्स 4 डेसीमीटर<sup>2</sup> हैं।  
 (a) 1200 (b) 1260  
 (c) 1280 (d) 1300
6. एक गोलाकार तार का व्यास 42 सेमी. है जिसे मोड़कर एक आयत बनाया गया जिनकी भुजाओं का अनुपात 5 : 6 है, तो आयत द्वारा निर्मित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करो।  
 (a) 540 सेमी<sup>2</sup> (b) 1080 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 2160 सेमी<sup>2</sup> (d) 4320 सेमी<sup>2</sup>
7. A एक आयतकार मैदान को विकर्णवत पार करने में 15 सेकण्ड, 52 मीटर प्रति मिनट की दर से लेता है तब B उतना ही समय उस क्षेत्र को किनारे से पार करने में 68 मीटर प्रति मिनट की दर से लेता है। मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात करें।  
 (a) 30 मी<sup>2</sup> (b) 40 मी<sup>2</sup>  
 (c) 50 मी<sup>2</sup> (d) 60 मी<sup>2</sup>
8. 38 मीटर लम्बे और 32 मीटर चौड़े मैदान के अन्दर की तरफ चारों ओर एक समान चौड़ाई का रास्ता है। यदि रास्ते का क्षेत्रफल 600 मीटर<sup>2</sup> है, तब रास्ते की चौड़ाई क्या होगी?  
 (a) 30 मी. (b) 5 मी.  
 (c) 18.75 मी. (d) 10 मी.
9. किसी आयत की लम्बाई व चौड़ाई में क्रमशः 20% और 25% की वृद्धि कर देते हैं। तब नये बने आयत के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात करें।  
 (a) 60% (b) 50%  
 (c) 40% (d) 30%
10. 200 मीटर लम्बे और 180 मीटर चौड़े एक आयताकार बगीचे के चारों ओर एक 10 मीटर चौड़ी गली है। तब इस रास्ते का क्षेत्रफल (वर्गमीटर में) होगा।  
 (a) 8000 (b) 7000  
 (c) 7500 (d) 8200
11. एक आयत की माप के दौरान उसकी लम्बाई में 5% की अधिकता व चौड़ाई में 2% की कमी पायी जाती है। तब आयत के क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात करें।  
 (a) 3.3 (b) 3.0  
 (c) 2.9 (d) 2.7
12. एक आयताकार बगीचे की लम्बाई व चौड़ाई का अनुपात 3:4 है। बगीचे का क्षेत्रफल  $\frac{1}{12}$  हैक्टेयर है। तब बगीचे की लम्बाई है—  
 (a) 25 मीटर (b) 50 मीटर  
 (c) 75 मीटर (d) 100 मीटर

13. एक आयताकार क्षेत्र की लम्बाई व चौड़ाई का अनुपात 7:4 है। जिसके चारों ओर एक 4 मीटर चौड़ाई का रास्ता है जिसका क्षेत्रफल 416 मीटर<sup>2</sup> है। क्षेत्र की चौड़ाई (मीटर में) है।  
 (a) 28 (b) 14  
 (c) 15 (d) 16
14. यदि किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 1176 सेमी<sup>2</sup> है और त्रिभुज के आधार और आधार पर लम्ब का अनुपात 3:4 है, तब त्रिभुज का लम्ब होगा—  
 (a) 42 सेमी. (b) 52 सेमी.  
 (c) 54 सेमी. (d) 56 सेमी.
15. त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$  है यदि त्रिभुज का परिमाण 52 सेमी. है, तब सबसे छोटी भुजा की लम्बाई क्या होगी?  
 (a) 24 सेमी. (b) 18 सेमी.  
 (c) 12 सेमी. (d) 9 सेमी.
16. एक त्रिभुजाकार मैदान की भुजाएँ 30 मी., 72 मी., और 78 मी. है, तब 72 मी. वाली भुजा पर डाले गये लम्ब की लम्बाई है—  
 (a) 25 मी. (b) 28 मी.  
 (c) 30 मी. (d) 35 मी.
17. ABC एक 2 सेमी. भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है। बिन्दु A, B, व C केन्द्र मानकर 1 सेमी. त्रिज्या की तीन चाप बनायी गयी। त्रिभुज के अन्दर तीनों चाप द्वारा घेरे गये क्षेत्र का क्षेत्रफल है—  
 (a)  $\left(3\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$  सेमी<sup>2</sup>  
 (b)  $\left(\sqrt{3} - \frac{3\pi}{2}\right)$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$  सेमी<sup>2</sup>  
 (d)  $\left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{3}\right)$  सेमी<sup>2</sup>
18. 10 सेमी भुजा वाले समबाहु त्रिभुज ABC में बिन्दु D व E भुजा BC को तीन भागों में विभाजित करता है। तब AD की लम्बाई (सेमी.में) है—  
 (a)  $3\sqrt{7}$  (b)  $7\sqrt{3}$   
 (c)  $\frac{10\sqrt{7}}{3}$  (d)  $\frac{7\sqrt{10}}{3}$
19. अगर एक समबाहु त्रिभुज के परिमाण का मान इसके क्षेत्रफल का  $\sqrt{3}$  गुणा है तो त्रिभुज की भुजा क्या होगी।  
 (a) 2 इकाई (b) 3 इकाई  
 (c) 4 इकाई (d) 6 इकाई
20. एक त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई का अनुपात 3 : 4 : 5 है व क्षेत्रफल 72 वर्ग इकाई है। तो उस समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल बताए जिसका परिमाण पहले वाली त्रिभुज के परिमाण के बराबर है।  
 (a)  $32\sqrt{3}$  वर्ग इकाई  
 (b)  $48\sqrt{3}$  वर्ग इकाई  
 (c)  $24\sqrt{3}$  वर्ग इकाई  
 (d)  $64\sqrt{3}$  वर्ग इकाई
21. एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज को 7 सेमी त्रिज्या वाले अर्द्धवृत्त में अंतर्निहित किया गया है। तदनुसार उस त्रिभुज को छोड़कर, अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा।  
 (a) 14 सेमी<sup>2</sup> (b) 28 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 44 सेमी<sup>2</sup> (d) 68 सेमी<sup>2</sup>
22. एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष से आधार तक खींचा गया लंब 8 सेमी है और उसका परिमाण 64 सेमी है तो उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात किजिए?  
 (a) 240 (b) 180  
 (c) 360 (d) 120
23. एक समचतुर्भुज के विकर्ण 24 सेमी. व 10 सेमी. है, तो समचतुर्भुज का परिमाण क्या होगा?  
 (a) 68 (b) 65  
 (c) 54 (d) 52



24. एक समचतुर्भुज का परिमाण 40 सेमी. है व एक विकर्ण की लम्बाई 12 सेमी. है। दूसरे विकर्ण की लम्बाई क्या होगी?
- (a) 12 सेमी. (b)  $\sqrt{136}$  सेमी.  
(c) 16 सेमी. (d)  $\sqrt{44}$  सेमी.
25. एक समलम्ब मैदान का क्षेत्रफल 1440 मी<sup>2</sup> है। इसकी समान्तर भुजाओं के बीच की दूरी 24 मी है। इसकी समान्तर भुजाओं की लम्बाई का अनुपात 5:3 है। इसकी लम्बी वाली की भुजा की लम्बाई कितनी होगी?
- (a) 75 मी. (b) 45 मी.  
(c) 120 मी. (d) 60 मी.
26. समचतुर्भुज की एक भुजा की लम्बाई 6.5 सेमी. व ऊँचाई 10 सेमी. हैं अगर एक विकर्ण की लम्बाई 26 सेमी. है। तो दूसरे विकर्ण की लम्बाई क्या होगी?
- (a) 5 सेमी. (b) 10 सेमी.  
(c) 6.5 सेमी. (d) 26 सेमी.
27. एक समान्तर चतुर्भुज की भुजाएँ 15 सेमी. व 7 सेमी. लम्बी है। एक विकर्ण की लम्बाई 20 सेमी. है। चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 42 सेमी<sup>2</sup> (b) 60 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 84 सेमी<sup>2</sup> (d) 96 सेमी<sup>2</sup>
28. एक समान्तर चतुर्भुज ABCD की भुजाएँ AB = 24 सेमी. और AD = 16 सेमी. है। AB व DC के बीच 10 सेमी. की दूरी है। भुजा है। भुजा AD और DC के बीच की दूरी ज्ञात करे?
- (a) 16 सेमी. (b) 18 सेमी.  
(c) 15 सेमी. (d) 26 सेमी.
29. एक समचतुर्भुज का एक कोण 60° है। यदि प्रत्येक भुजा 8 सेमी. है। इसके लम्बे वाले विकर्ण की लम्बाई क्या होगी?
- (a)  $8\sqrt{3}$  सेमी. (b) 8 सेमी.  
(c)  $4\sqrt{3}$  सेमी. (d)  $\frac{8}{\sqrt{3}}$  सेमी.
30. एक समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई  $40\sqrt{2}$  सेमी. विकर्ण वाले वर्ग के बराबर है। यदि समचतुर्भुज के विकर्णों का अनुपात 8 : 9 तो बड़े वाला विकर्ण की लम्बाई (सेमी.) ज्ञात करें।
- (a) 30 (b) 60  
(c) 20 (d) 40
31. एक समषट्भुज की प्रत्येक भुजा 1 सेमी. है तो समषट्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
- (a)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  सेमी<sup>2</sup> (b)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  सेमी<sup>2</sup>  
(c)  $4\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $3\sqrt{2}$  सेमी<sup>2</sup>
32. एक वृत्ताकार पहिए का व्यास 7 मी. है। 22 किमी. की दूरी तय करने के लिए कितने चक्कर लगाने होंगे।
- (a) 100 (b) 400  
(c) 500 (d) 1000
33. दो संकेन्द्रीय वृत्तों के बीच का क्षेत्रफल क्या होगा। जिनकी परिधी 88 सेमी. और 132 सेमी. है।
- (a) 780 सेमी.<sup>2</sup> (b) 770 सेमी.<sup>2</sup>  
(c) 715 सेमी.<sup>2</sup> (d) 660 सेमी.<sup>2</sup>
34. A 40 मिनट में एक वृत्ताकार पथ के 8 चक्कर लगा सकता है। यदि वृत्ताकार पथ का व्यास 10 गुणा बढ़ा दिया जाए तब A को नए पथ के चारों ओर उसी चाल से 1 चक्कर लगाने में कितना समय लगेगा?
- (a) 25 मिनट (b) 20 मिनट  
(c) 50 मिनट (d) 100 मिनट
35. 3 वृत्त जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या 3.5 सेमी. है, को इस प्रकार रखा जाता है कि एक वृत्त बाकी दो वृत्तों को स्पर्श करता है। तो तीनों वृत्तों के द्वारा घेरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 1.905 सेमी<sup>2</sup> (b) 1.985 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 19.67 सेमी<sup>2</sup> (d) 21.21 सेमी<sup>2</sup>
36. एक वृत्त का क्षेत्रफल 22 सेमी<sup>2</sup> बढ़ा दिया जाता है, तो उसकी त्रिज्या 1 सेमी. से बढ़ जाती है, तो वृत्त की वास्तविक त्रिज्या ज्ञात करें।
- (a) 6 सेमी. (b) 3.2 सेमी  
(c) 3 सेमी. (d) 3.5 सेमी.

37. दिए गए चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



- (a)  $\frac{a^2}{2} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right)$  वर्ग इकाई  
 (b)  $a^2 (\pi - 1)$  वर्ग इकाई  
 (c)  $a^2 \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right)$  वर्ग इकाई  
 (d)  $\frac{a^2}{2} (\pi - 1)$  वर्ग इकाई

38. एक कार के पहिए को 440 मी. की दूरी तय करने में 1000 चक्कर लगाने पड़ते हैं। तो पहिए का व्यास मीटर में ज्ञात करें।

- (a) 0.44 (b) 0.14  
 (c) 0.24 (d) 0.34

39. एक वृत्त की परिधी 11 सेमी. है और वृत्त के एक भाग का कोण  $60^\circ$  है, तो इस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

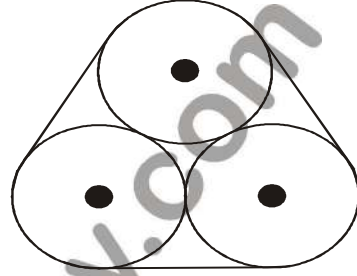
$$\left( \pi = \frac{22}{7} \right)$$

- (a)  $1 \frac{29}{48}$  सेमी.<sup>2</sup> (b)  $2 \frac{29}{48}$  सेमी.<sup>2</sup>  
 (c)  $1 \frac{27}{48}$  सेमी.<sup>2</sup> (d)  $2 \frac{27}{48}$  सेमी.<sup>2</sup>

40. 12 सेमी व्यास वाला एक गियर 18 सेमी व्यास के दूसरे गियर को घुमा रहा है यदि छोटे गियर ने 42 चक्कर लगाए हो तो बड़े गियर द्वारा लगाए गए चक्करो की संख्या कितनी है।

- (a) 28 (b) 20  
 (c) 15 (d) 24

41. तीन वर्ग जिनमें प्रत्येक का व्यास 10 मी. है को एक रबड़ बैंड के साथ एक साथ बांध दिया जाता है। जैसा चित्र में दिखाया गया है।



रबड़ बैंड की लंबाई ज्ञात करें यदि यह खिंची हुई है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है।

- (a) 30 (b)  $30 + 10\pi$   
 (c)  $10\pi$  (d)  $60 + 20\pi$

42. एक वृत्ताकार पार्क के चारों ओर 7 मी. चौड़ाई की एक सड़क है, जिसकी परिधी 176 मी. है, तो सड़क क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\left( \pi = \frac{22}{7} \right)$$

- (a) 1386 मी.<sup>2</sup> (b) 1472 मी.<sup>2</sup>  
 (c) 1512 मी.<sup>2</sup> (d) 1760 मी.<sup>2</sup>

43. एक वृत्ताकार मैदान के चारों ओर एक सड़क है, यदि बाह्य और आन्तरिक परिधी का अन्तर 66 मी. है तो

$$\text{सड़क की चौड़ाई ज्ञात करो।} \left( \pi = \frac{22}{7} \right)$$

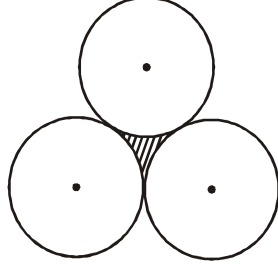
- (a) 10.5 मीटर (b) 7 मीटर  
 (c) 5.25 मीटर (d) 21 मीटर

44. एक व्यक्ति को एक वृत्ताकार मैदान को इसके व्यास के साथ पार करने में, इसके परिधी के साथ पार करने में लगे समय से 30 सैकेण्ड कम लगती हैं। यदि उसकी गति 30 मी./मिनट है, तो वृत्ताकार मैदान की त्रिज्या ज्ञात

$$\text{करो।} \left( \pi = \frac{22}{7} \right)$$

- (a) 5.5 मीटर (b) 7.5 मीटर  
 (c) 10.5 मीटर (d) 3.5 मीटर

45. तीन वर्ग जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या 'a' सेमी. है तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

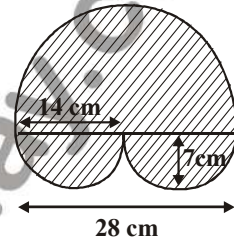


- (a)  $\left(\frac{\sqrt{3} + \pi}{2}\right) a^2$  वर्ग सेमी.  
 (b)  $\left(\frac{6\sqrt{3} - \pi}{2}\right) a^2$  वर्ग सेमी.  
 (c)  $(\sqrt{3} - \pi) a^2$  वर्ग सेमी.  
 (d)  $\left(\frac{2\sqrt{3} - \pi}{2}\right) a^2$  वर्ग सेमी.
46. 120 मी. परिमाण के वर्ग के अंदर बनाया गया बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
- (a)  $\frac{22}{7} \times (15)^2$  सेमी<sup>2</sup>  
 (b)  $\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $(\sqrt{3} - \pi) a^2$  सेमी<sup>2</sup>  
 (d)  $\left(\frac{2\sqrt{3} - \pi}{2}\right) a^2$  सेमी<sup>2</sup>
47. एक वृत्त की परिधी 100 सेमी. है, वृत्त के अंदर बनाए गए वर्ग की भुजा ज्ञात करें।
- (a)  $\left(\frac{100\sqrt{2}}{\pi}\right)$  सेमी. (b)  $\left(\frac{50\sqrt{2}}{\pi}\right)$  सेमी.  
 (a)  $\frac{100}{\pi}$  सेमी. (d)  $50\sqrt{2}$  सेमी.

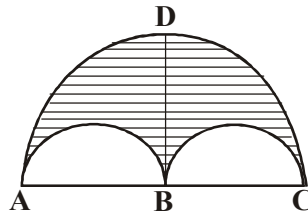
48. एक आयत 18 सेमी. लम्बी व 14 सेमी. चौड़ी है, इस आयत के अंदर बनाए गए बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 49 सेमी<sup>2</sup> (b) 154 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 378 सेमी<sup>2</sup> (d) 1078 सेमी<sup>2</sup>
49. एक त्रिभुज की भुजाएँ 6 सेमी., 8 सेमी. और 10 सेमी. हैं। इसके अंदर बनाए गए बड़े से बड़े वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 18 सेमी<sup>2</sup> (b) 15 सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $\frac{2304}{49}$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $\frac{576}{49}$  सेमी<sup>2</sup>
50. एक त्रिभुज के अंतःवृत्त की त्रिज्या 2 सेमी. है, यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 6 सेमी<sup>2</sup> है, तो इसका परिमाण क्या होगा?
- (a) 2 सेमी (b) 3 सेमी  
 (c) 6 सेमी (d) 9 सेमी
51. एक सम्बाहु त्रिभुज के अंदर एक वृत्त बनाया गया और वृत्त के अंदर एक वर्ग बनाया गया। तो त्रिभुज के क्षेत्रफल और वर्ग के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?
- (a)  $\sqrt{3} : 4$  (b)  $\sqrt{3} : 8$   
 (c)  $3\sqrt{3} : 2$  (d)  $3\sqrt{3} : 1$
52. एक आयत का परिमाण 160 मीटर है और इसकी दो भुजाओं का अंतर 48 मीटर है। एक वर्ग की भुजा ज्ञात करें जिसका क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल के बराबर है।
- (a) 32 मीटर (b) 8 मीटर  
 (c) 4 मीटर (d) 16 मीटर
53. यदि एक वृत्त की त्रिज्या को 50% बढ़ा दिया जाए तो इसके क्षेत्रफल में कितनी वृद्धि होगी।
- (a) 125% (b) 100%  
 (c) 75% (d) 50%
54. एक वर्गाकार मैदान को सपाट कराने का खर्चा 160 रुपये/हेक्टेयर की दर से 1440 रु है। तो मैदान के चारों तरफ बाढ़ लगाने का खर्चा 75 पैसे/मीटर के दर से क्या होगा?
- (a) Rs. 900 (b) Rs. 1800  
 (c) Rs. 360 (d) Rs. 810

55. एक आयत की लंबाई उसकी चौड़ाई की दोगुनी है। यदि लंबाई को 5 सेमी. कम कर दिया जाए और चौड़ाई को 5 सेमी. बढ़ा दिया जाए तो आयत का क्षेत्रफल 75 सेमी<sup>2</sup> बढ़ जाता है, तो आयत की लंबाई ज्ञात करे।  
 (a) 20 सेमी. (b) 30 सेमी.  
 (c) 40 सेमी. (d) 50 सेमी.
56. एक आयतकार हॉल के फर्श की विमाएँ 4 मी × 3 मी फर्श पर टाइल बिछाने के लिए 8 सेमी × 6 सेमी कितनी टाइलों की आवश्यकता होगी?  
 (a) 4800 (b) 2600  
 (c) 2500 (d) 2400
57. एक 100 मीटर भुजा वाले वर्गाकार मैदान के केन्द्र में एक वृत्ताकार फूलों का बगीचा है। यदि वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल फूलों के बगीचे को छोड़कर 8614 मीटर<sup>2</sup> है, तो फूलों के बगीचे की त्रिज्या क्या होगी?  
 (a) 31 मीटर (b) 21 मीटर  
 (c) 41 मीटर (d) इनमें से कोई नहीं
58. एक 20 मी भुजा वाला वर्गाकार पेपर है। दो विपरित भुजाओं को व्यास मानकर अन्दर की तरफ दो अर्द्धवृत्त बनाए जाते हैं। दोनों अर्द्धवृत्त का क्षेत्र हटा दिया जाता है। तो अब बचे हुए पेपर का क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a)  $(40 - 2\pi)$  मी<sup>2</sup>  
 (b)  $(400 - 200\pi)$  मी<sup>2</sup>  
 (c)  $(400 - 100\pi)$  मी<sup>2</sup>  
 (d)  $200\pi$  मी<sup>2</sup>
59. एक वृत्त का क्षेत्रफल एक वर्ग के क्षेत्रफल के बराबर है। तब वर्ग की भुजा का वृत्त की त्रिज्या के साथ अनुपात क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{\pi} : 1$  (b)  $1 : \sqrt{\pi}$   
 (c)  $1 : \pi$  (d)  $\pi : 1$
60. एक तार एक समबाहु त्रिभुज के आकार में है। जिसका क्षेत्रफल 5 मी<sup>2</sup> है। इसको एक वृत्त के आकार में बदला जाता है, तो वृत्त की त्रिज्या क्या होगी?  
 (a)  $\frac{3\sqrt{20}}{2\pi}$  मी (b)  $3^{3/4} \frac{\sqrt{20}}{2\pi}$  मी  
 (c)  $\sqrt{3} \frac{\sqrt{20}}{2\pi}$  मी (d)  $\frac{3^{3/4} \sqrt{20}}{2\pi}$  मी

61. एक वृत्त के केन्द्र से बने चाप का क्षेत्रफल 12.4 सेमी<sup>2</sup> है। यदि वो चाप केन्द्र से 60° का कोण बनाती हो तो वो वृत्त के बचे हुए भाग का क्षेत्रफल क्या होगा।  
 (a) 70 वर्ग सेमी. (b) 80 वर्ग सेमी.  
 (c) 62 वर्ग सेमी (d) 85 वर्ग सेमी.
62. दिए गए चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल (सेमी<sup>2</sup>) ज्ञात करे।



- (a) 324 (b) 428  
 (c) 462 (d) 500
63. एक वृत्त जिसकी त्रिज्या  $a$  है, को 6 बराबर भागों में बाटा गया है। सभी भागों की जीवाओं पर वृत्त से बाहर की ओर समबाहु त्रिभुज बनाए गए हैं। इस प्रकार बने चित्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।  
 (a)  $\frac{3\sqrt{3}\pi a^2}{2}$  (b)  $\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$   
 (c)  $3\pi a^2$  (d)  $3\sqrt{3}a^2$
64. माना  $AB = 4$  सेमी. और  $BD = 4\sqrt{3}$  सेमी. है। तो चित्र में दिखाए गए अनुसार छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करे।

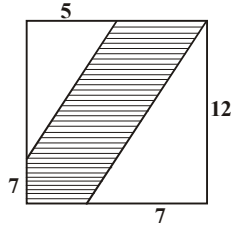


- (a)  $48\pi$  (b)  $24\pi$   
 (c)  $16\pi$  (d)  $12\pi$

65. एक समचतुर्भुज के एक विकर्ण की लम्बाई दूसरे विकर्ण की 80% है। तब समचतुर्भुज का क्षेत्रफल उसके बड़े विकर्ण के वर्ग का कितना गुना होगा?

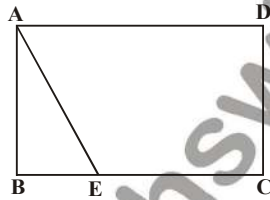
- (a)  $\frac{4}{5}$  (b)  $\frac{2}{5}$   
(c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $\frac{1}{4}$

66. चित्र में दिखाए गए छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



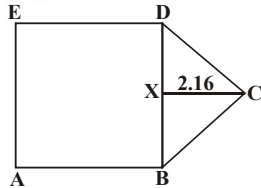
- (a) 77 वर्ग इकाई (b) 89.5 वर्ग इकाई  
(c) 72 वर्ग इकाई (d) 69 वर्ग इकाई

67. दिए गए चित्र में ABCD एक आयत है और  $\triangle ABE$  का क्षेत्रफल = 15 सेमी<sup>2</sup> है, यदि  $EC = 2 BE$  तो आयत का क्षेत्रफल सेमी<sup>2</sup> में क्या होगा?



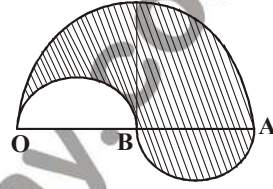
- (a) 24 (b) 48  
(c) 90 (d) 120

68. दिए गए चित्र में  $AB = BD = DE = EA = 2.5$  सेमी. यदि  $BX = XD$  तो चित्र का क्षेत्रफल क्या होगा? (सेमी<sup>2</sup>.)



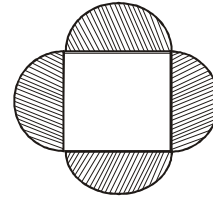
- (a) 18.41 सेमी<sup>2</sup> (b) 15.40 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 12.70 सेमी<sup>2</sup> (d) 8.95 सेमी<sup>2</sup>

69. दिए गए चित्र में छायांकित भाग के किनारे (boundary) से तीन अर्द्धवृत्त बने हैं। छोटे वाले दोनों अर्द्धवृत्त बराबर हैं। यदि बड़े वाले अर्द्धवृत्त का व्यास 10 सेमी. है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या है? ( $\pi = 3.14$ ):



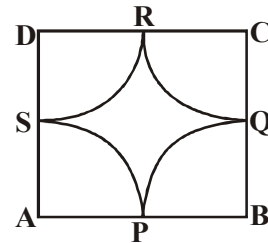
- (a) 39.25 सेमी<sup>2</sup> (b) 46.45 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 35.60 सेमी<sup>2</sup> (d) 37.95 सेमी<sup>2</sup>

70. दिए गए चित्र में केन्द्र में एक वर्ग है, जिसकी चारों भुजाओं पर चार अर्द्धवृत्त बने हुए हैं। वर्ग की भुजा की लम्बाई 21 मीटर है। इस क्षेत्र में गुलाब के पेड़ लगाने हैं। यदि प्रत्येक गुलाब के पेड़ को 6 वर्ग मीटर क्षेत्र चाहिए। तो कितने पेड़ों की जरूरत होगी?

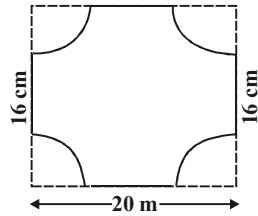


- (a) 176 (b) 163  
(c) 168 (d) 189

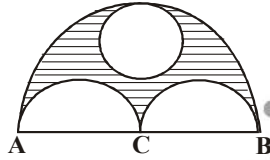
71. एक 63 मीटर भुजा वाले वर्गाकार मैदान के चारों कोनों पर 4 घोड़े बाँध दिए जाते हैं। वो एक-दूसरे को सिर्फ स्पर्श कर सकते हैं। तो मैदान का बिना चरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा?



- (a) 675.5 मीटर<sup>2</sup> (b) 780.6 मीटर<sup>2</sup>  
 (c) 785.8 मीटर<sup>2</sup> (d) 850.5 मीटर<sup>2</sup>
72. एक आयताकार टुकड़े की लंबाई 20 मी. और चौड़ाई 16 मीटर है, इसके चारों कोनों से 3.5 मीटर त्रिज्या के चतुर्थांश काटे जाते हैं। तो बचे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा?



- (a) 281.5 मीटर<sup>2</sup> (b) 276.4 मीटर<sup>2</sup>  
 (c) 265.6 मीटर<sup>2</sup> (d) 264.8 मीटर<sup>2</sup>
73. दिए गए चित्र में बड़े वाले अर्द्धवृत्त का व्यास 56 सेमी. है और सबसे छोटे वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी. है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



- (a) 482 सेमी<sup>2</sup> (b) 462 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 654 सेमी<sup>2</sup> (d) 804 सेमी<sup>2</sup>
74. 5 वर्गों का परिमाण क्रमशः 24 सेमी., 32 सेमी., 40 सेमी., 76सेमी., और 80 सेमी. है। एक दूसरे वर्ग का परिमाण क्या होगा? जिसका क्षेत्रफल इन पाँच वर्गों के क्षेत्रफल के योग के बराबर है।
- (a) 31 सेमी<sup>2</sup> (b) 62 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 124 सेमी<sup>2</sup> (d) 961 सेमी<sup>2</sup>
75. एक अर्द्धवृत्त का परिमाण (मीटर में) संख्या में इसका क्षेत्रफल (वर्ग मीटर) के बराबर है। तो इसका व्यास कितना होगा? ( $\pi = \frac{22}{7}$ )

- (a)  $3\frac{3}{11}$  मीटर (b)  $5\frac{6}{11}$  मीटर  
 (c)  $6\frac{6}{11}$  मीटर (d)  $6\frac{2}{11}$  मीटर

76. एक वृत्त की परिधी 11 सेमी. है और वृत्त के एक भाग का कोण  $60^\circ$  है। तो इस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$$

- (a)  $1\frac{29}{48}$  सेमी<sup>2</sup> (b)  $2\frac{29}{48}$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $1\frac{27}{48}$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $2\frac{27}{48}$  सेमी<sup>2</sup>

77. एक वृत्त का क्षेत्रफल इसकी त्रिज्या के वर्ग के समानुपाती है। एक पाँच सेमी. त्रिज्या के वृत्त के अंदर एक तीन सेमी. त्रिज्या का वृत्त बनाया जाता है। दोनों वृत्तों के बीच के बीच का क्षेत्रफल का बड़े वाले वृत्त के क्षेत्रफल से अनुपात क्या होगा?

- (a) 9 : 16 (b) 9 : 25  
 (c) 16 : 25 (d) 16 : 27

78. एक समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त और अंतःवृत्त के क्षेत्रफल का अंतर 44वर्ग सेमी. है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा? ( $\pi = \frac{22}{7}$ )

- (a) 28 सेमी<sup>2</sup> (b)  $7\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $14\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> (d) 21 सेमी<sup>2</sup>

79. एक वर्ग और एक वृत्ताकार मैदान का परिमाण समान है, यदि वृत्ताकार मैदान का क्षेत्रफल 3850 वर्ग मीटर है, तो वर्ग का क्षेत्रफल (वर्ग मीटर) क्या होगा?

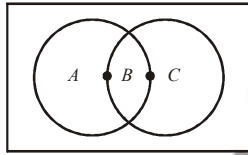
- (a) 4225 (b) 3025  
 (c) 2500 (d) 2025

80. एक वर्ग और एक आयत का क्षेत्रफल समान है, आयत की लम्बाई वर्ग की एक भुजा से 5 सेमी. बड़ी है और चौड़ाई 3 सेमी. छोटी है, तो आयत का परिमाण ज्ञात करो।

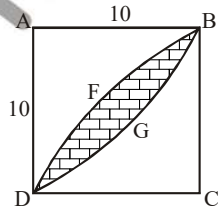


- (a) 17 सेमी. (b) 26 सेमी.  
(c) 30 सेमी. (d) 34 सेमी.
81. एक 784 वर्ग सेमी. क्षेत्रफल वाली वर्गाकार पेपर शीट से 4 बड़े से बड़े आकार की वृत्ताकार प्लेट काटी जाती है, तो प्रत्येक प्लेट की परिधी क्या होगी? ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
- (a) 22 सेमी. (b) 44 सेमी.  
(c) 66 सेमी. (d) 88 सेमी.
82. एक 30 मी.  $\times$  20 मी. विमा वाले आयताकार मैदान के एक कोने पर 14 मीटर लम्बी रस्सी से एक गाय बांधी जाती है, गाय के द्वारा चरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा? ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
- (a) 350 मीटर<sup>2</sup> (b) 196 मीटर<sup>2</sup>  
(c) 154 मीटर<sup>2</sup> (d) 22 मीटर<sup>2</sup>
83. एक 150 सेमी. लम्बा रोलर जिसका व्यास 70 सेमी. है, एक मैदान को प्लेन करने के लिए 750 चक्कर लगाने पड़ते हैं। मैदान को प्लेन करने का खर्चा 2रु/वर्ग मीटर है। तो पूरे मैदान को प्लेन करने में कितना खर्चा आएगा।
- (a) 5000 रु. (b) 2950 रु.  
(c) 4500 रु. (d) 4950 रु.
84. एक 28 फिट व्यास वाले वृत्ताकार स्विमिंग पुल के चारो ओर एकसमान आकार की डेक बनी हुई है। यदि डेक का क्षेत्रफल  $60\pi$  वर्ग फिट है, तो इसकी चौड़ाई क्या होगी?
- (a) 3 फिट (b) 2.8 फिट  
(c) 2 फिट (d) 2.5 फिट
85. एक आयताकार बोर्ड की लम्बाई इसकी चौड़ाई से 8 मीटर ज्यादा है। यदि इसकी लम्बाई को 7 मीटर बढ़ा दे और चौड़ाई को 4 मीटर घटा दे तो इसके क्षेत्रफल में कोई परिवर्तन नहीं होता है। तो आयताकार बोर्ड की लम्बाई व चौड़ाई क्या है?
- (a) 24 मी, 16 मी (b) 20 मी, 24 मी  
(c) 28 मी, 20 मी (d) 28 मी, 16 मी
86. एक आयतकार खेत है जिसका क्षेत्रफल 1200 मी<sup>2</sup> और जिसकी बड़ी भुजा की लम्बाई 30 मी. है। आयताकार खेत की बड़ी भुजा, छोटी भुजा और विकर्ण की बाड़ लगानी है यदि बाड़ लगाने का खर्चा 100 रु./वर्ग मीटर हो तो बाड़ लगाने का कुल खर्चा ज्ञात करो।
- (a) Rs. 14000 (b) Rs. 12000  
(c) Rs. 7000 (d) Rs. 15000
87. एक समद्विबाहु त्रिभुज के आकार का मैदान है, इसका आधार 40 मीटर लम्बा है, इस मैदान में घास बिछाने का खर्चा 4रु/वर्ग मीटर की दर से 1200रु है। तो इसकी दो समान भुजाओं की लम्बाई क्या होगी?
- (a) 25 मी (b) 24 मी  
(c) 26 मी  
(d) इनमें से कोई नहीं
88. एक खेल के मैदान की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः 36 मीटर व 21 मीटर है, इसकी चारो और 3 मीटर की दूरी पर खम्बे लगाने हैं। तो कितने खम्बो की आवश्यकता होगी?
- (a) 39 (b) 38  
(c) 37 (d) 40
89. 50 सेमी.  $\times$  5 सेमी. की चार शीट को एक वर्ग के रूप में व्यवस्थित किया जाता है जिसकी भुजा 55 मीटर है। अंदर बने हुए वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 2500 सेमी<sup>2</sup> (b) 2025 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 1600 सेमी<sup>2</sup>  
(d) इनमें से कोई नहीं
90. एक 14 मीटर भुजा वाले वर्गाकार मैदान के चारो कोनो पर चार घोड़े इस प्रकार बांधे जाते हैं, की प्रत्येक घोड़ा दो घोड़ो का केवल स्पर्श कर सकता है। वे इस क्षेत्र में 11 दिनों तक चर सकते हैं। तो बिना चरा हुआ क्षेत्र उनके लिए कितने दिनों के लिए पर्याप्त रहेगा?
- (a) 3 दिन (b) 4 दिन  
(c) 5 दिन (d) 2 दिन

91. एक वृत्ताकार मैदान की परिधी 88 मीटर है। अंदर की और तीन मीटर चौड़ाई के मैदान (परिधी के साथ-साथ) को प्लेन करना है। 7रु/वर्ग मीटर की दर से 3 मीटर चौड़ाई वाले मैदान को प्लेन करने का खर्चा क्या होगा?  
 (a) Rs. 1050 (b) Rs. 1125  
 (c) Rs. 1325 (d) Rs. 1650
92. एक 15 मीटर लम्बाई की सीढ़ी एक खिड़की तक पहुँचती है, जो गली के एक किनारे जमीन से 9 मीटर की ऊँचाई पर है। सीढ़ी के पाद को वहीं रखते हुए, सीढ़ी को गली को दूसरे किनारे की ओर एक खिड़की तक पहुंचाया जाता है। जो जमीन से 12 मीटर की ऊँचाई पर है। गली की चौड़ाई ज्ञात करें।  
 (a) 19 मी (b) 21 मी  
 (c) 20 मी (d) 22 मी
93. दिए गए चित्र में दो वृत्त एक-दूसरे के केन्द्र से गुजरते हैं। यदि प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या 2 है, तो दिखाये गए B वाले क्षेत्र का परिमाण क्या होगा?

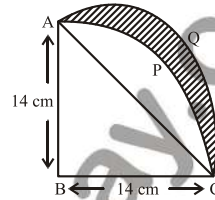


- (a)  $(8/3)\pi$  (b)  $(4/5)\pi$   
 (c)  $4\pi$  (d)  $(5/3)\pi$
94. चित्र में ABCD एक 10सेमी. भुजा का वर्ग है, BFD एक वृत्त की चाप है जिसका केन्द्र C है। BGD एक वृत्त का चाप है, जिसका केन्द्र A है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?

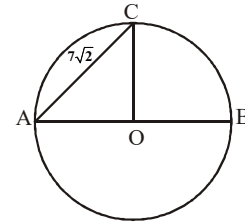


- (a)  $100 - 50\pi$  (b)  $100 - 25\pi$   
 (c)  $50\pi - 100$  (d)  $25\pi - 100$

95. ABCP एक वृत्त का चतुर्थांश है, जिसकी त्रिज्या 14 सेमी. है। AC को व्यास मानकर एक अर्द्धवृत्त बनाया जाता है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



- (a) 49 सेमी<sup>2</sup> (b) 196 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 98 सेमी<sup>2</sup> (d) इनमें से कोई नहीं
96. दिए गए चित्र में AB वृत्त का व्यास है और OC इसके लम्बवत है। O वृत्त का केन्द्र है। यदि AC की लम्बाई  $7\sqrt{2}$  सेमी. है, तो वृत्त का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी.) क्या होगा?



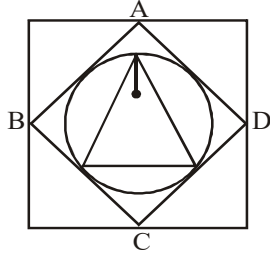
- (a) 24.5 (b) 49  
 (c) 98 (d) 154
97. एक नहर का अनुप्रस्थकाट (cross section) समलम्ब आकार का है यदि इसका शीर्ष 10 मीटर चौड़ा और तल 6 मीटर चौड़ा है और अनुप्रस्थकाट का क्षेत्रफल 72 मी<sup>2</sup> है, तो नहर की गहराई ज्ञात करो।  
 (a) 10 मीटर (b) 7 मीटर  
 (c) 6 मीटर (d) 9 मीटर



98. एक  $42 \times 35$  मी. का आयताकार मैदान है जिसके चारो भुजाओं पर अर्द्धवृत्त बने हुए हैं। इस प्रकार बने चित्र का क्षेत्रफल कितना होगा?

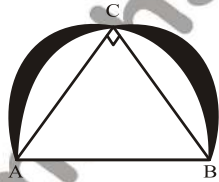
- (a)  $3818.5$  मी<sup>2</sup> (b)  $8318$  मी<sup>2</sup>  
(c)  $5813$  मी<sup>2</sup> (d)  $1358$  मी<sup>2</sup>

99. यदि बाहरी वर्ग की भुजा  $a$  है, तो अंदर वाले सम्बाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा? (ABCD एक वर्ग है।)



- (a)  $\frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{2}}$  (b)  $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$   
(c)  $\frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt{3}}$  (d) इनमें से कोई नहीं

100. दिए गए चित्र में ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है। AB, BC और AC व्यास मानकर तीन अर्द्धवृत्त बनाए जाते हैं। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल  $37$  वर्ग इकाई है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



- (a)  $24$  वर्ग इकाई (b)  $37$  वर्ग इकाई  
(c)  $(18.5\pi + 2)$  वर्ग इकाई (d)  $18.5$  वर्ग इकाई
101. एक वर्ग और एक आयत का परिमाप समान है। आयत की लम्बाई  $26$  सेमी. और  $18$  सेमी. है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें।  $[\pi = \frac{22}{7}]$

- (a)  $125$  सेमी<sup>2</sup> (b)  $230$  सेमी<sup>2</sup>  
(c)  $550$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $616$  सेमी<sup>2</sup>

102. एक खेल का मैदान आयताकार है, मैदान को प्रयोग में लाने लायक बनाने के लिए  $25$  पैसे/वर्ग मीटर की दर से  $1000$  रु. खर्च किये जाते हैं। मैदान की चौड़ाई  $50$  मीटर है। यदि मैदान की लम्बाई  $20$  मीटर बढ़ा दी जाए तब उसी दर से कितना खर्चा आएगा।

- (a)  $1,250$  (b)  $1,000$   
(c)  $1,500$  (d)  $2,250$

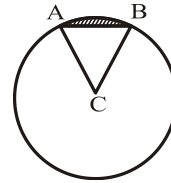
103. एक  $60$  मीटर लम्बे और  $20$  मीटर चौड़े शोरूम में मार्बल की फर्श बिछानी है। मार्बल की शीट का आकार  $3$  मी.  $\times$   $2$  मी. है और प्रत्येक शीट  $100$  रु. की है, तो कितनी मार्बल की शीटों की आवश्यकता होगी और इन्हें लगाने में कितना खर्चा आएगा?

- (a) Rs.  $20,000$  और  $200$  (b) Rs.  $30,000$  और  $300$   
(c) Rs.  $15,000$  और  $150$  (d) Rs.  $18,000$  और  $180$

104.  $40$  मीटर लम्बे और  $13.5$  मीटर चौड़े आँगन में एक निश्चित संख्या में मार्बल पत्थर बिछाये जाते हैं, जिनका आकार  $3$  मी.  $\times$   $2$  मी है।  $3$  रु. प्रति  $1$  मार्बल पत्थर की दर से पूरे आँगन में बिछाने में कितना खर्चा आएगा?

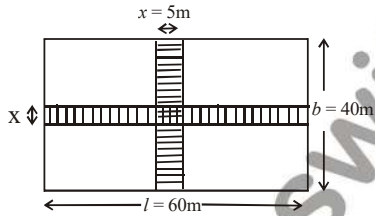
- (a) Rs.  $270$  (b) Rs.  $270$   
(c) Rs.  $370$  (d) Rs.  $240$

105. दिए गए चित्र में ABC एक सम्बाहु त्रिभुज है, और C वृत्त का केन्द्र है। A और B वृत्त पर दो बिन्दु हैं और वृत्त की त्रिज्या  $28$  सेमी. है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



- (a)  $(102\frac{2}{3} - 49\sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>  
(b)  $(102\frac{2}{3} - 48\sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>

- (c)  $(109 - 98\sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>  
 (d) इनमें से कोई नहीं
106. एक आयताकार मैदान  $25\text{मी} \times 15\text{मी}$  का है। दो लम्बवत रास्ते जिनकी चौड़ाई 2 मीटर है मैदान के बीचो-बीच है। मैदान के शेष भाग में घास उगाई जाती है। तो बताओ घास उगाई गई भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 295 मी<sup>2</sup> (b) 299 मी<sup>2</sup>  
 (c) 200 मी<sup>2</sup> (d) 375 मी<sup>2</sup>
107. एक आयत का क्षेत्रफल एक वर्ग के क्षेत्रफल का 4 गुणा है। आयत की लम्बाई 90 सेमी. और चौड़ाई वर्ग की भुजा की  $\frac{2}{3}$  है, तो वर्ग की भुजा ज्ञात करें।
- (a) 10 सेमी. (b) 15 सेमी.  
 (c) 20 सेमी. (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।
108. एक आयताकार मैदान ( $60\text{मी} \times 40\text{मी}$ ) जिसकी बीचो-बीच पाँच मीटर चौड़ाई की दो लम्बवत रोड है। मैदान में 60पैसे प्रति वर्ग मीटर की दर से घास लगाने में कितना खर्चा आएगा।

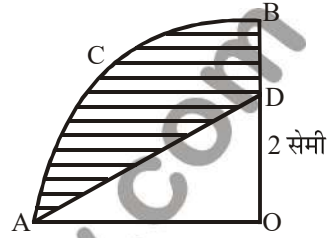


- (a) Rs. 285 (b) Rs. 300  
 (c) Rs. 275 (d) Rs. 270
109. दिए गए चित्र में बाह्य वृत्त की त्रिज्या 'R' है, तो अन्दर वाले वृत्त की त्रिज्या क्या होगी?



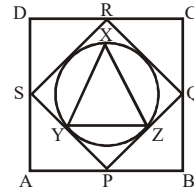
- (a)  $\frac{2}{(\sqrt{2}+1)R}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}R$   
 (c)  $(\sqrt{2}-1)R$  (d)  $\sqrt{2}R$

110. दिए गए चित्र में AOBCA, O केन्द्र वाले वृत्त का चतुर्थांश है। जिसकी त्रिज्या 4 सेमी है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



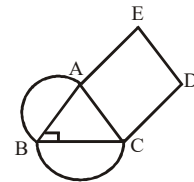
- (a) 8.56 सेमी<sup>2</sup> (b) 7.35 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 8.45 सेमी<sup>2</sup> (d) 9 सेमी<sup>2</sup>

111. दिए गए चित्र में PQRS एक वर्ग है। जो वर्ग ABCD की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर बनाए गए है। वर्ग PQRS के अन्दर एक वृत्त बनाया गया है। और वृत्त के अंदर एक समबाहु  $\triangle XYZ$  बनाया गया है। वर्ग ABCD की भुजा का त्रिभुज XYZ की भुजा के साथ अनुपात क्या होगा?



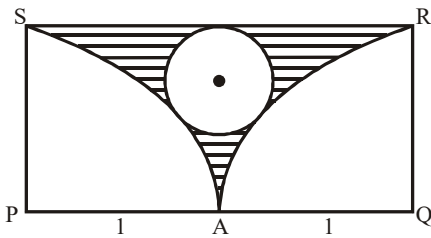
- (a)  $\sqrt{2} : \sqrt{3}$  (b)  $2\sqrt{2} : 3$   
 (c)  $2\sqrt{2} : \sqrt{3}$  (d) इनमें से कोई नहीं

112. एक वर्ग का क्षेत्रफल 128 वर्ग सेमी. है जिसकी एक भुजा AC है। त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है, जहाँ AC उसका कर्ण है। AB और AC को व्यास मानकर दो अर्द्धवृत्त बनाए जाते है तो दोनो अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?



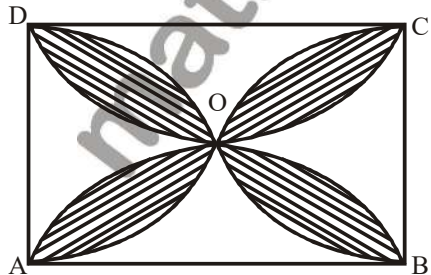
- (a)  $32\pi$  सेमी<sup>2</sup>                      (b)  $16\pi$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $16$  सेमी<sup>2</sup>                        (d)  $32$  सेमी<sup>2</sup>

113. दिए गए चित्र में PQRS एक आयत है, जहाँ PS और RS क्रमशः 1 और 2 इकाई है। P और Q को केन्द्र मानकर दो 1/4 वृत्त (quarter circles) 1 सेमी. त्रिज्या के बनाए जाते हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



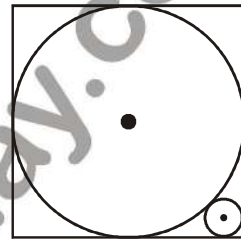
- (a)  $\frac{32}{115}$  वर्ग इकाई                      (b)  $\frac{13}{56}$  वर्ग इकाई  
 (c)  $\frac{16}{83}$  वर्ग इकाई                      (d)  $\frac{7}{20}$  वर्ग इकाई

114. दिए गए चित्र में ABCD एक वर्ग है। भुजा AB, BC, CD और DA को व्यास मानकर 4 अर्धवृत्त इस प्रकार बनाए जाते हैं कि वो बिन्दु O पर मिलते हैं। वर्ग की भुजा की लम्बाई 8 सेमी. है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



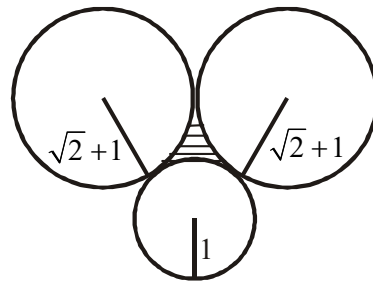
- (a)  $32(\pi - 2)$  सेमी<sup>2</sup>                      (b)  $16(\pi - 2)$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $(2\pi - 8)$  सेमी<sup>2</sup>                      (d)  $\left(\frac{3}{4}\pi - 4\right)$  सेमी<sup>2</sup>

115. दिए गए चित्र में छोटे वाले वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें यदि बड़े वाले वृत्त की त्रिज्या 'R' है।



- (a)  $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})R$                       (b)  $2(\sqrt{2} - 1)R$   
 (c)  $(3 - 2\sqrt{2})R$                       (d) इनमें से कोई नहीं

116. तीन वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ  $\sqrt{2} + 1, \sqrt{2} + 1$  और 1 इकाई है, बाह्य रूप से एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं, तब तीनों वृत्त के द्वारा घेरे गए क्षेत्र का परिमाण क्या होगा?



- (a)  $\frac{\pi}{2}(2\sqrt{2} + 2)$                       (b)  $\frac{\pi}{2}(\sqrt{2} + 2)$   
 (c)  $\pi(\sqrt{2} + 2)$                       (d) इसमें से कोई नहीं

## उत्तरमाला

1. (d) 2. (c) 3. (c) 4. (b) 5. (a) 6. (b) 7. (d) 8. (b) 9. (b)  
10. (a) 11. (c) 12. (a) 13. (d) 14. (d) 15. (c) 16. (c) 17. (c) 18. (c)  
19. (c) 20. (c) 21. (b) 22. (d) 23. (d) 24. (c) 25. (a) 26. (a) 27. (c)  
28. (c) 29. (a) 30. (b) 31. (a) 32. (c) 33. (b) 34. (c) 35. (b) 36. (c)  
37. (c) 38. (b) 39. (a) 40. (a) 41. (b) 42. (a) 43. (a) 44. (d) 45. (d)  
46. (a) 47. (b) 48. (b) 49. (d) 50. (c) 51. (c) 52. (a) 53. (a) 54. (a)  
55. (c) 56. (c) 57. (b) 58. (c) 59. (a) 60. (d) 61. (c) 62. (c) 63. (d)  
64. (d) 65. (b) 66. (b) 67. (c) 68. (d) 69. (a) 70. (d) 71. (d) 72. (a)  
73. (b) 74. (c) 75. (c) 76. (a) 77. (c) 78. (c) 79. (b) 80. (d) 81. (b)  
82. (c) 83. (d) 84. (c) 85. (c) 86. (b) 87. (a) 88. (a) 89. (b) 90. (a)  
91. (d) 92. (b) 93. (a) 94. (c) 95. (c) 96. (d) 97. (d) 98. (a) 99. (a)  
100.(b) 101. (d) 102. (a) 103. (a) 104. (b) 105. (a) 106. (b) 107. (b) 108. (a)  
109.(c) 110. (a) 111. (c) 112. (b) 113. (b) 114. (a) 115. (c) 116. (b)

सकत एव हल

**Sol<sup>n</sup> 1.** पहले वर्ग का विकर्ण =  $4\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

तब भुजा  $a = 4$

अतः पहले वर्ग का क्षेत्रफल =  $a^2 = 16$

दूसरे वर्ग का क्षेत्रफल =  $2 \times 16$

$$A^2 = 32$$

$$A = 4\sqrt{2}$$

$$\text{विकर्ण} = A \sqrt{2} = 8$$

या

क्षेत्रफल  $\propto$  (विकर्ण)<sup>2</sup>

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{A_1}{2A_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d_2 = d_1 \sqrt{2} = 8$$

**Sol<sup>n</sup> 2.**  $\frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{4}{25}$

**Sol<sup>n</sup> 3.** क्षेत्रफल  $\propto$  (परिमाण)<sup>2</sup>

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{225}{256}} = \frac{15}{16}$$

**Sol<sup>n</sup> 4.**

शेष भाग का क्षेत्रफल

= वर्ग का क्षेत्रफल - चारों भाग का क्षेत्रफल

$$= (4)^2 - 4 \left(\frac{1}{4} \pi (2)^2\right)$$

$$= 16 - 4\pi$$

**Sol<sup>n</sup> 5.** आवश्यक टाइलों की संख्या =  $\frac{\text{फर्श का क्षे.}}{1 \text{ टाइल का क्षे.}}$

$$= \frac{8 \times 6}{4 \times 10^{-2}} = 1200$$

$$(\because 1 \text{ मी} = 10 \text{ डेसीमीटर})$$

$$1 \text{ मी}^2 = 100 \text{ डेसीमीटर}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 6.** तार की लम्बाई =  $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$$= 132 \text{ सेमी.}$$

माना लम्बाई =  $6k$ , चौड़ाई =  $5k$

$$2(l+b) = 132$$

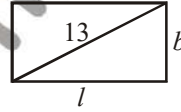
$$2(11k) = 132 \Rightarrow k = 6$$

क्षेत्रफल =  $6k \cdot 5k = 36 \times 30 = 1080 \text{ सेमी.}^2$

**Sol<sup>n</sup> 7.** विकर्ण की लम्बाई

= A 15 सेकेण्ड में ये दूरी समाप्त करता है।

$$= 52 \times \frac{15}{60} = 13 \text{ मी.}$$



लम्बाई और चौड़ाई का योग

= B 15 सेकेण्ड में ये दूरी समाप्त करता है।

$$= 68 \times \frac{15}{60} = 17 \text{ मीटर}$$

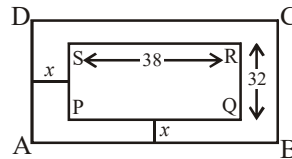
$$l + b = 17$$

हम जानते हैं समकोण त्रिभुज का कर्ण 13 है तो लम्बाई और चौड़ाई 5 और 12 हो सकती है।

$$(\because l + b = 17)$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 5 \times 12 = 60 \text{ मी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 8.**



रास्ते का क्षे. = आयत ABCD का क्षे. - आयत PQRS का क्षे.

$$600 = (38 \times 32) - (38 - 2x)(32 - 2x)$$

$$600 = 1216 - 1216 + 76x + 64x - 4x^2$$

$$4x^2 - 140x + 600 = 0$$

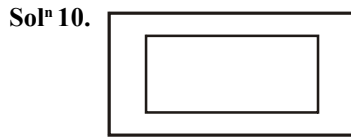
$$x^2 - 35x + 150 = 0$$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 30x - 5x + 150 &= 0 \\
 x(x - 30) - 5(x - 30) &= 0 \\
 (x - 30)(x - 5) &= 0 \\
 x = 5 \quad (\because x \neq 30)
 \end{aligned}$$

नहीं तो अन्दर वाला आयत संभव नहीं है।

**Sol<sup>n</sup> 9.** क्षेत्रफल पर प्रभाव =  $l + b + \frac{lb}{100}$

$$\begin{aligned}
 &= 20 + 25 + \frac{20 \times 25}{100} \\
 &= 50\%
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 xy &= AB \\
 &= 200 + 10 + 10 \\
 &= 220
 \end{aligned}$$

रास्ते का क्षेत्रफल =  $2 \times$  आयत XABY का क्षेत्रफल  
 $+ 2 \times$  आयत PQYZ का क्षेत्रफल

$$= 2 \times 220 \times 10 + 2 \times 180 \times 10 = 8000 \text{ m}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 11.** क्षेत्रफल पर प्रभाव =  $l + b + \frac{lb}{100}$

$$\begin{aligned}
 &= 5 - 2 + \frac{5(-2)}{100} \\
 &= 3 - 0.1 = 2.9\%
 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 12.** 1 हेक्टेरो मीटर = 100 मीटर

1 हेक्टेयर = 1 वर्ग हेक्टेरोमीटर

$$= 100 \times 100 \text{ मीटर}^2$$

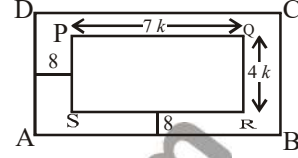
माना लम्बाई =  $3k$ , चौड़ाई =  $4k$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{12} \text{ हेक्टेयर} = \frac{10000}{12}$$

$$k^2 = \left( \frac{100}{12} \right)^2 \Rightarrow k = \frac{100}{12} = \frac{25}{3}$$

लम्बाई =  $3k = 25$  मीटर

**Sol<sup>n</sup> 13.**



रास्ते का क्षेत्र = आयत ABCD का क्षेत्र - आयत PQRS का क्षेत्र

$$\begin{aligned}
 416 &= (7k + 8)(4k + 8) - 7k \cdot 4k \\
 416 - 64 &= 88k \\
 352 &= 88k \\
 k &= 4
 \end{aligned}$$

चौड़ाई =  $4k = 16$  मीटर

**Sol<sup>n</sup> 14.** माना आधार =  $3k$ , लम्बाई =  $4k$

त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$  आधार  $\times$  लम्बाई

$$1176 = \frac{1}{2} \times 3k \times 4k$$

$$\begin{aligned}
 k^2 &= 196 \\
 k &= 14
 \end{aligned}$$

अतः लम्बाई =  $4k = 56$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 15.** ऊँचाईयों का अनुपात =  $\left( \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} \right) \times 12$

$$= 6 : 4 : 3$$

परिमाणु =  $(6 + 4 + 3)$  इकाई

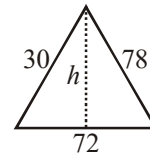
52 सेमी = 13 इकाई

1 इकाई = 4 सेमी

सबसे छोटी भुजा = 3 इकाई

$$= 3 \times 4 = 12 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 16.**



$$s = \frac{a + b + c}{2} = 90$$

क्षेत्रफल बराबर रखने पर

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

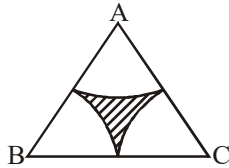
$$= \sqrt{90(90-30)(90-72)(90-78)}$$

$$= \frac{1}{2} \times 72 \times h$$

$$1080 = \frac{1}{2} \times 72 \times h$$

$$h = 30 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 17.



तीन चापों के द्वारा घेरा गया क्षेत्र  
= त्रिभुज का क्षेत्रफल - तीनों क्षेत्र का क्षेत्रफल

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 - 3 \left( \frac{1}{6} \pi \times (1)^2 \right)$$

$$= \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) \text{सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 18.



$$BD = DE = EC = \frac{10}{3}$$

$$DO = \frac{10}{3 \times 2} = \frac{5}{3}$$

$$\text{ऊँचाई } AO = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$$

Δ ADO में

$$AD^2 = AO^2 + DO^2$$

$$= (5\sqrt{3})^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 75 + \frac{25}{9}$$

$$AD = \sqrt{25 \left(3 + \frac{1}{9}\right)} = \frac{5\sqrt{28}}{3} = \frac{10\sqrt{7}}{3}$$

Sol<sup>n</sup> 19. परिमाण =  $\sqrt{3}$  क्षेत्रफल

$$3a = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$1 = \frac{a}{4}$$

$$a = 4 \text{ इकाई}$$

Sol<sup>n</sup> 20. परिमाण =  $3k + 4k + 5k$

$$= 12k$$

$$s = \frac{12k}{2} = 6k$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$72 = \sqrt{6k \times 3k \times 2k \times k}$$

$$72 = k^2 \times 6$$

$$k^2 = 12$$

$$k = 2\sqrt{3}$$

$$\text{परिमाण} = k(3+4+5)$$

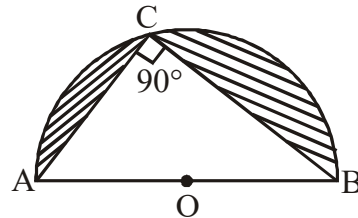
$$= 2\sqrt{3} \times 12$$

$$= 24\sqrt{3}$$

समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = Δ का परिमाण

$$= 24\sqrt{3} \text{ वर्ग इकाई}$$

Sol<sup>n</sup> 21.



AC = CB = x सेमी (समद्विबाहु त्रिभुज)

AB = 14 सेमी.

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$x^2 + x^2 = 14^2$$

$$x = \sqrt{14 \times 7} = 7\sqrt{2} \text{ सेमी.}$$

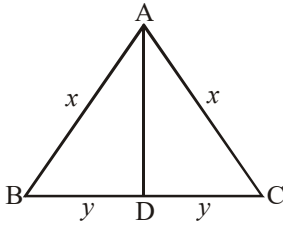
$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 7\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 49 \text{ सेमी}^2$$

अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल =

$$\frac{\pi r^2}{2} = \frac{22}{7 \times 2} \times 7 \times 7 = 77 \text{ सेमी}^2$$

छायौंकित भाग का क्षेत्रफल = 77 - 49 = 28 सेमी<sup>2</sup>

**Sol<sup>n</sup> 22.**



परिमाण = 64

$$x + x + 2y = 64$$

$$x + y = 32 \quad \dots(1)$$

$$AB^2 = BD^2 + AD^2 \quad [\text{पाईथागोरस प्रमेय द्वारा}]$$

$$x^2 + x^2 = 14^2 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) से समीकरण (2) को भाग देने पर

$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = \frac{64}{32} \Rightarrow x + y = 2 \quad \dots(3)$$

समीकरण (1) और (3) से

$$2x = 34 \Rightarrow x = 17 \text{ सेमी}$$

$$y = 15 \text{ सेमी}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (15 + 15) \times 8 = 120 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{Sol}^n \text{ 23. } 4a^2 = d_1^2 + d_2^2$$

$$4a^2 = (24)^2 + (10)^2$$

$$4a^2 = 576 + 100$$

$$4a^2 = 676$$

$$a^2 = 169$$

$$a = 13$$

समचतुर्भुज का परिमाण

$$= 4a$$

$$= 4 \times 13$$

$$= 52 \text{ सेमी}$$

$$\text{Sol}^n \text{ 24. } 4a^2 = d_1^2 + d_2^2$$

$$4a = 40 \text{ सेमी}$$

$$2a = 20 \text{ सेमी}$$

$$(2a)^2 = d_1^2 + d_2^2$$

$$(20)^2 = (12)^2 + d_2^2$$

$$d_2^2 = (20 + 12)(20 - 12)$$

$$d_2 = \sqrt{4 \times 8 \times 8}$$

$$= 16 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 25.** माना समानांतर भुजाएँ 5 K और 3 K है।

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (5K + 3K) \times 24$$

$$96k = 1440$$

$$K = 15$$

$$\text{बड़ी भुजा} = 5K = 75 \text{ m}$$

$$\text{Sol}^n \text{ 26. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$= \text{भुजा} \times \text{लम्ब}$$

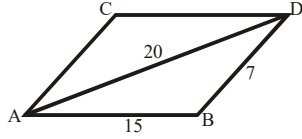
$$d_2 = \frac{2 \times \text{भुजा} \times \text{लम्ब}}{d_1}$$

$$= \frac{2 \times 6.5 \times 10}{26}$$

$$= 5 \text{ सेमी}$$



Sol<sup>n</sup> 27.



$$s = \frac{20 + 7 + 15}{2} = 21$$

समानांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$$= 2 \times \text{त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल}$$

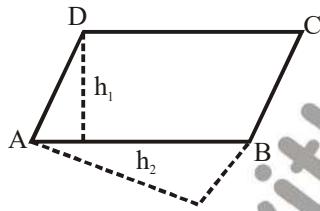
$$= 2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= 2\sqrt{21(21-20)(21-15)(21-7)}$$

$$= 2 \times \sqrt{21 \times 1 \times 16 \times 14}$$

$$= 84 \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 28.



AB = 24 सेमी AD = BC = 16 सेमी

$h_1 = 10$  सेमी

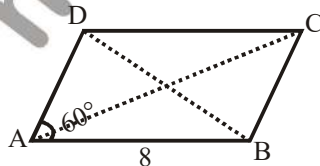
समानांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$$h_1 \cdot AB = h_2 \cdot BC$$

$$10 \times 24 = h_2 \times 16$$

$h_2 = 15$  सेमी.

Sol<sup>n</sup> 29.



AB = AD

$$\angle ABD = \angle ADB = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

$\triangle ABD$  एक समबाहु त्रिभुज है।

अतः समचतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= 2 \times \triangle ABD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (8)^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$$

$$d_2 = 8\sqrt{3}$$

Sol<sup>n</sup> 30. वर्ग का विकर्ण =  $40\sqrt{2}$  सेमी

तब भुजा = 40 सेमी.

$\therefore$  वर्ग का क्षेत्रफल = 1600 सेमी<sup>2</sup>

माना समचतुर्भुज के विकर्ण 8K और 9K है।

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} \cdot 8K \cdot 9K = 1600$$

$$36K^2 = 1600$$

$$K = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

अतः बड़ा विकर्ण = 9K

$$= 9 \times \frac{20}{3}$$

$$= 60 \text{ सेमी.}$$

Sol<sup>n</sup> 31. षट्भुज का क्षेत्रफल =  $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (1)^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 32.** पहिए की परिधी =  $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 44 \text{ सेमी.}$$

एक चक्कर में 44 मीटर की दूरी तय की जाती है।

$$22 \text{ किमी.} = 22000 \text{ मी. तय करेगा} = \frac{1}{44} \times 22000$$

$$= 500 \text{ चक्कर}$$

**Sol<sup>n</sup> 33.**  $2\pi r_1 = 88$  सेमी.  $\Rightarrow r_1 = 14$  सेमी.

$$2\pi r_2 = 132 \text{ सेमी.} \Rightarrow r_2 = 21 \text{ सेमी.}$$

$$\text{रिंग का क्षेत्रफल} = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

$$= \pi(r_2 + r_1)(r_2 - r_1)$$

$$= \pi(35)(7)$$

$$= 770 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 34.** समय दूरी के समानुपाती है।

समय  $\propto$  दूरी

समय  $\propto$  (परिधी)

समय  $\propto$  व्यास

शुरुआती 8 बार 40 मिनट में

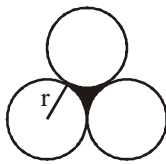
एक बार 5 मिनट में

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\frac{5}{t_2} = \frac{d_1}{10d_2} = \frac{1}{10}$$

$$t_2 = 50 \text{ मिनट}$$

**Sol<sup>n</sup> 35.** तीन वृत्त के द्वारा घेरा गया क्षेत्र



$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(2r)^2 - \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)r^2 = (0.162)r^2$$

$$= 0.162 \times (3.5)^2$$

$$= 1.985 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 36.** माना त्रिज्या =  $r$

$$\pi(1+r)^2 - \pi r^2 = 22$$

$$\pi\{(1+r)^2 - r^2\} = 22$$

$$\frac{22}{7}(2r+1)(1) = 22$$

$$2r+1 = 7$$

$$r = 3 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 37.** छायांकित भाग का क्षेत्र = अर्द्धवृत्त का क्षेत्र - त्रिभुज का क्षेत्र

$$= \frac{1}{2}\pi a^2 - \frac{1}{2}.2a.a$$

$$= a^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

**Sol<sup>n</sup> 38.** 1000 चक्कर में तय की गई दूरी = 440 मी

पहिए की परिधी = एक चक्कर में तय दूरी

$$2\pi r = \frac{440}{1000}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = \frac{440}{1000}$$

$$r = \frac{7}{100} = .07$$

$$\text{व्यास} = 2r = 0.14$$

**Sol<sup>n</sup> 39.**  $\therefore 2\pi r = 11 \Rightarrow r = \frac{7}{4}$  सेमी

$$\text{भाग का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \times 60$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$= \frac{77}{48} = 1 \frac{29}{48} \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 40. छोटे गियर का व्यास =  $d_1$

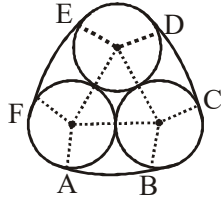
बड़े गियर का व्यास =  $d_2$

$d_1 \times \text{चक्करो की संख्या} = d_2 \times \text{चक्करो की संख्या}$

$$12 \times 42 = 18 \times n$$

$$n = 28 \text{ चक्कर}$$

Sol<sup>n</sup> 41.



$$AB = CD = EF = 2r$$

खड़ बैण्ड की लम्बाई =  $AB + CD + EF + 3 \times \text{चाप की लम्बाई}$

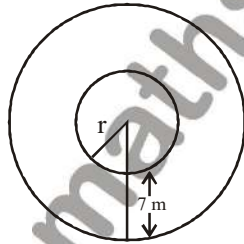
$$= 6r + 3 \times \frac{2\pi r}{360^\circ} \times 120^\circ$$

$$= 6r + 2\pi r$$

$$= 6 \times 5 + 2\pi \times 5$$

$$= 30 + 10\pi$$

Sol<sup>n</sup> 42.



$$2\pi r = 176 \Rightarrow r = 28 \text{ मीटर}$$

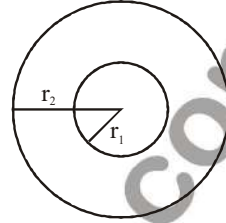
$$\text{सड़क का क्षेत्रफल} = \pi((r+7)^2 - r^2)$$

$$= \pi(2r+7)(7)$$

$$= \frac{22}{7} \times 63 \times 7$$

$$= 1386 \text{ मीटर}^2$$

Sol<sup>n</sup> 43.



$$2\pi r_2 - 2\pi r_1 = 66$$

$$2 \times \frac{22}{7} (r_2 - r_1) = 66$$

$$\text{चौड़ाई} = r_2 - r_1 = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ मी.}$$

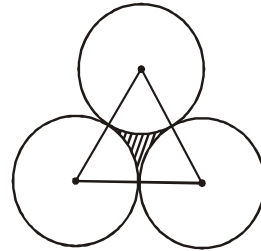
Sol<sup>n</sup> 44. समय का अंतर =  $\frac{2\pi r}{\text{चाल}} - \frac{2r}{\text{चाल}}$

$$\Rightarrow 30 \text{ sec} = \frac{30}{60} \text{ मिनट} = \frac{2r}{\text{चाल}} (\pi - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2 \times r}{30} \left(\frac{22}{7} - 1\right) = \frac{r}{15} \times \frac{15}{7}$$

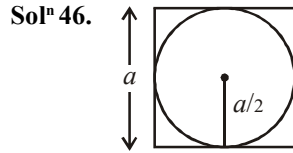
$$\Rightarrow r = 3.5 \text{ मीटर}$$

Sol<sup>n</sup> 45. छायांकित भाग का क्षेत्रफल = त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल - तिनों भाग का क्षेत्रफल.



$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2 - 3 \left( \frac{\pi r^2}{360^\circ} \times 60 \right)$$

$$= \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) a^2 \text{ वर्ग सेमी.}$$

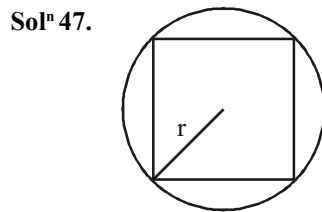


$$4a = 120 \text{ सेमी}$$

$$a = 30 \text{ सेमी}$$

$$\text{त्रिज्या } r = \frac{a}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ सेमी}$$

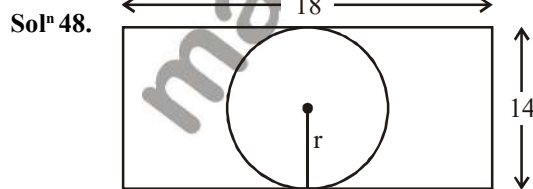
$$\begin{aligned} \text{वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times (15)^2 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$



$$2\pi r = 100 \text{ सेमी}$$

$$2r = \frac{100}{\pi} \text{ सेमी} = \text{विकर्ण की लम्बाई} = a\sqrt{2}.$$

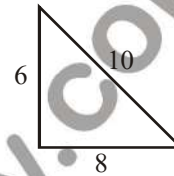
$$a = \frac{100}{\pi\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{\pi} \text{ सेमी}$$



$$r = \frac{14}{2} = 7$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्त का क्षेत्रफल} &= \frac{22}{7} \times (7)^2 \\ &= 154 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 49.** समकोण त्रिभुज के अंदर वर्ग की भुजा को अधिकतम रखना है।



$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{ab}{a+b} = \frac{6 \times 8}{6+8} = \frac{24}{7}$$

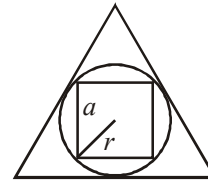
$$\text{अतः क्षेत्रफल} = \frac{576}{49} \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 50.** अंतः त्रिज्या  $r = \frac{\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल}}{\text{अर्द्धपरिमाप}}$

$$2 = \frac{6}{s} \Rightarrow s = 3$$

$$\text{अतः परिमाप} = 2s = 6 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 51.** वर्ग की भुजा =  $a$



$$2r = a\sqrt{2} \Rightarrow r = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{त्रिभुज की अंतः त्रिज्या} = \frac{A}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{अतः } \frac{\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल}}{\text{वर्ग का क्षेत्रफल}} =$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{4} A^2}{a^2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 6a^2}{4a^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Sol<sup>n</sup> 52.  $2(l+b) = 160 \Rightarrow l+b = 80$

$l - b = 48$

हल करने पर  $l = 64$ ,  $b = 16$

वर्ग का क्षेत्रफल = आयत का क्षेत्रफल

$a^2 = 16 \times 64$

$a = \sqrt{16 \times 64} = 32$  वर्ग

Sol<sup>n</sup> 53. वृत्त के क्षेत्रफल पर प्रभाव =  $r + r + \frac{r \times r}{100}$

$= 50 + 50 + \frac{50 \times 50}{100} = 125\%$

Sol<sup>n</sup> 54. वर्ग का क्षेत्र =  $\frac{1440}{160} = 9$  हेक्टेयर

9 हेक्टेयर = 90000 मी<sup>2</sup>

मैदान के चारों ओर बाड़ लगाने का खर्चा = 75 पैसे  $\times$  परिमाण

$= \frac{3}{4} \times 4 \times 300$

$= 900$  रु.

Sol<sup>n</sup> 55. माना लम्बाई =  $2b$ , चौड़ाई =  $b$

क्षेत्रफल =  $2b \cdot b = 2b^2$

$(2b - 5)(b + 5) = 2b^2 + 75$

$2b^2 + 10b - 5b - 25 = 2b^2 + 75$

$5b = 100$

$b = 20$  सेमी

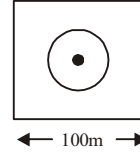
लम्बाई = 40 सेमी.

Sol<sup>n</sup> 56. टाइलों की संख्या =  $\frac{\text{फर्श का क्षेत्रफल}}{\text{एक टाइल क्षेत्रफल}}$

$= \frac{400 \text{ सेमी} \times 30 \text{ सेमी}}{8 \text{ सेमी} \times 6 \text{ सेमी}}$

$= 2500$  टाइल

Sol<sup>n</sup> 57.



मैदान का क्षेत्र (फूलों के बगीचे को छोड़कर) = 8614m<sup>2</sup>

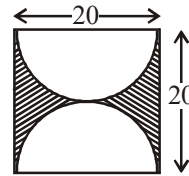
$(100)^2 - \pi r^2 = 8614$

$\pi r^2 = 10000 - 8614 = 1386$

$r^2 = \frac{1386 \times 7}{22}$

$r = 21$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 58



छायांकित पेपर का क्षेत्र = वर्ग का क्षेत्र - दोनों अर्द्धवृत्त का क्षेत्र.

$= 20 \times 20 - 2 \times \frac{\pi \times (10)^2}{2} = (400 - 100\pi) \text{m}^2$

Sol<sup>n</sup> 59. वृत्त का क्षेत्रफल  $A = \pi r^2$

(त्रिज्या)  $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

वर्ग का क्षेत्रफल  $A = a^2$

(भुजा)  $a = \sqrt{A}$

$\frac{\text{वर्ग का क्षेत्र.}}{\text{वृत्त कि त्रिज्या}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{\frac{A}{\pi}}}$

$= \frac{\sqrt{\pi}}{1} = \sqrt{\pi} : 1$

**Sol<sup>n</sup> 60.** समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = 5मी<sup>2</sup>

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 5$$

$$a = \sqrt{\frac{20}{\sqrt{3}}}$$

$$a = \frac{\sqrt{20}}{(3)^{\frac{1}{4}}}$$

समबाहु त्रिभुज का परिमाण =  $3a$

$$= \frac{3 \times \sqrt{20}}{(3)^{\frac{1}{4}}}$$

$$= 3^{\frac{3}{4}} \times \sqrt{20}$$

∴ वृत्त की परिधी =  $3^{\frac{3}{4}} \times \sqrt{20}$

$$2\pi r = 3^{\frac{3}{4}} \times \sqrt{20}$$

$$\therefore r = \frac{3^{\frac{3}{4}} \sqrt{20}}{2\pi} \text{ मीटर}$$

**Sol<sup>n</sup> 61.** खण्ड का क्षेत्रफल =  $\pi r^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 12.4 \text{ सेमी}^2$

$$\pi r^2 = 12.4 \times 6$$

$$\text{शेष वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 - \frac{1}{6} \pi r^2 = \frac{5}{6} \pi r^2$$

$$= \frac{5}{6} \times 12.4 \times 6 = 62 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 62.** छायांकित भाग का क्षेत्रफल

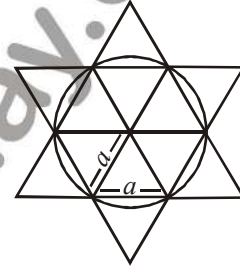
$$= \frac{1}{2} \pi (14)^2 + \frac{1}{2} \pi (7)^2 + \frac{1}{2} (7)^2$$

$$= \frac{1}{2} \pi (196 + 49 + 49)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 294$$

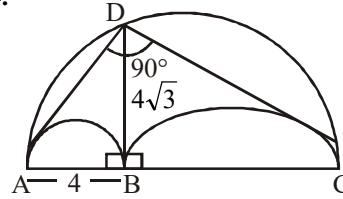
$$= 462 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 63.** परिणामी चित्र का क्षेत्रफल =  $a$  भुजा वाले 12 समबाहु त्रिभुजों का क्षेत्रफल



$$= 12 \times \frac{\sqrt{3} a^2}{4} = 3\sqrt{3} a^2$$

**Sol<sup>n</sup> 64.**



समकोण त्रिभुज ABD में

$$\tan A = \frac{BD}{AB} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$\angle A = 60^\circ$$

अतः

$$\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

समकोण त्रिभुज CBD में

$$\tan C = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BD}{BC} = \frac{4\sqrt{3}}{BC}$$

$$BC = 12 \text{ सेमी} \Rightarrow AC = 4 + 12 = 16 \text{ सेमी.}$$

छायॉकित भाग का क्षे. = बड़े वाले अर्द्धवृत्त का क्षे.

- दोनों छोटे वृत्त का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}\pi(8)^2 - \frac{1}{2}\pi(2)^2 - \frac{1}{2}\pi(6)^2 \\ &= 12\pi \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 65.** माना बड़ा विकर्ण = 100

दूसरा विकर्ण = 80

$$\text{तब समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 100 \times 80 = 4000$$

वर्ग का क्षेत्रफल = (बड़ा विकर्ण)<sup>2</sup> = 10000

$$\text{समचतुर्भुज का वर्ग के साथ अनुपात} = \frac{40000}{10000} = \frac{2}{5}$$

**Sol<sup>n</sup> 66.** छायाँकित भाग का क्षे. =  $12 \times 12 -$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times 12 \times 7 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \\ &= 144 - 42 - 12.5 \\ &= 89.5 \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 67.** माना BE = x

तब EC = 2x

भुजा BC = 3x

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times AB \times BE = 15 \\ &\Rightarrow AB \times x = 30 \end{aligned}$$

आयत का क्षेत्रफल = AB . BC = AB . 3x = 3 × 30 = 90 सेमी<sup>2</sup>

**Sol<sup>n</sup> 68.** चित्र का क्षे. = वर्ग ABDE का क्षे. + ΔBCD का क्षे.

$$\begin{aligned} &= 2.5 \times 2.5 + \frac{1}{2} \times 2.16 \times 2.5 \\ &= 6.25 + 1.08 \times 2.5 = 8.95 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 69.** दिए गए चित्र में हम देख सकते हैं। छायाँकित भाग क्षेत्रफल केवल बड़े अर्द्धवृत्त के बराबर है, क्योंकि छोटे वाले दोनों अर्द्धवृत्त बराबर हैं।

$$\begin{aligned} \text{इसलिए छायाँकित भाग का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2}\pi(5)^2 \\ &= 1.57 \times 25 \\ &= 39.25 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 70** पूरे चित्र का क्षे. = 4 × अर्द्धवृत्त का क्षे. + वर्ग का क्षे.

$$\begin{aligned} &= 4 \times \frac{1}{2}\pi\left(\frac{21}{2}\right)^2 + 21 \times 21 \\ &= 1134 \text{ मी}^2 \end{aligned}$$

पौधों की संख्या =

$$\begin{aligned} &\frac{\text{कुल क्षेत्रफल}}{\text{एक गुलाब के पौधे के लिए आवश्यक क्षे.}} \\ &= \frac{1134}{6} = 189 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 71** बिना चरा हुआ क्षे. =  $(4 - \pi)\frac{63^2}{4} = \frac{6}{7} \times \frac{63 \times 63}{4}$   
= 850.5 मी<sup>2</sup>

**Sol<sup>n</sup> 72.** शेष भाग का क्षे. = त्रिभुज का क्षे. - 4 × एक चौथाई वृत्त

$$\text{का क्षे.} = 20 \times 16 - 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 = 281.5 \text{ मी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 73.** छायाँकित भाग का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \pi(28)^2 - \frac{1}{2} \times \pi(14)^2 \times 2 - \pi(7)^2 \\ &= 462 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 74.** सभी 5 वर्गों की भुजा क्रमशः 6 सेमी, 8 सेमी, 10 सेमी, 19 सेमी, 20 सेमी है।

$$\begin{aligned} \text{अतः नए वर्ग का क्षे.} &= (6)^2 + (8)^2 + (10)^2 + (19)^2 + (20)^2 \\ A^2 &= 961 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

$$A = \sqrt{961} = 31$$

अतः परिमाण =  $31 \times 4 = 124$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 75.** अर्द्धवृत्त का परिमाण = अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल

$$2r + \pi r = \frac{\pi}{2} r^2$$

$$\pi + 2 = \frac{\pi}{2} r \Rightarrow r = 2 \frac{(\pi+2)}{\pi} = 2 + \frac{4}{22} \times 7$$

$$\text{व्यास} = 6 \frac{6}{11} \text{ मीटर}$$

**Sol<sup>n</sup> 76.** वृत्त की परिधी =  $2\pi r$

$$2\pi r = 11$$

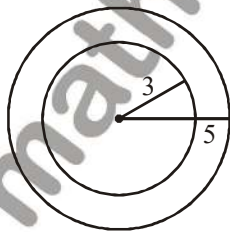
$$r = \frac{11 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{4}$$

$$\text{खण्ड का क्षेत्रफल} = \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{60}{360}$$

$$= \frac{77}{48} = 1 \frac{29}{48} \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 77.** बड़े और छोटे वृत्त के बीच का क्षेत्र =  $\pi (5^2 - 3^2) = 16\pi$



$$\frac{\text{दोनों वृत्तों के बीच का क्षेत्र.}}{\text{बड़े वृत्त का क्षेत्र.}} = \frac{16\pi}{25\pi} = \frac{16}{25}$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 78. परित्रिज्या} = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad \text{अंतःत्रिज्या} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

परिवृत्त और अंतःवृत्त के क्षेत्रफल का अंतर

$$= \pi \left( \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2 - \pi \left( \frac{a}{2\sqrt{3}} \right)^2 = 44 \text{ सेमी}^2$$

$$\frac{22}{7} \left( \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{12} \right) = 44 \Rightarrow \frac{a^2}{4} = 14$$

$$a^2 = 56 \quad \text{अतः त्रिभुज का क्षेत्र} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 14\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

$$\text{Sol<sup>n</sup> 79. } \pi r^2 = 3850$$

$$r = 35 \text{ मी}$$

वर्ग का परिमाण = वृत्त का परिमाण =  $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35$$

$$4a = 220 \text{ मी}$$

$$a = 55 \text{ मी}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्र} = a^2 = (55)^2 = 3025 \text{ मी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 80.** माना वर्ग की भुजा =  $a$

आयत की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः  $a+5$  और  $a-3$  होंगी

आयत और वर्ग का क्षेत्रफल बराबर है।

$$(a+5)(a-3) = a^2$$

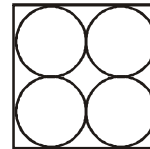
$$a^2 + 2a - 15 = a^2$$

$$a = 7.5 \text{ सेमी}$$

$$l = 12.5, b = 4.5$$

$$\text{परिमाण} = 2(l+b) = 34 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 81.**





वर्ग का क्षेत्रफल = 784

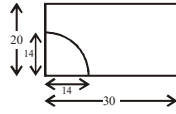
$$a^2 = 784$$

$$a = 28$$

वृत्त की त्रिज्या =  $\frac{28}{4} = 7$  सेमी

प्रत्येक प्लेट की परिधी =  $2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$  सेमी

Sol<sup>n</sup> 82.



चरे हुए भाग का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$= 154 \text{ मी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 83. खर्चा =  $2\pi rh \times 750 \times 2 = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35 \times 150}{100 \times 100} \times 1500$   
= 4950 रु.

Sol<sup>n</sup> 84.  $\pi[R^2 - (14)^2] = 60\pi$

$$R = 16 \text{ फीट}$$

$$\text{तब चौड़ाई } 16 - 14 = 2 \text{ फीट}$$

Sol<sup>n</sup> 85. चौड़ाई =  $x$  और लम्बाई =  $x + 8$

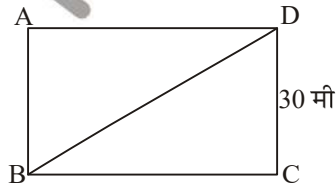
$$x(x + 8) = (x + 8 + 7)(x - 4)$$

हल करने पर

$$x = 20 \text{ मी}$$

अतः चौड़ाई = 20 मी और लम्बाई = 28 मीटर

Sol<sup>n</sup> 86.



आयत का क्षेत्रफल = 1200 मीटर<sup>2</sup>

$$\text{लम्बाई} \times 30 = 1200$$

$$\text{लम्बाई} = 40 \text{ m}$$

$$\text{विकर्ण} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50 \text{ मी}$$

बाड़ लगाने वाले हिस्से का परिमाण =  $30 + 40 + 50$   
= 120 मी.

$$\text{खर्चा} = 120 \times 100 = \text{Rs. } 12000$$

Sol<sup>n</sup> 87. त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1200}{4} = 300 \text{ मी}^2$

आधे त्रिभुज का क्षेत्रफल = 150 मी<sup>2</sup>

$$\frac{1}{2} \times 20 \times x = 150$$

$$\text{ऊँचाई} = x = 15$$

$$\text{बराबर भुजा} = \sqrt{(20)^2 + (15)^2} = 25 \text{ मी}$$

Sol<sup>n</sup> 88. मैदान का परिमाण

$$= 2(l + b)$$

$$= 2(36 + 21)$$

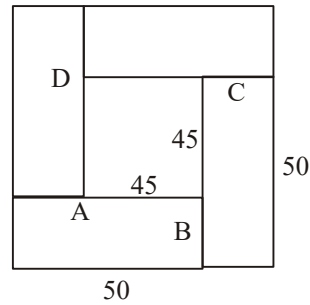
$$= 2 \times 57$$

3 मी की दूरी पर लगाए गए खम्बों की संख्या।

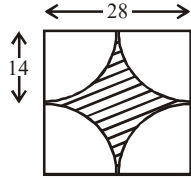
$$= \frac{2 \times 57}{3} = 38$$

$$\text{खम्बों की संख्या} = 38 + 1 = 39$$

Sol<sup>n</sup> 89.



भीतरी भाग का क्षेत्रफल  $ABCD = 45 \times 45$   
 $= 2025$  सेमी<sup>2</sup>

Sol<sup>n</sup> 90.

वर्ग का क्षेत्रफल  $= 28 \times 28 = 784$  सेमी<sup>2</sup>

4 खण्ड का क्षेत्रफल

$$\frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{90}{360} = 616 \text{ सेमी}^2$$

11 दिनों में चरे गए भाग का क्षे.  $= 616$

$$1 \text{ दिन} = \frac{616}{11}$$

$$= 56$$

शेष भाग को चरने में लगा समय  $= \frac{168}{56} = 3$  दिन

Sol<sup>n</sup> 91. मैदान की परिधी  $= 88$  मीटर

$$\therefore 2\pi r = 88$$

$\Rightarrow r = 14$  मी (बाह्य वृत्त की त्रिज्या)

अंतःवृत्त की त्रिज्या  $R = 14 - 3 = 11$  मी

$$\text{सड़क का क्षेत्रफल} = \pi r^2 - \pi R^2$$

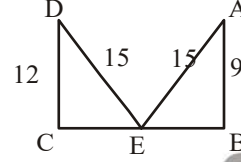
$$= \pi \times (14)^2 - \pi (11)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 75 \text{ मी}^2$$

$$\text{प्लेन कराने का खर्चा} = \frac{22}{7} \times 75 \times 7$$

( $\therefore 7$  रु/वर्ग मी.)

$$= 1650 \text{ रु.}$$

Sol<sup>n</sup> 92

$\Delta AEB$  में

$$EB = \sqrt{(15)^2 - 9^2} = 12 \text{ मी}$$

$\Delta DEC$  में

$$CE = \sqrt{(15)^2 - (12)^2} = 9 \text{ मी}$$

$$\therefore CB = 9 + 12 = 21 \text{ मी}$$

Sol<sup>n</sup> 93. छायांकित भाग B का क्षेत्रफल

$$= \frac{4}{3} \pi r = \frac{4}{3} \pi \times 2$$

$$= \frac{8}{3} \pi$$

Sol<sup>n</sup> 94. छायांकित भाग का क्षे.  $=$  (खण्ड ADB का क्षे.)  $+$   
 (खण्ड BCD का क्षे.)  $-$  (वर्ग ABCD का क्षेत्रफल)

$$= \frac{1}{4} \pi (10)^2 + \frac{1}{4} \pi (10)^2 - (10)^2$$

$$= \frac{\pi}{2} \times (100) - (100)$$

$$= 50\pi - 100$$

Sol<sup>n</sup> 95.  $AC = \sqrt{14^2 + 14^2}$ 

$$= 14\sqrt{2} \text{ सेमी}$$

$$\text{चतुर्थांश ABCP का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 154 \text{ सेमी}^2$$

छोटे अर्द्धवृत्त APC का क्षेत्रफल

$$= 154 - \frac{1}{2} \times 14 \times 14$$

$$= 154 - 98 = 56 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{बड़े अर्द्धवृत्त ACQ का क्षे.} = \frac{1}{2} \pi \times (7\sqrt{2})^2$$

$$= 49 \times \frac{22}{7} = 154$$

$$\therefore \text{छायॉकित भाग का क्षे.} = 154 - 56 = 98 \text{ सेमी}^2$$

या

छायॉकित भाग का क्षेत्रफल.

$$= (\text{अर्द्धवृत्त AQC का क्षे.}) + (\Delta ABC \text{ का क्षे.}) - (\text{एक चौथाई वृत्त APC का क्षे.})$$

$$= \frac{1}{2} \pi (7\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2} \times 14 \times 14 - \frac{1}{4} \pi (14)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 14$$

$$= 98 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>o</sup> 96.** OC = OA = r

$\Delta AOC$  में

$$r^2 + r^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$2r^2 = 49 \times 2$$

$$r = 7 \text{ सेमी}$$

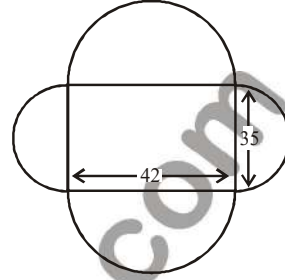
$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>o</sup> 97.** समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times (10+6) \times h$

$$72 = \frac{1}{2} \times 16 \times h$$

$$\therefore h = 9 \text{ मी}$$

**Sol<sup>o</sup> 98** संपूर्ण मैदान का क्षेत्रफल



$$= (\text{आयत का क्षे.}) + (\text{सभी अर्द्धवृत्तों का क्षे.})$$

$$= (42 \times 35) + \left[ \frac{1}{2} \pi \left( \frac{42}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left( \frac{35}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left( \frac{42}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left( \frac{35}{2} \right)^2 \right]$$

$$= (42 \times 35) + \left( \pi \times 21 \times 21 + \pi \times \frac{35}{2} \times \frac{35}{2} \right)$$

$$= 1470 \times 1386 + 962.5$$

$$= 3818.5 \text{ मी}^2$$

**Sol<sup>o</sup> 99.** बड़े वर्ग का क्षेत्रफल =  $a^2$

छोटे वर्ग ABCD का विकर्ण

$$= a$$

$$\text{छोटे वर्ग की भुजा} = a / \sqrt{2}$$

अब

$$\text{छोटे वर्ग की भुजा} = \text{वृत्त का व्यास} = a / \sqrt{2}$$

$$\text{सम्बाहु त्रिभुज की ऊँचाई} = \frac{3}{4} \times \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3a}{4\sqrt{2}}$$

$$\text{सम्बाहु त्रिभुज की भुजा} = \frac{\sqrt{3} a}{2\sqrt{2}}$$

**Sol<sup>o</sup> 100** छायॉकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \pi \left( \frac{AC}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi (BC)^2 -$$

$$\left[ \frac{1}{2} \pi \left( \frac{AB}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} (AC) \times (BC) \right]$$

$$[\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2]$$

$$= \frac{1}{2} (AC) \times (BC)$$

$$= \text{त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल} = 37 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 101** वृत्त की परिधी = आयत का परिमाप

$$2\pi r = 2(l + b)$$

$$\frac{22}{7} \times r = (26 + 18)$$

$$r = \frac{44}{22} \times 7 = 14 \text{ सेमी}$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 616 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 102** माना मैदान की लंबाई  $l$  है।

$$\text{मैदान का क्षेत्रफल} = lb = 50l$$

$$\text{खर्चा} = 50 \times l \times \frac{25}{100} = 100$$

$$= l = 80 \text{ m}$$

अब

लंबाई को 20मीटर बढ़ाने पर

$$\text{नई लंबाई } l = 80 + 20 = 100 \text{ मी}$$

अब मैदान का नया क्षेत्रफल =  $lb$

$$= 100 \times 50 = 5000 \text{ मी}^2$$

$$\text{मैदान को बनाने में लगा खर्चा} = 5000 \times \frac{25}{100}$$

$$= 1250 \text{ रु.}$$

**Sol<sup>n</sup> 103.** मार्बल ब्लॉक की संख्या =  $\frac{60 \times 20}{3 \times 2} = 200$

$$\text{मार्बल का खर्चा} = 200 \times 100 = \text{Rs. } 20000$$

**Sol<sup>n</sup> 104.** टाइलो की संख्या =  $\frac{40 \times 13.5}{3 \times 2} = 90$

1 टाइल की संख्या = 3 रु.

90 टाइलों का खर्चा =  $90 \times 3 = 270 \text{ रु.}$

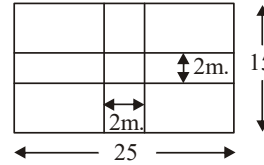
**Sol<sup>n</sup> 105.** छायांकित भाग का क्षेत्रफल = खण्ड का क्षेत्रफल - सम्बाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi r^2 \theta}{360} - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14 \times 14$$

$$= \left( 102 \frac{2}{3} - 49\sqrt{3} \right) \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 106.**



$$\begin{aligned} \therefore \text{घास के द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल} \\ &= 25 \times 15 - (25 \times 2 + 15 \times 2 - 2 \times 2) \\ &= 375 - (50 + 30 - 4) \\ &= 375 - 76 = 299 \text{ मी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 107.** आयत का क्षेत्रफल =  $4 \times$  वर्ग का क्षेत्रफल

$$l \times b = 4a^2$$

$$90 \times \frac{2}{3} \times a = 4a^2$$

$$a = 15 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 108** सड़क का क्षेत्रफल

$$= 60 \times 5 + 40 \times 5 - 5 \times 5$$

$$= 475 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{घास लगाने में लगा खर्चा} = 475 \times 0.60 = 285 \text{ रु.}$$

**Sol<sup>n</sup> 109.** माना छोटे वृत्त की त्रिज्या  $r$  है।

$$r = \frac{1}{2} (\text{वर्ग का विकर्ण}) - (\text{बड़े वृत्त की त्रिज्या})$$

$$= \frac{1}{2} (2\sqrt{2}R) - R$$

$$r = (\sqrt{2} - 1)R$$

**Sol<sup>n</sup> 110.**

छायॉकित भाग का क्षेत्र = खण्ड AOB का क्षेत्र -  $\Delta AOD$  का क्षेत्र।

$$= \frac{\pi(4)^2}{4} - \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$$= 4\pi - 4$$

$$= 8.56 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 111.** माना  $AB = 2A$

$$PQ = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

$$\text{वृत्त की त्रिज्या} = \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{माना त्रिभुज की भुजा} = x$$

$$\text{परित्रिज्या } R = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \frac{\text{वर्ग ABCD की भुजा}}{\text{समबाहु } \Delta XYZ \text{ की भुजा}} = \frac{2a}{\sqrt{3}a}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

**Sol<sup>n</sup> 112.** वर्ग ACDE का क्षेत्र = 128

$$\text{भुजा} \Rightarrow AC = 8\sqrt{2}$$

समकोण त्रिभुज ABC में

$$AB = BC = 8 \text{ सेमी.}$$

$$\text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \pi (4)^2 + \frac{1}{2} \pi (4)^2$$

$$= 16\pi \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 113.** माना छोटे वृत्त की त्रिज्या  $r$  है।

$$(1+r)^2 = (1)^2 + (1-r)^2$$

$$r = 1/4$$

छायॉकित भाग का क्षेत्र = आयत PQRS का क्षेत्र - [(दोनों एक चौथाई वृत्तों का क्षेत्र) + (छोटे वृत्त का क्षेत्रफल)]

$$= 2 \times 1 - \left[ \left( \frac{\pi}{4} (1)^2 + \frac{\pi}{4} (1)^2 \right) + \pi \left( \frac{1}{4} \right)^2 \right]$$

$$= 2 \times 1 - \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{16} \right)$$

$$= \frac{13}{16} \text{ वर्ग इकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 114** छायॉकित भाग का क्षेत्रफल

$$= [(\text{अर्द्धवृत्त AOB का क्षेत्र}) + (\text{अर्द्धवृत्त BOC का क्षेत्र}) +$$

अर्द्धवृत्त COD का क्षेत्र + (अर्द्धवृत्त AOD का क्षेत्र) - (वर्ग ABCD का क्षेत्र)

$$= \left[ \frac{\pi(4)^2}{4} + \frac{\pi(4)^2}{4} + \frac{\pi(4)^2}{4} + \frac{\pi(4)^2}{4} \right] - (8)^2$$

$$= 32\pi - 64$$

$$= 32(\pi - 2) \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 115.** माना छोटे वृत्त की त्रिज्या  $r$  है।

$$OA = \frac{1}{2} (\text{वर्ग का विकर्ण}) = \frac{2R\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

अब

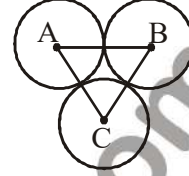
$$OA = OC + r + r\sqrt{2}$$

$$R\sqrt{2} = R + r(\sqrt{2} + 1)$$

$$r = \frac{(\sqrt{2}-1)R}{\sqrt{2}+1}$$

$$r = (3-2\sqrt{2})R$$

**Sol<sup>n</sup> 116.** माना ती वृत्तों के केन्द्र A, B और C हैं।



$\Delta ABC$  में

$$AB = \sqrt{2} + 2, BC = \sqrt{2} + 2$$

$$AC = 2\sqrt{2} + 2 = \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$$

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

अतः ABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है, जहाँ कोण  $90^\circ, 45^\circ$  और  $45^\circ$  है।

छायौकित भाग का परिमाण

$$= \frac{45^\circ}{360^\circ} \times 2\pi(\sqrt{2} + 1) + \frac{45^\circ}{360^\circ} \times 2\pi(\sqrt{2} + 1) +$$

$$\frac{90^\circ}{360^\circ} (1) 2\pi = \frac{\pi}{2}(\sqrt{2} + 2)$$

## प्रश्नावली - (घन और घनाभ)

1. एक घनाभ के किनारों 1 : 2 : 3 के अनुपात में हैं। उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 सेमी<sup>2</sup> है। तो घनाभ का आयतन क्या होगा?
 

(a) 120 सेमी <sup>3</sup>	(b) 64 सेमी <sup>3</sup>
(c) 48 सेमी <sup>3</sup>	(d) 24 सेमी <sup>3</sup>
2. 16 मी. लम्बे व 12 मी. चौड़े कमरे में समा जाने वाली लम्बी छड़ की लम्बाई क्या होगी?
 

(a) 23 मी	(b) 68 मी
(c) $22\frac{2}{3}$ मी	(d) $22\frac{1}{3}$ मी
3. 15 सेमी किनारे वाले घन से 3सेमी किनारे वाले कितने घन काटे जा सकते हैं।
 

(a) 25	(b) 27
(c) 125	(d) 144
4. उस घन का आयतन कितना होगा जिसका विकर्ण  $4\sqrt{3}$  सेमी है।
 

(a) 16	(b) 27
(c) 64	(d) 8
5. एक घनाभ जिसकी भुजाएँ 6 सेमी × 9 सेमी × 12 सेमी हैं, को समान भुजा वाले कम से कम कितने घनों में काटा जा सकता है।
 

(a) 6	(b) 9
(c) 24	(d) 30
6. एक साबुन की टिकिया की भुजाएँ 8 सेमी × 5 सेमी × 4 सेमी हैं। ऐसी कितनी साबुन की टिकिया 56 सेमी × 35 सेमी × 28 सेमी माप वाले डिब्बे में आ सकती है।
 

(a) 49	(b) 196
(c) 243	(d) 343
7. एक कमरे के फर्श का परिमाण 18 सेमी. है। व कमरे की ऊँचाई 3 सेमी. है, तो कमरे की दिवारों का क्षेत्रफल कितना होगा?
 

(a) 21 मी <sup>2</sup>	(b) 42 मी <sup>2</sup>
(c) 54 मी <sup>2</sup>	(d) 108 मी <sup>2</sup>
8. एक टैंक जो 200 मी. लम्बा व 150 मी. चौड़ा है। इसमें एक पाइप जिसका अनुप्रस्थ काट  $0.3 \text{ मी} \times 0.2 \text{ मी}$  है। व इसमें पानी 20कि.मी./घण्टा की गति से बह रहा है। कितने समय (घंटों में) में पानी का स्तर 8कि.मी. तक पहुँच जाएगा?
 

(a) 50	(b) 120
(c) 150	(d) 200
9. 40 सेमी × 15 सेमी आकार की एक आयतकार धातु की चादर है। उसके प्रत्येक कोने से भुजा 4 सेमी. के आकार का वर्गाकार टुकड़ा काटा गया। बाकि बचे हुए भाग को मोड़कर एक खुला डिब्बा बनाया। उस डिब्बे का आयतन क्या होगा?
 

(a) 896 सेमी <sup>3</sup>	(b) 986 सेमी <sup>3</sup>
(c) 600 सेमी <sup>3</sup>	(d) 916 सेमी <sup>3</sup>
10. एक घनाभ के तीन फलको का क्षेत्रफल 12सेमी<sup>2</sup>, 20सेमी<sup>2</sup> व 15 सेमी<sup>2</sup> है। तब घनाभ का आयतन क्या होगा।
 

(a) 3600	(b) 100
(c) 80	(d) 60
11. एक हाल 25 मी. लम्बा व 15 मी. चौड़ा है। इसके चारों ओर 3.5 मी. चौड़ाई का एक बरामदा है। बरामदे में 27. 50रु./मी. की दर से फर्श कराने का खर्चा कितना होगा?
 

(a) Rs. 9149.50	(b) Rs. 8146.50
(c) Rs. 9047.50	(d) Rs. 4186.50
12. तीन ठोस घन जिनकी भुजाएँ 4 सेमी., 5 सेमी., और 6 सेमी. हैं को पिघलाकर एक नया घन बनया जाता है। इसमें 62 सेमी<sup>3</sup> का पदार्थ व्यर्थ हो जाता है। इस प्रकार बने घन का सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल कितना होगा?
 

(a) 294	(b) 343
(c) 125	(d) 216
13. एक घनाभ की लम्बाई चौड़ाई व ऊँचाई 1 : 2 : 3 में है। अगर इन्हें क्रमशः 100%, 200% व 200% बढ़ाया जाता है तो इसके वास्तविक आयतन में कितना बदलाव आएगा?
 

(a) 5 बार	(b) 18 बार
(c) 12 बार	(d) 17 बार

14. एक घनी 20 मी × 10 मी × 8 मी के आकार का है। इसके विकर्ण सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात करे।  
 (a) 27.23 मी, 880 मी<sup>2</sup>, 1600 मी<sup>3</sup>  
 (b) 23.75 मी, 880 मी<sup>2</sup>, 1600 मी<sup>3</sup>  
 (c) 27 मी, 1600 मी<sup>2</sup>, 880 मी<sup>3</sup>  
 (d) 23 मी, 1200 मी<sup>2</sup>, 1600 मी<sup>3</sup>
15. एक घनाभ के आकार के डिब्बे की आन्तरिक भुजाएँ 20 सेमी × 12 सेमी × 10 सेमी है। व यह जिस धातु से बना है वो 10 मी मोटी है। धातु का आयतन क्यcm होगा?  
 (a) 960 सेमी<sup>3</sup> (b) 1296 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 2400 सेमी<sup>3</sup> (d) 1120 सेमी<sup>3</sup>
16. एक आयताकार टैंक को आन्तरिक सतह से मापा गया यह  $37\frac{1}{3}$  मीटर लम्बा, 12 मीटर चौड़ा व 8 मीटर गहरा है व पानी से भरा है तो पानी का वजन (मैट्रिक टन) में क्या होगा? (अगर 1 मी<sup>3</sup> पानी का वजन 100 कि.ग्रा. हो तो)  
 (a) 3584 मैट्रिक टन  
 (b) 3685 मैट्रिक टन  
 (c) 3758 मैट्रिक टन  
 (d) 3868 मैट्रिक टन
17. एक टंकी की क्षमता 8000लीटर है। इसका बाहरी माप 3.3 मी × 2.6 मी × 1.1 मी है व दिवारों की मोटाई 5 सेमी. है। इसकी तली की मोटाई कितनी होगी?  
 (a) 90 सेमी. (b) 1 डेसी.मी.  
 (c) 1 मी. (d) 1.1 मी.
18. अगर एक घनाभ के तीन फलको का क्षेत्रफल P सेमी<sup>2</sup>, Q सेमी<sup>2</sup> व R सेमी<sup>2</sup> हो तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a)  $\sqrt{PQ^2 + QR^2 + RP^2}$   
 (b)  $\sqrt{PQ} + \sqrt{QR} + \sqrt{RP}$   
 (c)  $\sqrt{(P^2 + Q^2 + R^2)(P + Q + R)}$   
 (d)  $\sqrt{PQR}$
19. एक आयताकार खेत जिसकी लम्बाई 20 मी. व चौड़ाई 25 मी. है। इसके अन्दर 15 × 15 मी का एक खड्डा है। इस खड्डे को 4 मीटर तक भरने में खेत से जितनी मिट्टी खोदी गई उसकी गहराई बताए।  
 (a)  $\frac{9}{5}$  सेमी (b)  $\frac{9}{2}$  सेमी  
 (c)  $\frac{9}{7}$  सेमी (d)  $\frac{9}{4}$  सेमी
20. एक घनाभ की भुजाएँ a, b, c है, व आयत V सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल S है तो  $\frac{4}{5} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$  किसके बराबर है:-  
 (a)  $\frac{8S}{5V}$  (b)  $\frac{2S}{5V}$   
 (c)  $\frac{4S}{5V}$  (d)  $\frac{S}{5V}$
21. एक घन की भुजा 4 मी. है, इसके अन्दर बड़ी से बड़ी कितनी लम्बाई की छड़ आ सकती है?  
 (a)  $4\sqrt{3}$  मी (b)  $3\sqrt{4}$  मी  
 (c)  $5\sqrt{3}$  मी (d)  $3\sqrt{5}$  मी
22. 1 मी<sup>3</sup> सोने को कूट-कूट कर 6 हैक्टेयर जितना फैलाया गया अब सोने की मोटाई कितनी होगी?  
 (a) 0.0015 सेमी (b) 0.0017 सेमी  
 (c) 0.0019 सेमी (d) 0.0021 सेमी
23. एक घन के सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल को रंगने का खर्च 13 पैसे/सेमी<sup>2</sup> के हिसाब से 343.98 रु. है, तो इसका आयतन निकालिए।  
 (a) 8500 सेमी<sup>3</sup> (b) 9000 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 9250 सेमी<sup>3</sup> (d) 9261 सेमी<sup>3</sup>
24. एक 8 मी लम्बी 6 मी. ऊँची व 22.5 सेमी. मोटी दिवारों का बनाने के लिए 25 सेमी × 11.5 सेमी × 6 सेमी के आकार वाली कितनी ईंट चाहिए?  
 (a) 8100 (b) 6400  
 (c) 7400 (d) 9400



25. तीन घन जिनकी भुजाएँ 8 सेमी, 6 सेमी. व 1सेमी. है को पिघलाकर एक नया घन बनाया गया। इस प्रकार बने नए घन का पृष्ठ क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 648 सेमी<sup>2</sup> (b) 864 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 486 सेमी<sup>2</sup> (d) 946 सेमी<sup>2</sup>
26. एक आयताकार टुकड़े की तीन फलकों का क्षेत्रफल 2 : 3 : 4 में है व आयतन 9000 सेमी<sup>3</sup> है। तब छोटी भुजा की लम्बाई क्या होगी?
- (a) 30 सेमी (b) 20 सेमी  
(c) 15 सेमी (d) 10 सेमी
27. एक 6 मी × 5 मी × 0.5 मी के आकार की दीवार को बनाने में 25 सेमी. × 12 सेमी. × 7.5 सेमी के आकार की कितनी ईंटें चाहिए अगर कंक्रीट पूरी दीवार के आयतन के 5% भाग में है।
- (a) 6080 (b) 5740  
(c) 3040 (d) 8120
28. एक खुले हुए बक्से की विमाएँ 52 सेमी, 40 सेमी और 29 सेमी है। धातु की मोटाई 2 सेमी. है। यदि 1सेमी<sup>3</sup> धातु का वजन 0.5 ग्राम है, तो बक्से का वजन ज्ञात करें।
- (a) 8.56 किग्रा. (b) 7.76 किग्रा.  
(c) 7.576 किग्रा. (d) 6.832 किग्रा.
29. एक आयताकार टैंक जो ऊपर से खुला है। इसकी क्षमता 24मी<sup>3</sup> है। इसकी लम्बाई 4मी व चौड़ाई 3मी है। अगर इसकी मोटाई को शामिल ना करे तो इसकी बाहरी व अन्दरूनी सतह पर 10रु/मी<sup>2</sup> के हिसाब से रंग कराने का खर्चा क्या होगा?
- (a) Rs. 400 (b) Rs. 500  
(c) Rs. 600 (d) Rs. 800
30. एक घनाभ जिसकी भुजाएँ  $a, b, c$  है व इसका आयतन  $V$  व पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S$  हो तो  $\frac{1}{V} = ?$
- (a)  $\frac{S}{2}(a+b+c)$  (b)  $\frac{2}{S}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$   
(c)  $\frac{2S}{a+b+c}$  (d)  $2S(a+b+c)$
31. एक हाल की लम्बाई 15मी व चौड़ाई 12मी है। इसके फर्श व छत के क्षेत्रफल का योगफल चारों दिवारों के क्षेत्रफल के योग के बराबर है। तो हल का आयतन क्या होगा?
- (a) 1800 मी<sup>3</sup> (b) 1200 मी<sup>3</sup>  
(c) 900 मी<sup>3</sup> (d) 720 मी<sup>3</sup>
32. एक खुला हुआ डिब्बा 3 सेमी. मोटी लकड़ी से बना है इसकी बाह्य लम्बाई 1.46 मी चौड़ाई 1.16 मी व ऊँचाई 8.3 डेसी.मी है। इसके अन्दरूनी सतह पर 50 पैसे पर 100 सेमी<sup>3</sup> की दर से पेंट करने का खर्चा क्या होगा?
- (a) Rs. 138.50 (b) Rs. 277  
(c) Rs. 415.50 (d) Rs. 554
33. एक घनाभकार टैंक की क्षमता 216 लीटर है। इसकी गहराई इसकी लम्बाई की 1/3 है व चौड़ाई लम्बाई व गहराई के अन्तर के 1/3 का 1/2 वाँ भाग है। टैंक की लम्बाई क्या होगी?
- (a) 72 डेसी.मी. (b) 18 डेसी.मी.  
(c) 6 डेसी.मी. (d) 2 डेसी.मी.
34. एक घनाभ के तीन फलकों का क्षेत्रफल  $x, y, z$  और  $q$  इकाई है। इसका आयतन  $v$  घन इकाई है। तब  $v, x, y, z$  में कौन सा समबद्ध सही होगा:-
- (a)  $v^2 = xyz$  (b)  $v^3 = xyz$   
(c)  $v^2 = x^3 y^3 z^3$  (d)  $v^3 = x^2 y^2 z^2$
35. एक 24 सेमी. लम्बी व 18 सेमी. चौड़ाई वाली एक चादर के कौनों से 3 सेमी. आकार के वर्ग काटे गए व बचे भाग को मोड़ कर एक खुला डिब्बा बनाया। उस डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 468 सेमी<sup>2</sup> (b) 396 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 612 सेमी<sup>2</sup> (d) 423 सेमी<sup>2</sup>

36.  $1 \text{ मी}^3$  कोपर को पिघलाकर एक वर्गाकार अनुप्रस्थ काट वाली 36मीटर लंबी छड़ में बदला जाता है। इस छड़ से एक बड़े से बड़े आकार का एक घन का काटा जाता है। यदि एक मीटर घन कोपर का खर्चा 108 रु. है, तो घन में कितना खर्चा आएगा।  
 (a) 50 पैसे (b) 25 पैसे  
 (c) 75 पैसे (d) 1 पैसे
37. एक आयताकार पत्थर के टुकड़े का आयतन  $10368 \text{ मी}^3$  है। इसकी विमाएँ 3 : 2 : 1 के अनुपात में हैं। इसके पुरे तल को 2 पैसा/डेसीमीटर<sup>2</sup> की दर से पेंट करवाने का क्या खर्च आएगा?  
 (a) Rs. 31.68 (b) Rs 31.50  
 (c) Rs. 63 (d) Rs. 63.36
38.  $1 \text{ किमी}^2$  के मैदान में 2 सेमी वर्षा होती है। माना की 50% पानी को  $100 \text{ मी} \times 10 \text{ मी}$  के तलाब में इकट्ठा किया, तो इस पानी के कारण तालाब में मौजूद पानी का स्तर कितना बढ़ेगा?  
 (a) 15 मीटर (b) 20 मीटर  
 (c) 10 मीटर (d) 25 मीटर
39. 10 सेमी. किनारे वाले एक घन को पिघलाकर दो समान छोटे घनों में ढाला गया। नए छोटे घन के किनारे व बड़े घन के किनारों में अनुपात क्या होगा?  
 (a)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{1/3}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$  (d)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3}$
40. एक  $384 \text{ सेमी}^2$  सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल वाले घन से  $96 \text{ सेमी}^2$  सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल वाले छोटे-छोटे कितने घन बनाए जा सकते हैं?  
 (a) 8 (b) 5  
 (c) 800 (d) 8000
41. एक खेत जो  $13.5 \times 2.5 \text{ मी.}$  के माप का है, उसके अन्दर एक आयताकार गड्ढा जो  $5 \text{ मी} \times 4.5 \text{ मी} \times 2.1 \text{ मी}$  के माप का है, खोदा गया। उस गड्ढे से निकली मिट्टी को समान रूप से बाकी बचे भाग पर फैला दिया। खोदी गई मिट्टी के कारण बाकी भाग की ऊँचई कितनी बढ़ेगी?  
 (a) 4.0 मीटर (b) 4.1 मीटर  
 (c) 4.2 मीटर (d) 4.3 मीटर
42. एक आयताकार डिब्बे की भुजाएँ 1 : 2 : 4 के अनुपात में हैं। इसको  $20 \text{ रु/मी}^2$  के हिसाब से कपड़े से व  $20.5 \text{ रु/मी}^2$  सीट से ढकवाने के खर्च में 126 रु का अन्तर है तो डिब्बे की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।  
 (a) 3 मी, 6 मी, 12 मी (b) 6 मी, 12 मी, 24 मी  
 (c) 1 मी, 2 मी, 4 मी (d) इनमें से कोई नहीं
43. एक घन का आयतन संख्या में इसके किनारों के योग के बराबर है, इसको समकोण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा? (वर्ग इकाई)  
 (a) 66 (b) 183  
 (c) 36 (d) 72
44. एक टैंक जिसका माप  $24 \text{ मी} \times 2 \text{ मी} \times 1.5 \text{ मी}$  है। इसे खाली होने पर पूरा पानी से भरा जाए तो 2 घंटे 30 मिनट का समय लेता है। तो इसमें पानी के प्रवाह की दर क्या होगी?  
 (a) 0.48000 घन मी/घण्टा  
 (b) 2.88 घन मी/घण्टा  
 (c) 800 घन मी/सेकण्ड  
 (d) 80 घन मी/मिनट
45. एक घनाभ के आकार का पानी का टैंक जो 20 मीटर लम्बा, 7 मीटर चौड़ा व 10 मीटर गहरा है, शुरुआत में टैंक पूर्ण रूप से भरा हुआ है परन्तु बाद में इससे

- कुछ पानी निकाल लिया जाता है। तो पानी का स्तर दो मीटर से नीचे चला जाता है। अब टैंक में बचे हुए पानी का आयतन क्या होगा?
- (a) 1120 मी<sup>3</sup> (b) 400 मी<sup>3</sup>  
(c) 280 मी<sup>3</sup> (d) 140 मी<sup>3</sup>
46. एक खेत जो 500 मी. लम्बा व 30 मी. चौड़ा है, इसके अन्दर  $30 \times 20 \times 12$  मी के माप का एक टैंक खोदा गया व इससे निकली मिट्टी को बाकी बचे भाग पर समान रूप से फैला दिया। खुदाई से निकली मिट्टी के कारण खेत का स्तर कितना ऊपर उठेगा?
- (a) 0.33 मी (b) 0.5 मी  
(c) 0.25 मी (d) 0.4 मी
47. एक कमरा 8 मी लम्बा, 6 मी चौड़ा व 3 मी ऊँचा है। इसके अन्दर  $1\frac{1}{2}$  मी  $\times$  1 मी की दो खिड़कियाँ व  $2$  मी  $\times$   $1\frac{1}{2}$  मी का एक दरवाजा है। इसको 50 सेमी/25 पैसे की दर से चारों दीवारों पर कागज लगाने में कितना खर्चा आएगा?
- (a) Rs. 50 (b) Rs. 45  
(c) Rs. 60 (d) Rs. 39
48. एक खाली आयताकार टैंक में 8 क्यूबिक फिट/मिनट के हिसाब से 2.5 मिनट तक पानी भरा गया। टैंक की लम्बाई व चौड़ाई लम्बाई की आधी है। अब टैंक में पानी की गहराई कितनी है?
- (a) 4 फिट (b) 3.86 फिट  
(c) 3.23 फिट (d) 4.44 फिट
49. एक स्विमिंग पूल जो 90 मी  $\times$  40 मी के माप का है, में 150 आदमी डुबकी लगाते हैं। अगर एक आदमी औसत 8 क्यूबिक मीटर की जगह घेरता है तो पानी का स्तर कितना बढ़ेगा?
- (a) 33.33 सेमी (b) 30 सेमी  
(c) 20 सेमी (d) 25 सेमी
50. एक आयताकार पानी का टैंक  $15$  मी  $\times$   $6$  मी  $\times$   $10$  मी के माप का है। यह पानी से पूरा भरा है। इसकी गहराई 10 मी है। इसके पानी को निकाल दिया जाए व सिर्फ 1 मीटर की गहराई तक रखा जाए तो बताए कितना पानी निकाला गया?
- (a) 90,000 लीटर (b) 45,000 लीटर  
(c) 80,000 लीटर (d) 40,000 लीटर
51. एक आयताकार खेत 40 मी. लम्बा व 14 मी. चौड़ा है। इसके एक किनारे पर 12 मी. लम्बा, 6 मी. चौड़ा व 5 मी. गहरा गड्ढा खोदा गया व उससे निकली मिट्टी को पूरे खेत में फैला दिया। उस मिट्टी के कारण खेत का स्तर कितना ऊपर उठेगा?
- (a) 73.77 सेमी (b) 72.12 सेमी  
(c) 70 सेमी (d) 75 सेमी
52. एक बड़े घन से 125 बराबर आकार के घन बनाए व उनसे एक लाइन में रखकर एक घनाभ बना दिया। इस प्रक्रिया के कारण घनाभ का पृष्ठ क्षेत्रफल घन के सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल का कितना प्रतिशत बढ़ेगा?
- (a)  $234\frac{1}{3}\%$  (b)  $234\frac{2}{3}\%$   
(c) 117% (d) इनमें से कोई नहीं
53. एक आयताकार टैंक जो 45 मी लम्बा व 26 मीटर चौड़ा है इसमें एक पाइप से पानी गिर रहा है। जिसका अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल  $13$  सेमी<sup>2</sup> व पानी गिरने की दर 9 किमी/घंटे है। 15 मिनट में पानी का स्तर कितना उठ जाएगा?
- (a) 0.0016 मी (b) 0.0020 मी  
(c) 0.0025 मी (d) 0.0018 मी

54. एक आयताकार पानी का टैंक जिसका आधार 15 मी  $\times$  12 मी है। इसमें एक पाइप से पानी बह रहा है जिसका अनुप्रस्थ काट 50मी  $\times$  3सेमी है व पानी 16मी/सेकेण्ड की दर से गिर रहा है। तो 25 मिनट में पानी का स्तर कितना उठ जाएगा?

- (a) 0.2 मीटर (b) 2 सेमी  
(c) 0.5 मीटर (d) इनमें से कोई नहीं

55. एक घनाभ जिसका आकार 85 सेमी  $\times$  17 सेमी  $\times$  51 सेमी है, से एक अधिकतम आयतन वाला घन काटा जाता है, तो इस घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

- (a) 26010 सेमी<sup>2</sup> (b) 21600 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 26100 सेमी<sup>2</sup> (d) इनमें से कोई नहीं

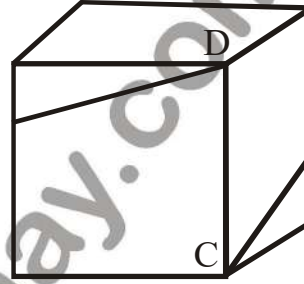
56. 1सेमी<sup>3</sup> आकार के 64 घनों को इस प्रकार व्यवस्थित किया गया कि उन से बने बड़े घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कम से कम हो। उस बड़े घन का विकर्ण क्या होगा?

- (a)  $8\sqrt{2}$  सेमी (b)  $\sqrt{273}$  सेमी  
(c)  $4\sqrt{3}$  सेमी (d) 4 सेमी

57. एक घनाभ की तीन फलकों के विकर्ण  $x, y$  व  $z$  है। उस घनाभ का आयतन क्या होगा?

- (a)  $\frac{xyz}{2\sqrt{2}}$   
(b)  $\frac{\sqrt{(y^2+z^2-x^2)(z^2+x^2-y^2)(x^2+y^2-z^2)}}{2\sqrt{2}}$   
(c)  $\sqrt{\frac{(y^2+z^2)(z^2+x^2)(x^2+y^2)}{2\sqrt{2}}}$   
(d) इनमें से कोई नहीं

58.  $n$  सेमी वाले घन के चारों ओर एक रस्सी लपेटी जाती है, जो बिन्दु C से शुरू होकर D पर खत्म होती है। जैसा चित्र में दिखाया गया है। तो रस्सी की लम्बाई ज्ञात करो।



- (a)  $\sqrt{2} n$  (b)  $\sqrt{17} n$   
(c)  $n$  (d)  $\sqrt{13} n$

59. एक घनाभ के आकार का तालाब जिसका आधार 80 मीटर चौड़ाई 60 मीटर और गहराई 6.5 मीटर है, तो यह तालाब कितनी देर में खाली हो जाएगा यदि 20 सेमी. भुजा वाले वर्गाकार अनुप्रस्थ काट वाले पाइप से पानी 15 किमी./घण्टे की दर से बाहर निकाला जाता है?

- (a) 52 घण्टे (b) 26 घण्टे  
(c) 65 घण्टे (d) 42 घण्टे

60. एक स्वीमिंग पुल 24 मीटर लंबा और 15 मीटर चौड़ा है, यदि कुछ आदमी स्वीमिंग पुल में नहाने के लिए जाते हैं, तो पानी का स्तर 1 सेमी. से बढ़ जाता है यदि एक आदमी के द्वारा विस्थापित किये गए पानी का औसत मान 0.1 घन मीटर है, तो पानी में कितने आदमी उतरे?

- (a) 42 (b) 46  
(c) 32 (d) 36

## उत्तरमाला

1. (c) 2. (c) 3. (c) 4. (c) 5. (c) 6. (d) 7. (c) 8. (d) 9. (a)  
10. (d) 11. (c) 12. (a) 13. (d) 14. (b) 15. (b) 16. (a) 17. (b) 18. (d)  
19. (a) 20. (b) 21. (a) 22. (b) 23. (d) 24. (b) 25. (c) 26. (c) 27. (a)  
28. (a) 29. (a) 30. (b) 31. (b) 32. (b) 33. (b) 34. (a) 35. (c) 36. (a)  
37. (d) 38. (c) 39. (c) 40. (a) 41. (c) 42. (a) 43. (d) 44. (b) 45. (a)  
46. (b) 47. (d) 48. (d) 49. (a) 50. (a) 51. (a) 52. (b) 53. (c) 54. (a)  
55. (a) 56. (c) 57. (c) 58. (b) 59. (s) 60. (d)

## हल एवं संकेत

**Sol<sup>n</sup> 1.** माना भुजाएँ हैं  $x, 2x, 3x \Rightarrow$  लंबाई  $= x$ , चौड़ाई  $= 2x$ ,  
ऊँचाई  $= 3x$

$$\Rightarrow 2(2x^2 + 6x^2 + 3x^2) = 88$$

[ $\therefore$  संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र = 2 (लंबाई  $\times$  चौड़ाई + चौड़ाई  $\times$  ऊँचाई +  
ऊँचाई  $\times$  लंबाई)]

$$x = 2$$

$$\text{आयतन} = x \times 2x \times 3x$$

$$(\therefore \text{आयतन} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई})$$

$$= 6x^3 = 48 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 2.** बड़ी से बड़ी छड़ की लंबाई जो एक कमरे में रखी जा सकती है।

$$\text{कमरे का विकर्ण} = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

$$\text{यहाँ लंबाई} = 16, \text{ चौड़ाई} = 12, \text{ ऊँचाई} = \frac{32}{3}$$

$$\text{कमरे का विकर्ण} = \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + \left(\frac{32}{3}\right)^2}$$

$$= \frac{68}{3} = 22\frac{2}{3} \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 3.** माना काटे जा सकने वाले घनों की संख्या  $n$  है।

घन का आयतन जिसकी भुजा 15 सेमी है

$$= n \times (\text{घन का आयतन जिसकी भुजा 3 सेमी है})$$

$$15 \times 15 \times 15 = n \times 3 \times 3 \times 3$$

$$n = 125$$

**Sol<sup>n</sup> 4.** घन का विकर्ण  $= \sqrt{3} a$

( $\therefore a$  घन की भुजा है।)

$$4\sqrt{3} = \sqrt{3} a$$

$$a = 4$$

$$\text{आयतन} = a^3 = 64$$

**Sol<sup>n</sup> 5.** 6, 9, 12 और 3 का म.स.प है।

घन की भुजा  $= 3$  सेमी

घनाभ का आयतन  $= n \times (\text{घन का आयतन})$

( $\therefore n$  घनों की संख्या है।)

$$6 \times 9 \times 12 = n \times (3)^3$$

$$n = 24$$

**Sol<sup>n</sup> 6.** माना साबुन कि टिकिया की संख्या  $n$  है।

$\therefore$  डब्बे का आयतन  $= n \times (\text{साबुन कि टिकिया का आयतन})$

$$56 \times 35 \times 28 = n \times (8 \times 5 \times 4)$$

$$n = 343$$

**Sol<sup>n</sup> 7.** माना कमरे की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः  $l$  और  $b$  है।

$\therefore$  फर्श का परिमाण  $= 2$  (लंबाई + चौड़ाई)

$$2(\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) = 18$$

$$(\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) = 9 \text{ मी}$$

$\therefore$  दीवार का क्षेत्रफल  $= 2$  (लंबाई + चौड़ाई)  $h$

$$= 2 \times (9) \times 3 = 54 \text{ मी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 8.** पाईप की ऊँचाई  $= \frac{\text{टैंक का आयतन}}{\text{पाईप के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्र}}$

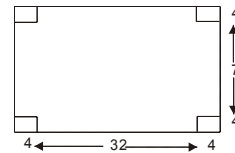
$$= \frac{200 \times 150 \times 8}{0.3 \times 0.2} = 40,00,000 \text{ मी}$$

पाईप द्वारा लिया गया समय  $=$

$$\frac{\text{पाईप की ऊँचाई}}{\text{पाईप से बह रहे पानी की तीव्रता}}$$

$$= \frac{40,00,000 (\text{मीटर})}{20 \times 1000 (\text{मीटर / घण्टे})} = 200 \text{ घण्टे}$$

**Sol<sup>n</sup> 9.** जब एक आयताकर सीट के कोनों से 4 सेमी भुजा वाले वर्ग काटे जाते हैं।



शेष आयताकार सीट की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 32 सेमी और 7 सेमी होगी और ऊँचाई 4 सेमी होगी  
खुले हुए आयताकार बक्से का आयतन  
= लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई  
=  $32 \times 7 \times 4 = 896$  सेमी<sup>3</sup>

**Sol<sup>n</sup> 10.** माना एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमश  $l, b$  और  $h$  है।

$$\therefore \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = 12 \text{ सेमी}^2 \quad \dots (i)$$

$$\text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} = 20 \text{ सेमी}^2 \quad \dots (ii)$$

$$\text{ऊँचाई} \times \text{लंबाई} = 15 \text{ सेमी}^2 \quad \dots (iii)$$

घनाभ का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई  
समीकरण (i), (ii) और (iii) को गुणा करने पर

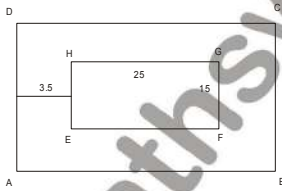
$$\therefore (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई})^2 = 12 \times 20 \times 15$$

$$\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} = \sqrt{12 \times 20 \times 15}$$

$$\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} = 60 \text{ सेमी}^3$$

घनाभ का आयतन = 60 सेमी<sup>3</sup>

**Sol<sup>n</sup> 11.** EFGH का क्षेत्रफल =  $25 \times 15$   
= 375 सेमी<sup>2</sup>



$$\begin{aligned} \text{ABCD का क्षेत्रफल} &= (25 + 7) \times (15 + 7) \\ &= 32 \times 22 \\ &= 704 \text{ मी}^2 \end{aligned}$$

$$\text{बरामदे के क्षेत्रफल} = 704 - 375 = 329 \text{ मी}^2$$

$$\begin{aligned} \text{बरामदे में फर्श बिछाने का खर्चा} &= 329 \times 27.50 \\ &= 9047.50 \text{ रु.} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 12.** पिघलाकर बनाये गए 3 घनों का आयतन  
= 4 सेमी भुजा वाले घन का आयतन + 5 सेमी भुजा वाले घन का आयतन + 6 सेमी भुजा वाले घन का आयतन

( $\therefore$  घन का आयतन =  $a^3$  जहाँ  $a$  घन की भुजा है।)

$$\text{कुल आयतन} = (4)^3 + (5)^3 + (6)^3$$

$$= 405 \text{ सेमी}^3$$

62 सेमी<sup>3</sup> धातु व्यर्थ होने पर

$$\text{शेष आयतन} = 405 - 62 = 343$$

$\therefore$  शेष धातु का आयतन = नए घन का आयतन

$$\therefore 343 = b^3 \text{ (माना नए घन की भुजा } b \text{ है)}$$

$$b = 7 \text{ सेमी}$$

नए घन के संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $6a^2$

$$= 6 \times 7 \times 7$$

$$= 294 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 13.** माना एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 100, 200 और 300 है।

$$\begin{aligned} \text{घनाभ का आयतन} (V_1) &= 100 \times 200 \times 300 \\ &= 6000000 \end{aligned}$$

$\therefore$  लंबाई को 100%, चौड़ाई को 200% और ऊँचाई को 200% बढ़ाने पर।

अब नई लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 200, 600, 900 हैं।

$$\text{नए घनाभ का आयतन} (V_2) = 108000000$$

$$\text{आयतन में वृद्धि} = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$$

$$= \frac{102000000}{6000000} = 17$$

आयतन में वृद्धि = 17 गुना

**Sol<sup>n</sup> 14.** लंबाई = 20 मी, चौड़ाई = 10 मी, ऊँचाई = 8 मी

$$\begin{aligned} \therefore \text{विकर्ण} &= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} \\ &= \sqrt{(20)^2 + (10)^2 + (8)^2} \\ &= \sqrt{564} = 23.75 \text{ मीटर} \end{aligned}$$

सतह का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 2 (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} + \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} + \text{ऊँचाई} \times \text{लंबाई}) \\ &= 2 (20 \times 10 + 10 \times 8 + 20 \times 8) \\ &= 880 \text{ मी}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{आयतन} &= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} \\ &= 20 \times 10 \times 8 = 1600 \text{ मीटर}^3 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 15.** माना अंदर वाली सतह की लंबाई ( $l_1$ ) = 20 सेमी

$$\begin{aligned} \text{बाह्य सतह की लंबाई } (l_2) &= 22 \text{ सेमी} \\ \text{माना आन्तरिक सतह की चौड़ाई } (b_1) &= 12 \text{ सेमी} \\ \text{बाहरी सतह की चौड़ाई } (b_2) &= 14 \text{ सेमी} \\ \text{माना आन्तरिक सतह की ऊँचाई } (h_1) &= 10 \text{ सेमी} \\ \text{बाह्य सतह की ऊँचाई } (h_2) &= 12 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

लकड़ी का आयतन =

$$\begin{aligned} &\text{बाह्य सतह का आयतन} - \text{आन्तरिक सतह का आयतन} \\ &= l_2 b_2 h_2 - l_1 b_1 h_1 \\ &= 22 \times 14 \times 12 - 20 \times 12 \times 10 \\ &= 3696 - 2400 \\ &= 1296 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 16.** पानी का आयतन = टंकी का आयतन

$$\begin{aligned} &= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} \\ &= \frac{112}{3} \times 12 \times 8 \\ &= 3584 \text{ मी}^3 \end{aligned}$$

$$\therefore 1 \text{ मी}^3 = 1000 \text{ किलोग्राम}$$

$$\begin{aligned} 3584 \text{ मी}^3 &= 3584 \times 1000 \text{ किलोग्राम} \\ &= 3584 \text{ मीट्रिक टन (1 मीट्रिक टन = 1000 किलोग्राम)} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 17.** टंकी का आयतन =  $8000 \times 1000$  सेमी<sup>3</sup>

$$\text{आन्तरिक लंबाई} = 330 - 10 = 320 \text{ सेमी}$$

$$\text{आन्तरिक चौड़ाई} = 260 - 10 = 250 \text{ सेमी}$$

$$\text{आन्तरिक ऊँचाई} = h$$

$$320 \times 250 \times h = 8000 \times 1000$$

$$h = 100 \text{ सेमी}$$

$$\text{तल की मोटाई} = 110 - 100 = 10 \text{ सेमी} = 1 \text{ डेसीमीटर}$$

**Sol<sup>n</sup> 18.** माना एक घनाभ की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः  $l, b$  और  $h$  हैं।

$$P = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई}$$

$$Q = \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$R = \text{लंबाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{आयतन} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} = \sqrt{PQR}$$

$$[\therefore PQR = (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई})^2]$$

**Sol<sup>n</sup> 19.** मैदान से खोदकर निकाली गई मिट्टी का आयतन = वर्गाकार खड्डे को भरने में लगी मिट्टी का आयतन

$$\therefore 20 \times 25 \times \text{ऊँचाई} = 15 \times 15 \times 4$$

( $\therefore$  ऊँचाई = आयताकार मैदान की गहराई जहाँ तक खड्डा खोदा गया)

$$\text{ऊँचाई} = \frac{15 \times 15 \times 4}{20 \times 25} = \frac{9}{5} \text{ सेमी.}$$

**Sol<sup>n</sup> 20.** घनाभ का आयतन (V) =  $abc$

$$\text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (S)} = 2(ab + bc + ca)$$

$$S = 2abc \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$S = 2V \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$\frac{S}{2V} = \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$



$$\frac{4}{5} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{4}{5} \times \frac{S}{2V} = \frac{2S}{5V}$$

**Sol<sup>n</sup> 21.** सबसे लम्बे खम्बे की लंबाई = विकर्ण की लंबाई =  $4\sqrt{3}$  (∵  $a$  घन की भुजा है) =  $4\sqrt{3}$  मीटर

**Sol<sup>n</sup> 22.** सोने का शुरुआती आयतन = सोने का अंतिम आयतन

$$1\text{मी}^3 = 6 \times 10,000 \text{मी}^2 \times \text{ऊँचाई}$$

$$(\therefore h = \text{मोटाई}) \quad (1 \text{ हेक्टेयर} = 10,000 \text{ मी})$$

$$h = \frac{0.17}{10,000} \text{ मीटर}$$

$$h = 0.0017 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 23.** संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल को पेंट कराने का खर्च = Rs. 343.98 = 34398 पैसे

$$\text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \frac{34398}{13} = 2646 \text{ सेमी}^2$$

$$6a^2 = 2646$$

$$a^2 = 441$$

$$a = 21 \text{ सेमी}$$

$$\text{इसलिए, आयतन} = 21 \times 21 \times 21 = 9261 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 24.** दीवार का आयतन =  $n \times$  एक ईंट का आयतन

$$(\therefore n = \text{ईंटों की संख्या})$$

$$800 \times 600 \times 22.5 = 25 \times 11.5 \times 6 \times n$$

$$n = \frac{800 \times 600 \times 22.5}{25 \times 11.5 \times 6} = 6400$$

**Sol<sup>n</sup> 25.** नए घन का आयतन = तीन घनों के आयतन का योग

$$a^3 = (8)^3 + (6)^3 + (1)^3 = 729$$

$$(a = \text{नए घन की भुजा})$$

$$a = 9$$

$$\text{नए घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6a^2$$

$$= 6 \times (9)^2$$

$$= 486 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 26.** माना घन की तीनों भुजाएँ  $l, b$  और  $h$  हैं और तीनों क्रमागत फलकों का क्षेत्रफल  $2x, 3x$  और  $4x$  है।

घनाभ का आयतन

$$= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} = \sqrt{(2x)(3x)(4x)}$$

(∵ प्रश्न 18 से)

$$\therefore 9000 = \sqrt{24x^3}$$

$$\Rightarrow x = 150$$

$$\therefore \text{सतह का क्षेत्रफल} \Rightarrow 2x = 300 \text{ सेमी}^2 = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \dots \text{(i)}$$

$$3x = 450 \text{ सेमी}^2 = \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} \dots \text{(ii)}$$

$$4x = 600 \text{ सेमी}^2 = \text{लंबाई} \times \text{ऊँचाई} \dots \text{(iii)}$$

$$\therefore \text{घनाभ का आयतन} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} = 9000 \text{ सेमी}^3 \dots \text{(iv)}$$

समीकरण (iv) को समीकरण (i) से भाग देने पर

$$\text{ऊँचाई} = 30 \text{ सेमी}$$

समीकरण (iv) को समीकरण (ii) से भाग देने पर

$$b = 20 \text{ सेमी}$$

समीकरण (iv) को समीकरण (iii) से भाग देने पर

$$\text{लंबाई} = 15 \text{ सेमी}$$

सबसे छोटी भुजा की लंबाई = 15 सेमी

**Sol<sup>n</sup> 27.** ∴ (ईंट का आयतन)  $\times$  (ईंटों की संख्या) =

(दीवार का आयतन) - (कंक्रीट द्वारा घेरा गया आयतन)

$$\Rightarrow \text{माना ईंटों की संख्या } x \text{ है।}$$

$$\therefore \text{ईंट का आयतन} = lbh$$

$$= 25 \times 12.5 \times 7.5$$

$$= 2343.75 \text{ सेमी}^3$$

$$\therefore \text{दीवार का आयतन} = 600 \times 500 \times 50$$

$$= 15000000 \text{ सेमी}^3$$

कंक्रीट द्वारा घेरा गया आयतन = दीवार के आयतन का 5%

$$= \frac{5}{100} \times 15000000 = 750000 \text{ सेमी}^3$$

$$(2343.75) \times n = 15000000 - 750000$$

$$= 14250000$$

$$n = 6080 \text{ ईंटे}$$

**Sol<sup>n</sup> 28.** धातु का आयतन

= बाह्य सतह का आयतन - आन्तरिक सतह का आयतन

$$= 52 \times 40 \times 29 - 48 \times 36 \times 25$$

$$= 60320 - 43200$$

$$= 17120 \text{ सेमी}^3$$

$$\therefore 1 \text{ सेमी}^3 = 0.5 \text{ ग्राम} \quad (\text{दिया है।})$$

$$\Rightarrow 17120 \text{ सेमी}^3 = 17120 \times 0.5 \text{ ग्राम} = 8560 \text{ ग्राम}$$

$$= 8.56 \text{ कि.ग्राम}$$

**Sol<sup>n</sup> 29.** टैंक की लंबाई ( $l$ ) = 4 मी

टैंक की चौड़ाई ( $b$ ) = 3 मी

टैंक की गहराई ( $d$ ) =  $h$

$$\therefore \text{आयतन} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$24 = 4 \times 3 \times h$$

$$\Rightarrow h = 2 \text{ मी}$$

(टैंक ऊपर से खुला है, शेष पाँचो दीवारों पर पेंट करना है।)

$$5 \text{ भुजाओं का क्षेत्रफल} = 2(hb + lh) + lb$$

$$= 2(2 \times 3 + 2 \times 4) + 4 \times 3$$

$$= 28 + 12 = 40 \text{ मी}^2$$

$\therefore$  आन्तरिक और बाह्य भुजा को पेंट करने का क्षेत्रफल

$$= 40 \text{ मी}^2$$

$$\text{पेंट करने का खर्चा} = 40 \times 10 = 400 \text{ रु.}$$

**Sol<sup>n</sup> 30.**  $\therefore V = abc$

$$\therefore S = 2(ab + bc + ca)$$

$$S = 2abc \left( \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$S = 2V \left( \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$\frac{1}{V} = \frac{2}{S} \left( \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

**Sol<sup>n</sup> 31.**  $\therefore$  फर्श और छत के क्षेत्रफल का योग = 2 (लंबाई  $\times$  चौड़ाई)

$\therefore$  चारों दीवारों के क्षेत्रफल का योग = 2 (लंबाई  $\times$  ऊँचाई + चौड़ाई  $\times$  ऊँचाई)

$$2 (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई}) = 2 (\text{लंबाई} \times \text{ऊँचाई} + \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई})$$

$$\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} = (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) \times \text{ऊँचाई}$$

$$15 \times 12 = (15 + 12) \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{ऊँचाई} = \frac{15 \times 12}{27} = \frac{20}{3} \text{ मीटर}$$

$\therefore$  कमरे का आयतन = लंबाई  $\times$  चौड़ाई  $\times$  ऊँचाई

$$= 15 \times 12 \times \frac{20}{3}$$

$$= 1200 \text{ मी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 32.**  $\therefore$  बाह्य लंबाई ( $L$ ) = 1.46 मी = 146 सेमी

$\therefore$  बाह्य चौड़ाई ( $B$ ) = 1.16 मी = 116 सेमी

$\therefore$  बाह्य ऊँचाई ( $H$ ) = 8.3 डेसीमीटर = 83 सेमी

आन्तरिक लंबाई ( $l$ ) = 146 - 6 = 140 सेमी

आन्तरिक चौड़ाई ( $b$ ) = 116 - 6 = 110 सेमी

आन्तरिक ऊँचाई ( $h$ ) = 83 - 3 = 80 सेमी

आन्तरिक दिवारों का सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल

$$= 2h(l + b) + lb$$

$$= 2 \times 80(140 + 110) + 140 \times 110$$

$$= 40,000 + 1540$$

$$= 55400 \text{ सेमी}^2$$

100 सेमी<sup>2</sup> को पेंट कराने का खर्चा = 50 पैसे = 0.5 रु.

55400 सेमी<sup>2</sup> को पेंट कराने का खर्चा = 554  $\times$  0.5 रु.

$$= 277 \text{ रु.}$$

**Sol<sup>n</sup> 33.** आयतन = 216 लीटर

$$\therefore \text{गहराई } h = \frac{l}{3},$$

$$\therefore \text{चौड़ाई} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} (\text{लंबाई} - \text{ऊँचाई}) = \frac{1}{2} \left( l - \frac{l}{3} \right) = \frac{l}{9}$$

$$\therefore \text{आयतन} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\text{लंबाई} \times \frac{l}{9} \times \frac{l}{3} = 216 \times 1000 \text{ सेमी}^3$$

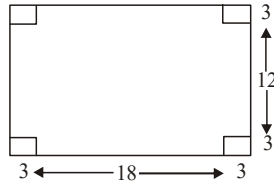
$$\begin{aligned} \text{लंबाई} &= \sqrt[3]{27 \times 216 \times 1000} \\ &= 180 \text{ सेमी} = 18 \text{ डेसीमीटर} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 34.** प्रश्न 18 के समान

**Sol<sup>n</sup> 35.** वर्ग हटाने के बाद शेष लंबाई ( $l$ ) = 18 सेमी

वर्ग हटाने के बाद शेष चौड़ाई ( $b$ ) = 12 सेमी

इस प्रकार बने बक्से की ऊँचाई ( $h$ ) = 3 सेमी



$\therefore$  बक्से के पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 2 (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} + \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} + \text{ऊँचाई} \times \text{लंबाई}) \\ &= 2 (18 \times 12 + 12 \times 3 + 18 \times 3) \\ &= 612 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 36.** छड़ का आयतन = कॉपर के टुकड़ों की संख्या  $\times$  लंबाई =  $1 \text{ मी}^3$

$$a^2 \times 36 = 1$$

$$a = \frac{1}{6} \text{ मी}$$

$$\text{तब घन का आयतन} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216} \text{ मी}^3$$

घन का खर्चा = आयतन  $\times 1 \text{ मी}^3$  का खर्चा

$$= \frac{1}{216} \times 108 = \frac{1}{2} \text{ रु.} = 50 \text{ पैसे}$$

**Sol<sup>n</sup> 37.** माना ब्लॉक की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः  $3x$ ,  $2x$  और  $x$  है।

$$\therefore \text{ब्लॉक का आयतन} = \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$3x \times 2x \times x = 10368$$

$$x = 12 \text{ डेसीमीटर}$$

अब, ब्लॉक की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 36 डेसीमीटर, 24 डेसीमीटर और 12 डेसीमीटर हैं।

$\therefore$  ब्लॉक का संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 2 (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} + \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} + \text{ऊँचाई} \times \text{लंबाई}) \\ &= 2 (36 \times 24 + 24 \times 12 + 36 \times 12) \\ &= 3168 \text{ डेसीमीटर}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{संपूर्ण पृष्ठ को पोलिश कराने का खर्चा} &= 3168 \times 0.02 \\ &= 63.36 \text{ रु.} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 38.** जमीन में पानी का आयतन = 1 वर्ग कि.मी  $\times 2$  सेमी  
=  $1000000 \times 0.02 = 20000 \text{ मी}^3$

$\therefore$  50% वर्षा की बूँदों का संग्रह

वर्षा की बूँदों का आयतन =  $20000 \text{ मी}^3$  का 50% =  $10000 \text{ मी}^3$

$\therefore$  पुल के अंदर पानी का आयतन = संग्रहित वर्षा की बूँदों का आयतन

$$100 \times 10 \times h = 10000$$

$$h = 10 \text{ मी}$$

पुल के पानी का बढ़ा हुआ स्तर = 10 मी

**Sol<sup>n</sup> 39.** बड़े घन का आयतन = छोटे घनों का आयतन

$\therefore$  माना छोटे घन की भुजा  $a$  है।

$$(10)^3 = (a)^3 + (a)^3$$

$$(10)^3 = 2(a^3)$$

$$a = \frac{10}{(2)^{1/3}}$$

छोटे घन की भुजा का बड़े घन की भुजा के साथ अनुपात

$$\frac{a}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$$

**Sol<sup>n</sup> 40.** छोटे घन का पृष्ठ क्षेत्रफल =  $6a^2 = 96$

$$a = 4 \text{ सेमी}$$

∴ एक छोटे घन का आयतन =  $a^3 = 64$  सेमी<sup>3</sup>

$$\text{बड़े घन का आयतन} = 6b^2 = 384$$

$$= b = 8$$

बड़े घन का आयतन =  $b^3 = 512$  सेमी<sup>3</sup>

बड़े से बड़े घन का आयतन =  $n \times$  (एक छोटे घन का आयतन)

$$(\therefore n = \text{छोटे घनों की संख्या}) \quad 512 = n \times 64$$

$$n = 8$$

**Sol<sup>n</sup> 41.** छायांकित भाग का क्षेत्रफल जहाँ मिट्टी फैलाई गई है = (मैदान का क्षेत्रफल) – (टैंक का क्षेत्रफल)

$$= 13.5 \times 2.5 - 5 \times 4.5 = 11.75 \text{ सेमी}^2$$

टैंक से निकाली गई मिट्टी का आयतन = शेष भाग पर फैलाई गई मिट्टी का आयतन

$$5 \times 4.5 \times 2.1 = 11.75 \times h$$

(∴  $h =$  उठे मैदान का स्तर)

$$h = 4.2 \text{ मीटर}$$

**Sol<sup>n</sup> 42.** माना एक बॉक्स की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः  $x$ ,  $2x$  और  $4x$  है।

∴ बॉक्स के बाह्य पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $2(lb + bh + hl)$

$$= 2(x \times 2x + 2x \times 4x + x \times 4x) = 28x^2$$

∴ बॉक्स को ढकने के लिए कपड़े का खर्चा =  $20 \times 28x^2$  रु.

∴ बॉक्स को ढकने के लिए शीट का खर्चा =  $20.5 \times 28x^2$  रु.

∴ दोनों खर्चों का अंतर = 126 रु.

$$20.5 \times 28x^2 - 20 \times 28x^2 = 126$$

$$0.5 \times 28 \times x^2 = 126$$

$$x^2 = \frac{126}{14} = 9$$

$$x = 3$$

बक्से की विमाएँ  $\Rightarrow x = 3$  मी,  $2x = 6$  मी,  $4x = 12$  मी

**Sol<sup>n</sup> 43.** माना घन का किनारा =  $a$

$$\text{किनारों का योग} = 12a$$

∴ घन का आयतन =  $a^3$

प्रश्नानुसार :-

$$a^3 = 12a$$

$$\Rightarrow a^2 = 12$$

$$\text{पृष्ठ क्षेत्रफल} = 6a^2 = 6 \times 12 = 72$$

**Sol<sup>n</sup> 44.** समय = 2 घण्टे 30 मिनट

$$= 2.5 \text{ घण्टे}$$

$$\text{दर} = \frac{\text{पानी का आयतन}}{\text{समय}} = \frac{2.4 \times 2 \times 1.5}{2.5}$$

$$= \frac{24 \times 3}{25} = 2.88 \text{ घन मीटर/घण्टा}$$

**Sol<sup>n</sup> 45.** टैंक में बचे पानी का आयतन = शुरुआत में टैंक में पानी का आयतन – बाहर निकाले गए पानी का आयतन

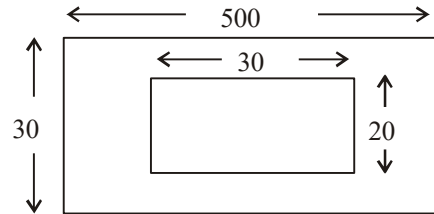
$$(\therefore \text{घनाभ का आयतन} = lbh)$$

$$\Rightarrow 20 \times 7 \times 10 - 20 \times 7 \times 2$$

$$\Rightarrow 1120 \text{ मीटर}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 46.** क्षेत्रफल जहाँ पर मिट्टी बिछायी जानी है।

$$= \text{मैदान का क्षेत्रफल} - \text{टैंक का क्षेत्रफल}$$



$$= 500 \times 30 - 30 \times 20$$

$$= 14400 \text{ मीटर}^2$$

निकाली गई मिट्टी का आयतन = शेष मैदान में बिछाये गए मिट्टी का आयतन  
 $30 \times 20 \times 12 = 14400 \times h$   
 $(\therefore h = \text{स्तर में वृद्धि})$   
 $h = 0.5 \text{ मी.}$

**Sol<sup>n</sup> 47.** चारो दिवारों का क्षेत्रफल  
 $= 2 \times \text{ऊँचाई} (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) = 2 \times 3 (8 + 6) = 84 \text{ मीटर}^2$   
 दो खिड़कियों और एक दरवाजे का क्षेत्रफल

$$= 2 \left( \frac{3}{2} \times 1 \right) + 1 \left( 2 \times \frac{3}{2} \right) = 6 \text{ मीटर}^2$$

$\Rightarrow$  दीवार पर पेपर लगाने वाला क्षेत्रफल =  $84 - 6$   
 $= 78 \text{ मीटर}^2$

50सेमी  $\times$  1मीटर का खर्चा = 25पैसे

1मीटर  $\times$  1मीटर का खर्चा = 50पैसे =  $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$  पेपर लगाने का खर्चा =  $78 \times \frac{1}{2}$   
 $= 39 \text{ रु.}$

**Sol<sup>n</sup> 48.** पाईप से निकलने वाले पानी का आयतन  
 $= 8 \text{ घन फिट/मिनट} \times 2.5 \text{ मिनट}$   
 $= 20 \text{ घन फिट}$   
 $\therefore$  माना टैंक के अंदर पानी की गहराई  $h$  है।

$$\text{टैंक की चौड़ाई} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ फिट.}$$

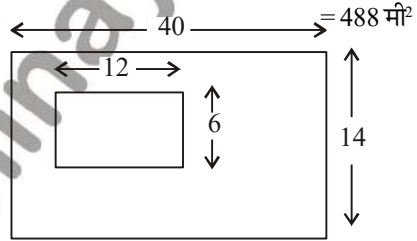
टैंक के अंदर पानी का आयतन = पाईप से बाहर आ रहे पानी का आयतन  
 $3 \times 1.5 \times h = 20$   
 $h = 4.44 \text{ फिट.}$

**Sol<sup>n</sup> 49.** 150 व्यक्तियों द्वारा विस्थापित किए गए पानी का आयतन = बाहर आए पानी का आयतन  
 (माना पानी के स्तर में वृद्धि =  $h$ )  
 $\Rightarrow 8 \times 150 = 90 \times 40 \times h$

$$\Rightarrow \text{ऊँचाई} = \frac{1}{3} \text{ मीटर} = 33.33 \text{ सेमी.}$$

**Sol<sup>n</sup> 50.** बाहर निकाले गए पानी का आयतन = (शुरुआत में टैंक में पानी का आयतन) - (टैंक में शेष पानी का आयतन)  
 $= 15 \times 6 \times 10 - 15 \times 6 \times 9 = 90 \text{ मी}^3 = 90,000 \text{ लीटर}$   
 (1 मी<sup>3</sup> = 1000लीटर)

**Sol<sup>n</sup> 51.** छायांकित भाग का क्षेत्रफल जहाँ मिट्टी बिछानी है  
 $= \text{मैदान का क्षेत्रफल} - \text{गड्डे का क्षेत्रफल}$   
 $= 40 \times 14 - 12 \times 6$



$\therefore$  माना मैदान का स्तर =  $h$   
 $\therefore$  मैदान में बिछाई गई मिट्टी का आयतन = गड्डे से निकाली गई मिट्टी का आयतन  
 $\Rightarrow 12 \times 6 \times 5 = 488 \times \text{ऊँचाई}$   
 $h = 0.7377 \text{ मी} = 73.77 \text{ सेमी.}$

**Sol<sup>n</sup> 52.** माना छोटे घन की भुजा  $a$  है और बड़े घन की भुजा  $b$  है।



$\therefore$  बड़े घन का आयतन =  $125 \times$  छोटे घन का आयतन  
 $\Rightarrow b^3 = 125a^3$   
 $\Rightarrow b = 5a$  .....(i)  
 बड़े घन का संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल =  $6b^2$   
 $= 6(5a)^2$   
 $= 150a^2$

जब इन 125 घनों को घनाभ के आकार में व्यवस्थित किया जाता है, तब

$$\text{घनाभ की चौड़ाई और ऊँचाई} = a$$

$$\text{घनाभ की लंबाई} = 125a$$

$$\begin{aligned} \text{घनाभ का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल} &= 2(lb + bh + lh) \\ &= 2(125a^2 + a^2 + 125a^2) \\ &= 502a^2 \end{aligned}$$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि

$$\begin{aligned} &= \frac{502a^2 - 150a^2}{150a^2} \times 100 = \frac{352}{150} \times 100 \\ &= \frac{704}{3} = 234 \frac{2}{3} \% \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 53.** 15 मिनट में पाईप से बाहर आने वाले पानी का आयतन

$$= \text{अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल} \times \text{लंबाई/15 मिनट}$$

$$= \frac{13}{10000} \times \frac{9000}{60} \times 15 = 2.925 \text{ मी}^3$$

$\therefore$  15 मिनट में टैंक में भरे जाने वाले पानी का आयतन

$$= 15 \text{ मिनट में बाहर आने वाले पानी का आयतन}$$

$$45 \times 26 \times h = 2.925$$

$$(\therefore h = \text{टैंक में पानी के स्तर में वृद्धि})$$

$$h = 0.0025 \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 54.** एक सेकेण्ड में पाईप से बाहर आने वाले पानी का आयतन

$$= \frac{5}{100} \times \frac{3}{100} \times 16 \text{ मी}^3 = 0.0240 \text{ मी}^3$$

25 मिनट में पाईप से बाहर आए पानी का आयतन

$$= 0.0240 \times 25 \times 60 = 36 \text{ मी}^3$$

टैंक में उड़ले गए पानी का आयतन = पाईप से बाहर आए पानी का आयतन

$$\therefore 15 \times 12 \times h = 36$$

$$(\therefore h = \text{पानी के स्तर में वृद्धि})$$

$$h = 0.2 \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 55.** 17 सेमी. अधिकतम लंबाई का घन काटा जा सकता है। (85, 17, 51 और 17 का म.स.प)

$$\therefore \text{कुल घनों की संख्या} = \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{एक घन का आयतन}}$$

$$= \frac{85 \times 17 \times 51}{17 \times 17 \times 17} = 15 \text{ घन}$$

$$\therefore \text{एक घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6a^2$$

$$= 6 \times 17 \times 17 = 1734 \text{ सेमी}^2$$

$$15 \text{ घनों का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 15 \times 1734$$

$$= 26010 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 56.** पृष्ठीय क्षेत्रफल को न्यूनतम करने के लिए 64 घनों को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि घन का प्रत्येक किनारे के साथ 4 छोटे घन हों।

$$\therefore \text{घन की भुजा} = a = 4 \text{ सेमी}$$

$$\text{विकर्ण की लंबाई} = a\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 57.** एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई  $l, b$  और  $h$  है।

$$x^2 = l^2 + b^2 \quad \dots(i)$$

$$y^2 = b^2 + h^2 \quad \dots(ii)$$

$$z^2 = l^2 + h^2 \quad \dots(iii)$$

समीकरण (i), (ii) और (iii) को जोड़ने पर

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2(l^2 + b^2 + h^2)$$

$$l^2 + b^2 + h^2 = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2} \quad \dots(iv)$$

समीकरण (iv) से समीकरण (i) को घटाने पर

$$h^2 = \frac{y^2 + z^2 - x^2}{2}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{y^2 + z^2 - x^2}{2}}$$

समीकरण (iv) से (ii) को घटाने पर

$$l^2 = \frac{x^2 + z^2 - y^2}{2} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{x^2 + z^2 - y^2}{2}}$$

समीकरण (iv) से (iii) को घटाने पर

$$\therefore b^2 = \frac{x^2 + y^2 - z^2}{2}$$

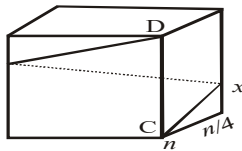
$$\Rightarrow b = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - z^2}{2}}$$

$\therefore$  आयतन = लंबाई  $\times$  चौड़ाई  $\times$  ऊँचाई

$$= \sqrt{\frac{(x^2 + y^2 - z^2)(y^2 + z^2 - x^2)(x^2 + z^2 - y^2)}{8}}$$

$$= \frac{\sqrt{(x^2 + y^2 - z^2)(y^2 + z^2 - x^2)(x^2 + z^2 - y^2)}}{2\sqrt{2}}$$

**Sol<sup>n</sup> 58.** रस्सी की कम से कम लम्बाई, यदि C आरम्भ करे और एक मोड़ के पूरा होने पर अगले कोने को मोड़ के पूरा होने पर अगले कोने को  $n/4$  ऊँचाई मो छूती है।



$$CX = \sqrt{n^2 + \left(\frac{n}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{17} \times n}{4}$$

$$\therefore \text{रस्सी की लंबाई} = 4 \times \frac{\sqrt{17} \times n}{4} = \sqrt{17}n.$$

घन की भुजा  $n$  के चार भुजाओं को खोलने पर

$$\begin{aligned} \text{रस्सी की लम्बाई} &= \sqrt{(4n)^2 + (n)^2} \\ &= \sqrt{17} \times n \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 59.** पाईप के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्र =  $20 \times 20 = 400$  सेमी<sup>2</sup>

$$= 0.04 \text{ मी}^2$$

एक घंटे में पाईप के द्वारा खाली किए गए पानी का आयतन

$$= 0.04 \times 15000 = 600 \text{ मी}^3$$

[ $\therefore$  पानी की दर 15000 मीटर/घंटा है]

आयताकार बाँध के अंदर पानी का आयतन

$$\begin{aligned} &= 80 \times 60 \times 6.5 \\ &= 31200 \text{ मी}^3 \end{aligned}$$

$$\text{टैंक को खाली करने में लगा समय} = \frac{31200}{600}$$

$$= 52 \text{ घण्टे}$$

**Sol<sup>n</sup> 60.** बड़े हुए पानी का आयतन =  $n$  व्यक्तियों के द्वारा विस्थापित किए गये पानी का आयतन

$$\text{बड़े हुए पानी का आयतन} = 24 \text{ मी} \times 15 \text{ मी} \times 0.01 \text{ मी}$$

$$= 3.6 \text{ मी}^3$$

$$3.6 = 0.1 \text{ मी}^3 \times n$$

$$n = 36$$

## प्रश्नावली (बेलनाकार)

1. दो लम्बवृत्तीय बेलनो की ऊँचाईयों का अनुपात 1 : 2 है तथा दोनो का आयतन बराबर है। उनकी त्रिज्या का अनुपात क्या है?
 

(a)  $\sqrt{2} : 1$  (b) 2 : 1  
(c) 1 : 2 (d) 1 : 4
2. एक वृत्ताकार पाईप जिसका आन्तरिक व्यास 7 सेमी. है, जिससे पानी बाहर निकाला जाता है। यदि पानी का प्रावाह 12 सेमी/सेकेण्ड है, तो एक घण्टे में कितने लीटर पानी निकाला जा सकता है?
 

(a) 1663.2 (b) 1500  
(c) 1747.6 (d) 2000
3. दो बेलनो के आधार की त्रिज्याओ का अनुपात 2 : 3 है और उनकी ऊँचाईयों का अनुपात 5 : 3 है। उनके आयतन का अनुपात क्या होगा?
 

(a) 27 : 20 (b) 20 : 27  
(c) 9 : 4 (d) 4 : 9
4. एक खोखली बेलनाकार लोहे की ट्यूब की लम्बाई 20 मी. है और उसके बाह्य और आन्तरिक व्यास क्रमशः 8 सेमी और 6 सेमी है। ट्यूब को बनाने में लगे लोहे का आयतन होगा-  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ 

(a) 1760 घन सेमी. (b) 880 घन सेमी.  
(c) 440 घन सेमी. (d) 220 घन सेमी.
5. एक लोहे का खोखला पाईप 21 सेमी लम्बी है और उसका बाह्य व्यास 8 सेमी है। यदि पाईप की मोटाई 1 सेमी है। और लोहे का वजन 8 ग्राम/सेमी<sup>3</sup> हो तो पाईप का वजन ज्ञात करो  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ 

(a) 3.696 कि.ग्राम (b) 3.6 कि.ग्राम  
(c) 36 कि.ग्राम (d) 36.9 कि.ग्राम
6. एक वृत्ताकार पिलर का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल 264 मी<sup>2</sup> है और इसका आयतन 924मी<sup>3</sup> है। पिलर के व्यास का इसकी ऊँचाई के साथ अनुपात होगा-  $\left[\text{use } \pi = \frac{22}{7}\right]$ 

(a) 7 : 6 (b) 6 : 7  
(c) 3 : 7 (d) 7 : 3
7. यदि एक बेलन की ऊँचाई को 15% बढ़ा दिया जाये और उसकी त्रिज्या को 10% घटा दिया जाये तो उसके वक्रपृष्ठ के क्षेत्रफल में कितना परिवर्तन होगा?
 

(a) 3.5% की हानी  
(b) 3.5% की वृद्धि  
(c) 5% की वृद्धि  
(d) 5% की हानी
8. एक 12 सेमी लम्बे और 3 सेमी. चौड़े पेपर को उसकी लम्बाई के अनुरूप घुमाकर एक लम्बवृत्तीय बेलन बनाया जाता है, तो बेलन के आधार की त्रिज्या क्या होगी?
 

(a)  $\frac{3}{2\pi}$  सेमी (b)  $\frac{6}{\pi}$  सेमी  
(c)  $\frac{9}{2\pi}$  सेमी (d)  $2\pi$  सेमी
9. एक बेलनाकार पाईप जिसकी त्रिज्या 7 सेमी है, से 5 मी. /सेकेण्ड की दर से पानी बह रहा है एक  $(3 \times 5)$  मीटर<sup>2</sup> आधार और 1.54 मीटर ऊँचाई वाले टैंक को भरने में कितना समय लगेगा?  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ 

(a) 6 मिनट (b) 5 मिनट  
(c) 10 मिनट (d) 9 मिनट



10. दो ठोस बेलनों की त्रिज्या क्रमशः 4 सेमी और 5 सेमी है और उनकी ऊँचाई क्रमशः 6 सेमी और 4 सेमी है, दोनों बेलनों को पिघलाकर 1 सेमी मोटाई की बेलनाकार चकली बनायी जाती है तो चकली की त्रिज्या क्या होगी?
- (a) 7 सेमी (b) 14 सेमी  
(c) 21 सेमी (d) 28 सेमी
11. एक बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल  $1056 \text{ सेमी}^2$  और उसकी ऊँचाई 16 सेमी है। उसका आयतन होगा—
- (a)  $4545 \text{ सेमी}^3$  (b)  $4455 \text{ सेमी}^3$   
(c)  $5445 \text{ सेमी}^3$  (d)  $5544 \text{ सेमी}^3$
12. एक ठोस बेलन का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 462 वर्ग मीटर है। इसका वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल संपूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल का एक तिहाई है। तब बेलन की त्रिज्या है—
- (a) 7 सेमी (b) 3.5 सेमी  
(c) 9 सेमी (d) 11 सेमी
13. एक बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 5 : 7 है। और उसका आयतन  $550 \text{ सेमी}^3$ । इसके वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी) होगा—
- (a) 110 (b) 444  
(c) 220 (d) 616
14. यदि एक बेलन की त्रिज्या 50% घटा दी जाये और उसकी ऊँचाई 50% बढ़ा दी जाये तो उसका आयतन कितने प्रतिशत घट जायेगा।
- (a) 0% (b) 25%  
(c) 62.5% (d) 75%
15. बेलन का आयतन, वक्रपृष्ठ और उसका संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसका व्यास 7 सेमी और ऊँचाई 40 सेमी है।
- (a)  $1540 \text{ सेमी}^3$ ,  $880 \text{ सेमी}^2$ ,  $957 \text{ सेमी}^2$   
(b)  $1740 \text{ सेमी}^3$ ,  $1080 \text{ सेमी}^2$ ,  $880 \text{ सेमी}^2$   
(c)  $2040 \text{ सेमी}^3$ ,  $1740 \text{ सेमी}^2$ ,  $1540 \text{ सेमी}^2$   
(d)  $2420 \text{ सेमी}^3$ ,  $1470 \text{ सेमी}^2$ ,  $1880 \text{ सेमी}^2$
16. एक बेलनाकार पाईप जिसकी ऊँचाई 20 मी., बाह्य त्रिज्या 2 मी और आन्तरिक त्रिज्या 1.5 मी. है। पाईप को बनाने में लगी धातु का आयतन क्या होगा?
- (a)  $110 \text{ मी}^3$  (b)  $210 \text{ मी}^3$   
(c)  $180 \text{ मी}^3$  (d)  $220 \text{ मी}^3$
17. एक बांध 6 सेमी व्यास वाले पाईप से पानी की आपूर्ति करता है। पानी की समान मात्रा की आपूर्ति करने के लिए 1.5 सेमी व्यास वाले कितने पाइपों की आवश्यकता होगी यदि पानी की तीव्रता समान रहे।
- (a) 8 (b) 12  
(c) 16 (d) 20
18. एक लम्बवृत्तीय बेलनाकार टैंक की क्षमता 38808 मिलीलीटर है। यदि टैंक की त्रिज्या उसकी ऊँचाई की तीन चौथाई है, तो आधार का व्यास क्या होगा?
- (a) 28 सेमी (b) 56 सेमी  
(c) 21 सेमी (d) 42 सेमी
19. एक बेलनाकार टैंक जिसका व्यास 35 सेमी है, पानी से भरा है। यदि 11 लीटर पानी बाहर निकाल लिया जाये तो पानी का स्तर कितना नीचे चला जायेगा।
- (a)  $10 \frac{1}{2} \text{ सेमी}$  (b)  $11 \frac{3}{7} \text{ सेमी}$   
(c)  $12 \frac{6}{7} \text{ सेमी}$  (d) 14 सेमी
20. एक 7 सेमी व्यास वाले बेलनाकार पाईप से 2 मी. /सेकेण्ड की दर से पानी बह रहा है। यदि पाईप हमेशा आधा भरा होता है, तो पाईप 1 घंटे में कितना पानी निकाल देगा। (लीटर में)
- (a) 2310 (b) 3850  
(c) 4620 (d) 9240

21. एक धातु की बेलनाकार ट्यूब जिसका आन्तरिक व्यास 11.2 सेमी, लम्बाई 21 सेमी और धातु की मोटाई 0.4 सेमी है। धातु का आयतन ज्ञात करे।  
 (a) 280.52 सेमी<sup>3</sup> (b) 306.24 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 310 सेमी<sup>3</sup> (d) 316 सेमी<sup>3</sup>
22. एक लम्ब वृत्तीय बेलन का आयतन  $V$  है, संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल  $S$  है, ऊँचाई  $h$  और आधार की त्रिज्या  $r$  है।  $V \left( \frac{1}{h} + \frac{1}{r} \right) : S$  का अनुपात है-  
 (a) 1:4 (b) 2:1  
 (c) 1:2 (d) 1:1
23. यदि बेलनाकार पिलर के आधार का व्यास 4मी. और उसकी ऊँचाई 21 मी. हो तो पिलर को 1.50रु. प्रति घन मीटर की दर से बनाने में कितना खर्चा आयेगा?  
 (a) 396 रु. (b) 400 रु.  
 (c) 410 रु. (d) 420 रु.
24. दिया गया है 1 सेमी<sup>3</sup> धातु का वजन 5 ग्राम है एक बेलनाकार धातु के कंटेनर का वजन क्या होगा? जिसकी त्रिज्या 10.5 सेमी व ऊँचाई 600 सेमी है।  
 (a) 97.65 कि.ग्रा (b) 48.75 कि.ग्रा  
 (c) 103.95 कि.ग्रा (d) 102.45 कि.ग्रा
25. एक लम्बवृत्तीय बेलनाकार नली जिसका व्यास 2मी और लम्बाई 40 मी. है, एक लोहे की शीट से बनायी गयी है। आवश्यक लोहे की शीट का क्षेत्रफल (मी<sup>2</sup>) क्या होगा?  
 (a)  $40\pi$  (b)  $80\pi$   
 (c)  $160\pi$  (d)  $200\pi$
26. एक बेलन की त्रिज्या व ऊँचाई का अनुपात 2 : 3 है। इसका आयतन 1617 सेमी<sup>3</sup> है तो इसका संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a) 308 सेमी<sup>2</sup> (b) 462 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 540 सेमी<sup>2</sup> (d) 770 सेमी<sup>2</sup>
27. एक ठोस बेलन के आधार की त्रिज्या व ऊँचाई का योग 37मी. है। यदि बेलन का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 1628 मी.<sup>2</sup> है तो इसका आयतन होगा-  
 (a) 3180 सेमी<sup>3</sup> (b) 4620 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 5240 सेमी<sup>3</sup> (d) इनमें से कोई नहीं
28. एक लम्बवृत्तीय बेलन के वक्रपृष्ठ के क्षेत्रफल तथा संपूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल का अनुपात 1 : 2 है। यदि संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 616 सेमी<sup>2</sup> है तो बेलन का आयतन क्या होगा?  
 (a) 1232 सेमी<sup>3</sup> (b) 1078 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 1848 सेमी<sup>3</sup> (d) इनमें से कोई नहीं
29. एक वृत्तीय बेलन के लम्ब को 6 गुना बढ़ा दिया जाता है तथा आधार के क्षेत्रफल को  $\frac{1}{9}$  कर दिया जाता है बेलन का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल कितने गुना से बढ़ जायेगा।  
 (a)  $\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $\frac{3}{2}$  (d) 2
30. दो बेलनाकार टंकी जिनकी त्रिज्या क्रमशः 15 सेमी और 10 सेमी और ऊँचाई क्रमशः 35 सेमी और 15 सेमी है, पानी से भरी हुई है। यदि यह जल एक दूसरी टंकी में उड़ेला जाता है जिसकी ऊँचाई 15 सेमी है तो टंकी की त्रिज्या क्या होगी?  
 (a) 25 सेमी (b) 20 सेमी  
 (c) 17.5 सेमी (d) 18 सेमी
31. एक वृत्ताकार पाईप से पानी 7 मी प्रति मिनट की दर से बह रहा है और दूसरे छोर पर पानी 11 घन मीटर प्रति मिनट की दर से संग्रह किया जा रहा है तो पाईप की आन्तरिक त्रिज्या क्या होगी?  
 (a)  $\sqrt{2}$  मी (b) 2 मी  
 (c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  मी (d)  $\frac{1}{2}$  मी

32. एक ठोस बेलन जिसकी त्रिज्या 10 सेमी और लम्बाई 100 सेमी है, के केन्द्र से एक एक समान मोटाई की एक बेलनाकार चकली निकाली जाती है जिसका आयतन बड़े बेलन का चौथाई है, तो बेलनाकार चकली की मोटाई क्या होगी?
- (a)  $5(\sqrt{5}-2)$  सेमी (b)  $10(2-\sqrt{3})$  सेमी  
(c) 5 सेमी (d)  $5\sqrt{2}$  सेमी
33. एक कुंआ जिसका व्यास 20मी. है 14 मीटर की गहराई तक खोदा जाता है इससे निकली हुई मिट्टी से इसके चारो ओर एक समान रूप से एक चबुतरा बनाया जाता है जिसकी चौड़ाई 5 मी. है। तो चबुतरे की ऊँचाई क्या होगी?
- (a) 10 मी (b) 11 मी  
(c) 11.2 मी (d) 11.5 मी
34. एक कुंआ जिसकी त्रिज्या 'r' है 20 मीटर की गहराई तक खोदा जाता है तथा इससे निकली हुई मिट्टी से इसके चारो ओर एक समान रूप से एक चबुतरा बनाया जाता है जिसकी ऊँचाई 5 मी. है तो 'r' का मान ज्ञात करो।
- (a)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  (b)  $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$   
(c)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (d)  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
35. एक लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 16 सेमी है बेलन को एक आयताकार टिन की परत से ढका जाता है जिसका आकार 16 सेमी  $\times$  22 सेमी है। बेलन का आयतन ज्ञात करो।
- (a) 352 सेमी<sup>3</sup> (b) 308 सेमी<sup>3</sup>  
(c) 616 सेमी<sup>3</sup> (d) 176 सेमी<sup>3</sup>
36. एक बेलनाकार पाईप की धातु का आयतन 748 सेमी<sup>3</sup> है। पाईप की लम्बाई 14 सेमी तथा बाह्य त्रिज्या 9 सेमी है। इसकी मोटाई क्या होगी? ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
- (a) 1 सेमी (b) 5.2 सेमी  
(c) 2.3 सेमी (d) 3.7 सेमी
37. दो बेलनों के आधार की त्रिज्याओं का अनुपात 3 : 2 है तथा उनकी ऊँचाईयों का अनुपात n : 1 है यदि बेलन A का आयतन बेलन B के आयतन से तीन गुना है तो 'n' का मान बताओ।
- (a)  $\frac{4}{3}$  (b)  $\frac{2}{3}$   
(c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $\frac{3}{2}$
38. एक बेलन जिसकी त्रिज्या 'r' व ऊँचाई 'h' है। दूसरा बेलन जिसका आयतन पहले बेलन के आयतन से दुगुना तथा ऊँचाई समान है, दूसरे बेलन की त्रिज्या ज्ञात करो।
- (a)  $\frac{r}{\sqrt{2}}$  (b) 2r  
(c)  $r\sqrt{2}$  (d)  $\sqrt{2}r$
39. एक ठोस लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 6 मी. तथा इसके दोनों अन्तिम सिरो के क्षेत्रफल के योग का तीन गुना इसके वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल के दो गुने के बराबर है। इसके आधार की त्रिज्या (मी.) क्या होगी?
- (a) 4 (b) 2  
(c) 8 (d) 10
40. एक बेलन की त्रिज्या 10 सेमी व ऊँचाई 4 सेमी है कितने सेमी या तो त्रिज्या या ऊँचाई में जोड़े जाये जिससे की बेलन के आयतन में समान वृद्धि हो।
- (a) 5 (b) 4  
(c) 25 (d) 16

41. एक बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल तथा आधार के क्षेत्रफल क्रमशः  $a$  सेमी<sup>2</sup> और  $b$  सेमी<sup>2</sup> है बेलन की ऊँचाई क्या होगी?
- (a)  $\frac{2a}{\sqrt{\pi b}}$  सेमी (b)  $\frac{a\sqrt{b}}{2\sqrt{\pi}}$  सेमी  
 (c)  $\frac{a}{2\sqrt{\pi b}}$  सेमी (d)  $\frac{a\sqrt{\pi}}{2\sqrt{b}}$  सेमी
42. एक ऐसे वृत्ताकार पाईप की जरूरत है जो 440 घन मीटर क्षमता वाले टैंक को 10 मिनट में 7मीटर/मिनट की दर से भर दे तो पाईप के आन्तरिक त्रिज्या क्या होनी चाहिए।
- (a) 2 मी (b)  $\sqrt{2}$  मी  
 (c) 1/2 मी (d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  मी
43. तली के किनारे व उसके सामने वाले ऊपरी किनारे पर एक जैसा हो जाता है। इस प्रक्रिया में 30 मीटर पानी व्यर्थ हो जाता है तो बेलन का आयतन ज्ञात करो।
- (a) 75 लीटर (b) 96 लीटर  
 (c) आँकड़े आपर्याप्त हैं। (d) 100 लीटर
44. एक स्माकर में 50 बेलनाकार पिलर हैं, जिनका व्यास 50 सेमी और ऊँचाई 4 मीटर है, 50 पैसे/मी<sup>2</sup> की दर से इन पिलर को साफ कराने में कितना खर्चा आएगा? ( $\pi = 3.14$ ).
- (a) 237 रु. (b) 157 रु.  
 (c) 257 रु. (d) 353 रु.
45. एक वृत्ताकार भवन का आन्तरिक व्यास 54 सेमी है, दीवार का आधार 352सेमी<sup>2</sup> की जगह लेता है। दीवार की मोटाई ज्ञात करो।
- (a) 29 सेमी. (b) 2 सेमी.  
 (c) 4 सेमी. (d) 58 सेमी.
46. एक लंबवृत्तीय बेलनाकार टैंक की क्षमता 38808 मि.ली है। यदि टैंक के आधार की त्रिज्या उसकी ऊँचाई का  $\frac{3}{4}$  है, तो आधार की त्रिज्या क्या होगी?
- (a) 28 सेमी. (b) 56 सेमी.  
 (c) 21सेमी. (d) 42 सेमी.
47. एक आयताकार लौहे के टुकड़े जिसकी माप 50सेमी और 100सेमी है, को मोड़कर एक 50 सेमी ऊँचाई का बेलन बनाया जाता है, 50 रु./वर्ग मीटर की दर से बेलन की सतह को पेंट कराने का खर्चा कितना आएगा।
- (a) 2500 रु. (b) 37.50 रु.  
 (c) 75.00 रु. (d) 87.50 रु.
48. एक खोखले धातु के पाईप की आंतरिक त्रिज्या व मोटाई क्रमशः 24 सेमी और 1 सेमी है। इसको पिघलाकर एक एक समान ऊँचाई के ठोस बेलन में बदला जाता है, तो ठोस बेलन का व्यास क्या होगा?
- (a) 7 सेमी (b) 14 सेमी  
 (c) 960 सेमी<sup>3</sup> (d) 980 सेमी
49. एक ठोस बेलन जिसका सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 462सेमी<sup>2</sup> है। इसका वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल सम्पूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल का  $\frac{1}{3}$  है। बेलन का आयतन होगा-
- (a) 530 सेमी<sup>3</sup> (b) 536 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 539 सेमी<sup>3</sup> (d) 545 सेमी<sup>3</sup>
50. एक लकड़ी के खोखले बेलन की मोटाई 2 सेमी है, यह 35 मीटर लंबा और इसकी आंतरिक त्रिज्या 12 सेमी है। बेलन को बनाने के लिए आवश्यक लकड़ी का आयतन क्या होगा यदि यह दोनों सिरों से खुला हुआ है।
- (a) 5720 सेमी<sup>3</sup> (b) 5770 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 7520 सेमी<sup>3</sup> (d) 5570 सेमी<sup>3</sup>
51. 16 वृत्ताकार कैन, प्रत्येक की त्रिज्या 1 इकाई, को एक लकड़ी के बॉक्स में इस प्रकार रखते हैं, की एक रेखा में 4 कैन आयें। यदि कैन पास वाले दूसरे कैन और बक्से की दीवार को स्पर्श करते हैं, तब बक्से के तल का आन्तरिक क्षेत्रफल वर्ग इकाई में होगा-
- (a) 16 (b) 32  
 (c) 64 (d) 128

## उत्तरमाला

1. (a) 2. (a) 3. (b) 4. (c) 5. (a) 6. (d) 7. (b) 8. (b) 9. (a)  
10. (b) 11. (d) 12. (a) 13. (c) 14. (c) 15. (a) 16. (a) 17. (c) 18. (d)  
19. (b) 20. (\*) 21. (b) 22. (c) 23. (a) 24. (c) 25. (b) 26. (d) 27. (b)  
28. (b) 29. (d) 30. (a) 31. (c) 32. (c) 33. (c) 34. (b) 35. (c) 36. (a)  
37. (a) 38. (c) 39. (a) 40. (a) 41. (c) 42. (b) 43. (d) 44. (b) 45. (b)  
46. (c) 47. (a) 48. (b) 49. (c) 50. (a) 51. (c)

## हल एवं संकेत

**Sol<sup>n</sup> 1.**  $V_1 = V_2$  .....(दिया है।)

$$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$$

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{h_2}{h_1} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

**Sol<sup>n</sup> 2. 1** सेकेण्ड में उड़ले गये पानी का आयतन =  $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 12 = 462 \text{ सेमी}^3$$

अतः

एक घण्टे में उड़ले गए पानी का आयतन =  $462 \times 3600$

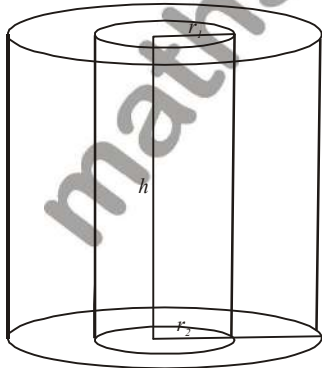
$$= 1663200 \text{ सेमी}^3 \quad (1h = 3600 \text{ सेकेण्ड})$$

$$= 1663.2 \text{ लीटर} \quad (1l = 1000 \text{ सेमी}^3)$$

**Sol<sup>n</sup> 3.**  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}, \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3}$  .....(दिया है।)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{5}{3} = \frac{20}{27}$$

**Sol<sup>n</sup> 4.**



लोहे का आयतन =  $\pi(r_1^2 - r_2^2)h$

$$= \frac{22}{7} [(4)^2 - (3)^2] \times 20 = 440 \text{ घन सेमी.}$$

**Sol<sup>n</sup> 5.** ∴ धातु का आयतन =  $\pi(r_1^2 - r_2^2)h$

$$= \frac{22}{7} (4^2 - 3^2) \times 21 = 462 \text{ सेमी}^3$$

पाईप का वजन =  $462 \times 8 = 36960$  ग्राम

$$= 3.696 \text{ किग्रा.}$$

**Sol<sup>n</sup> 6.** ∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $2\pi rh = 264 \text{ मी}^2$ .....(1)

$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 h = 924 \text{ मी}^3 \quad \text{.....(2)}$$

समीकरण (1) को समीकरण (2) से भाग देने पर

$$\frac{\pi r^2 h}{2\pi r h} = \frac{924}{264}$$

$$\frac{r}{2} = 3.5$$

$$r = 7 \text{ मी}$$

समीकरण (1) में  $r$  का मान रखने पर

$$2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h = 264$$

$$h = 6 \text{ मी}$$

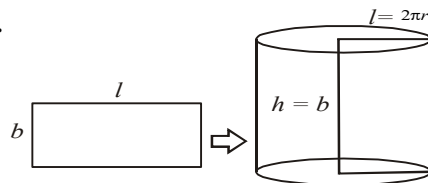
$$\text{अतः, } \frac{D}{h} = \frac{2r}{h} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 7.** ∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल  $\propto r \times h$

वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल में परिवर्तन =  $a + b + \frac{ab}{100}$

$$= 15 - 10 + \frac{15 \times (-10)}{100} = 3.5\% \text{ वृद्धि}$$

**Sol<sup>n</sup> 8.**



∴ आयतन को इसकी लंबाई के अनुसार मोड़ा जाता है।

$$\text{ऊँचाई} = \text{चौड़ाई}$$

$$\text{आधार की परिधी} = \text{लंबाई}$$

$$\text{ऊँचाई} = 3 \text{ सेमी,}$$

$$2\pi r = 12 \text{ सेमी}$$

$$r = \frac{6}{\pi} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 9.** टैंक को खाली करने में लगा समय

$$= \frac{\text{टंकी का आयतन}}{\text{एक घंटे में पाईप से बाहर आए पानी का आयतन}}$$

$$= \frac{3 \times 5 \times 1.54}{\pi(7)^2 \times 5} = 300 \text{ सेकेण्ड} = 6 \text{ मिनट}$$

**Sol<sup>n</sup> 10.**

चकती का आयतन = दोनों बेलन के आयतन का योगफल

$$\pi r^2 \times 1 = \pi(4)^2 \times 6 + \pi(5)^2 \times 4$$

$$r^2 = 96 + 100$$

$$r = 14 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 11.** वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = 1056,  $h = 16$  सेमी. (दिया है)

$$\therefore 2\pi rh = 1056$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 16 = 1056$$

$$r = 10.5$$

$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times 16 = 5544 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 12.** ∴ संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $2\pi r(r+h) = 462$  वर्ग सेमी.

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$2\pi rh = \frac{1}{3} \times 462 = 154 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$2\pi r^2 + 2\pi rh = 462$$

$$2\pi r^2 + 154 = 462$$

$$2\pi r^2 = 308$$

$$r = 7 \text{ सेमी.}$$

**Sol<sup>n</sup> 13.** माना त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः  $5x$  और  $7x$  है।

$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\frac{22}{7} \times (5x)^2 \times (7x) = 550$$

$$x = 1$$

$$\text{त्रिज्या} = 5x = 5 \text{ सेमी}$$

$$\text{ऊँचाई} = 7x = 7 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5 \times 7 = 220 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 14.** माना बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः  $r$  और  $h$  है।

$$\text{आयतन} = \pi r^2 h$$

जब त्रिज्या को 50% घटा दिया जाता है।

$$\text{नई त्रिज्या} = 0.5r$$

और ऊँचाई 50% बढ़ाई जाती है।

$$\text{नई ऊँचाई} = 1.5h$$

$$\text{बेलन का नया आयतन} = \pi(0.5r)^2 \times (1.5)h$$

$$= 0.375\pi r^2 h$$

$$\% \text{ आयतन में कमी} = \frac{\pi r^2 h - 0.375\pi r^2 h}{\pi r^2 h} \times 100$$

$$= 62.5\%$$

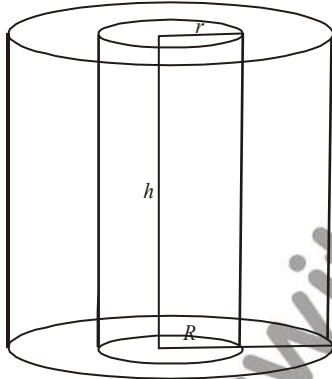
**Sol<sup>n</sup> 15.**  $r = \frac{7}{2}$  सेमी,  $h = 40$  सेमी .....(दिया है)

$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 40 = 1540 \text{ सेमी}^3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} &= 2\pi r h \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 40 = 880 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल} &= 2\pi r(r+h) \\ 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \left( \frac{7}{2} + 40 \right) &= 957 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 16.**



$\therefore$  बाह्य त्रिज्या  $= R = 2$  मी,  
आन्तरिक त्रिज्या  $= r = 1.5$  मी, और ऊँचाई  $=$   
ऊँचाई  $= 20$  मी

$$\begin{aligned} \therefore \text{धातु का आयतन} &= \pi(R^2 - r^2)h \\ &= \frac{22}{7}(2^2 - (1.5)^2) \times 20 \\ &= 110 \text{ मी}^3 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 17.** 6 सेमी. व्यास वाले पाईप के द्वारा सप्लाई किये गए पानी का आयतन

$= n \times 1.5$  सेमी व्यास वाले पाईप के द्वारा सप्लाई किये गए पानी का आयतन

$$\begin{aligned} \pi \times \left( \frac{6}{2} \right)^2 \times h &= n \times \pi \times \left( \frac{1.5}{2} \right)^2 \times h \quad (n = \text{पाइपों की संख्या}) \\ n &= 16 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 18.** माना ऊँचाई  $h$  है।

$$\text{त्रिज्या}(r) = \frac{3}{4} h \quad \dots(\text{दिया है})$$

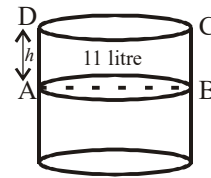
$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{4}{3} r = 38880 \text{ मि. ली} = 38808 \text{ सेमी}^3$$

$$r = 21 \text{ सेमी}$$

अतः, व्यास  $= 2r = 42$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 19.** टैंक के अंदर पानी का स्तर जितना नीचे आएगा वो टैंक से निकाले गए पानी के आयतन पर निर्भर करता है।



बेलन ABCD का आयतन  $= 11$  लीटर

$$\pi \left( \frac{35}{2} \right)^2 \times h = 11 \times 1000$$

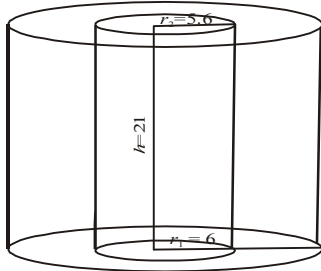
(1 लीटर  $= 1000$  सेमी<sup>3</sup>)

$$h = \frac{11000 \times 4 \times 7}{22 \times 35 \times 35} = 11 \frac{3}{7} \text{ सेमी}$$



**Sol<sup>n</sup> 20.** संकेत : पानी का आयतन बेलन के आयतन के बराबर होगा।

**Sol<sup>n</sup> 21.**



आन्तरिक त्रिज्या =  $11.2 = 5.6$  सेमी

बाह्य त्रिज्या =  $5.6 + 0.4 = 6$  सेमी

$$\therefore \text{धातु का आयतन} = \pi(r_1^2 - r_2^2)h$$

$$= \frac{22}{7}((6)^2 - (5.6)^2) \times 21$$

$$= 306.24 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 22.**  $\therefore$  आयतन (V) =  $\pi r^2 h$ ,

$$\therefore \text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (S)} = 2\pi r(r+h)$$

$$V \times \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{r}\right) = \pi r^2 h \left(\frac{r+h}{hr}\right)$$

$$= \pi r(r+h) = \frac{S}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{V \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{r}\right)}{S} = 1:2$$

**Sol<sup>n</sup> 23.**  $r = 2\text{m}$ ,  $h = 21$  मी

$$\therefore \text{पिलर का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 21 = 264 \text{ मी}^3$$

बनाने का खर्चा =  $264 \times 1.5 = 396$  रु.

**Sol<sup>n</sup> 24.**  $r = 10.5$  सेमी

$$h = 600 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{कंटेनर का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times 600 = 207900 \text{ सेमी}^3$$

$$\text{धातु का वजन} = 207900 \times \frac{5}{1000} \text{ कि.ग्रा}$$

$$= 1039.5 \text{ कि.ग्रा}$$

**Sol<sup>n</sup> 25.**  $r = 1$  मी, और  $h = 40$  मी .....(दिया है।)

$$\therefore \text{शीट का क्षेत्रफल} = 2\pi r h$$

$$= 2 \times \pi \times 1 \times 40$$

$$= 80\pi \text{ मी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 26.** माना त्रिज्या की ऊँचाई  $2k$  और  $3k$  है।

$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\frac{22}{7} \times (2k)^2 \times (3k) = 1617$$

$$k = 3.5$$

$$\text{त्रिज्या} = r = 2k = 7 \text{ सेमी.}$$

$$\text{ऊँचाई} = h = 3k = 10.5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi r(r+h)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7+10.5) = 770 \text{ मी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 27.**  $r+h = 37$  सेमी .....(दिया है।)

$$\therefore \text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi r(r+h) = 1628$$

$$2\pi r \times 37 = 1628$$

$$r = 7 \text{ सेमी.}$$

$$h = 37 - 7 = 30 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \text{आयतन} = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 30 = 4620 \text{ मी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 28.**  $\frac{\text{वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}} = \frac{1}{2}$

वक्र पृष्ठ का क्षे =  $\frac{1}{2} \times$  संपूर्ण पृष्ठ का क्षे =  $\frac{1}{2} \times 616 = 308$  सेमी<sup>2</sup>

$2\pi rh = 308$  .....(i)

संपूर्ण पृष्ठ का क्षे. =  $2\pi r(r+h) = 616$

$2\pi r^2 = 616 - 308 = 308$

$r = 7$  सेमी

$r$  का मान समीकरण (i) में रखने पर

$h = 7$  सेमी

$\therefore$  आयतन =  $\pi r^2 h$

=  $\frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 = 1078$  सेमी<sup>3</sup>

**Sol<sup>n</sup> 29.** वास्तविक लंब =  $h$

नया लंब =  $6h$

आधार का वास्तविक क्षे. =  $\pi r^2$

नए आधार का क्षे. =  $\frac{1}{9}\pi r^2$

छड़ की नई त्रिज्या वास्तविक त्रिज्या की  $\frac{1}{3}$  है।

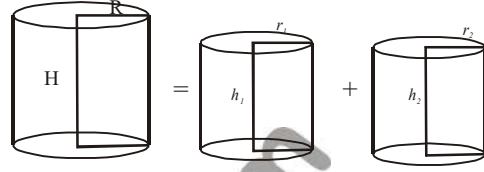
वक्र पृष्ठ का वास्तविक क्षे. =  $2\pi rh$

$\therefore$  नये वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $2\pi \times \frac{1}{3}r \times 6h$

=  $2\pi rh \times 2$

संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 2 गुणा हो जाएगा 2

**Sol<sup>n</sup> 30.**



तीसरी टंकी का आयतन

= पहली दोनों टंकियों के आयतन का योगफल

$\pi R^2 H = \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2$

$R^2 \times (15) = (15)^2 \times 35 + (10)^2 \times 15$

$R^2 = 625$

$R = 25$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 31.** पाईप के द्वारा प्रति मिनट निकाले गए पानी का आयतन

= संग्रह किए गये पानी का आयतन

$\pi r^2 \times 7 = 11$

$\frac{22}{7} \times r^2 \times 7 = 11$

$r = \frac{1}{\sqrt{2}}$  मी.

**Sol<sup>n</sup> 32.** बेलनाकार छिद्र का आयतन =  $\frac{1}{4} \times$  ठोस बेलन का

आयतन

$\therefore \frac{1}{3}\pi r^2 \times 1000 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\pi \times 10 \times 10 \times 1000$

$r = 5$  सेमी

बेलन की मौटाई

= ठोस बेलन की त्रिज्या - बेलनाकार छिद्र की त्रिज्या

=  $10 - 5 = 5$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 33.** बाहर निकाली गई मिट्टी का आयतन

$$= \pi \times (10)^2 \times 14 = 1400\pi \text{ मी}^3$$

$$\text{चबुतरे का क्षेत्रफल} = \pi(R^2 - r^2)$$

बाहर निकाली गई मिट्टी का आयतन = चबुतरे का आयतन

बाहर निकाली गई मिट्टी का आयतन

$$= \text{चबुतरे का क्षे.} \times \text{चबुतरे की ऊँचाई}$$

$$\pi(15^2 \times 10^2) = 125\pi \times \text{चबुतरे की ऊँचाई}$$

$$\text{चबुतरे की ऊँचाई} = \frac{1400\pi}{125\pi} = 11.2 \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 34.** माना कुएं की त्रिज्या =  $r$

चबुतरने का आयतन (खोखला बेलन)

= बाहर निकाली गई मिट्टी का आयतन

$$\pi((r+1)^2 - r^2) \times 5 = \pi r^2 \times 20$$

$$[(r+1+r)(r+1-r)] = r^2 \times 4$$

$$(2r+1) \times 1 = 4r^2$$

$$4r^2 - 2r - 1 = 0$$

$$r = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{8} = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 35.**  $h = 16$  सेमी .....(दिया है।)

∴ बेलन का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

= आयताकार परत का क्षेत्रफल

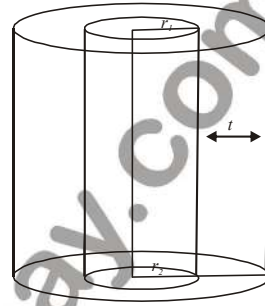
$$2\pi rh = 16 \times 22 \text{ cm}^2$$

$$r = \frac{16 \times 22}{2 \times \frac{22}{7} \times 16} = \frac{7}{2}$$

∴ बेलन का आयतन =  $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 16 = 616 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 36.**



माना पाईप की मोटाई  $t$  है।

∴ धातु के पाईप का आयतन =  $\pi(r_1^2 - r_2^2) \times h$

$$748 = \frac{22}{7} \times [(9)^2 - (9-t)^2] \times 14$$

$$748 = \frac{22}{7} \times [(9+9-t) - (9-9+t)] \times 14$$

$$748 = [(18-t)t] \times 44$$

$$t^2 - 18t + 17 = 0$$

$$(t-17)(t-1) = 0$$

$t = 1$ , or  $t = 17$  (संभव नहीं है।)

अतः, मोटाई = 1 सेमी

**Sol<sup>n</sup> 37.**  $\frac{r_A}{r_B} = \frac{3}{2}$ ,  $\frac{h_A}{h_B} = \frac{n}{1}$  .....(दिया है।)

$$V_A = 3V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{\pi r_A^2 h_A}{\pi r_B^2 h_B} = \frac{3}{1}$$

$$\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \times \left(\frac{h_A}{h_B}\right) = \frac{3}{1}$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{n}{1} = \frac{3}{1}$$

$$n = \frac{4}{3}$$

**Sol<sup>n</sup> 38.** माना पहले बेलन का आयतन, ऊँचाई, त्रिज्या  $V_1$ ,  $r_1$  और  $h_1$  है।

और दूसरे बेलन का आयतन, त्रिज्या और ऊँचाई  $V_2$ ,  $r_2$  और  $h_2$  है।

$$h_1 = h_2, V_2 = 2V_1$$

$$r_1 = r, r_2 = ?$$

$$\therefore \pi r_2^2 h_2 = 2\pi r_1^2 h_1$$

$$r_2^2 = 2r_1^2 = 2r^2$$

$$r_2 = r\sqrt{2}$$

**Sol<sup>n</sup> 39.**  $h = 6$  मी .....(दिया है)

$$\therefore \text{आधार का क्षेत्रफल} = 2\pi r^2$$

$$\therefore \text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = 2\pi r^2 h$$

प्रश्नानुसार,

$$3 \times (2\pi r^2) = 2 \times 2\pi r^2 h$$

$$3r = 2h = 2 \times 6$$

$$r = 4 \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 40.** माना त्रिज्या में  $t$  सेमी की वृद्धि कर जाती है

$$\text{तब आयतन} = \pi(10+t)^2 \times 4$$

यदि ऊँचाई में  $t$  सेमी की वृद्धि की जाती है

$$\text{तब आयतन} = \pi(10)^2 \times (4+t)$$

दोनों स्थिति में आयतन समान होना चाहिए।

$$\pi(10+t)^2 \times 4 = \pi(10)^2 \times (4+t)$$

$$(t+10)^2 = 25(4+t)$$

$$t^2 + 100 + 20t = 100 + 25t$$

$$t^2 = 5t$$

$$t = 5 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 41.**  $\therefore$  आधार का क्षेत्रफल  $= \pi r^2 = b \Rightarrow r = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}}$

$$\therefore \text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = 2\pi r h = a$$

$$h = \frac{a}{2\pi r} = \frac{a\sqrt{\pi}}{2\pi\sqrt{b}} = \frac{a}{2\sqrt{\pi b}} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 42.** 10 मिनट में बहने वाले पानी का आयतन = 440 मी<sup>3</sup>

1 मिनट में बहने वाले पानी का आयतन = 44 मी<sup>3</sup>

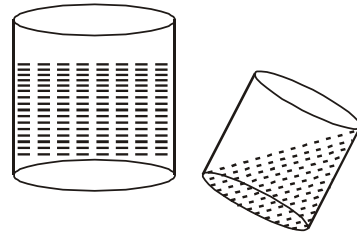
$$\therefore \pi r^2 h = 44$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 \times 7 = 44$$

$$r^2 = 2$$

$$r = \sqrt{2} \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 43.**



माना बेलन का कुल आयतन =  $5x$  लीटर

$$\text{पानी का आयतन} = \frac{4}{5} \times 5x = 4x \text{ लीटर}$$

झुकाने के बाद पानी कुल आयतन का आधा होगा =  $\frac{5x}{2}$

$$\text{व्यर्थ पानी} = 4x - \frac{5x}{2}$$

$$30 = \frac{3x}{2}$$

$$x = 20 \text{ लीटर}$$

अतः, बेलन का आयतन =  $5x = 100$  लीटर.

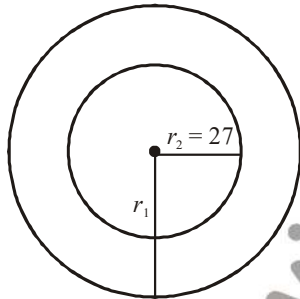
**Sol<sup>n</sup> 44.** ∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $2\pi rh$

$$50 \text{ खम्बों का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल} = 50 \times 2\pi rh$$

$$= 50 \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{50}{2 \times 100} \times 4 = 314 \text{ मी}^2$$

$$\begin{aligned} \text{खम्बे को साफ कराने में लगा खर्चा} &= 314 \times 0.5 \\ &= 157 \text{ रु.} \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 45.**



$$\text{दीवार की मोटाई} = r_1 - r_2$$

$$\pi(r_1^2 - r_2^2) = 352$$

$$r_1^2 - r_2^2 = \frac{352}{22} \times 7 = 112$$

$$r_1^2 - (27)^2 = 112$$

$$r_1 = \sqrt{841} = 29 \text{ सेमी}$$

$$\text{दीवार की मोटाई} = 29 - 27 = 2 \text{ सेमी.}$$

**Sol<sup>n</sup> 46.**  $r = \frac{3}{4}h$

.....(दिया है)

$$h = \frac{4r}{3}$$

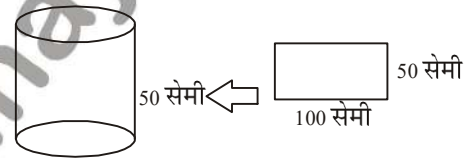
$$\begin{aligned} \therefore \text{आयतन} &= \pi r^2 h = 38808 \text{ मि.ली} = 38.808 \text{ लीटर} \\ &= 38.808 \times 1000 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 \times \left(\frac{4r}{3}\right) = 38808$$

$$r^3 = 9261$$

$$r = 21 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 47.**



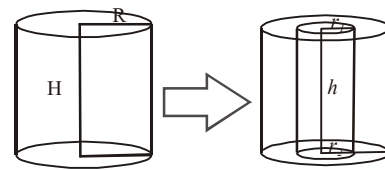
$$2\pi r = 100 \text{ सेमी}$$

$$\text{तब, सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल} = 2\pi rh$$

$$100 \times 50 = 5000 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{पेंट कराने का खर्चा} = 5000 \times \frac{50}{100} = \text{Rs. } 2500$$

**Sol<sup>n</sup> 48.**



टोस बेलन का आयतन = धातु के खोखले पाईप का आयतन

$$\pi R^2 H = \pi(r^2 - r_2^2)h \quad \{H=h\}$$

$$R^2 = r_1^2 - r_2^2$$

$$R^2 = (25)^2 - (24)^2$$

$$R^2 = 49$$

$$R = 7$$

$$\text{अतः, व्यास} = 14 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 49. ∴ सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $2\pi r(r+h) = 462$  सेमी<sup>2</sup>

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =

$$2\pi rh = \frac{1}{3} \times 462 = 154 \text{ सेमी}^2$$

$$\pi rh = 77 \text{ सेमी}^2 \quad \dots(i)$$

$$2\pi r(r+h) = 462 \text{ सेमी}^2$$

$$2\pi r^2 + 2\pi rh = 462$$

$$2\pi r^2 + 154 = 462$$

$$2\pi r^2 = 308$$

$$r = 7 \text{ सेमी}$$

समीकरण (i) को  $r$  से गुना करने पर

अतः, आयतन =  $\pi r^2 h = \pi rh \times r$

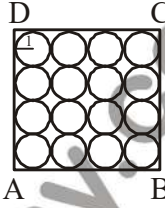
$$= 77 \times 7 = 539 \text{ सेमी}^3$$

Sol<sup>n</sup> 50. ∴ आयतन =  $\pi(r_1^2 - r_2^2) \times h$

$$= \frac{22}{7} \left( (14)^2 - (12)^2 \right) \times 35$$

$$= 110 \times 26 \times 2 = 5720 \text{ सेमी}^3$$

Sol<sup>n</sup> 51.



प्रत्येक वृत्त का व्यास = 2 सेमी

$$\therefore AB = 2 \times 4 = 8$$

उसी तरह,  $CD = 8$

तल का क्षेत्रफल =  $AB \times CD = 64$  सेमी<sup>2</sup>

## प्रश्नावली - शंकु

1. एक शंकुवाकार पर्वत की तिर्यक ऊँचाई 2.5 किमी है और उसके आधार का कुल क्षेत्रफल 1.54 वर्ग किमी है। पर्वत की ऊँचाई होगी।  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ 
  - (a) 2.2 किमी
  - (b) 2.4 किमी
  - (c) 3 किमी
  - (d) 3.11 किमी
2. दो शंकुओं के आयतन का अनुपात 2 : 3 है और उनके आधार की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है, तो उनकी ऊँचाईयों का अनुपात क्या होगा?
  - (a) 3 : 8
  - (b) 8 : 3
  - (c) 4 : 3
  - (d) 3 : 4
3. यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु जिसकी ऊँचाई 24 सेमी है, का आयतन 1232 सेमी<sup>3</sup> है, तो इसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ 
  - (a) 1254 सेमी<sup>2</sup>
  - (b) 704 सेमी<sup>2</sup>
  - (c) 550 सेमी<sup>2</sup>
  - (d) 154 सेमी<sup>2</sup>
4. यदि एक शंकु की ऊँचाई को दो गुना कर दिया जाए और त्रिज्या को बराबर रखा जाए तो पहले शंकु के आयतन का दूसरे शंकु के आयतन से अनुपात क्या होगा?
  - (a) 2 : 1
  - (b) 1 : 8
  - (c) 1 : 2
  - (d) 8 : 1
5. एक शंकु के आधार की त्रिज्या और उसकी तिर्यक ऊँचाई का अनुपात 4 : 7 है, यदि वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 792 सेमी<sup>2</sup> है तो इसके आधार की त्रिज्या (सेमी) होगी।  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ 
  - (a) 8
  - (b) 12
  - (c) 14
  - (d) 16
6. एक शंकु की ऊँचाई 30 सेमी है, इसके आधार के समानांतर शंकु के ऊपरी हिस्से से एक छोटा शंकु काटा जाता है, यदि शंकु का आयतन बड़े शंकु के आयतन का  $\frac{1}{27}$  है। तो शंकु के आधार से कितनी ऊँचाई से इसे काटा गया है?
  - (a) 6 सेमी
  - (b) 8 सेमी
  - (c) 10 सेमी
  - (d) 20 सेमी
7. एक लम्बवृत्तीय शंकु का व्यास 4 सेमी और उसकी ऊँचाई  $2\sqrt{3}$  सेमी है, तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई क्या होगी?
  - (a) 5 सेमी
  - (b) 4 सेमी
  - (c)  $2\sqrt{3}$  सेमी
  - (d) 3 सेमी
8. एक अर्द्धवृत्ताकार धातु की शीट का व्यास 28 सेमी है। को मोड़कर एक खुला शंकु बनाया जाता है, तो शंकु की गहराई लगभग होगी।
  - (a) 11 सेमी
  - (b) 12 सेमी
  - (c) 13 सेमी
  - (d) 14 सेमी
9. एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई और व्यास का अनुपात 3 : 2 है और उसका आयतन 1078 घन सेमी है, तो इसकी ऊँचाई होगी?  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ 
  - (a) 7 सेमी
  - (b) 14 सेमी
  - (c) 21 सेमी
  - (d) 28 सेमी
10. एक शंकुवाकार टैन्ट के आधार की त्रिज्या 16 मीटर है। यदि टैन्ट को बनाने के लिए  $427\frac{3}{7}$  मी<sup>2</sup> कपड़े की जरूरत होती है, तो टैन्ट की तिर्यक ऊँचाई क्या होगी?  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ 
  - (a) 17 मीटर
  - (b) 15 मीटर
  - (c) 19 मीटर
  - (d) 8.5 मीटर

11. एक लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या को दोगुना कर दिया जाता है और इसकी ऊँचाई को समान रखा जाता है। तो शंकु का आयतन होगा।  
 (a) पहले शंकु के आयतन का 3 गुना  
 (b) पहले शंकु के आयतन का 4 गुना  
 (c) पहले शंकु के आयतन का  $\sqrt{2}$  गुना  
 (d) पहले शंकु के आयतन का 2 गुना
12. एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार का परिमाप 8सेमी है। यदि शंकु की ऊँचाई 21सेमी हो तो उसका आयतन होगा?  
 (a)  $108 \pi$  सेमी<sup>3</sup> (b)  $\frac{112}{\pi}$  सेमी<sup>3</sup>  
 (c)  $112 \pi$  सेमी<sup>3</sup> (d)  $\frac{108}{\pi}$  सेमी<sup>3</sup>
13. एक लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 3.6 सेमी और उसकी आधार की त्रिज्या 1.6 सेमी है, इस शंकु को पिघलाकर एक दूसरे लम्बवृत्तीय शंकु में बदला जाता है जिसकी त्रिज्या 1.2 सेमी है, तब शंकु की ऊँचाई क्या होगी? (सेमी में)  
 (a) 3.6 (b) 4.8  
 (c) 6.4 (d) 7.2
14. यदि किसी बाल्टी की ऊँचाई 45 सेमी तथा दोनों सिरों की त्रिज्याएं क्रमशः 28 सेमी तथा 7 सेमी है तो बाल्टी का आयतन ज्ञात करो  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$   
 (a) 48510 (b) 45810  
 (c) 48150 (d) 48051
15. एक शंकु को इसकी ऊँचाई के मध्य बिन्दु पर इसके आधार के समानांतर काटा जाता है, तो अब शंकु के दो हिस्सों के आयतनों का अनुपात क्या होगा?  
 (a) 1:1 (b) 1:8  
 (c) 1:4 (d) 1:7
16. एक शंकु की ऊँचाई और आधार की त्रिज्या को 100% बढ़ा दिया जाता है, तो शंकु के आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?  
 (a) 700% (b) 400%  
 (c) 300% (d) 100%
17. एक शंकु जिसकी त्रिज्या 7 सेमी. और ऊँचाई 24 सेमी है, का तिर्यक ऊँचाई, आयतन, वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल और सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।  
 (a) 25 सेमी., 1232 सेमी<sup>3</sup>, 550 सेमी<sup>2</sup>, 704 सेमी<sup>2</sup>  
 (b) 32 सेमी., 12936 सेमी<sup>3</sup>, 2310 सेमी<sup>2</sup>, 3696 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 45 सेमी., 12636 सेमी<sup>3</sup>, 2310 सेमी<sup>2</sup>, 3696 सेमी<sup>2</sup>  
 (d) 15 सेमी., 12936 सेमी<sup>3</sup>, 2022 सेमी<sup>2</sup>, 9636 सेमी<sup>2</sup>
18. एक शंकुवाकार मकबरे की तिर्यक ऊँचाई 13 मीटर और व्यास 10 मीटर है। 7 रु./वर्गमीटर की दर से मकबरे को बनाने में कितना खर्चा आएगा।  
 (a) 2200 रु. (b) 1800 रु.  
 (c) 1430 रु. (d) 1200 रु.
19. एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई 24 सेमी. और आधार की त्रिज्या 7 सेमी. है, आधार के समानांतर ऊँचाई के मध्य बिन्दु से काटे गए शंकु के ऊपरी भाग का आयतन क्या होगा?  
 (a) 168 सेमी<sup>3</sup> (b) 154 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 1078 सेमी<sup>3</sup> (d) 800 सेमी<sup>3</sup>
20. एक वृत्तखण्ड जिसका कोण  $90^\circ$  है और त्रिज्या 4 सेमी है, के किनारों को मिलाकर एक लम्बवृत्तीय शंकु बनाया जाता है, तो शंकु का आयतन ज्ञात करो।  
 (a)  $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$  सेमी<sup>3</sup> (b)  $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$  सेमी<sup>3</sup>  
 (c)  $\frac{\pi\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$  सेमी<sup>3</sup> (d)  $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$  सेमी<sup>3</sup>
21. एक वृत्तखण्ड जिसकी त्रिज्या 3 सेमी और कोण  $120^\circ$  है, को एक शंकु के रूप में बदला जाता है, तो शंकु का आयतन ज्ञात करो।  
 (a)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$  सेमी<sup>3</sup> (b)  $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$  सेमी<sup>3</sup>  
 (c)  $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$  सेमी<sup>3</sup> (d)  $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$  सेमी<sup>3</sup>



22. एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या  $3r$  है, और इसकी ऊँचाई  $r$  है, तो शंकु का आयतन क्या होगा?
- (a)  $\frac{1}{3} \pi r^3$  (b)  $\frac{2}{3} \pi r^3$   
 (c)  $3 \pi r^3$  (d)  $9 \pi r^3$
23. एक लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात  $5 : 12$  है और इसका आयतन  $2512$  सेमी<sup>3</sup> है, तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई क्या होगी? ( $\pi = 3.14$ )
- (a) 14 सेमी (b) 16 सेमी  
 (c) 24 सेमी (d) 26 सेमी
24. एक 7 मीटर त्रिज्या और 24 मीटर ऊँचाई वाले शंकु को बनाने में 2.5 मीटर चौड़ाई वाले कितने लम्बे कपड़े की आवश्यकता होगी?
- (a) 120 मीटर (b) 180 मीटर  
 (c) 220 मीटर (d) 550 मीटर
25. एक 14 मीटर ऊँचाई वाले और  $346.5$  मी<sup>2</sup> आधार के क्षेत्रफल वाले शंकु को बनाने में 1.1 मीटर चौड़ाई वाले कितने लम्बे कपड़े की आवश्यकता होगी?
- (a) 665 मीटर (b) 525 मीटर  
 (c) 490 मीटर (d) 860 मीटर
26. एक शंकुवाकार टेन्ट में 11 व्यक्ति आ सकते हैं। प्रत्येक व्यक्ति को आधार पर  $4$  मी<sup>2</sup> जगह चाहिए और साँस लेने के लिए  $220$  मी<sup>3</sup> हवा चाहिए तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात करो।
- (a) 145 मीटर (b) 155 मीटर  
 (c) 165 मीटर (d) 205 मीटर
27. यदि एक शंकु के आधार की त्रिज्या को आधा कर दिया जाए और ऊँचाई को समान रखा जाए तो इस प्रकार बने शंकु का आयतन तथा पहले बने शंकु के आयतन का अनुपात क्या होगा?
- (a) 1:2 (b) 1:3  
 (c) 1:4 (d) 2:3
28. एक लम्बवृत्तीय शंकु की तिर्यक ऊँचाई और त्रिज्या क्रमशः  $H$  और  $r$  है, तब वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल और आधार के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?
- (a)  $2H:r$  (b)  $H:r$   
 (c)  $H:2r$  (d)  $H^2:r^2$
29. दो शंकुओं के व्यास बराबर हैं और उनकी तिर्यक ऊँचाई का अनुपात  $5 : 4$  है, यदि छोटे शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल  $200$  सेमी<sup>2</sup> है, तो बड़े शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 200 (b) 250  
 (c) 400 (d) 500
30. एक 10 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्ताकार पेपर की शीट का 40 प्रतिशत भाग हटा दिया जाता है। यदि शेष भाग से एक शंकु बनाया जाता है, तो शंकु की त्रिज्या और उसकी ऊँचाई का अनुपात क्या होगा?
- (a) 1:2 (b) 1:1  
 (c) 3:4 (d) 4:3
31. एक शंकुवाकार टैंक की ऊँचाई 60 मी और उसके आधार का व्यास 64 मीटर है, तब 35 रु/मी<sup>2</sup> की दर से इसके बाहर की ओर पेंट कराने का खर्चा क्या होगा?
- (a) लगभग 52.00 रु. (b) लगभग 39.20 रु.  
 (c) लगभग 35.20 रु. (d) लगभग 23.94 रु.
32. यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S$  है, और ऊँचाई  $H$  है, और अर्द्धलम्बवत कोण  $\alpha$  है, तब  $S$  होगा।
- (a)  $\pi h^2 \tan^2 \alpha$  (b)  $\frac{1}{3} \pi h^2 \tan^2 \alpha$   
 (c)  $\pi h^2 \sec \alpha \tan \alpha$  (d)  $\frac{1}{3} \pi h^2 \sec \alpha \tan \alpha$
33. एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई और त्रिज्या क्रमशः 12 सेमी और 6 सेमी है, शंकु के आधार से 3 सेमी. की ऊँचाई पर आधार के समानांतर काटे गए भाग के वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या क्या होगी?
- (a) 4 सेमी (b) 5.5 सेमी  
 (c) 4.5 सेमी (d) 3.5 सेमी

34. एक शंकु के आधार की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई का अनुपात 4 : 7 है यदि इसका वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 792 सेमी<sup>2</sup> है तो इसके आधार की त्रिज्या (सेमी) होगी।  
 (a) 8 (b) 12  
 (c) 14 (d) 16
35. एक शंकु के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 5 : 12 है। यदि शंकु का आयतन  $314\frac{2}{7}$  सेमी<sup>3</sup> है, तो इसकी तिर्यक ऊँचाई (सेमी) होगी।  
 (a) 12 (b) 13  
 (c) 15 (d) 17
36. दो शंकुओं की त्रिज्याओं का अनुपात 3 : 4 है और ऊँचाईयों का अनुपात 4 : 3 है, तब उनके आयतनों का अनुपात होगा।  
 (a) 3 : 4 (b) 4 : 3  
 (c) 9 : 16 (d) 16 : 9
37. यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु को आधार के समानांतर दो तलों द्वारा तीन भागों में बाटा जाता है, जिनका आयतन  $V_1, V_2, V_3$  है, जो कि लम्ब को भी 3 बराबर भागों में बाँटता है तब  $V_1 : V_2 : V_3$  है।  
 (a) 1 : 2 : 3 (b) 1 : 4 : 6  
 (c) 1 : 6 : 9 (d) 1 : 7 : 19
38. यदि किसी बाल्टी की ऊँचाई 45 सेमी तथा दोनों सिरो की त्रिज्याएँ क्रमशः 28 सेमी तथा 7 सेमी है तो बाल्टी का आयतन ज्ञात करो  
 $(\pi = \frac{22}{7})$   
 (a) 48510 (b) 45810  
 (c) 48150 (d) 48051
39. एक समकोण वृत्ताकार भाग जिसकी त्रिज्या 'r' है, को मोड़कर एक शंकु बनाया जाता है, तब शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल होगा?  
 (a)  $\pi r^2$  सेमी<sup>2</sup> (b)  $4\pi r^2$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $\frac{\pi r^2}{4}$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $2\pi r^2$  सेमी<sup>2</sup>
40. यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई, वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल और आयतन क्रमशः  $h, c, v$  है, तब  $3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2$  का मान होगा।  
 (a) 2 (b) -1  
 (c) 1 (d) 0
41. एक बाँध एक लम्बवृत्तीय छिन्नक के आकार का है, इसके ऊपर वाले भाग का व्यास 8 सेमी और निचले भाग का व्यास 4 सेमी और गहराई 6 सेमी है, तो वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करें।  
 (a) 118.4 मी<sup>2</sup> (b) 162.3 मी<sup>2</sup>  
 (c) 452 मी<sup>2</sup> (d) 119.26 मी<sup>2</sup>
42. एक खोखले शंकु को एक तल के द्वारा आधार के समानांतर काट के ऊपर वाले भाग को हटा दिया जाता है, यदि बचे हुए टोस का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल संपूर्ण शंकु के पृष्ठ क्षेत्रफल का  $\frac{8}{9}$  वाँ भाग है, तो दोनों भागों की ऊँचाई का अनुपात ज्ञात करो।  
 (a) 2 : 3 (b) 1 : 3  
 (c) 1 : 2 (d) 1 : 4
43. एक शंकुवाकार टेन्ट के आधार की त्रिज्या 5 मीटर है, यदि टेन्ट की ऊँचाई 12 मीटर है, तो टेन्ट को बनाने में लगने वाले कपड़े का क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a)  $300\pi$  मी<sup>2</sup> (b)  $60\pi$  मी<sup>2</sup>  
 (c)  $90\pi$  मी<sup>2</sup> (d)  $65\pi$  मी<sup>2</sup>
44. एक शंकुवाकार टेन्ट को बनाने में 5 मीटर चौड़ाई वाले कितनी लंबाई के कपड़े की आवश्यकता होगी यदि जिसकी आधार की त्रिज्या 7 मीटर और ऊँचाई 24 मीटर है।  
 $(\pi = \frac{22}{7})$   
 (a) 108 मीटर (b) 110 मीटर  
 (c) 112 मीटर (d) 115 मीटर

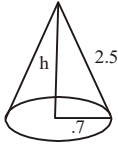
45. एक ठोस शंकु का वजन क्या होगा यदि शंकु का व्यास 14 सेमी और ऊँचाई 51 सेमी है और ठोस धातु का वजन 10 ग्राम/घन सेमी है?
- (a) 16.18 किग्रा. (b) 17.25 किग्रा.  
(c) 26.18 किग्रा. (d) 71.40 किग्रा.
46. एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 7सेमी और ऊँचाई 24सेमी है, आधार के समानांतर ऊँचाई के मध्य बिन्दु से शंकु को एक तल से काटा जाता है, तो ऊपरी हिस्से को आयतन क्या होगा?
- (a) 168 सेमी<sup>3</sup> (b) 154 सेमी<sup>3</sup>  
(c) 1078 सेमी<sup>3</sup> (d) 800 सेमी<sup>3</sup>
47. 15 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्तखण्ड का कोण 120° है। इससे एक शंकु बनाया जाता है तो शंकु का आयतन क्या होगा?
- (a)  $(250\sqrt{2})\pi$  सेमी<sup>3</sup>  
(b)  $(100\sqrt{2})\pi$  सेमी<sup>3</sup>  
(c)  $[(250\sqrt{2})\pi/3]$  सेमी<sup>3</sup>  
(d)  $[(100\sqrt{2})\pi/3]$  सेमी<sup>3</sup>
48. एक शंकु की ऊँचाई 40 सेमी है। शंकु को आधार के समानांतर इस प्रकार काटा जाता है कि छोटे शंकु का आयतन बड़े शंकु के आयतन का  $\frac{1}{64}$  है, तो शंकु को कितनी ऊँचाई से काटा गया है?
- (a) 20 सेमी (b) 30 सेमी  
(c) 25 सेमी (d) 22.5सेमी
49. एक शंकु के आधार की त्रिज्या 5 सेमी और ऊँचाई 25 सेमी है। आधार के समानांतर शंकु को  $h$  ऊँचाई से काटा जाता है, यदि इस छिन्नक का आयतन 110 सेमी<sup>3</sup> है तो छोटे शंकु की त्रिज्या क्या होगी?
- (a)  $(104)^{1/3}$ सेमी (b)  $(104)^{1/2}$ सेमी  
(c) 5 सेमी (d) इनमें से कोई नहीं
50. एक लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः 3सेमी और 9सेमी है, इसके आधार के समानांतर शंकु को तल के द्वारा दो भागों में बाँटा जाता है। छिन्नक का आयतन 44 घन सेमी है, छिन्नक के ऊपरी वृत्ताकार सतह की त्रिज्या क्या होगी?
- (a)  $\sqrt[3]{12}$  सेमी (b)  $\sqrt[3]{13}$  सेमी  
(c)  $\sqrt[3]{6}$  सेमी (d)  $\sqrt[3]{20}$  सेमी
51. एक तल शंकु को दो बराबर आयतनों में बाँटता है यदि तल आधार के समानांतर है, तो ऊँचाई का अनुपात क्या होगा जो शंकु को दो भागों में बाँटती है।
- (a)  $1 : \sqrt{2}$  (b)  $1 : \sqrt[3]{2} - 1$   
(c)  $1 : \sqrt[3]{2}$  (d)  $1 : \sqrt[3]{2} + 1$

## उत्तरमाला

1. (b) 2. (b) 3. (c) 4. (a) 5. (b) 6. (d) 7. (b) 8. (b) 9. (c)  
10. (d) 11. (b) 12. (b) 13. (c) 14. (a) 15. (d) 16. (a) 17. (a) 18. (c)  
19. (b) 20. (c) 21. (b) 22. (c) 23. (d) 24. (c) 25. (b) 26. (c) 27. (c)  
28. (b) 29. (b) 30. (c) 31. (d) 32. (c) 33. (c) 34. (b) 35. (b) 36. (a)  
37. (d) 38. (a) 39. (c) 40. (d) 41. (d) 42. (c) 43. (d) 44. (b) 45. (c)  
46. (b) 47. (c) 48. (b) 49. (a) 50. (b) 51. (b)

संकेत एवं हल

Sol<sup>१</sup>. तिर्यक ऊँचाई ( $l$ ) = 2.5 किमी, ...(दिया है।)



आधार का क्षेत्रफल =  $\pi r^2 = 1.54$  किमी<sup>2</sup>...(दिया है।)

$$r = .7 \text{ किमी.}$$

$$\text{ऊँचाई}(h) = \sqrt{(2.5)^2 - (.7)^2}$$

$$= \sqrt{(2.5+.7)(2.5+.7)} = 2.4 \text{ किमी.}$$

Sol<sup>२</sup>. माना दो शंकुओं का आयतन  $V_1$  और  $V_2$  है।

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3} \text{ और } \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \quad \dots(\text{दिया है।})$$

$$\frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{8}{3}$$

Sol<sup>३</sup>. ऊँचाई ( $h$ ) = 24 सेमी

आयतन =  $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 1232$  सेमी<sup>3</sup> ...(दिया है।)

$$r^2 = \frac{1232 \times 3 \times 7}{24 \times 22} = 49$$

$$r = 7 \text{ सेमी}$$

$$\text{तिर्यक ऊँचाई } (l) = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(7)^2 + (24)^2}$$

$$= 25 \text{ सेमी}$$

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =

$$\pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>४</sup>. माना वास्तविक शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई  $r_1$  और  $h_1$  है।  
जब शंकु की ऊँचाई को दो गुना कर दिया जाए  $h_2 = 2h_1$

और त्रिज्या को समान रखा जाए  $r_2 = r_1$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{1}$$

Sol<sup>५</sup>.  $\frac{r}{l} = \frac{4}{7}$  .....(दिया है।)

$$l = \frac{7r}{4}$$

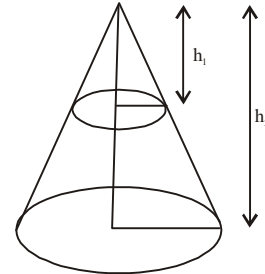
∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\pi r l = 792$

$$\frac{22}{7} \times r \times \frac{7r}{4} = 792$$

$$r^2 = 144$$

$$r = 12 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>६</sup>. छोटे शंकु का बड़े शंकु के आयतन से अनुपात



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{27} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{3}$$

$$h_1 = \frac{h_2}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ सेमी}$$

तब आधार से ऊँचाई

$$= 30 - 10 = 20 \text{ सेमी} = h_1 h_2$$

**Sol<sup>n</sup> 7.** त्रिज्या  $(r) = \frac{4}{2} = 2$  सेमी

ऊँचाई  $(h) = 2\sqrt{3}$  सेमी .....(दिया है)

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$l = \sqrt{(2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 8.** जब एक R सेमी त्रिज्या वाली अर्द्धवृत्ताकार शीट को एक शंकु के आकार में मोड़ दिया जाता है तब-

शंकु के आधार की त्रिज्या =  $\frac{R}{2}$  ( $\because 2\pi r = \pi R$ )

$$r = \frac{14}{2} = 7 \text{ सेमी, और तिर्यक ऊँचाई } (l) = R$$

$$\Rightarrow l = 14 \text{ सेमी}$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(14)^2 - (7)^2} = 12 \text{ सेमी (लगभग)}$$

**Sol<sup>n</sup> 9.** शंकु की ऊँचाई और व्यास क्रमशः  $h$  और  $d$  हैं।

$$\frac{h}{d} = \frac{3}{2} \quad \dots\dots(\text{दिया है})$$

$$\frac{h}{2r} = \frac{3}{2}$$

$$r = \frac{h}{3}$$

$$\therefore \text{ आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 1078 \text{ सेमी}^3$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{h^2}{9} \times h = 1078$$

$$h^3 = 9261$$

$$h = 21 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 10.** त्रिज्या  $(r) = 16$  मी .....(दिया है)

$$\therefore \text{ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r l = 427 \frac{3}{7}$$

$$\frac{22}{7} \times 16 \times l = 427 \frac{3}{7}$$

$$l = 8.5 \text{ मीटर}$$

**Sol<sup>n</sup> 11.** आयतन  $\propto$  (त्रिज्या)<sup>2</sup>

यदि त्रिज्या को 2 गुना कर दिया जाता है, तो आयतन 4 गुना होगा।

**Sol<sup>n</sup> 12.** आधार का परिमाप =  $2\pi r = 8$  .....(दिया है)

$$r = \frac{4}{\pi} \text{ सेमी और } h = 21 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{ आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times \frac{16}{\pi^2} \times 21 = \frac{112}{\pi} \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 13.** पिघलाये गए शंकु की ऊँचाई और त्रिज्या  $h_1$  और  $r_1$  है, और बनाये गए शंकु की ऊँचाई और त्रिज्या  $h_2$  और  $r_2$  है।

$$h_1 = 3.6 \text{ सेमी, } r_1 = 1.6 \text{ सेमी, } r_2 = 1.2 \text{ सेमी, } h_2 = ?$$

यदि किसी ठोस धातु को पिघलाकर दूसरी ठोस धातु बनाई जाती है, तो दोनों को आयतन समान रहता है।

$$\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2$$

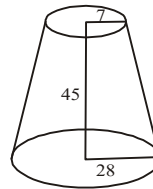
$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{h_2}{h_1}$$

$$\left(\frac{1.6}{1.2}\right)^2 = \frac{h_2}{3.6}$$

$$h_2 = 6.4 \text{ सेमी}$$

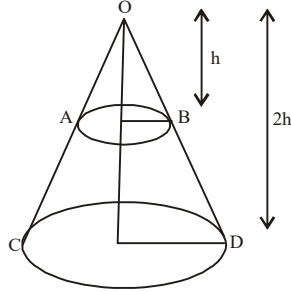
**Sol<sup>n</sup> 14.** बाल्टी की क्षमता = छिन्नक का आयतन

$$= \frac{1}{3} \pi (r^2 + R^2 + rR) h$$



$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \{7^2 + (28)^2 + (7)(28)\} \times 45 = 48510 \text{ सेमी}^3$$

Sol<sup>n</sup> 15.



$$\frac{\text{शंकु OAB का आयतन}}{\text{शंकु OCD का आयतन}} = \left(\frac{h}{2h}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

निचले हिस्से ABCD का आयतन = शंकु का आयतन  
- शंकु OAB का आयतन = 7  
तब ऊपरी हिस्से के आयतन का निचले हिस्से के आयतन से अनुपात = 1 : 7

Sol<sup>n</sup> 16. माना शंकु की शुरुआत में ऊँचाई और त्रिज्या क्रमशः  $h$  और  $r$  है।

$$\text{शुरुआती आयतन } (V_1) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

जब, त्रिज्या और ऊँचाई को 100 प्रतिशत से बढ़ा दिया जाता है।

तब, परिणामी त्रिज्या =  $2r$  और परिणामी ऊँचाई =  $2h$

$$\text{अंतिम आयतन } (V_2) = \frac{1}{3} \pi (2r)^2 \times 2h = 8 \times V_1$$

$$\text{आयतन में प्रतिशत वृद्धि} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100$$

$$= \frac{8V_1 - V_1}{V_1} \times 100 = 700\%$$

Sol<sup>n</sup> 17. त्रिज्या ( $r$ ) = 7 सेमी,  
ऊँचाई ( $h$ ) = 24 सेमी .....(दिया है।)

$$\text{तिर्यक ऊँचाई } (l) = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{(7)^2 + (24)^2} = 25 \text{ सेमी}$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 24 = 1232 \text{ सेमी}^3$$

$$\text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r (l + r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (25 + 7) = 704 \text{ सेमी}^2$$

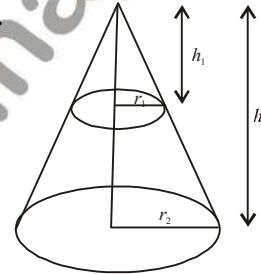
Sol<sup>n</sup> 18. तिर्यक ऊँचाई ( $l$ ) = 13 मी, त्रिज्या ( $r$ ) = 5 मी ... (दिया है।)

$$\therefore \text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 13 \times 5$$

मकबरे को बनाने का खर्चा

$$= \frac{22}{7} \times 13 \times 5 \times 7 = 1430 \text{ रु.}$$

Sol<sup>n</sup> 19.



$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}$$

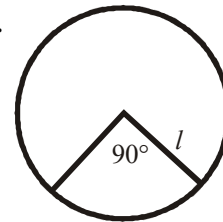
$$h_1 = \frac{h_2}{2} = 12 \text{ सेमी}$$

$$r_1 = \frac{r_2}{2} = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$

ऊपरी भाग का आयतन

$$= \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 12 = 154 \text{ सेमी}^3$$

Sol<sup>n</sup> 20.



तिर्यक ऊँचाई ( $l$ ) = वृत्त की त्रिज्या = 4 सेमी

$r$  = शंकु की त्रिज्या

$\therefore$  शंकु के आधार का परिमाप =  $2\pi r$

$$2\pi r = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times (\text{वृत्त का परिमाप})$$

$$2\pi r = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 4$$

$r = 1$  सेमी.

शंकु की ऊँचाई ( $h$ ) =  $\sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (1)^2 \times \sqrt{15} \\ &= \frac{\pi\sqrt{15}}{\sqrt{3}} \text{ मी} \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 21. प्रश्न संख्या 20 की तरह

Sol<sup>n</sup> 22. त्रिज्या =  $3r$ , ....(दिया है।)

ऊँचाई =  $r$

$$\therefore \text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

(जहाँ R और H शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई है।)

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 9r^2 \times r = 3\pi r^3$$

Sol<sup>n</sup> 23. माना शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः  $5x$  और  $12x$  है।

$$\therefore \text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$2512 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times (5x)^2 \times (12x)$$

$$x = 2$$

त्रिज्या =  $5 \times 2 = 10$  सेमी और ऊँचाई

$$= 12 \times 2 = 24 \text{ सेमी}$$

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(10)^2 + (24)^2} = 26 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 24. त्रिज्या ( $r$ ) = 7 मीटर, ऊँचाई ( $h$ ) = 2 ....(दिया है।)

$$l = \sqrt{(7)^2 + (24)^2} = 25$$

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =

$$\pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ सेमी}^2$$

$$\begin{aligned} \text{आवश्यक कपड़ा} &= \frac{\text{शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल}}{\text{कपड़े की चौड़ाई}} \\ &= \frac{550}{2.5} = 220 \text{ मीटर} \end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 25. फर्श का क्षेत्रफल =  $\pi r^2 = 346.5$  .....(दिया है।)

$$r = 10.5$$

$$\therefore l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$l = \sqrt{(10.5)^2 + (14)^2} = 17.5$$

$$\text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 10.5 \times 17.5 = 577.5 \text{ मी}^2$$

$$\text{कपड़े की लंबाई} = \frac{\text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल}}{\text{कपड़े की चौड़ाई}}$$

$$= \frac{577.5}{11} = 52.5 \text{ मी}$$

Sol<sup>n</sup> 26. फर्श का क्षेत्रफल =  $\pi r^2 = 4 \times 11 \text{ मी}^2$

$$r^2 = \frac{44}{\pi}$$

$$\therefore \text{टेन्ट का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 220 \times 11 \text{ मी}^3$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{44}{\pi} \times h = 220 \times 11$$

$$\text{टेन्ट की ऊँचाई (h)} = 165 \text{ मी}$$

Sol<sup>n</sup> 27. शंकु का शुरुआत में आयतन  $V_1 = \frac{1}{3} \pi (r_1)^2 h$

जब त्रिज्या को आधा किया जाता है।

$$r_2 = \frac{r_1}{2}$$

$$\text{शंकु का अंतिम आयतन } V_2 = \frac{1}{3} \pi (r_2)^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{r_1}{2}\right)^2 h$$

$$\therefore \text{आयतन का अनुपात} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h}{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h} = 1:4$$



Sol<sup>n</sup> 28. तिर्यक ऊँचाई = H, और त्रिज्या = r

$$\Rightarrow \frac{\text{वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{आधार का क्षे.}} = \frac{\pi r H}{\pi r^2} = H : r$$

Sol<sup>n</sup> 29. माना दो शंकुओं की तिर्यक ऊँचाई 5l और 4l है।  
दोनों के व्यास समान हैं, तो उनकी त्रिज्या भी समान होगी।

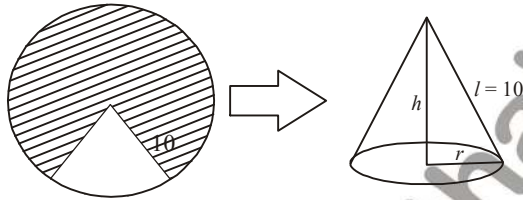
$$\frac{\text{छोटे शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{बड़े शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षे.}} = \frac{\pi r(4l)}{\pi r(5l)}$$

बड़े शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षे.

$$= \frac{5}{4} \times \text{छोटे शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षे.}$$

$$= \frac{5}{4} \times 200 = 250 \text{ सेमी}^2$$

Sol<sup>n</sup> 30.



$\therefore \pi r l = \text{वृत्ताकार शीट का } 60\%$

$$\Rightarrow \pi r \times 10 = \frac{60}{100} \times \pi \times 10 \times 10$$

$$\Rightarrow r = 6 \text{ सेमी}$$

अब,  $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$$\Rightarrow 10 = \sqrt{l^2 + h^2}$$

$$\Rightarrow h = 8 \text{ सेमी}$$

अब त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात =  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Sol<sup>n</sup> 31. ऊँचाई (h) = 60 मी, त्रिज्या (r) = 32 मी ... (दिया है)

$$\Rightarrow l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$= \sqrt{(60)^2 + (32)^2} = 68 \text{ मीटर}$$

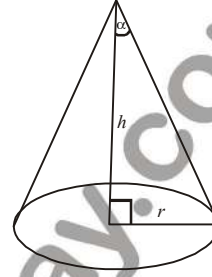
$$\therefore \text{वक्र पृष्ठ का क्षे.} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 32 \times 68$$

$$= 6838.85 = 0.6838 \text{ मी}^2$$

पेंट कराने का खर्चा =  $35 \times 0.6838 = 23.94 \text{ रु.}$

Sol<sup>n</sup> 32.



$$\tan \alpha = \frac{r}{h} \Rightarrow r = h \tan \alpha$$

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{h^2 \tan^2 \alpha + h^2}$$

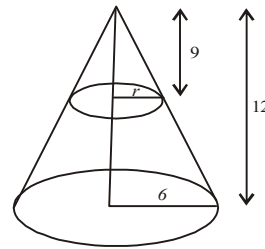
$$= \sqrt{h^2 (\tan^2 \alpha + 1)} = h \sec \alpha$$

$$\therefore \text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल (S)} = \pi r l$$

$$= \pi \times h \tan \alpha \times h \sec \alpha$$

$$= \pi h^2 \sec \alpha \tan \alpha$$

Sol<sup>n</sup> 33.



छोटे शंकु की आधार से ऊँचाई = 3 सेमी

छोटे शंकु शीर्ष से ऊँचाई =  $12 - 3 = 9$  सेमी

$$\therefore \frac{r}{6} = \frac{9}{12} \Rightarrow r = 4.5 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 34. माना शंकु की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई 4x और 7x है।

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 4x \times 7x = 792$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

अतः, त्रिज्या =  $4x = 4 \times 3 = 12$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 35.** माना त्रिज्या और ऊँचाई  $5x$  और  $12x$  है।

$$r = 5x, h = 12x$$

$$\text{विकर्ण की ऊँचाई} = l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{(5x)^2 + (12x)^2} = 13x$$

$$\therefore \text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (15x)^2 \times (12x) = \frac{2200}{7}$$

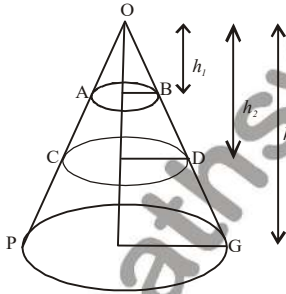
$$x = 1$$

$$l = 13x = 13 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 36.** माना त्रिज्या  $3x$  और  $4x$  है, और ऊँचाई  $4h$  और  $3h$  है।

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \pi (3x)^2 \times (4h)}{\frac{1}{3} \pi (4x)^2 \times (3h)} = 3 : 4$$

**Sol<sup>n</sup> 37.** जब लंब को तीन बराबर भागों में बाँटा जाता है। तब यह शंकु को तीन बराबर भागों में बाँटेगा।



$\therefore$  शंकु OAB का आयतन =  $v_1$   
जिसकी ऊँचाई = 1 (माना)

$\therefore$  शंकु OCD का आयतन =  $v_2$   
जिसकी ऊँचाई = 2

$\therefore$  शंकु OPG का आयतन =  $v_3$   
जिसकी ऊँचाई = 3

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

ABCD का आयतन ( $V_2$ )

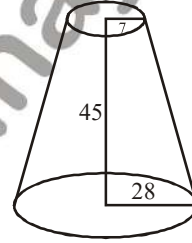
= शंकु OCD का आयतन - शंकु OAB का आयतन  
=  $8 - 1 = 7$

$$\text{उसी तरह, } \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^3 = \left(\frac{h_2}{h_3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

CFGD का आयतन ( $V_3$ ) =  $v_3 - v_2 = 27 - 8 = 19$

$$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : 7 : 19$$

**Sol<sup>n</sup> 38.**

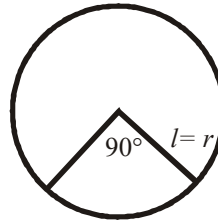


$r = 7, R = 28, h = 45$  सेमी

$$\therefore \text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi (r^2 + R^2 + rR) h$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} [(7)^2 + (28)^2 + 7 \times 28] 45 = 48510 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 39.** खण्ड की त्रिज्या शंकु की तिर्यक ऊँचाई होगी।



$\therefore$  शंकु के आधार का परिमाप और खण्ड की लंबाई बराबर होंगी।

$$2 \pi R = \frac{2 \pi r}{4}$$

$$R = \frac{r}{4} \text{ (जहाँ, } R \text{ शंकु की त्रिज्या है)} \quad l = r$$

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\pi \times$  (त्रिज्या)  $\times$  (विकर्ण की ऊँचाई)

$$= \pi \times \frac{r}{4} \times r = \frac{\pi r^2}{4}$$

**Sol<sup>n</sup> 40.**  $r =$  शंकु की त्रिज्या. ∴  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

(दोनों पक्षों वर्गों में वर्ग करने पर)

$$9V^2 = \pi^2 r^4 h^2 \quad \dots(i)$$

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल (C) =  $\pi r l$

$$= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$$

(दोनों पक्षों में वर्ग करने पर)

$$C^2 = \pi^2 r^2 (r^2 + h^2)$$

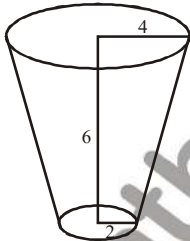
$$C^2 = \pi^2 r^4 + \pi^2 r^2 h^2$$

$$C^2 = \frac{9V^2}{h^2} + \frac{3V\pi}{h} \times h \text{ [समी. (i) से]}$$

$$\therefore C^2 = \frac{9V^2}{h^2} + 3\pi hV$$

$$3Vh^3 - C^2h^2 + 9V^2 = 0$$

**Sol<sup>n</sup> 41.**



$r = 2$  मीटर,  $R = 4$  मीटर,  $h = 6$  मीटर

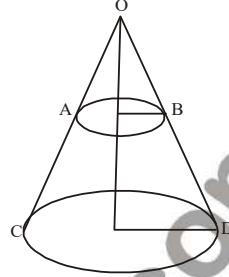
$$\therefore l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + (4-2)^2} = \sqrt{40}$$

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\pi (r + R)l$

$$= \frac{22}{7} (2+4) \times \sqrt{40} = 119.26 \text{ मी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 42.**



ABCD वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\frac{8}{9}$  (OCD वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल)

OAB का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{9}$  (OCD का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल)

$$\frac{\text{OAB का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल}}{\text{OCD का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{OA}{OC}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{OA}{OA+AC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{OA}{AC} = 1:2$$

$$OA:AC = 1:2$$

**Sol<sup>n</sup> 43.**  $r = 5$  मीटर,  $h = 12$  मीटर .....(दिया है)

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ मीटर}$$

आवश्यक कपड़े का क्षेत्रफल =

$$\text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल} = \pi r l = \pi \times 5 \times 13 = 65\pi$$

**Sol<sup>n</sup> 44.**  $r = 7$  मी,  $h = 24$  मी .....(दिया है)

$$\therefore l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{7^2 + (24)^2} = 25 \text{ मी}$$

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\pi r l$

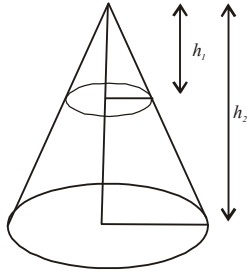
$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ मी}^2$$

$$\text{आवश्यक कपड़े की लम्बाई} = \frac{550}{5} = 110 \text{ मी}$$

Sol<sup>n</sup> 45. ∴  $r = 7$  सेमी,  $h = 51$  सेमी ....(दिया है)

$$\begin{aligned}\therefore V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 51 \\ &= 2618 \text{ सेमी}^3 \\ \text{शंकु का भार} &= 2618 \text{ सेमी}^3 \times 10 \text{ ग्राम/सेमी}^3 \\ &= 26180 \text{ ग्राम} = 26.18 \text{ कि.ग्राम.}\end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 46.



$$r_1 = 7 \text{ सेमी, } h_1 = 24 \text{ सेमी}$$

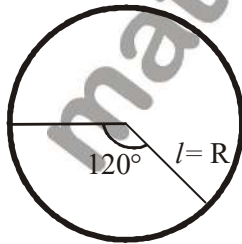
$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 1232 \text{ सेमी}^3$$

$$h_2 = \frac{h_1}{2} = 12 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{24}{12}\right)^3 = 8$$

$$V_2 = \frac{V_1}{8} = \frac{1232}{8} = 154 \text{ सेमी}^3$$

Sol<sup>n</sup> 47. शंकु की त्रिज्या = शंकु की तिर्यक ऊँचाई = 15 सेमी.



∴ खण्ड की लम्बाई = शंकु के आधार का परिमाप

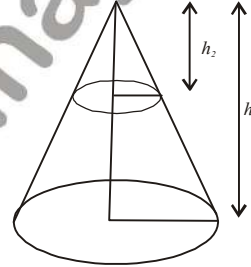
$$\frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2\pi(15) = 2\pi r \text{ (जहाँ } r \text{ शंकु की त्रिज्या है)}$$

$$\Rightarrow r = 5 \text{ सेमी}$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(15)^2 - (5)^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 10\sqrt{2} \\ &= [(250\sqrt{2})\pi/3] \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

Sol<sup>n</sup> 48.



$$\therefore \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3$$

$$\frac{1}{64} = \left(\frac{h_2}{40}\right)^3$$

$$\frac{1}{4} = \frac{h_2}{40}$$

$$h_1 = 10 \text{ सेमी}$$

$$\text{आधार से ऊँचाई} = h_1 - h_2 = 40 - 10 = 30 \text{ सेमी.}$$

Sol<sup>n</sup> 49. शंकु का आयतन =  $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 25 = 654.76$$

$$\text{छोटे शंकु का आयतन} = 654.76 - 110 = 544.761$$

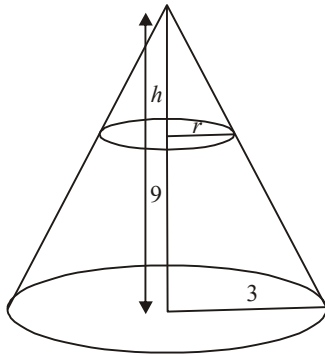
$$\therefore \frac{\text{छोट शंकु का आयतन}}{\text{बड़े शंकु का आयतन}}$$

$$= \left( \frac{\text{छोट शंकु की त्रिज्या}^3}{\text{बड़े शंकु की त्रिज्या}^3} \right)$$

$$\frac{544.761}{654.761} = \left( \frac{r}{5} \right)^3$$

$$r = (104)^{1/3} \text{सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 50.



$$\text{शंकु का आयतन } V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 9 = 27 \pi$$

$$\text{निचले हिस्से का आयतन } v = 44 = 14 \pi$$

$$\begin{aligned} \text{ऊपरी हिस्से का आयतन} &= V - v \\ &= 27 \pi - 14 \pi \end{aligned}$$

$$\text{ऊपरी हिस्से का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 13 \pi$$

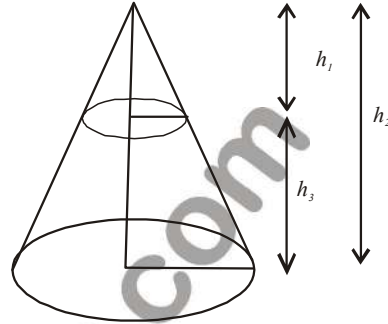
$$\left( \frac{h}{9} = \frac{r}{3} \Rightarrow h = 3r \right)$$

$$13 \pi = \frac{1}{3} \pi r^2 (3r)$$

$$r^3 = 13$$

$$r = \sqrt[3]{13}$$

Sol<sup>n</sup> 51.



$$V_1 = \frac{V_2}{2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^3$$

$$\left( \frac{1}{2} \right)^{1/3} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\Rightarrow h_2 = 2^{1/3} h_1$$

वह अनुपात जो ऊँचाई को बाँटता है।

$$= h_1 : h_3 \quad (\text{जहाँ, } h_3 = h_2 - h_1)$$

$$= \frac{h_1}{h_2 - h_1} = \frac{h_1}{(\sqrt[3]{2} - 1)h_1}$$

$$\frac{h_1}{h_3} = \frac{1}{(\sqrt[3]{2} - 1)h_1}$$

## प्रश्नावली - (गोला)

1. तीन ठोस धातु के गोलों जिनका व्यास 6 सेमी, 8सेमी और 10 सेमी है, को पिघलाकर एक नये ठोस गोले में बदला जाता है, तो नये गोले का व्यास क्या होगा?
  - (a) 4 सेमी
  - (b) 6 सेमी
  - (c) 8 सेमी
  - (d) 12 सेमी
2. एक 2 सेमी त्रिज्या के गोले को 4 सेमी त्रिज्या वाले बेलन के अंदर रखा जाता है, जिसके अंदर पानी है यदि गोला पानी के अंदर पूर्णतया डूब जाता है, तो बेलन के अंदर पानी के स्तर में कितनी वृद्धि होगी?
  - (a)  $\frac{1}{3}$  सेमी
  - (b)  $\frac{1}{2}$  सेमी
  - (c)  $\frac{2}{3}$  सेमी
  - (d) 2 सेमी
3. एक धातु की खोखली गोलाकार गेंद जिसका बाह्य व्यास 6 सेमी और मोटाई  $\frac{1}{2}$  सेमी है। गेंद का आयतन (सेमी<sup>3</sup>) है।
 

( $\pi = \frac{22}{7}$ )

  - (a)  $41\frac{2}{3}$
  - (b)  $37\frac{2}{3}$
  - (c)  $47\frac{2}{3}$
  - (d)  $40\frac{2}{3}$
4. एक 3 सेमी त्रिज्या के तांबे के गोले को 0.2 सेमी व्यास वाले एक तार में बदला जाता है, तार की लम्बाई ज्ञात करो।
  - (a) 9 सेमी
  - (b) 12 सेमी
  - (c) 18 सेमी
  - (d) 36 सेमी
5. एक 16 सेमी व्यास और 2 सेमी ऊँचाई वाले ठोस बेलन को पिघलाकर 12 गोले बनाये जाते हैं, तब प्रत्येक गोले का व्यास क्या होगा?
  - (a) 2 सेमी
  - (b) 4 सेमी
  - (c) 3 सेमी
  - (d)  $\sqrt{3}$  सेमी
6. एक 12 सेमी व्यास वाले शीशे के गोले को पिघलाकर 3 छोटे गोलो में बदला जाता है जिनके व्यास का अनुपात 3 : 4 : 5 है। तो सबसे छोटे गोले की त्रिज्या (सेमी) क्या होगी?
  - (a) 3
  - (b) 6
  - (c) 1.5
  - (d) 4
7. एक धातु के अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 1848 सेमी<sup>2</sup> है। अर्द्धगोले को पिघलाकर एक ठोस लम्बवृत्तीय शंकु बनाया जाता है। शंकु की त्रिज्या गोले की त्रिज्या के बराबर है, तो शंकु की ऊँचाई क्या होगी?
  - (a) 42 सेमी
  - (b) 26 सेमी
  - (c) 28 सेमी
  - (d) 30 सेमी
8. एक ठोस गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $108\pi$  सेमी<sup>2</sup> है। अर्द्धगोले का आयतन ज्ञात करें।
  - (a)  $72\pi$  सेमी<sup>3</sup>
  - (b)  $144\pi$  सेमी<sup>3</sup>
  - (c)  $108\pi$  सेमी<sup>3</sup>
  - (d)  $54\pi$  सेमी<sup>3</sup>
9. एक 8 सेमी त्रिज्या वाले ठोस गोले को पिघलाकर 64 छोटे गोलों में बदला जाता है। गोले के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का एक छोटे गोले के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल से अनुपात होगा?
  - (a) 4 : 1
  - (b) 1 : 16
  - (c) 16 : 1
  - (d) 1 : 4
10. एक 3 डेसीमीटर त्रिज्या वाले ठोस गोले को पिघलाकर एक 1 मिलीमीटर मोटाई की ठोस वृत्ताकार शीट बनाई जाती है। शीट का व्यास क्या होगा?
  - (a) 26 मीटर
  - (b) 24 मीटर
  - (c) 12 मीटर
  - (d) 6 मीटर

11. एक तांबे के तार की लम्बाई 36 मीटर और व्यास 2 मिलीमीटर है, को पिघलाकर एक गोला बनाया जाता है। गोले की त्रिज्या (सेमी) क्या होगी?  
 (a) 2.5 (b) 3  
 (c) 3.5 (d) 4
12. एक बच्चा मिट्टी के बने शंकु को जिसकी त्रिज्या 6 सेमी और ऊँचाई 24 सेमी है, को एक गोले में बदलता है, तो गोले की त्रिज्या क्या होगी?  
 (a) 6 (b) 12  
 (c) 24 (d) 48
13. एक गोला और एक अर्द्धगोले का आयतन समान है, तो उनके वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल का अनुपात होगा?  
 (a)  $2^{\frac{3}{2}} : 1$  (b)  $2^{\frac{2}{3}} : 1$   
 (c)  $4^{\frac{2}{3}} : 1$  (d)  $2^{\frac{1}{3}} : 1$
14. एक ठोस गोले का व्यास 6 सेमी है, को पिघलाकर एक 8 समान आयतन वाले गोलों में बदला जाता है, तो प्रत्येक छोटे गोले की त्रिज्या (सेमी) क्या होगी?  
 (a) 1.5 (b) 3  
 (c) 2 (d) 2.5
15. यदि अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $27\pi$  वर्ग सेमी है, तब अर्द्धगोले के आधार की त्रिज्या क्या होगी?  
 (a)  $9\sqrt{3}$  सेमी (b) 3 सेमी  
 (c)  $3\sqrt{3}$  सेमी (d) 9 सेमी
16. माना एक पानी की बूंद गोलाकार है और उसका व्यास  $\frac{1}{10}$  सेमी है। एक शंकुवाकार ग्लास का व्यास और ऊँचाई समान है। यदि 32000 बूंदे ग्लास को पूर्णतया भर सकती है, तब ग्लास की ऊँचाई (सेमी) होगी।  
 (a) 1 (b) 2  
 (c) 3 (d) 4
17. एक 6 सेमी व्यास वाली धातु की गोलाकार गेंद को पिघलाकर 12 सेमी त्रिज्या वाले शंकु में बदला जाता है, तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात करो।  
 (a) 6 सेमी (b) 2 सेमी  
 (c) 4 सेमी (d) 3 सेमी
18. एक 14 सेमी व्यास वाली तांबे की गोलाकार गेंद को पिघलाकर 14 सेमी व्यास वाले तार में बदला जाता है तो तार की लम्बाई ज्ञात करो।  
 (a) 27 सेमी (b)  $\frac{16}{3}$  सेमी  
 (c) 15 सेमी (d)  $\frac{28}{3}$  सेमी
19. 21 सेमी त्रिज्या वाले गोले का आयतन और सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।  
 (a) 38808 सेमी<sup>3</sup>. 5544 सेमी<sup>2</sup>.  
 (b) 11646 सेमी<sup>3</sup>. 4838 सेमी<sup>2</sup>.  
 (c) 32256 सेमी<sup>3</sup>. 6758 सेमी<sup>2</sup>.  
 (d) 41456 सेमी<sup>3</sup>. 5248 सेमी<sup>2</sup>.
20. तीन गोलाकार गेंदों की त्रिज्या 3, 4, 5 मीटर है। तीनों गेंदों को पिघलाकर एक बड़ी गेंद बनाई जाती है, तो नई गेंद की त्रिज्या ज्ञात करो।  
 (a) 5 मीटर (b) 6 मीटर  
 (c) 8 मीटर (d) 10 मीटर
21. एक धातु के अर्द्धगोले को पिघलाकर एक शंकु में बदला जाता है, दोनों के आधार की त्रिज्या R है। यदि शंकु की ऊँचाई H है तो-  
 (a)  $H=2R$  (b)  $H=3R$   
 (c)  $H=\sqrt{3}R$  (d)  $H=\frac{3}{2}R$
22. एक  $r$  त्रिज्या वाले ठोस अर्द्धगोले से अधिकतम आयतन वाला एक गोला काटा जाता है। अर्द्धगोले के आयतन का काटे गये गोले के आयतन से अनुपात क्या होगा?  
 (a) 3:2 (b) 4:1  
 (c) 4:3 (d) 7:4

23. एक गोलाकार चक्की का आयतन क्या होगा? जिसका आन्तरिक और बाह्य व्यास क्रमशः 8 सेमी और 10 सेमी है।
- (a)  $\frac{122\pi}{3}$  (b)  $\frac{244\pi}{3}$   
(c) 212 (d) 257
24. तीन ठोस गोले जिनकी त्रिज्या 1 सेमी, 6 सेमी और 8 सेमी है, को पिघलाकर एक नया गोला बनाया जाता है, तो नए गोले की त्रिज्या क्या होगी?
- (a) 10.5 सेमी (b) 9.5 सेमी  
(c) 10 सेमी (d) 9 सेमी
25. गोले A और B की त्रिज्याएँ क्रमशः 40 सेमी और 10 सेमी हैं, A और B के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?
- (a) 1 : 16 (b) 4 : 1  
(c) 1 : 4 (d) 16 : 1
26. गोले का आयतन  $\frac{88}{21} \times (14)^3$  सेमी<sup>3</sup> है, गोले का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो। ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
- (a) 2424 सेमी<sup>2</sup> (b) 2446 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 2484 सेमी<sup>2</sup> (d) 2464 सेमी<sup>2</sup>
27. यदि  $S_1$  और  $S_2$  क्रमशः गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल और बेलन का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल है। बेलन के अन्दर गोला पूर्णतः समाहित है, तब  $S_1$  का मान है।
- (a)  $\frac{3}{4} S_2$  (b)  $\frac{1}{2} S_2$   
(c)  $\frac{2}{3} S_2$  (d)  $S_2$
28. एक गोलाकार शीशे की गेंद जिसकी त्रिज्या 10 सेमी है, को पिघलाकर 5 मिली मीटर त्रिज्या वाली छोटी गेंद बनाई जाती है तो संभावित छोटी गेंदों की संख्या होगी?
- ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
- (a) 8000 (b) 400  
(c) 800 (d) 125
29. एक गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन क्रमशः S और V है, तब  $\frac{S^3}{V^2}$  का मान होगा-
- (a)  $32\pi$  इकाई (b)  $9\pi$  इकाई  
(c)  $18\pi$  इकाई (d)  $36\pi$  इकाई
30. यदि अर्द्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $27\pi$  वर्ग सेमी है, तब अर्द्धगोल के आधार की त्रिज्या क्या होगी?
- (a)  $9\sqrt{3}$  सेमी (b) 3 सेमी  
(c)  $3\sqrt{3}$  सेमी (d) 9 सेमी
31. गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $8\pi$  वर्ग इकाई है तो गोले का आयतन ज्ञात करो।
- (a)  $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$  घन इकाई (b)  $\frac{8}{3}\pi$  घन इकाई  
(c)  $8\sqrt{3}\pi$  घन इकाई (d)  $\frac{8\sqrt{3}}{5}\pi$  घन इकाई
32. 5 डेसीमीटर व्यास वाले गोलाकार गोलियों की संख्या क्या होगी? जोकि एक शीशे के आयताकार बॉक्स से काटी गई है, जिसकी विमाएँ 11 मीटर  $\times$  10 मीटर  $\times$  5 मीटर है। (मान लो कि  $\pi > 3$ )
- (a) 8800 के बराबर (b) 8800 से कम  
(c) 8400 के बराबर (d) 9000 अधिकतम



33. एक बेलनाकार लोहे की छड़ जिसकी ऊँचाई उसकी त्रिज्या की 8 गुना है, को पिघलाकर बेलन की त्रिज्या की आधी त्रिज्या वाली गोलाकार गेंद बनाई जाती है तो उन गोलाकार गेंदों की संख्या क्या होगी?
- (a) 12 (b) 16  
(c) 24 (d) 48
34. एक घन और ठोस गोले के आयतनों का अनुपात 363 : 49 है। घन की एक भुजा और गोले की त्रिज्या का अनुपात क्या होगा? ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
- (a) 7:11 (b) 22:7  
(c) 11:7 (d) 7:22
35. एक 6 सेमी व्यास वाले गोले को एक बेलनाकार टंकी के अंदर डाला जाता है, जोकि आंशिक रूप से पानी से भरी हुई है। टंकी का व्यास 12 सेमी है, यदि गोला पानी में अंशतः डूबा हुआ है तो टंकी के अंदर पानी के स्तर में वृद्धि क्या होगी?
- (a) 2 सेमी (b) 1 सेमी  
(c) 3 सेमी (d) 4 सेमी
36. एक 18 सेमी व्यास वाले तांबे के गोले से 4 मिली मीटर व्यास वाला तार बनाया जाता है तो तार की लम्बाई मीटर में क्या होगी?
- (a) 2.43 (b) 243  
(c) 2430 (d) 24.3
37. एक 3 सेमी व्यास वाली शीशे की गोलाकार गेंद को पिघलाकर 3 गोलाकार गेंदों में बदला जाता है। जिनमें 2 गेंदों के व्यास 1.5 सेमी और 2 सेमी है, तो तीसरे गेंद का व्यास क्या होगा?
- (a) 3 सेमी (b) 2.66 सेमी  
(c) 2.5 सेमी (d) 3.5 सेमी
38. एक अर्द्धगोलाकार कटोरे का परिमाण 176 सेमी है, माना की यह आधा भरा हुआ है, तब 4 सेमी व्यास वाले अर्द्धगोलाकार ग्लास से कितने लोगों में पूर्ती की जा सकती है?
- (a) 1372 (b) 1272  
(c) 1172 (d) 1472
39. एक अर्द्धगोलाकार कटोरा स्टील का बना हुआ है जिसकी मोटाई 0.5 सेमी है। कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या 4 सेमी है। कटोरे को बनाने में लगे स्टील का आयतन क्या होगा?
- (a) 56.83 सेमी<sup>3</sup> (b) 55.83 सेमी<sup>3</sup>  
(c) 57.83 सेमी<sup>3</sup> (d) 58.83 सेमी<sup>3</sup>
40. एक 3 सेमी त्रिज्या के गोले को एक बेलनाकार टंकी जो आंशिक रूप से भरी हुई है, के अंदर डाला जाता है। टंकी की त्रिज्या 6 सेमी है। यदि गोला पानी में पूर्णतः डूब जाए तो पानी के स्तर में वृद्धि क्या होगी?
- (a)  $\frac{1}{4}$  सेमी (b)  $\frac{1}{2}$  सेमी  
(c) 1 सेमी (d) 2 सेमी
41. एक ठोस खिलौना अर्द्धगोलाकार के आकार का है जिसे एक वृत्ताकार शंकु में बदला जाता है। शंकु की ऊँचाई 2 सेमी है और उसके आधार का व्यास 4 सेमी है। यदि बेलन उस खिलौने घेर लेता है तो बेलन और खिलौने के आयतन में अन्तर ज्ञात कीजिए।
- ( $\pi = 3.14$ )
- (a) 25.12 सेमी<sup>3</sup> (b) 2.512 सेमी<sup>3</sup>  
(c) 251.2 सेमी<sup>3</sup> (d) 0.2512 सेमी<sup>3</sup>
42. एक 10.5 सेमी त्रिज्या वाले धातु के गोले को पिघलाकर छोटे वृत्ताकार शंकु में बदला जाता है। प्रत्येक की त्रिज्या 3.5 सेमी और ऊँचाई 3 सेमी है, तो शंकुओं की संख्या ज्ञात करो।
- (a) 105 (b) 135  
(c) 126 (d) 113

43. एक 9 सेमी आन्तरिक त्रिज्या वाले अर्द्धगोलाकार कटोरे के अंदर पानी भरा हुआ है। इस पानी को 3 सेमी व्यास और 4 सेमी ऊँचाई वाली बेलनाकार बोतलों में भरा जाना है तो पूरे कटोरे को खाली करने के लिए कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?
- (1) 54 (2) 63  
(3) 27 (4) 72
44. एक अर्द्धगोलाकार कटोरा एक पेय पदार्थ से पूर्णतया भरा हुआ है। यह पेय पदार्थ बेलनाकार टंकी के अंदर भरा जाना है, जिसकी त्रिज्या उसकी ऊँचाई से 50 प्रतिशत अधिक है। यदि कटोरे और बेलनाकार टंकी का व्यास समान है तो टंकी के अंदर पेय पदार्थ होगा।
- (1)  $66\frac{2}{3}\%$  (2) 78.5 %  
(3) 78 % (4) 100 %
45. एक 27 सेमी त्रिज्या वाले गोले को एक 60 सेमी व्यास वाली बेलनाकार टंकी के अंदर डाला जाता है जोकि आंशिक रूप से पानी से भरी हुई है। यदि पानी के स्तर में वृद्धि  $x$  सेमी है तो  $x$  का मान है—
- (a)  $11\frac{21}{25}$  सेमी (b)  $22\frac{4}{25}$  सेमी  
(c)  $29\frac{4}{25}$  सेमी (d)  $11\frac{23}{25}$  सेमी
46. एक 6 सेमी त्रिज्या वाली शीशे की गोलाकार गेंद को पिघलाकर 3 छोटी गेंदों में बदला जाता है। 2 गेंदों की त्रिज्या 3 सेमी और 4 सेमी है तो तीसरी गेंद की त्रिज्या क्या होगी?
- (a) 6 सेमी (b) 6.5 सेमी  
(c) 5.5 सेमी (d) 5 सेमी
47. एक 14 सेमी व्यास वाले धातु के गोले को एक आयताकार टंकी के अंदर डाला जाता है जिसकी विमाएँ  $49\text{सेमी} \times \frac{44}{3}\text{सेमी}$  हैं। यदि गोला पूर्णतया डूब जाता है तो पानी के स्तर में कितनी वृद्धि होगी?
- (a) 2 सेमी (b) 1 सेमी  
(c) 4 सेमी (d) 3 सेमी
48. एक 4 सेमी व्यास वाली शीशे की गेंद पर सोना चढ़ाया जाता है। यदि सोने और शीशे का आयतन समान है, तब सोने की मोटाई लगभग होगी।
- [दिया है,  $\sqrt[3]{2} = 1.259$ ]
- (a) 5.038 सेमी (b) 5.190 सेमी  
(c) 1.038 सेमी (d) 0.518 सेमी
49. एक ठोस बड़े गोले को पिघलाकर लम्बवृत्तीय शंकुओं में बदला जाता है, जिसके आधार की त्रिज्या और ऊँचाई गोले की त्रिज्या के बराबर है। इन शंकुओं में से एक शंकु को पिघलाकर एक छोटा ठोस गोला बनाया जाता है, तब छोटे और बड़े गोले के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?
- (a)  $1 : 3^{\frac{4}{3}}$  (b)  $1 : 2^{\frac{3}{2}}$   
(c)  $1 : 3^{\frac{2}{3}}$  (d)  $1 : 2^{\frac{4}{3}}$
50. माना A और B दो ठोस गोले हैं। B का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल A के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल से 300% ज्यादा है। A का आयतन B के आयतन से  $k\%$  कम पाया जाता है तो  $k$  का मान होगा—
- (a) 85.5 (b) 92.5  
(c) 90.5 (d) 87.5

## उत्तरमाला

1. (d) 2. (c) 3. (c) 4. (d) 5. (b) 6. (a) 7. (c) 8. (b) 9. (c)  
10. (d) 11. (b) 12. (a) 13. (d) 14. (a) 15. (b) 16. (d) 17. (d) 18. (d)  
19. (a) 20. (b) 21. (a) 22. (b) 23. (b) 24. (d) 25. (d) 26. (d) 27. (d)  
28. (a) 29. (d) 30. (b) 31. (a) 32. (c) 33. (d) 34. (b) 35. (b) 36. (b)  
37. (c) 38. (a) 39. (a) 40. (c) 41. (a) 42. (c) 43. (a) 44. (d) 45. (c)  
46. (d) 47. (a) 48. (d) 49. (d) 50. (d)

## हल एवं संकेत

**Sol<sup>n</sup> 1.** नये गोले का आयतन

= तीनों गोलों के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3} \pi (R)^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{6}{2}\right)^3 + \frac{4}{3} \pi \left(\frac{8}{2}\right)^3 + \frac{4}{3} \pi \left(\frac{10}{2}\right)^3$$

$$\therefore R^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$$

$$R = 6 \text{ सेमी}$$

$$\text{व्यास} = 2R = 12 \text{ सेमी.}$$

**Sol<sup>n</sup> 2.** बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\pi \times (4)^2 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times (2)^3$$

$$\therefore \text{पानी के स्तर में वृद्धि (h)} = \frac{2}{3} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 3.** बाह्य त्रिज्या (R) = 3 सेमी

आन्तरिक त्रिज्या (r) = 3 - 0.5 = 2.5 सेमी

$$\text{गेंद का आयतन} = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} [(3)^3 - (2.5)^3]$$

$$= 47 \frac{2}{3} \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 4.** तार का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\pi \times \left(\frac{0.2}{2}\right)^2 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times (3)^3$$

$$\therefore \text{तार की लम्बाई (h)} = 3600 \text{ सेमी} = 36 \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 5.** 12 गोलों का आयतन = ठोस बेलन का आयतन

$$\Rightarrow 12 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (R)^3 = \pi \times \left(\frac{16}{2}\right)^2 \times 2$$

$$R^3 = 8$$

$$R = 2 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{प्रत्येक गोले का व्यास} = 2R$$

$$= 2 \times 2 = 4 \text{ सेमी.}$$

**Sol<sup>n</sup> 6.** माना छोटे गोलों के व्यास 3k, 4k और 5k है।

$$\therefore \text{छोटे गोलों की त्रिज्याएँ} = \frac{3k}{2}, \frac{4k}{2}, \frac{5k}{2}$$

बड़े गोले का आयतन = तीनों गोलों का आयतन

$$\therefore \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{3k}{2}\right)^3 + \frac{4}{3} \pi \left(\frac{4k}{2}\right)^3 +$$

$$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{5k}{2}\right)^3$$

$$(6)^3 = \left(\frac{3k}{2}\right)^3 + \left(\frac{4k}{2}\right)^3 + \left(\frac{5k}{2}\right)^3$$

$$216 = \frac{27k^3}{8} + \frac{64k^3}{8} + \frac{125k^3}{8}$$

$$K = 2$$

$$\text{गोले की त्रिज्या} = \frac{3k}{2} = 3 \text{ सेमी}$$

$$\frac{4k}{2} = 4 \text{ सेमी}$$

$$\frac{5k}{2} = 5 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{सबसे छोटी त्रिज्या} = 3 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 7.** अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = 1848 सेमी<sup>2</sup>

$$3\pi r^2 = 1848$$

$$r^2 = 28 \times 7$$

$$\therefore \text{अर्द्धगोले की त्रिज्या (r)} = 14 \text{ सेमी}$$

शंकु का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (14)^2 \times h = \frac{2}{3} \pi \times (14)^3$$

$\therefore$  शंकु की ऊँचाई ( $h$ ) = 28 सेमी

**Sol<sup>n</sup> 8.** संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $3\pi r^2 = 108\pi$

$$r = 6 \text{ सेमी}$$

$$\text{आयतन} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \pi \times (6)^3 = 144\pi \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 9.** ठोस गोले का आयतन =  $64 \times$  छोटे ठोस गोले का आयतन

$$\therefore \frac{4}{3} \pi (8)^3 = 64 \times \frac{4}{3} \pi (r)^3$$

$$r = 2 \text{ सेमी.}$$

$$\frac{\text{गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}}{\text{छोटे गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}} = \frac{4\pi(8)^2}{4\pi(2)^2}$$

$$= 16:1$$

**Sol<sup>n</sup> 10.** धातु के ठोस गोले की त्रिज्या = 3 डेसीमीटर

$$= \frac{3}{10} \text{ मीटर}$$

वृत्ताकार शीट की मोटाई = 1 मिली मीटर =  $\frac{1}{1000}$  मीटर

वृत्ताकार शीट का आयतन = धातु के गोले का आयतन

$$\pi r^2 \times \frac{1}{1000} = \frac{4}{3} \pi \times \left(\frac{3}{10}\right)^3$$

$$r^2 = 4 \times 9$$

$$\therefore r = 6 \text{ मीटर}$$

**Sol<sup>n</sup> 11.** तांबे के तार की त्रिज्या =  $\frac{2}{2} \times \frac{1}{10}$  सेमी =  $\frac{1}{10}$  सेमी

तांबे के तार का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times 3600 = \frac{4}{3} \pi (R)^3$$

$$R^3 = 27$$

$$\therefore R = 3 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 12.** शंकु का आयतन = गोले का आयतन

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (6)^2 \times 24 = \frac{4}{3} \times \pi R^3 \quad \therefore$$

$$R^3 = 36 \times 6$$

$$\therefore R = 6 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 13.** गोले का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi (R)^3 = \frac{2}{3} \pi r^3$$

( $\therefore R$  = गोले की त्रिज्या,  $r$  = अर्द्धगोले की त्रिज्या)

$$2R^3 = r^3$$

$$3\sqrt{2} R = r$$

$$\frac{\text{गोले का वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठ का क्षे.}} = \frac{4\pi R^2}{2\pi r^2}$$

$$= \frac{2R^2}{r^2}$$

$$= \frac{2R^2}{(2)^{2/3} R^2} = 2 : 2^{2/3}$$

$$= 2^{1/3} : 1$$

**Sol<sup>n</sup> 14.** ठोस गोले का आयतन = 8 छोटे गोलों का आयतन

$$\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^3 = 8 \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$r^3 = \frac{216}{64}$$

$$r = \frac{6}{4}$$

$$\therefore \text{छोटे गोले की त्रिज्या (r) = 1.5 सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 15.** सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $3\pi r^2 = 27\pi$

$$\therefore r = 3 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 16.** गोलाकार बूंद की त्रिज्या (r) =  $\frac{1}{2 \times 10} = \frac{1}{20}$  सेमी

शंकुवाकार ग्लास का आयतन = 32000 गोलाकार बूंदों का आयतन

$$\frac{1}{3}\pi R^2 H = 32000 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times 2R$$

$$= 32000 \times \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{1}{20}\right)^3 \quad [\because H = 2R]$$

$$R = 2 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{ऊँचाई} = 2R = 4 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 17.** शंकु का आयतन = गोलाकार गेंद का आयतन

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 \times H = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^3$$

$$\therefore \text{शंकु की ऊँचाई (H)} = 3 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 18.** तार का आयतन = गोलाकार गेंद का आयतन

$$\pi \times \left(\frac{14}{2}\right)^2 \times H = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{14}{2}\right)^3$$

$$\therefore \text{तार की लम्बाई (H)} = \frac{28}{3} \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 19.**  $R = 21$  सेमी

$$\text{आयतन} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21 = 38808 \text{ सेमी}^3$$

$$\therefore \text{सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र} = 4\pi R^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 5544 \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 20.** नए गोले का आयतन = छोटे गोलों के आयतनों का योग

$$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (3)^3 + \frac{4}{3}\pi (4)^3 + \frac{4}{3}\pi (5)^3$$

$$r^3 = 216$$

$$r = 6 \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 21.** शंकु का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{2}{3}\pi R^3$$

$$\therefore H = 2R$$

**Sol<sup>n</sup> 22.** अर्द्धगोले की त्रिज्या = R

गोले की त्रिज्या = R/2

$$\frac{\text{अर्द्धगोले का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}} = \frac{\frac{2}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^3} = 4:1$$

**Sol<sup>n</sup> 23.** आन्तरिक त्रिज्या (r) = 4 सेमी

बाह्य त्रिज्या (R) = 5 सेमी

$$\text{आयतन} = \frac{4}{3}\pi (R^3 - r^3)$$

$$= \frac{4}{3}\pi (5^3 - 4^3) = \frac{244\pi}{3} \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 24.** बड़े गोले का आयतन = छोटे गोलों के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (1)^3 + \frac{4}{3}\pi (6)^3 + \frac{4}{3}\pi (8)^3$$

$$R^3 = 729$$

$$\therefore r = 9 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 25.**  $\frac{\text{A का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र}}{\text{B का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र}} = \frac{4\pi(40)^2}{4\pi(10)^2} = 16:1$

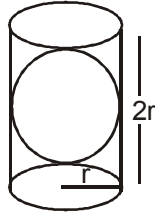
**Sol<sup>n</sup> 26.** आयतन =  $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{88}{21}(14)^3$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} r^3 = \frac{88}{21}(14)^3$$

$$r = 14 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \text{वक्र पृष्ठ का क्षे.} &= 4 \pi r^2 \\ &= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\ &= 2464 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 27. चित्र :**



$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या} &= r \quad \text{ऊँचाई} = 2r \\ \text{गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षे.} &= S_1 = 4\pi r^2 \\ \text{बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} \\ S_2 &= 2\pi rh = 2\pi \times r \times 2r = 4\pi r^2 \quad \therefore S_1 = S_2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 28.** माना गेंदों की संख्या  $n$  है।

बड़े गोले का आयतन =  $x$  × छोटे गोले का आयतन

$$\begin{aligned} \therefore \frac{4}{3} \pi (10 \times 10)^3 &= n \times \frac{4}{3} \pi (5)^3 \\ [\therefore 1 \text{ सेमी} &= 10 \text{ मिली मीटर}] \end{aligned}$$

$$\frac{100 \times 100 \times 100}{5 \times 5 \times 5} = n$$

$$n = 8000$$

**Sol<sup>n</sup> 29.** आयतन (V) =  $\frac{4}{3} \pi r^3$

सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल (S) =  $4 \pi r^2$

$$\frac{S^3}{V^2} = \frac{(4\pi r^2)^3}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)^2} = \frac{(4\pi)^3 r^6 \times 3^2}{(4\pi)^2 r^6} = 4\pi \times 9$$

$$= 36 \pi \text{ इकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 30.** अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $27\pi$

सेमी<sup>2</sup>

$$3\pi R^2 = 27\pi$$

अर्द्धगोले की त्रिज्या (R) = 3 सेमी

**Sol<sup>n</sup> 31.**  $\therefore 4\pi r^2 = 8\pi$

$$r = \sqrt{2}$$

$$\text{आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (R)^3 \quad \therefore$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{3} \pi \text{ घन इकाई}$$

**Sol<sup>n</sup> 32.** गोलाकार गोली की त्रिज्या =  $\frac{5}{20}$  मी. =  $\frac{1}{4}$  मी.

$$\text{गोलाकार गोलीयों की कुल संख्या} = \frac{lbh}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$= \frac{11 \times 10 \times 5}{\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{64}} = 8400$$

**Sol<sup>n</sup> 33.** बेलन की त्रिज्या = R

बेलन की ऊँचाई = 8R

$$\text{गोले की त्रिज्या} = \frac{R}{2}$$

$$\text{गोलाकार गेंदों की संख्या} = \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}}$$

$$= \frac{\pi R^2 \times 8R}{\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{R}{2}\right)^3} = 48 \text{ गेंद}$$

**Sol<sup>n</sup> 34.**  $\frac{\text{घन का आयतन}}{\text{ठोस गोले का आयतन}} = \frac{363}{49}$

$$\frac{a^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{363}{49}$$

$$\frac{\text{घन का किनारा}}{\text{गोले की त्रिज्या}} = \frac{a}{r} = \frac{22}{7}$$

$$\therefore a:r = 22:7$$

**Sol<sup>n</sup> 35.** बेलनाकार टंकी का आयतन = गोलाकार बूंद का आयतन

$$\pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^3$$

$$\therefore \text{पानी के स्तर में वृद्धि (h) = 1 सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 36.** तार की त्रिज्या = 2 मिली मीटर =  $\frac{2}{1000}$  मीटर

तार का आयतन = तांबे के गोले का आयतन

$$\pi \times \left(\frac{2}{1000}\right)^2 \times h = \frac{4}{3} \pi \times \left(\frac{9}{100}\right)^3$$

$$\therefore \text{तार की लम्बाई} = 243 \text{ मी}$$

**Sol<sup>n</sup> 37.** बड़े गोले का आयतन = छोटे गोले के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{1.5}{2}\right)^3 + \frac{4}{3} \pi \left(\frac{2}{2}\right)^3 + \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{1.5}{2}\right)^3 + (1)^3 + r^3$$

$$r = 1.25 \text{ सेमी}$$

तीसरे गेंद का व्यास =  $2r = 2.5$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 38.** अर्द्धगोलाकार कटोरे की परिधी = 176

$$2\pi r = 176$$

$$r = 28 \text{ सेमी}$$

$$\text{जब कटोरा आधा भरा हुआ है} = \frac{2}{3} \pi r^3 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \pi (28)^3$$

$$\text{अर्द्धगोलाकार ग्लास का आयतन} = \frac{2}{3} \pi (2)^3$$

$$\text{व्यक्तियों की संख्या} = \frac{\frac{1}{3} \pi (28)^3}{\frac{2}{3} \pi (2)^3} = 1372$$

**Sol<sup>n</sup> 39.** आन्तरिक त्रिज्या = 4 सेमी =  $r$

बाह्य त्रिज्या = 4.5 सेमी =  $R$

$$\text{स्टील का आयतन} = \frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} [(4.5)^3 - (4)^3]$$

$$= 56.83 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 40.** बेलनाकार टंकी का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi \times (6)^2 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times (3)^3$$

$$\therefore \text{पानी के स्तर में वृद्धि (h) = 1 सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 41.** बेलन का आयतन =  $\pi \times (2)^2 \times 4 = 16\pi$  सेमी<sup>3</sup>

$$\text{खिलौने का आयतन} = \frac{1}{3} \pi \times (2)^2 \times 2 + \frac{2}{3} \pi \times 8 = 8\pi \text{ सेमी}^3$$

खिलौने और बेलन के आयतनों में अंतर

$$= 16\pi - 8\pi = 8 \times 3.14$$

$$= 25.12 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 42.** शंकुओं की संख्या =  $\frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}}$

$$= \frac{\frac{4}{3} \pi \times (10.5)^3}{\frac{1}{3} \pi \times (3.5)^2 \times 3}$$

$$= 126 \text{ शंकु}$$

**Sol<sup>n</sup> 43.** बोतलों की संख्या =

$$\frac{\text{अर्द्धगोले का आयतन}}{\text{बेलनाकार बोतल का आयतन}}$$



$$= \frac{\frac{2}{3}\pi(9)^3}{\pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 4} = 54$$

**Sol<sup>n</sup> 44.** माना टंकी की ऊँचाई  $x$  है।

$$\text{तब, कटोरे की त्रिज्या} = \text{टंकी की त्रिज्या} = \frac{x}{2}$$

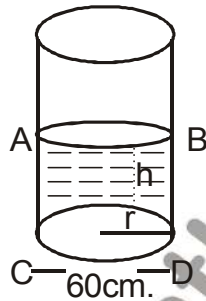
$$\text{कटोरे का आयतन, } V_1 = \frac{2}{3}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{1}{12}\pi x^3$$

$$\text{टंकी का आयतन, } V_2 = \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 x = \frac{1}{4}\pi x^3$$

$$\text{जबकि } V_2 > V_1,$$

इसलिए कटोरे में भरा हुआ पेय पदार्थ टंकी के अंदर आ सकता है।

**Sol<sup>n</sup> 45.** चित्र:



$$r = 30 \text{ सेमी.}$$

$$R = 27 \text{ सेमी.}$$

बेलन ABCD का आयतन = गोले का आयतन

$$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Rightarrow 30 \times 30 \times h = \frac{4}{3} \times 27 \times 27 \times 27$$

$$\therefore h = \frac{729}{25} = 29 \frac{4}{25} \text{ सेमी.}$$

**Sol<sup>n</sup> 46.** गोलाकार गेंद का आयतन = छोटी गोलाकार गेंदों के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3}\pi(6)^3 = \frac{4}{3}\pi(3)^3 + \frac{4}{3}\pi(4)^3 + \frac{4}{3}\pi(r)^3$$

$$216 = 27 + 64 + (r)^3$$

$$\therefore (r)^3 = 125$$

$$\therefore r = 5 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 47.** माना पानी के स्तर में वृद्धि =  $h$

$$l = 49 \text{ सेमी. } b = \frac{44}{3} \text{ सेमी. } h = ?$$

घनाभ का आयतन = गोले का आयतन

$$lbh = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$49 \times \frac{44}{3} \times h = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$$

$$\therefore h = \frac{4}{2} = 2 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 48.** सोने की परत चढ़ाये गए क्षेत्र का क्षेत्रफल

$\therefore$  शीसे का आयतन = सोने का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi(2)^3 = \frac{4}{3}\pi(R^3 - 2^3)$$

$$8 = R^3 - 8$$

$$R = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2} = 2 \times 1.259 = 2.518$$

$\therefore$  सोने की मोटाई =  $R - r$

$$= 2.518 - 2 = 0.518 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 49.** माना कुल शंकुओं की संख्या  $n$  है

ठोस गोले का आयतन =  $n \times$  शंकु का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = n \times \frac{1}{3}\pi R^2 \times R$$

[ $\therefore$  शंकु की ऊँचाई = R]

$$n = 4$$

एक शंकु का आयतन = छोटे गोले का आयतन

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \times r = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$4R^3 = r^3$$

$$\frac{2}{2^3} R = r$$

$$\frac{\text{छोटे गोले का आयतन}}{\text{बड़े गोले का आयतन}} = \frac{4\pi R^2}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{R^2}{\frac{4}{2^3} R^2} = \frac{1}{\frac{4}{2^3}}$$

$$\therefore 1 : 2^{\frac{4}{3}}$$

**Sol<sup>n</sup> 50.** B सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र = A का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र + A के सम्पूर्ण पृष्ठ के क्षेत्र का 300%  
= 4 × A का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र.

माना A की त्रिज्या a है और B की त्रिज्या b है।

$$\therefore 4\pi b^2 = 4 \times 4\pi a^2$$

$$b = 2a$$

$$A \text{ का आयतन} = \frac{4}{3} \pi a^3$$

$$B \text{ का आयतन} = \frac{4}{3} \pi b^3 = \frac{4}{3} \pi (2a)^3 = \frac{4}{3} \pi 8a^3$$

B के आयतन से A के आयतन में प्रतिशत में कमी = k%

$$= \frac{\frac{4}{3} \pi 8a^3 - \frac{4}{3} \pi a^3}{\frac{4}{3} \pi 8a^3} \times 100$$

$$= \frac{7}{8} \times 100 = 87.5\%$$

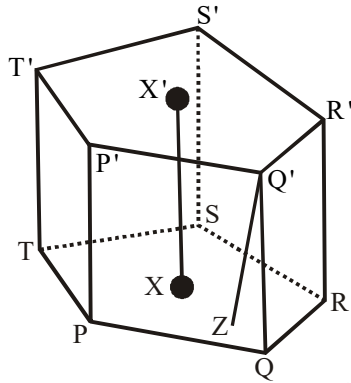
$$\therefore k = 87.5$$

## प्रिज्म का पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

### प्रिज्म (Prism)-

प्रिज्म एक ऐसा ठोस है, जिसके दो सर्वांगसम आधार तथा उसके पार्श्व फलक आयतकार होते हैं।

नीचे दिये गए चित्र में एक प्रिज्म है जिसके आधार PQRST और P'Q'R'S'T' है।



चित्र-I

### प्रिज्म का आधार (Base of Prism)-

एक प्रिज्म जिस छोर पर खड़ा होता है, उस प्रिज्म का आधार कहते हैं।

ऊपर दिए गये चित्र में PQRST और P'Q'R'S'T' प्रिज्म के आधार हैं। प्रत्येक प्रिज्म के दो आधार होते हैं।

### प्रिज्म की ऊँचाई (Height of a prism)

दोनों आधारों के बीच की लम्बवत दूरी को प्रिज्म की ऊँचाई कहते हैं।

ऊपर दिए गये चित्र में, QZ आधार PQRST और P'Q'R'S'T' के बीच की लम्बवत दूरी है, इसलिए यह प्रिज्म की ऊँचाई है।

### प्रिज्म का अक्ष (Axis of a Prism)-

दोनों आधारों के केन्द्र को जोड़ने बनी रेखा को प्रिज्म का अक्ष कहते हैं।

ऊपर दिए गये चित्र में, XX' प्रिज्म का अक्ष है।

### पार्श्व फलक (Lateral Faces)-

आधारों के अलावा सभी फलक पार्श्व फलक कहलाते हैं।

ऊपर दिए गये चित्र में, PQQ'P', QRR'Q', RSS'R' इत्यादि सभी पार्श्व फलक हैं।

### पार्श्व किनारे ( भुजा ) (Lateral Edges)-

प्रिज्म के पार्श्व फलकों की प्रतिच्छेदित रेखाएँ पार्श्व किनारा कहलाती हैं।

ऊपर दिए गये चित्र में PP', QQ', RR', SS' और TT' प्रिज्म के पार्श्व किनारें हैं।

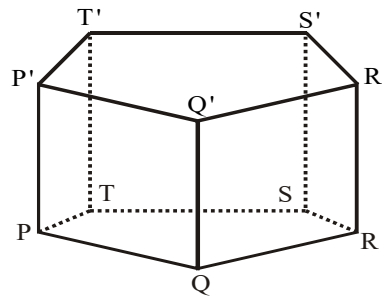
### नियमित प्रिज्म (Regular Prism)-

यदि प्रिज्म के छोर नियमित हैं, तो वह प्रिज्म नियमित प्रिज्म होगा।

### सम प्रिज्म (Right Prism)-

यदि प्रिज्म की पार्श्व किनारे इसके आधार के लम्बवत हैं, तो प्रिज्म सम प्रिज्म कहलाएगा। अन्यथा यह तिर्यक प्रिज्म होगा।

चित्र (I) तिर्यक प्रिज्म है, जबकि चित्र (II) सम प्रिज्म है।



चित्र-II

सम प्रिज्म में, प्रिज्म की लम्बाई इसकी ऊँचाई के समान होती है, तथा सभी पार्श्व किनारे समान लम्बाई के तथा ऊँचाई के बराबर होते हैं। सम प्रिज्म के सभी पार्श्व फलक आयताकार होते हैं।

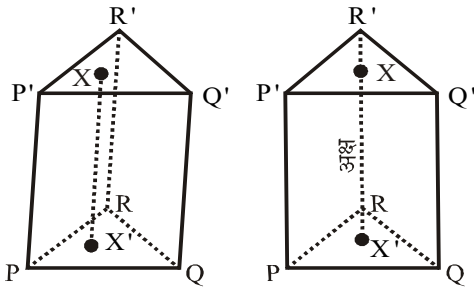
**त्रिभुजाकार प्रिज्म (Triangular Prism)-**

यदि प्रिज्म के छोर त्रिभुज के आकार के हैं, तो वह प्रिज्म त्रिभुजाकार प्रिज्म होगा।

**सम त्रिभुजाकार प्रिज्म (Right Triangular Prism)-**

एक त्रिभुजाकार प्रिज्म सम त्रिभुजाकार प्रिज्म कहलाता है, यदि इसके पार्श्व किनारे इसके छोरों के लम्बवत हों।

चित्र (III) एक त्रिभुजाकार प्रिज्म है, जबकि (IV) एक समत्रिभुजाकार प्रिज्म है।



चित्र-III

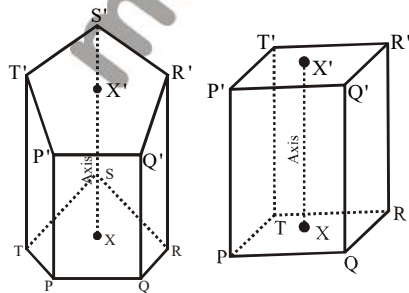
चित्र-IV

एक प्रिज्म उसकी आधार की भुजाओं के आधार पर चतुर्भुजाकार प्रिज्म (चार भुजाएँ) या पंचभुजाकार प्रिज्म (पाँच भुजाएँ) या षट्भुजाकार प्रिज्म (छः भुजाएँ) होगा।

यदि एक चतुर्भुजाकार प्रिज्म की दोनों छोर समानांतर चतुर्भुज हैं, तो वह पैरेलैलोपाइण्ड कहलाएगा।

यदि एक चतुर्भुजाकार प्रिज्म की दोनों छोर वर्ग होंगे तो वह घनाभ कहलाएगा।

चित्र (V) एक पंचभुजाकार प्रिज्म है, और चित्र (VI) एक आयताकार टोस (घनाभ) है।

**चित्र-V****चित्र-VI****सम प्रिज्म का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल  
(Volume and Surface Area of a Right Prism)**

(i) प्रिज्म का आयतन-

$$V = \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

(ii) प्रिज्म का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल-

$$L.S.A. = \text{आधार का परिमाप} \times \text{ऊँचाई}$$

(iii) प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल-

$$T.S.A. = \text{पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} + 2 \times \text{आधार का क्षेत्रफल}$$

**For Example :** यदि किसी सम प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी भुजा की लम्बाई  $a$  और ऊँचाई  $h$  है, तब-

$$\Rightarrow \text{पार्श्व सतह का क्षेत्रफल} = 3a \times h$$

$$\Rightarrow \text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 3a \times h + \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$\Rightarrow \text{आयतन} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times h$$

**उदाहरण**

**Q.1** उस समत्रिभुजाकार प्रिज्म का आधार का क्षेत्रफल क्या होगा? जिसका आयतन  $1476$  सेमी<sup>3</sup> तथा ऊँचाई  $18$  सेमी है।

**Sol<sup>n</sup>.** आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$\Rightarrow \text{आधार का क्षेत्रफल} = \frac{\text{आयतन}}{\text{ऊँचाई}}$$

$$\Rightarrow \text{आधार का क्षेत्रफल} = \frac{1476}{18} \text{ सेमी}^2 = 82 \text{ सेमी}^2$$

**Q.2** एक समप्रिज्म का आधार  $10$  सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, और प्रिज्म की ऊँचाई  $25$  सेमी है तो, प्रिज्म का आयतन, पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

आधार समबाहु त्रिभुज है।

$$\text{आधार का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$$

$$= \left( \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 \right) \text{सेमी}^2 = 25\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

$$\therefore V = (25\sqrt{3} \times 25) \text{ सेमी}^3$$

$$= 625\sqrt{3} \text{ सेमी}^3$$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

= आधार का परिमाण  $\times$  ऊँचाई

$$= (10 + 10 + 10) \times 25 \text{सेमी}^2 = 750 \text{ सेमी}^2$$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल +  $2 \times$  आधार का क्षेत्रफल

$$= \left[ 750 + 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 \right) \right] \text{सेमी}^2$$

$$= [750 + 50\sqrt{3}] \text{सेमी}^2$$

**Q.4** एक समप्रिज्म की ऊँचाई 15 सेमी है, तथा इसका आधार 13 सेमी, 14 सेमी और 15 सेमी भुजाओं वाला त्रिभुज है, तो प्रिज्म का आयतन, पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** यदि त्रिभुज की भुजाएँ  $a, b, c$  हों, तथा त्रिभुज का अर्द्धपरिमाण  $s$  हो तब इसका क्षेत्रफल—

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{जहाँ } s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

यहाँ,  $a = 13$  सेमी,  $b = 14$  सेमी और  $c = 15$  सेमी

$$\therefore s = \frac{1}{2}(13+14+15) = 21 \text{ सेमी}$$

आधार का परिमाण =  $2s = 42$  सेमी

आधार का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{21(21-13) \times (21-14) \times (21-15)}$$

$$= \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = \sqrt{7 \times 3 \times 8 \times 7 \times 3 \times 2}$$

$$= \sqrt{7^2 \times 3^2 \times 4^2} = 7 \times 3 \times 4 = 84 \text{सेमी}^2$$

$\therefore$  पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

= आधार का परिमाण  $\times$  ऊँचाई

$$= 42 \times 15 \text{ सेमी}^2 = 630 \text{सेमी}^2$$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल +  $2 \times$  आधार का क्षेत्रफल

$$= (630 + 2 \times 84) \text{ सेमी}^2 = 798 \text{ सेमी}^2$$

आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$= 84 \times 15 \text{ सेमी}^3 = 1260 \text{ सेमी}^3$$

**Q.5** एक समप्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है। प्रिज्म का आयतन 606 सेमी<sup>3</sup> तथा आधार की भुजाएँ 5 सेमी, 5 सेमी और 8 सेमी है तो, प्रिज्म की ऊँचाई ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

यहाँ,  $a = 5$  सेमी,  $b = 5$  सेमी और  $c = 8$  सेमी।

$$\therefore s = \frac{1}{2}(5+5+8) = 9 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{9(9-5) \times (9-5) \times (9-8)}$$

$$= \sqrt{9 \times 4 \times 4 \times 1} = 12 \text{ सेमी}^2$$

आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$\text{ऊँचाई} = \frac{\text{आयतन}}{\text{आधार का क्षेत्रफल}} = \frac{606}{12} = 50 \text{ सेमी}$$

**Q.6** एक समप्रिज्म का आधार 8 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, यदि प्रिज्म का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 960 सेमी<sup>2</sup> है, तो इसका आयतन क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

= आधार का परिमाण  $\times$  ऊँचाई  $\Rightarrow 960 = (8 + 8 + 8) \times$  ऊँचाई

$$\text{ऊँचाई} = \frac{960}{24} \text{ सेमी} = 40 \text{ सेमी}$$

$$\text{आधार का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8)^2 = 16\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{प्रिज्म का आयतन} \\ &= \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई} \\ &= (16\sqrt{3} \times 40) = 640\sqrt{3} \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

**Q.7** एक समत्रिभुजाकार प्रिज्म की ऊँचाई 18 सेमी है, और आधार की 5 सेमी, 12 सेमी और 15 सेमी है। इस प्रिज्म को एक दूसरे समत्रिभुजाकार प्रिज्म में रूपांतरित किया जाता है। जिसके आधार की भुजाएँ 9सेमी, 12 सेमी और 15 सेमी है। तो नए प्रिज्म की ऊँचाई तथा दोनों के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में अंतर ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** दोनों प्रिज्म का आयतन समान होगा। भुजाओं के आधार पर दोनों प्रिज्म के आधार समकोण त्रिभुज है।

यहाँ, प्रथम प्रिज्म के लिए

$$a = 5 \text{ सेमी}, b = 12 \text{ सेमी व } c = 13 \text{ सेमी}$$

और प्रिज्म की ऊँचाई = 18सेमी

यहाँ, द्वितीय प्रिज्म के लिए

$$a = 9 \text{ सेमी}, b = 12 \text{ सेमी व } c = 15 \text{ सेमी}$$

माना दूसरे प्रिज्म की ऊँचाई  $h_2$

$$V_1 = V_2$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 5 \times 12\right) \times 18 = \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 12\right) \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 10 \text{ सेमी.}$$

माना  $S$  प्रथम प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल है।

$$S = \text{पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} + 2 (\text{आधार का क्षे.})$$

$$= \text{आधार का परिमाप} \times \text{ऊँचाई}$$

$$+ 2 (\text{आधार का क्षे.})$$

$$= (30 \times 18 + 2 \times 3) = 600 \text{ सेमी}^2$$

माना दूसरे प्रिज्म की ऊँचाई  $h$  है।

तथा दूसरे प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S_1$  है।

$$S_1 = \text{आधार का परिमाप} \times \text{ऊँचाई}$$

$$+ 2 (\text{आधार का क्षेत्रफल})$$

$$= (36 \times 10 + 2 \times 54) = 468 \text{ सेमी}^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में अंतर} &= S - S_1 \\ &= (600 - 468) = 132 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Q.8** एक सम त्रिभुजाकार प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है। यदि इसकी ऊँचाई आधी कर दी जाए और आधार की प्रत्येक भुजा दोगुनी कर दी जाए तो मूल प्रिज्म तथा इस प्रकार बने प्रिज्म के आयतन का अनुपात क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** माना  $a$  मूल प्रिज्म के आधार की भुजा है और  $h$  उसकी ऊँचाई है, तब उसका आयतन—

$$V_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times h\right)$$

माना  $a_1$  नए प्रिज्म के आधार की भुजा है। तथा  $h_1$  नए प्रिज्म की ऊँचाई है।

$$a_1 = 2a \text{ व } h_1 = \frac{h}{2}$$

यदि  $V_2$  नए प्रिज्म का आयतन हो तो,

$$V_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a_1^2 \times h_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2 \times \frac{h}{2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 h\right)$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 h}{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 h} = \frac{1}{2}$$

**Q.9** एक समत्रिभुजाकार प्रिज्म के आधार का परिमाप 60 सेमी है और उसके आधार की भुजाओं का अनुपात 5 : 12 : 13 तब इसका आयतन और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो यदि इसकी ऊँचाई 40 सेमी है।

**Sol<sup>n</sup>.** माना  $a, b, c$  प्रिज्म के आधार की भुजाएँ हैं।

$$a : b : c = 5 : 12 : 13$$

$$a = 5k, b = 12k \text{ व } c = 13k$$

$$a + b + c = 30k \Rightarrow 60 = 30k$$

$$[\because a + b + c = 60 \text{ सेमी (दिया है)}]$$

$$k = 2$$

$$\therefore a = 10, b = 24, \text{ and } c = 26$$

अर्द्धपरिमाप  $s = 60/2 = 30$ .

$$\therefore \text{आधार का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{30(30-10)(30-24)(30-26)}$$

$$= \sqrt{30 \times 20 \times 6 \times 4} = \sqrt{5 \times 6 \times 5 \times 4 \times 6 \times 4}$$

$$= 5 \times 6 \times 4 = 120 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{प्रिज्म का आयतन} &= \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई} \\ &= 120 \times 40 = 4800 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = आधार का परिमाप  $\times$  ऊँचाई  $+ 2$  (आधार का क्षेत्रफल)

$$= (60 \times 40 + 2 \times 120) = 2640 \text{ सेमी}^2$$

**Q.10** एक समत्रिभुजाकार प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $72\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> है, तथा उसकी ऊँचाई 4 सेमी है। यदि प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज हो, तो उसका आयतन ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** माना प्रिज्म के आधार की भुजा  $a$  सेमी है।

$$\text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 72\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

आधार का परिमाप  $\times$  ऊँचाई

$$+ 2 (\text{आधार का क्षेत्रफल}) = 72\sqrt{3}$$

$$3a \times 4 + 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right) = 72\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}a^2 + 24a - 144\sqrt{3} = 0$$

$$a^2 + 8\sqrt{3} - 144 = 0$$

$$a^2 + 12\sqrt{3}a - 4\sqrt{3}a - 144 = 0$$

$$a(a + 12\sqrt{3}) - 4\sqrt{3}(a + 12\sqrt{3}) = 0$$

$$(a - 4\sqrt{3})(a + 12\sqrt{3}) = 0$$

$$a - 4\sqrt{3} = 0 \quad [\because a + 12\sqrt{3} \neq 0 \text{ as } a > 0]$$

$$a = 4\sqrt{3}$$

$\therefore$  प्रिज्म का आयतन

$$= \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 \times 4 = 48\sqrt{3} \text{ सेमी}^3$$

## प्रश्नावली प्रिज्म

1. एक प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है। और समकोण बनाने वाली दो भुजाएँ 8 सेमी और 15 सेमी है यदि इसकी ऊँचाई 20 सेमी है तो प्रिज्म का आयतन होगा-  
 (a) 160 सेमी<sup>3</sup> (b) 300 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 1200 सेमी<sup>3</sup> (d) 600 सेमी<sup>3</sup>
2. एक प्रिज्म का आधार एक समषट्भुज है यदि समषट्भुज की भुजा 1 सेमी है और प्रिज्म की ऊँचाई भी 1 सेमी है तो प्रिज्म का आयतन क्या होगा?  
 (a)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  घन मीटर (b)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  घन मीटर  
 (c)  $\frac{6\sqrt{2}}{5}$  घन मीटर (d)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$  घन मीटर
3. एक प्रिज्म का आधार एक पंचभुज है, जिसकी भुजाओं का अनुपात  $1:\sqrt{2}:\sqrt{2}:1:2$  है और उसकी ऊँचाई 10 सेमी है। यदि आधार की सबसे बड़ी भुजा 6 सेमी है तो प्रिज्म का आयतन होगा-  
 (a) 270 सेमी<sup>3</sup> (b) 360 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 540 सेमी<sup>3</sup> (d) इनमें से कोई नहीं
4. एक त्रिभुजाकार प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा जिसकी ऊँचाई 30 मीटर और जिसके आधार की भुजाएँ 21 मी, 20 मी और 13 मी है।  
 (a) 1872 मीटर<sup>2</sup> (b) 1725 मीटर<sup>2</sup>  
 (c) 1652 मीटर<sup>2</sup> (d) 1542 मीटर<sup>2</sup>
5. एक प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 17 सेमी, 25 सेमी और 28 सेमी है तथा प्रिज्म का आयतन 4200 घन सेमी है। प्रिज्म की ऊँचाई तथा वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।  
 (a) 20 सेमी, 1400 मीटर<sup>2</sup>  
 (b) 25 सेमी, 700 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 20 सेमी, 700 सेमी<sup>2</sup>  
 (d) 10 सेमी, 1400 सेमी<sup>2</sup>
6. दो प्रिज्म है, जिनमें एक प्रिज्म का आधार समबाहु त्रिभुज तथा दूसरे प्रिज्म का आधार समषट्भुज है। यदि दोनों प्रिज्मों की ऊँचाई और आयतन समान है। तो दोनों प्रिज्मों के आधार की भुजाओं का अनुपात क्या होगा?  
 (a)  $1:\sqrt{6}$  (b)  $\sqrt{6}:1$   
 (c)  $\sqrt{3}:2$  (d)  $2:\sqrt{3}$
7. एक ठोस समकोण प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 9 सेमी, 12 सेमी और 15 सेमी है। प्रिज्म की ऊँचाई 5 सेमी है, तब प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा-  
 (a) 180 सेमी<sup>2</sup> (b) 234 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 288 सेमी<sup>2</sup> (d) 270 सेमी<sup>2</sup>
8. एक प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है जिसका क्षेत्रफल 173 सेमी<sup>2</sup> है और प्रिज्म का आयतन 10380 सेमी<sup>3</sup> है। प्रिज्म का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो ( $\sqrt{3} = 1.73$ )  
 (a) 1200 सेमी<sup>2</sup> (b) 2400 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 3600 सेमी<sup>2</sup> (d) 4380 सेमी<sup>2</sup>
9. एक प्रिज्म का आधार, समलम्ब चतुर्भुज है। समानान्त भुजाओं की लम्बाई 8 सेमी और 14 सेमी है और दोनों समानान्तर भुजाओं के बीच की लम्बवत दूरी 8 सेमी है यदि प्रिज्म का आयतन 1056 घन सेमी है, तब प्रिज्म की ऊँचाई होगी-  
 (a) 44 सेमी (b) 16.5 सेमी  
 (c) 12 सेमी (d) 10.56 सेमी
10. यदि एक समकोण प्रिज्म का लम्ब 10 सेमी है और इसका आधार 12 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, तो इसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी<sup>2</sup>) होगा।  
 (a)  $(5+3\sqrt{3})$  (b)  $36\sqrt{3}$   
 (c) 360 (d)  $72(5+\sqrt{3})$



11. एक समकोण प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी हैं। यदि प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $360$  सेमी<sup>2</sup> है तो इसकी ऊँचाई (सेमी) होगी।
- (a) 10 (b) 12  
(c) 9 (d) 11
12. यदि एक समकोण प्रिज्म के आधार का समान रखकर और उसके किनारों की लम्बाई दो गुनी कर दी जाये तो प्रिज्म का आयतन होगा—
- (a) आपरिवर्तित (b) तिगुना  
(c) दोगुना (d) चौगुना
13. एक प्रिज्म की ऊँचाई 15 सेमी है जिसका आधार एक वर्ग है। यदि प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 608 वर्ग सेमी है तो इसका आयतन क्या होगा?
- (a) 910 सेमी<sup>3</sup> (b) 920 सेमी<sup>3</sup>  
(c) 960 सेमी<sup>3</sup> (d) 980 सेमी<sup>3</sup>
14. एक प्रिज्म का आधार 8 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है और ऊँचाई 10 सेमी है तो प्रिज्म का आयतन क्या होगा?
- (a)  $320\sqrt{3}$  सेमी<sup>3</sup> (b)  $160\sqrt{3}$  सेमी<sup>3</sup>  
(c)  $150\sqrt{3}$  सेमी<sup>3</sup> (d)  $300\sqrt{3}$  सेमी<sup>3</sup>
15. एक समकोण प्रिज्म का आधार 6 सेमी भुजा का समबाहु त्रिभुज है और आयतन  $81\sqrt{3}$  सेमी<sup>3</sup> है तो प्रिज्म की ऊँचाई (सेमी) होगी।
- (a) 9 (b) 10  
(c) 12 (d) 15
16. एक प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है तथा समकोण बनाने वाली भुजाएँ 10 सेमी और 12 सेमी हैं। प्रिज्म की ऊँचाई 20 सेमी है। प्रिज्म को धातु का घनत्व 6 ग्राम/घन सेमी है। तो प्रिज्म का वजन क्या होगा?
- (a) 6.4 किग्रा. (b) 72 किग्रा.  
(c) 3.4 किग्रा. (d) 4.8 किग्रा.
17. एक प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है जिसका परिमाण 15 सेमी है तथा त्रिभुज की अन्तः वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है। यदि प्रिज्म का आयतन 270 सेमी<sup>3</sup> है, तब प्रिज्म की ऊँचाई होगी।
- (a) 6 सेमी (b) 7.5 सेमी  
(c) 10 सेमी (d) 12 सेमी
18. एक प्रिज्म का आधार 5 सेमी और 12 सेमी भुजा वाला समकोण त्रिभुज है प्रिज्म की ऊँचाई 10 सेमी है। प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?
- (a) 360 सेमी<sup>2</sup> (b) 300 सेमी<sup>2</sup>  
(c) 330 सेमी<sup>2</sup> (d) 325 सेमी<sup>2</sup>
19. एक समकोण प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है यदि प्रिज्म का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल और आयतन क्रमशः  $120$  सेमी<sup>2</sup> और  $40\sqrt{3}$  सेमी<sup>3</sup> है तब प्रिज्म के आधार की भुजा क्या होगी?
- (a) 4 सेमी (b) 5 सेमी  
(c) 7 सेमी (d) 40 सेमी
20. एक प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है। यदि इसकी ऊँचाई को  $1/4$  कर दिया जाये और आधार की प्रत्येक भुजा को तीन गुना कर दिया जाये तब पुराने प्रिज्म के आयतन का नये प्रिज्म के आयतन से अनुपात क्या होगा?
- (a) 4:3 (b) 1:4  
(c) 1:2 (d) 4:9

**उत्तरमाला**

1. (c) 2. (b) 3. (a) 4. (a) 5. (a) 6. (b) 7. (c) 8. (c) 9. (c)  
10. (d) 11. (a) 12. (c) 13. (c) 14. (b) 15. (a) 16. (b) 17. (d) 18. (a)  
19. (a) 20. (d)

हल एवं संकेत

व्याख्या

Sol<sup>n</sup> 1. प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$\frac{1}{2} \times 15 \times 8 \times 20 = 1200 \text{ सेमी}^3$$

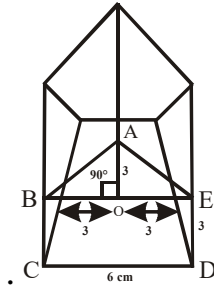
Sol<sup>n</sup> 2. दिया है, प्रिज्म का आधार एक समषट्भुज है।

∴ इसका आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ घन मीटर}$$

$$\left[ 1 \text{ मीटर भुजा वाले समषट्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ मी}^2 \right]$$

Sol<sup>n</sup> 3.



$$\begin{aligned} AB &= 3\sqrt{2} \\ AE &= 3\sqrt{2} \\ \angle ABE &= 45^\circ \\ \angle AEB &= 45^\circ \end{aligned}$$

चतुर्भुज BCDE का क्षेत्रफल = 18 सेमी<sup>2</sup>

$$\Delta OAE \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4.5 \text{ सेमी}^2$$

∴  $\Delta ABE$  का क्षेत्रफल = 9 सेमी<sup>2</sup>

∴ ABCDE का क्षेत्रफल (आधार) = (18 + 9) = 27 सेमी<sup>2</sup>

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$= (27 \times 10) = 270 \text{ सेमी}^3$$

Sol<sup>n</sup> 4. प्रिज्म का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

= पार्श्विक पृष्ठ का क्षेत्रफल + 2 × (आधार का क्षेत्रफल)

$$\text{यहाँ, } s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{20+20+13}{2} = 27$$

∴ आवश्यक क्षेत्रफल = (21 + 20 + 13) × 30 + 2 ×

$$\sqrt{27(27-21)(27-20)(27-13)}$$

$$= 54 \times 30 + 2\sqrt{27 \times 6 \times 7 \times 14}$$

$$= 1620 + 2 \times 126 = 1872 \text{ वर्ग मीटर}$$

Sol<sup>n</sup> 5. माना भुजा  $a = 17$  सेमी,  $b = 25$  सेमी,  $c = 28$  सेमी

$$\text{तब, } s = \left( \frac{a+b+c}{2} \right) = \left( \frac{17+25+28}{2} \right) = 35 \text{ सेमी}$$

$$(s-a) = (35-17) = 18 \text{ सेमी}$$

$$(s-b) = (35-25) = 10 \text{ सेमी}$$

$$(s-c) = (35-28) = 7 \text{ सेमी}$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

अतः आधार का क्षेत्रफल =  $\sqrt{35 \times 18 \times 10 \times 7}$  वर्ग सेमी.

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$\therefore \text{प्रिज्म की ऊँचाई} = \left( \frac{4200}{210} \right) = 20 \text{ सेमी}$$

पार्श्विक क्षेत्रफल = आधार का परिमाप × ऊँचाई

$$= (17 + 25 + 28) \times 20$$

$$= 1400 \text{ वर्ग सेमी}$$

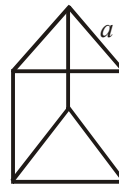
Sol<sup>n</sup> 6. माना प्रत्येक पिरामिड की ऊँचाई  $h$  इकाई है और

पहले प्रिज्म के आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई  $a$

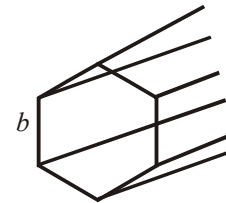
इकाई है और दूसरे प्रिज्म के आधार की प्रत्येक भुजा

की लम्बाई  $b$  सेमी है।

(नीचे दिए गये चित्र को देखें)



I



II

प्रश्नानुसार:

प्रिज्म का आयतन = दूसरे प्रिज्म का आयतन

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times h = \frac{\sqrt{3}}{2}b^2 \times h$$

$$\frac{1}{4}a^2 = \frac{3}{2}b^2 \Rightarrow a^2 = 6b^2$$

$$a = \sqrt{6}b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{6}}{1}$$

$$\therefore a : b = \sqrt{6} : 1$$

**Sol<sup>n</sup> 7.** प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है

$$\therefore \text{आधार का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54 \text{ सेमी}^2$$

संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= x \text{ ऊँचाई वाले बक्से का परिमाण} + 2 \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \\ &= (9 + 12 + 5) \times 5 + 2 \times 54 \\ &= 288 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 8.** आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$10380 = 173 \times h$$

$$h = 60 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 173$$

$$a = 20 \text{ सेमी}$$

$$\text{त्रिभुज का परिमाण} = 3a = 3 \times 20 = 60 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \text{पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल} &= \text{त्रिभुज का परिमाण} \times \text{ऊँचाई} \\ &= 60 \times 60 = 3600 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

**Sol<sup>n</sup> 9.** समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times (\text{समांतर भुजाओं का योग})$

का योग)

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times (8 + 14)$$

$$= 88 \text{ सेमी}^2$$

$$\therefore \text{आयतन} = \text{समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$1056 = 88 \times h$$

$$h = 12 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 10.**

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = आधार का परिमाण  $\times$  ऊँचाई +  $2 \times$  आधार का क्षेत्रफल

$$= 36 \times 10 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12 \times 12$$

$$= 360 + 72\sqrt{3} = 72(5 + \sqrt{3}) \text{ सेमी}^2$$

**Sol<sup>n</sup> 11.** संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 360

$$(\text{आधार का परिमाण}) \times \text{ऊँचाई} + 2 \times \text{आधार का क्षेत्रफल} = 360$$

$$(5 + 12 + 13) \times h + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 12\right) = 360$$

$$30h = 300 \Rightarrow h = 10 \text{ सेमी}$$

**Sol<sup>n</sup> 12.** प्रिज्म का आधार आयताकार है। हम आधार को परिवर्तित नहीं कर रहे हैं, इसलिए लम्बाई और चौड़ाई

समान रहेगी। यदि हम पार्श्व किनारे को 2 गुना कर दें अर्थात् ऊँचाई को दो गुना कर दें तो प्रिज्म का आयतन

भी 2 गुना हो जाएगा।

**Sol<sup>n</sup> 13.**  $a$  भुजा वाले वर्गाकार आधार का परिमाण =  $4a$

$$\text{पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल} = 4a \times h$$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल +  $2 \times$  आधार का क्षेत्रफल

$$608 = 4ah + 2a^2$$

$$608 = 60a + 2a^2$$

$$a^2 + 30a - 304 = 0$$

$$a^2 + 38a - 8a - 304 = 0$$

$$a(a + 38) - 8(a + 38) = 0$$

$$(a + 38)(a - 8) = 0$$

$$a = 8 \text{ सेमी}$$

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$= 64 \times 15$$

$$= 960 \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 14.** आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (8)^2 \times 10$$

$$= 160\sqrt{3} \text{ सेमी}^3$$

**Sol<sup>n</sup> 15.** प्रिज्म के आधार का क्षेत्रफल =  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 \times 6$

=  $9\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup>

∴ आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$81\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \times \text{ऊँचाई}$

$h = 9$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 16.** आधार का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$

=  $\frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60$  सेमी<sup>2</sup>

∴ प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

=  $60 \times 20 = 1200$  सेमी<sup>3</sup>

एक घन सेमी में पदार्थ की मात्रा = 6 ग्राम

1200 घन सेमी में पदार्थ की मात्रा =  $1200 \times 6 = 7200$  ग्राम

= 7.2 किग्रा.

**Sol<sup>n</sup> 17.** त्रिभुज का परिमाण = 15 सेमी

अर्द्धपरिमाण =  $\frac{15}{2}$  सेमी

अन्तःत्रिज्या  $r = 3$  सेमी

$\Delta = r.s = \frac{15}{2} \times 3 = \frac{45}{2}$  सेमी

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$270 = \frac{45}{2} \times h$

$h = 12$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 18.** समकोण त्रिभुज की 3 भुजा 13 सेमी होगी।

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= (आधार का परिमाण) ×  $h + 2 \times$  आधार का क्षेत्रफल

=  $(5 + 12 + 13) \times 10 + 2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 12$

=  $300 + 60 = 360$  वर्ग सेमी

**Sol<sup>n</sup> 19.** प्रिज्म का आयतन  $V =$  आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

=  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times h$

प्रिज्म का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल (L.S.A)

= आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई =  $3a \times h$

$\frac{V}{L.S.A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times h}{3a \times h} = \frac{\sqrt{3}a}{12}$

$\frac{40\sqrt{3}}{120} = \frac{\sqrt{3}a}{12}$

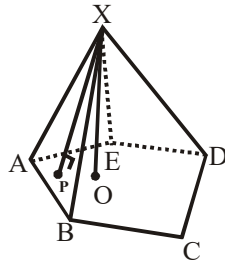
$a = 4$  सेमी

**Sol<sup>n</sup> 20.**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a_1^2 \cdot h_1}{\frac{\sqrt{3}}{4} a_1^2 \cdot h_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \cdot \frac{h_1}{h_2}$

=  $\left(\frac{a_1}{3a_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{h_1}{h_2/4}\right) = \frac{4}{9} \left(\because a_2 = 3a_1 \text{ \& } h_2 = \frac{h_1}{2}\right)$

**पिरामिड**

पिरामिड एक ऐसा ठोस है जिसका आधार एक समतल रेखीय आकृति हो पार्श्व सतह त्रिभुजाकार है जिसको एक उभयनिष्ठ शीर्ष हो नीचे दिये गये चित्र में XABCDE एक पिरामिड है। इस पिरामिड का आधार एक समपंचभुज ABCDE है और त्रिभुज XAB, XBC, XCD, XDE और XEA पाँच पार्श्व सतह हो यदि किसी पिरामिड का आधार त्रिभुज, चतुर्भुज और वर्ग हो तो यह क्रमशः त्रिभुजाकार पिरामिड चतुर्भुजाकार पिरामिड तथा वर्गाकार पिरामिड कहलायेगा। इसी प्रकार पिरामिड, पंचभुज, षट्भुज, सप्तभुज, और अष्टभुज पिरामिड कहलायेगा यदि उसके आधार की भुजायें क्रमशः 5, 6, 7 और 8 हैं।

**शीर्ष (Vertex)**

त्रिभुजाकार सतहों का उभयनिष्ठ शीर्ष पिरामिड का शीर्ष कहलाता है। ऊपर दिये गये चित्र में, पिरामिड XABCDE का शीर्ष X है।

**ऊँचाई (Height)**

शीर्ष से आधार पर डाले गए लम्ब की लम्बाई की पिरामिड की ऊँचाई कहलाती है।

ऊपर दिए चित्र में, XP पिरामिड XABCDE की ऊँचाई है।

**अक्ष (Axis)**

आधार के केन्द्र बिन्दु को पिरामिड की शीर्ष से जोड़ने से बनी रेखा पिरामिड का अक्ष कहलाता है।

ऊपर दिए चित्र में, XO पिरामिड XABCDE का अक्ष है।

**पार्श्व भुजाएँ (Lateral Edges)**

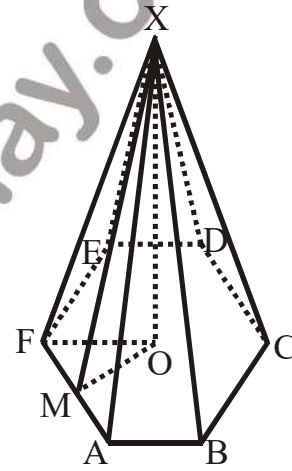
पिरामिड की शीर्ष से जाने वाली भुजाओं को पार्श्व भुजा

कहा जाता है।

**तिर्यक ऊँचाई (Slant Height)-**

एक नियमित सम पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई आधार के किसी भुजा के मध्य बिन्दु से शीर्ष के बीच की दूरी है।

दिए गए चित्र में एक समकोण पिरामिड दिखाया गया है। जहाँ O आधार का केन्द्र है और XM तिर्यक की ऊँचाई है।



समकोण त्रिभुज XOM में,

$$XM^2 = OM^2 + XO^2 \text{ (पाईथागोरस प्रमेय द्वारा)}$$

$$\therefore XM = \sqrt{XO^2 + OM^2}$$

**समपिरामिड (Right Pyramid)**

एक पिरामिड समपिरामिड कहलाता है, यदि शीर्ष से खींचा गया लम्ब आधार को केन्द्रीय बिन्दु (आधार के परिवृत्त या अन्तःवृत्त का केन्द्र) पर मिलता है। अन्यथा पिरामिड तिर्यक पिरामिड कहलाता है।

चित्र 1 में दिखाया गया पिरामिड तिर्यक पिरामिड है, जबकि चित्र 2 में दिखाया गया पिरामिड समपिरामिड है।

**नियमित पिरामिड (Regular Pyramid)-**

एक पिरामिड नियमित पिरामिड कहलाता है, यदि उसका आधार नियमित है, अर्थात् उसके आधार की सभी भुजाएँ

बराबर है।

सम नियमित पिरामिड की तिर्यक भुजाएँ बराबर होती हैं, तथा पार्श्व सतह सर्वांगसम त्रिभुज होते हैं।

**पिरामिड का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल  
(Volume and Surface Area of a Pyramid)-**

(i) पिरामिड का आयतन =  $\frac{1}{3} \times$  आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

(ii) पार्श्व पिरामिड का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= सभी पार्श्व त्रिभुजाकार सतहों के क्षेत्रफल का योग

$$L.S.A. = \frac{1}{2} \times \text{आधार का परिमाप} \times \text{तिर्यक ऊँचाई}$$

(iii) पिरामिड का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= सभी पार्श्व सतह के क्षेत्रफल का योग + आधार का क्षेत्रफल

$$T.S.A. = \frac{1}{2} \times \text{आधार का परिमाप} \times \text{तिर्यक ऊँचाई} + \text{आधार का क्षेत्रफल}$$

उदाहरण के लिए माना एक समपिरामिड का आधार एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी प्रत्येक भुजा 'a' और पिरामिड की ऊँचाई 'h' है।

(i) पार्श्व भुजा या पार्श्व ऊँचाई =  $\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}}$

(ii) तिर्यक ऊँचाई =  $\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$

(iii) पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} (\text{आधार का परिमाप} \times \text{तिर्यक ऊँचाई})$$

(iv) सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} (\text{आधार का परिमाप} \times \text{तिर्यक$

$$\text{ऊँचाई}) + \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

(v) आयतन =  $\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \times h = \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 h$ .

(vi) पार्श्व सतह का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$  (आधार के भुजाओं की लम्बाई  $\times$  तिर्यक ऊँचाई)

**6. समचतुष्फलक और नियमित चतुष्फलक**

**(Tetrahedron and Regular Tetrahedron)**

समचतुष्फलक एक ऐसा पिरामिड है, जिसका आधार एक त्रिभुज है। तथा इसकी 6 किनारे तथा 4 त्रिभुजाकार फलक हैं।

एक ऐसा चतुष्फलक जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों तो वह नियमित चतुष्फलक कहलाता है। इसकी चारों फलक सर्वांगसम समबाहु त्रिभुज होते हैं।

यदि किसी नियमित चतुष्फलक की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 'a' और ऊँचाई 'h' हो।

(i) नियमित चतुष्फलक की ऊँचाई (h) =  $\sqrt{\frac{2}{3}} \times a$

(ii) नियमित चतुष्फलक की तिर्यक ऊँचाई =  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times a$ .

(iii) नियमित चतुष्फलक का आयतन

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times a^3 = \frac{\sqrt{3}}{8} h^3 \quad \left( \because a = \frac{\sqrt{3}}{2} h \right)$$

(iv) नियमित चतुष्फलक का पार्श्व सतह का क्षेत्रफल

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} h^2$$

(v) नियमित चतुष्फलक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \sqrt{3} \times a^2.$$

## उदाहरण

**Q.1** उस सम पिरामिड का आयतन क्या होगा जिसके आधार का क्षेत्रफल 60 सेमी<sup>2</sup> और ऊँचाई 15 सेमी है।

**Sol.** सम पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} (\text{आधार का क्षेत्रफल}) \times (\text{ऊँचाई})$$

$$= \left( \frac{1}{3} \times 60 \times 15 \right) = 200 \text{ सेमी}^3$$

**Q.2** उस सम पिरामिड की ऊँचाई क्या होगी जिसका आयतन 750 सेमी<sup>3</sup> और आधार का क्षेत्रफल 250 सेमी<sup>2</sup> है।

**Sol.** सम पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} (\text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई})$$

माना सम पिरामिड की ऊँचाई  $h$  है।

$$750 = \frac{1}{3} \times 250 \times h$$

$$h = \frac{750 \times 3}{250} = 9 \text{ सेमी}$$

**Q.3.** एक सम पिरामिड का आधार 40 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, और उसकी ऊँचाई  $24\sqrt{3}$  सेमी है। प्रिज्म का आयतन ज्ञात करो।

**Sol.** पिरामिड का आयतन =  $\left( \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \times h \right)$

$$\text{यहाँ, } a = 40 \text{ } h = 24\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{ पिरामिड का आयतन} = \left( \frac{\sqrt{3}}{12} \times 40^2 \times 24\sqrt{3} \right)$$

$$= 9600 \text{ सेमी}^3$$

**Q.4** एक नियमित चतुष्फलक का आयतन क्या होगा जिसकी प्रत्येक भुजा  $12\sqrt{2}$  सेमी है।

**Sol.** नियमित चतुष्फलक का आयतन =  $\frac{\sqrt{2}}{12} (\text{भुजा})^3$

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times (12\sqrt{2})^3$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times 1728 \times 2\sqrt{2} = 576 \text{ सेमी}^3$$

**Q.5** उस सम पिरामिड का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल और कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसका आधार  $16\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> क्षेत्रफल वाला एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी प्रत्येक पार्श्व किनारा 5 सेमी लम्बाई का है।

**Sol.** माना आधार की प्रत्येक भुजा  $a$  तथा  $h$  पिरामिड की ऊँचाई है।

$$\text{आधार का क्षेत्रफल} = 16\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 16\sqrt{3}$$

$$a^2 = 64$$

$$\therefore a = 8 \text{ सेमी}$$

पार्श्व भुजा = 5 सेमी

$$\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}} = 5 \text{ या } \sqrt{h^2 + \frac{64}{3}} = 5$$

$$h^2 + \frac{64}{3} = 25 \Rightarrow h^2 = \frac{75-64}{3}$$

$$h = \sqrt{\frac{11}{3}} \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{ तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}} = \sqrt{\frac{11}{3} + \frac{64}{12}} = \sqrt{9} = 3 \text{ सेमी}$$

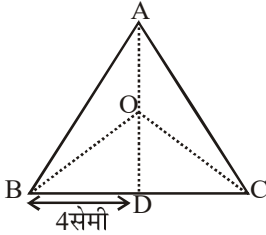
पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} (\text{आधार का परिमाप} \times \text{तिर्यक ऊँचाई})$

$$= \frac{1}{2} (8+8+8) \times 3 = 36 \text{ सेमी}^2$$

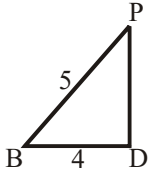


संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  
 = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल  
 =  $(36 + 16\sqrt{3})$  सेमी<sup>2</sup>

विधि: 2



माना प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है जिसके शीर्ष A, B, C हैं। O आधार पर एक बिन्दु है जिस पर ऊँचाई खड़ी है और P ऊँचाई का शीर्ष है।



यदि हम ऊपर दिए गये समकोण त्रिभुज को अनुभव कर पाते हैं, तब—

$$PD = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ सेमी} = \text{तिर्यक ऊँचाई}$$

**Q. 6** यदि 'a' एक नियमित चतुष्फलक के शीर्ष से उसके विपरीत फलक पर खींचे गए लम्ब की लम्बाई है, और उसके प्रत्येक भुजा की लम्बाई 2b है तब  $3a^2 = 8b^2$  होगा सिद्ध करो।

**Sol<sup>n</sup>.** a = चतुष्फलक की ऊँचाई

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \times (\text{भुजा की लम्बाई})$$

$$a = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 2b \Rightarrow a^2 = \frac{8b^2}{3}$$

$$3a^2 = 8b^2$$

**Q. 7** उस चतुष्फलक का आयतन ज्ञात करो जिसके त्रिभुजाकार आधार की भुजाएँ 9 सेमी, 12 सेमी और 15 सेमी हैं तथा ऊँचाई 15 सेमी है।

**Sol<sup>n</sup>.** a = 9 सेमी, b = 12 सेमी, c = 15 सेमी.

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = 18$$

$$\therefore \text{आधार का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \times 9 \times 6 \times 3} = 54 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{चतुष्फलक का आयतन} = \frac{1}{3} (\text{आधार का क्षे.} \times \text{ऊँचाई})$$

$$= \frac{1}{3} \times 54 \times 15 = 270 \text{ सेमी}^3$$

**Q. 8** एक सम पिरामिड का आधार एक समबाहु त्रिभुज है, जिसका क्षेत्रफल  $16\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> है। यदि इसकी एक पार्श्व सतह का क्षेत्रफल 40 सेमी<sup>2</sup> हो, तो पिरामिड का आयतन ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** माना आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई a सेमी है।

$$\text{आधार का क्षेत्रफल} = 16\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (a^2) = 16\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 64$$

$$\therefore a = 8 \text{ सेमी}$$

माना पिरामिड की ऊँचाई h है तथा तिर्यक ऊँचाई l है।

$$l = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$$

$$l^2 = h^2 + \frac{a^2}{12} \Rightarrow l^2 = h^2 + \frac{64}{12}$$

$$l^2 = h^2 + \frac{64}{12} \quad \dots(i)$$

एक पार्श्व सतह का क्षेत्रफल = 40 सेमी<sup>2</sup>

$$\frac{1}{2} (a \times l) = 40$$

$$a \times l = 80 \Rightarrow 8 \times l = 80$$

$$\therefore l = 10$$

$l = 10$  समीकरण (i) में रखने पर

$$100 = h^2 + \frac{16}{3} \Rightarrow h^2 = 100 - \frac{16}{3}$$

$$\therefore h = \sqrt{\frac{284}{3}}$$

पिरामिड का आयतन =  $\frac{1}{3}$  (आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई)

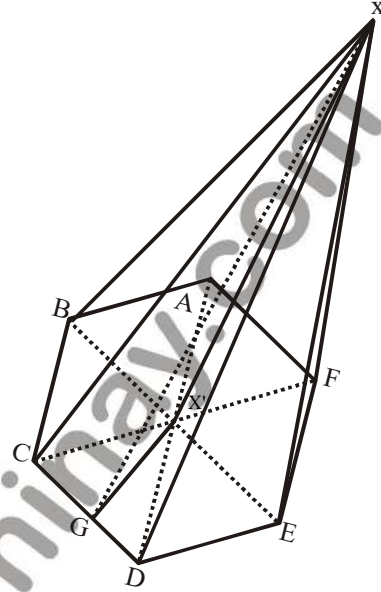
$$= \frac{1}{3} \times 16\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{284}{3}} = \frac{16}{3} \sqrt{284} \text{ सेमी}^3$$

**Q.9** एक समषट्भुज का क्षेत्रफल  $216\sqrt{3}$  सेमी<sup>2</sup> है। इसके ऊपर 6 सेमी ऊँचाई का एक पिरामिड बनाया जाता है। इस प्रकार बने पिरामिड का तिर्यक सतह का क्षेत्रफल क्या होगा?

**Sol<sup>n</sup>.** माना समषट्भुज की प्रत्येक भुजा  $a$  इकाई है।

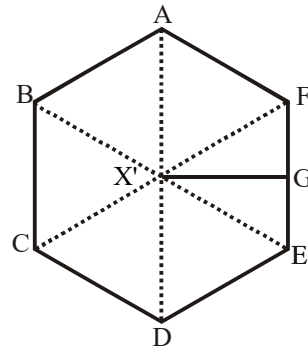
$$\therefore \text{समषट्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 216\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 144$$



तिर्यक सतह का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$  (आधार का परिमाण)  $\times$  तिर्यक ऊँचाई

XG रेखा समषट्भुज की किसी भी भुजा के मध्य बिन्दु को पिरामिड के शीर्ष से मिलाने वाली रेखा है। अतः यह पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई होगी।



माना  $X'$  समषट्भुज का केन्द्र है।

$\angle XX'G = 90^\circ$  और  $XX'G$  एक समकोण त्रिभुज है।

$$\therefore XG = \sqrt{(XX')^2 + (X'G)^2}$$

XX' दिया हुआ है, और हमें X'G ज्ञात करना पड़ेगा। एक समषट्भुज में 6 बराबर क्षेत्रफल वाले समबाहु त्रिभुज होते हैं।

$$\therefore \text{समषट्भुज का क्षेत्रफल} = \left(\frac{1}{6} \times 216\sqrt{3}\right) = 36\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

\(\therefore\) समषट्भुज की प्रत्येक भुजा = 12 cm

\(\Delta X'EF\) में,

$$\frac{1}{2} \times EF \times X'G = 36\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \times 12 \times X'G = 36\sqrt{3}$$

$$X'G = 6\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

$$\text{पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{(XX')^2 + (X'G)^2}$$

$$= \sqrt{(6)^2 + (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी}$$

$$\text{तिर्यक सतह का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार का परिमाप} \times \text{तिर्यक ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times (12 \times 6) \times 12 = 432 \text{ सेमी}^2$$

**Q. 10** उस पिरामिड का पार्श्व सतह का क्षेत्रफल, कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन ज्ञात करो जिसका आधार 4 सेमी भुजा वाला एक समबाहु त्रिभुज है, तथा पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई 5 सेमी है।

**Sol<sup>n</sup>.** आधार के प्रत्येक भुजा की लम्बाई  $a = 4$  सेमी और

तिर्यक ऊँचाई = 5 सेमी

माना पिरामिड की ऊँचाई  $h$  है।

$$\text{तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$$

$$5 = \sqrt{h^2 + \frac{16}{12}} \Rightarrow 25 = h^2 + \frac{4}{3}$$

$$h^2 = 25 - \frac{4}{3} = \frac{71}{3} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{71}{3}} \text{ सेमी}$$

$$\text{पार्श्व सतह का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\text{आधार का परिमाप} \times \text{तिर्यक ऊँचाई})$$

$$= \frac{1}{2} (4 + 4 + 4) \times 5 = 30 \text{ सेमी}^2$$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \text{पार्श्व सतह का क्षेत्रफल} + \text{आधार का क्षेत्रफल}$$

$$= \left(30 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2\right)$$

$$= (30 + 4\sqrt{3}) \text{ सेमी}^2$$

$$\text{पिरामिड का आयतन} = \frac{1}{3} (\text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई})$$

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2\right) \times \sqrt{\frac{71}{3}}$$

$$= \frac{4}{3} \sqrt{71} \text{ सेमी}^3$$

**Q. 11** 12 सेमी किनारे की लम्बाई वाले समकोण पिरामिड का आयतन, वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल तथा सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** पिरामिड एक चतुष्फल है जिसका किनारे की लम्बाई 12 सेमी है।

$$\text{पिरामिड का आयतन} = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (\text{भुजा})^3$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times (12)^3 = 144\sqrt{2} \text{ सेमी}^3$$

$$\text{पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4} \times (12)^2 = 108\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

$$\text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \sqrt{3} \times (\text{भुजा})^2$$

$$= \sqrt{3} \times (12)^2 = 144\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

**Q. 12** एक समकोण पिरामिड का आधार 10 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है और पिरामिड की लम्बाई 5

सेमी है, तब इसकी तिर्यक ऊँचाई तथा एक पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** आधार के प्रत्येक भुजा की लम्बाई  $a = 10$  सेमी  
पिरामिड की ऊँचाई  $h = 5$  सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{तिर्यक ऊँचाई} &= \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}} = \sqrt{25 + \frac{100}{12}} \\ &= \sqrt{25 + \frac{25}{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ सेमी} \end{aligned}$$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2}$  (आधार का परिमाप  $\times$  तिर्यक ऊँचाई)

$$= \frac{1}{2} (10 + 10 + 10) \times \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{150}{\sqrt{3}} \text{ सेमी}^2$$

$\therefore$  एक पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{3} \times$  (पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल)

$$= \frac{1}{3} \times \frac{150}{\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ सेमी}^2$$

**Q.13** एक समकोण पिरामिड का आधार एक 2 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, पिरामिड की तिर्यक लंबाई 3 सेमी है। पिरामिड का पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल तथा आयतन ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.**  $a = 2$  सेमी और तिर्यक लंबाई = 3 सेमी  
माना  $h$  पिरामिड की ऊँचाई है।

$$\text{तिर्यक लंबाई} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}}$$

$$3 = \sqrt{h^2 + \frac{4}{3}} \Rightarrow 9 = h^2 + \frac{4}{3}$$

$$h^2 = 9 - \frac{4}{3} = \frac{23}{3} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{23}{3}} \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$$

$$= \sqrt{\frac{23}{3} + \frac{4}{12}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ सेमी}$$

$$\text{पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\text{आधार का परिमाप} \times \text{तिर्यक ऊँचाई})$$

$$= \frac{1}{2} (2 + 2 + 2) \times 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ सेमी}^2$$

$$\text{पिरामिड का आयतन} = \frac{1}{3} (\text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई})$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2 \times \frac{\sqrt{23}}{3} = \frac{\sqrt{23}}{3} \text{ सेमी}^3$$

**Q.14** एक समकोण पिरामिड का आधार एक 4 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, पिरामिड की ऊँचाई इसकी तिर्यक ऊँचाई की आधी है। पिरामिड का आयतन तथा तिर्यक लंबाई ज्ञात करो।

**Sol<sup>n</sup>.** आधार के प्रत्येक भुजा की लंबाई  $a = 4$  मी।

माना  $h$  पिरामिड की ऊँचाई है, और  $l$  तिर्यक ऊँचाई है।

$$h = \frac{l}{2}$$

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}} \Rightarrow 4h^2 = h^2 + \frac{a^2}{12}$$

$$3h^2 = \frac{a^2}{12} \Rightarrow 3h^2 = \frac{16}{12} \quad [\because a = 4 \text{ मी.}]$$

$$h^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow h = \frac{2}{3} \text{ मी.}$$

$$\therefore l = \frac{4}{3} \quad [\because l = 2h]$$

$$\text{पार्श्व किनारा} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{16}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{52}{9}} = \frac{2\sqrt{13}}{3} \text{ मी.}$$

$$\text{पिरामिड का आयतन} = \frac{1}{3} (\text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई})$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{9} \text{ मी}^3$$

प्रश्नावली पिरामिड

1. एक वर्गाकार आधार जिसकी भुजा 15 सेमी है, पर बने पिरामिड का आयतन क्या होगा?  
 (a) 750 सेमी<sup>3</sup> (b) 700 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 2250 सेमी<sup>3</sup> (d) 1125 सेमी<sup>3</sup>
2. एक समबाहु त्रिभुजकार आधार वाले पिरामिड का आयतन 12 सेमी<sup>3</sup> है। यदि पिरामिड की ऊँचाई  $3\sqrt{3}$  सेमी है तब आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई क्या होगी?  
 (a) 2 सेमी (b) 3 सेमी  
 (c) 4 सेमी (d) 6 सेमी
3. यदि एक समकोण पिरामिड का आधार एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएं 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी है और पिरामिड का आयतन 360 घन सेमी है तो पिरामिड की ऊँचाई क्या होगी?  
 (a) 36 सेमी (b) 18 सेमी  
 (c) 24 सेमी (d) 72 सेमी
4. यदि एक पिरामिड का आधार 8 सेमी भुजा वाला एक वर्ग है और पिरामिड की ऊँचाई 45 सेमी है तब पिरामिड का आयतन होगा।  
 (a) 480 सेमी<sup>3</sup> (b) 900 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 640 सेमी<sup>3</sup> (d) 960 सेमी<sup>3</sup>
5. एक पिरामिड का आधार एक 1 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है यदि पिरामिड की ऊँचाई 4 सेमी है तो पिरामिड का आयतन होगा।  
 (a) 0.550 सेमी<sup>3</sup> (b) 0.577 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 0.678 सेमी<sup>3</sup> (d) 0.750 सेमी<sup>3</sup>
6. एक पिरामिड एक समषट्भुज पर बना हुआ है। आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 10 मी. है और पिरामिड की ऊँचाई 30 मीटर है तो पिरामिड का आयतन होगा।  
 (a) 2500 मीटर<sup>3</sup> (b) 2550 मीटर<sup>3</sup>  
 (c) 2598 मीटर<sup>3</sup> (d) 5196 मीटर<sup>3</sup>
7. एक पिरामिड का आधार एक समषट्भुज है जिसकी भुजा  $2a$  है। यदि पिरामिड की प्रत्येक भुजा की तिर्यक ऊँचाई  $\frac{5a}{2}$  है तो पिरामिड का आयतन क्या होगा?  
 (a)  $3a^3$  (b)  $3a^3\sqrt{2}$   
 (c)  $3a^3\sqrt{3}$  (d)  $6a^3$
8. एक समकोण पिरामिड का आधार 36 सेमी<sup>2</sup> क्षेत्रफल वाला एक वर्ग है। यदि पिरामिड के प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल 15 सेमी<sup>2</sup> है तो पिरामिड का आयतन क्या होगा?  
 (a) 64 सेमी<sup>3</sup> (b) 48 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 24 सेमी<sup>3</sup> (d) 36 सेमी<sup>3</sup>
9. एक समषट्कोण आधार वाले पिरामिड के आधार का क्षेत्रफल  $96\sqrt{3}$  वर्ग मीटर है और इसके एक फलक का क्षेत्रफल  $32\sqrt{3}$  वर्ग मीटर है, तब पिरामिड का आयतन क्या होगा?  
 (a)  $380\sqrt{3}$  मी<sup>3</sup> (b)  $382\sqrt{3}$  मी<sup>3</sup>  
 (c)  $384\sqrt{3}$  मी<sup>3</sup> (d)  $386\sqrt{3}$  मी<sup>3</sup>
10. एक समकोण पिरामिड का आधार 4 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है यदि इसके संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का मान इसके आयतन के मान का 3 गुणा है तब इसकी ऊँचाई है—  
 (a) 8 सेमी (b) 6 सेमी  
 (c) 10 सेमी (d) 12 सेमी
11. एक समकोण पिरामिड का आधार 40 सेमी भुजा वाला वर्ग है। यदि पिरामिड का आयतन 8000 सेमी<sup>3</sup> है तब इसकी ऊँचाई है—  
 (a) 5 सेमी (b) 10 सेमी  
 (c) 15 सेमी (d) 20 सेमी
12. एक समकोण पिरामिड का आधार 16 सेमी भुजा वाला वर्ग है यदि इसकी ऊँचाई 15 सेमी है, तो इसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल वर्ग सेमी में क्या होगा?  
 (a) 136 (b) 544  
 (c) 800 (d) 1280
13. एक समकोण पिरामिड का आधार  $10\sqrt{3}$  सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है। यदि पिरामिड का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल  $270\sqrt{3}$  वर्ग सेमी है, तब इसकी ऊँचाई है—  
 (a)  $12\sqrt{3}$  सेमी (b) 10 सेमी  
 (c)  $10\sqrt{3}$  सेमी (d) 12 सेमी

14. एक समकोण पिरामिड का आधार 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी भुजा वाला त्रिभुज है। यदि इसका आयतन 330 घन सेमी है, तब इसकी ऊँचाई सेमी में होगी—  
 (a) 33 (b) 32  
 (c) 11 (d) 22
15. एक समकोण पिरामिड  $10\sqrt{2}$  सेमी विकर्ण वाले वर्गाकार आधार पर खड़ा है। यदि पिरामिड की ऊँचाई 12 सेमी है तो इसकी तिर्यक फलक का क्षेत्रफल वर्ग सेमी में क्या होगा?  
 (a) 520 (b) 420  
 (c) 360 (d) 260
16. एक समचतुष्फलक की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 12 सेमी है तो समचतुष्फलक का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल वर्ग सेमी में होगा—  
 (a)  $288\sqrt{3}$  (b)  $144\sqrt{2}$   
 (c)  $108\sqrt{3}$  (d)  $144\sqrt{3}$
17. एक समकोण पिरामिड का आधार 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी भुजा वाला त्रिभुज है। यदि इसका आयतन 330 घन सेमी है, तब इसकी ऊँचाई सेमी में होगी—  
 (a) 33 (b) 32  
 (c) 11 (d) 22
18. एक समकोण पिरामिड का आधार 4 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है। पिरामिड की ऊँचाई इसकी तिर्यक ऊँचाई की आधी है तो इसका आयतन होगा—  
 (a)  $\frac{8}{9}\sqrt{2}$  सेमी<sup>3</sup> (b)  $\frac{7}{9}\sqrt{3}$  सेमी<sup>3</sup>  
 (c)  $\frac{8}{9}\sqrt{3}$  सेमी<sup>3</sup> (d)  $\frac{7}{9}\sqrt{2}$  सेमी<sup>3</sup>
19. एक समचतुष्फलक की प्रत्येक भुजा 3 सेमी है, तब इसका आयतन है—  
 (a)  $\frac{9\sqrt{2}}{4}$  c.c (b)  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$  c.c  
 (c)  $9\sqrt{3}$  c.c (d)  $27\sqrt{3}$  c.c
20. एक वर्गाकार आधार वाले पिरामिड चारों फलक समबाहु त्रिभुज है। प्रत्येक भुजा की लम्बाई 10 मीटर है तो इसका आयतन ज्ञात करो।  
 (a) 235.7 मीटर<sup>3</sup> (b) 288.7 मीटर<sup>3</sup>  
 (c) 532.7 मीटर<sup>3</sup> (d) 352.7 मीटर<sup>3</sup>
21. एक समकोण पिरामिड का आधार एक आयत है जिसकी लम्बाई 32 सेमी और चौड़ाई 10 सेमी है। यदि पिरामिड की ऊँचाई 12 सेमी है तो इसके सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?  
 (a) 933 सेमी<sup>2</sup> (b) 936 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 934 सेमी<sup>2</sup> (d) 935 सेमी<sup>2</sup>

## उत्तरमाला

1. (a) 2. (c) 3. (c) 4. (d) 5. (b) 6. (c) 7. (c) 8. (b) 9. (c)  
 10. (a) 11. (c) 12. (b) 13. (d) 14. (c) 15. (d) 16. (d) 17. (a) 18. (c)  
 19. (a) 20. (b) 21. (b)

हल एवं संकेत

Sol<sup>n</sup> 1. पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{3} \times 15 \times 15 \times 10 = 750 \text{सेमी}^3$$

Sol<sup>n</sup> 2. माना  $a$  = समबाहु त्रिभुज की भुजा

$$\therefore \text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

अब, प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right) 3\sqrt{3} = 12$$

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4 \text{ सेमी}$$

Sol<sup>n</sup> 3. पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2, \text{ पिरामिड का आधार समकोण त्रिभुज है।}$$

अब माना ऊँचाई  $h$  है।

अब, प्रश्नानुसार

$$240 = \frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \right) \times h$$

$$h = 24 \text{ सेमी}$$

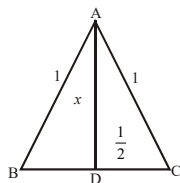
Sol<sup>n</sup> 4. पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 45 = 960 \text{ सेमी}^3$$

Sol<sup>n</sup> 5. पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$



$$x^2 = (1)^2 - \left( \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{1.732}{3} = 0.577 \text{ सेमी}^3$$

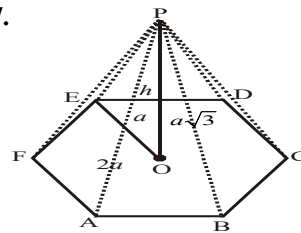
6. पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (10)^2 \times 30 = 2598 \text{ मी}^3$$

$$\therefore a \text{ भुजा वाले समषट्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ वर्ग इकाई}$$

7.



$$AB = BC = CD = EF = FA = 2a$$

$$PE = \frac{5a}{2} \text{ और } OE = 2a$$

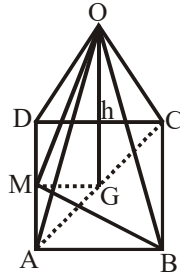
$$\therefore h = OP = \sqrt{\left( \frac{5a}{2} \right)^2 - 4a^2} = \frac{3a}{2}$$

पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3a}{2} \times 6 \times \frac{1}{2} \times 2a \times a\sqrt{3} = 3a^3\sqrt{3}$$

8. वर्गाकार आधार की भुजा =  $\sqrt{36} = 6$  सेमी  
माना G, ABCD का केन्द्रक है और M, AD का मध्य बिन्दु है।



$$\text{तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{OG^2 + MG^2} = \sqrt{h^2 + 3^2}$$

∴ तिर्यक फलक के त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{h^2 + 9}$$

$$= 3\sqrt{h^2 + 9}$$

$$\text{दिया है: } 3\sqrt{h^2 + 9} = 15$$

$$\Rightarrow h = 4 \text{ सेमी}$$

∴ पिरामिड का आयतन

$$= \frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\frac{1}{3} \times 36 \times 4 = 48 \text{ सेमी}^3$$

9.  $a$  भुजा वाले समषट्भुज का क्षेत्रफल =  $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 96\sqrt{3} \Rightarrow a = 8 \text{ मीटर}$$

माना पिरामिड की ऊँचाई  $h$  है, तब पिरामिड के एक फलक का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} a \times l$ , जहाँ  $l$  तिर्यक ऊँचाई है।

$$\frac{1}{2} a \times l = 32\sqrt{3} \Rightarrow l = 8\sqrt{3}$$

$$\frac{3a^2}{4} + h^2 = l^2 \Rightarrow \frac{3 \times 64}{4} + h^2 = 64 \times 3$$

$$h^2 = 64 \times 3 \left[ 1 - \frac{1}{4} \right] = 196 \Rightarrow h = 12 \text{ मी}$$

∴ पिरामिड का आयतन =  $\frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times h$

$$= \frac{1}{3} \times 96\sqrt{3} \times 12 = 384\sqrt{3} \text{ मी}^3$$

10. माना  $a$  आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई है,  $h$  पिरामिड की ऊँचाई है और  $l$  पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई है।

$$\therefore \text{तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$$

$$l = \sqrt{h^2 + \frac{16}{12}} \Rightarrow l = \sqrt{h^2 + \frac{4}{3}}$$

दिया है पिरामिड के संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल इसके आयतन का 3 गुना है।

∴ वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल =  $3 \times (\text{आयतन})$

$$\frac{1}{2} (4 + 4 + 4) \times \sqrt{h^2 + \frac{4}{3}} + \sqrt{\frac{3}{4}} \times 4^2$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \times h \right)$$

$$6 \sqrt{h^2 + \frac{4}{3}} + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} h$$

$$6 \sqrt{h^2 + \frac{4}{3}} = 4\sqrt{3} (h - 1)$$



$$36 \left( h^2 + \frac{4}{3} \right) = 48 (h-1)^2$$

$$3 \left( h^2 + \frac{4}{3} \right) = 4 (h-1)^2$$

$$3h^2 + 4 = 4(h^2 - 2h + 1)$$

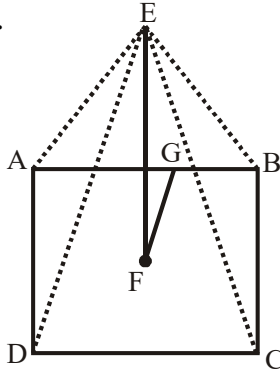
$$8h = h^2 \Rightarrow h = 8 \text{ सेमी}$$

11. आयतन =  $\frac{1}{3} \times$  आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$8000 = \frac{1}{3} \times 40 \times 40 \times h$$

$$h = 15 \text{ सेमी}$$

12.



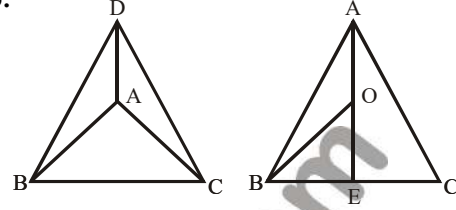
वर्ग का परिमाण =  $4a = 4 \times 16 = 64$  सेमी

तिर्यक ऊँचाई =  $\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$  सेमी

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times$  आधार का परिमाण  $\times$  तिर्यक ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times 64 \times 17 = 544 \text{ सेमी}^2$$

13.



$$AB = 10\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

$$BE = 5\sqrt{3}$$

$$AE = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{3})^2} = 15 \text{ सेमी}$$

$$OE = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ सेमी}$$

यदि पिरामिड की ऊँचाई =  $h$  सेमी

$$\text{तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{h^2 + 25}$$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times$  आधार का क्षेत्र  $\times$  तिर्यक ऊँचाई + आधार का क्षेत्र

$$270\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 30\sqrt{3} \times \sqrt{h^2 + 25} + \frac{\sqrt{3}}{4} \times (10\sqrt{3})^2$$

$$h^2 + 25 = 169$$

$$h = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी}$$

14. आधार का क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$  सेमी<sup>2</sup>

$\therefore$  आयतन = आधार का क्षेत्र  $\times$  ऊँचाई

$$330 = 30 \times h$$

$$h = 11 \text{ सेमी}$$

15. वर्गाकार आधार की भुजा =  $\frac{1}{\sqrt{2}} \times 10\sqrt{2} = 10$  सेमी

$$\text{तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ सेमी}$$

तिर्यक फलक का क्षेत्र =  $\frac{1}{2} \times$  आधार का परिमाण  $\times$  तिर्यक ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 13 = 260 \text{ सेमी}^2$$

16. चतुष्फलक का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र =  $4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

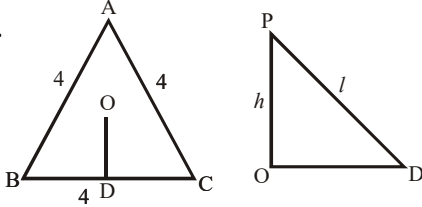
$$= \sqrt{3} (12)^2 = 144\sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

17. पिरामिड का आयतन =  $\frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्र} \times \text{ऊँचाई}$

$$330 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times h$$

$$h = 33 \text{ सेमी}$$

18.



$$h = \frac{l}{2}$$

$$l = 2h$$

$$OD = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ (अंतःत्रिज्या)}$$

$$\Delta POD \text{ में}$$

$$l^2 = h^2 + OD^2$$

$$4h^2 = h^2 + \frac{4}{3}$$

$$3h^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow h = \frac{2}{3}$$

आयतन =  $\frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई}$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2 \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{8}{9} \sqrt{3} \text{ सेमी}^2$$

19. चतुष्फलक का आयतन =  $\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$

( $\therefore a = \text{चतुष्फलक की भुजा}$ )

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= \frac{9\sqrt{2}}{4} \text{ घन सेमी}$$

20. तिर्यक किनारा =  $a = 10$  मीटर

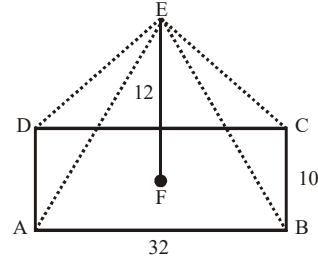
$$\text{तिर्यक ऊँचाई} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

आयतन =  $\frac{1}{3} \times \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{तिर्यक ऊँचाई}$

$$= \frac{1}{3} \times (10)^2 \times 5\sqrt{3}$$

$$= 288.67 \text{ मी}^3$$

21. पिरामिड का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र = वक्र पृष्ठ का क्षेत्र + आधार का क्षेत्र  
आधार की भुजा AB और CD की तिर्यक ऊँचाई



$$l_1 = \sqrt{(5)^2 + (12)^2} = 13 \text{ सेमी}$$

इसी तरह आधार की भुजा AD और CD तिर्यक ऊँचाई

$$l_2 = \sqrt{(16)^2 + (12)^2} = 20 \text{ सेमी.}$$

भुजा AB और CD वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 32 \times 13$$

$$= 416 \text{ सेमी}^2$$

भुजा AD और BC वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= 2 \times \left( \frac{1}{2} \times 20 \times 10 \right) = 200 \text{ सेमी}^2$$

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल =  $416 + 200 = 616$  सेमी<sup>2</sup>

आधार का क्षेत्रफल =  $32 \times 10 = 320$  सेमी<sup>2</sup>

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $616 + 320 = 936$  सेमी<sup>2</sup>



10. एक बेलनाकार बर्तन का कुछ भाग पानी से भरा हुआ है। बर्तन की त्रिज्या 6 सेमी है। एक 3 सेमी त्रिज्या के गोले को इसके अंदर डाला जाता है और गोला पूर्णतया डूब जाता है तो बर्तन में पानी के स्तर में वृद्धि क्या होगी?
- (a) 5 सेमी. (b) 8 सेमी.  
(c) 1 सेमी. (d) 12 सेमी.
11. दो आयताकर पेपर की शीट 30 सेमी लंबी और 18 सेमी चौड़ी है। एक शीट को इसकी लंबाई के अनुरूप मोड़ा जाता है और दूसरी को इसकी चौड़ाई के अनुरूप मोड़ा जाता है। इस प्रकार बने दोनों बेलनों के आयतनों का अनुपात होगा-
- (a) 2:1 (b) 3:2  
(c) 4:3 (d) 5:3
12. यदि 1 घन सेमी लोहे का वजन 21 ग्राम है, तब एक लोहे के पाईप का वजन क्या होगा। पाईप के अन्दर 3 सेमी की चौड़ाई का छिद्र बना हुआ है पाईप की लम्बाई 1 मीटर और धातु की मोटाई 1 सेमी है।
- (a) 46.2 किग्रा. (b) 24.2 किग्रा.  
(c) 26.4 किग्रा. (d) 18.6 किग्रा.
13. एक सर्कस का टेन्ट 3 मीटर की ऊँचाई तक बेलनाकार है और उसके ऊपर शंकुवाकार है। यदि इसका व्यास 105 मीटर और शंकुवाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई 63 मीटर है तब टेन्ट को बनाने में लगने वाले कपड़े का क्षेत्रफल क्या होगा? (Take  $\pi = \frac{22}{7}$ )
- (a) 11385 मी<sup>2</sup> (b) 10395 मी<sup>2</sup>  
(c) 9900 मी<sup>2</sup> (d) 990 मी<sup>2</sup>
14. एक 10 सेमी त्रिज्या और 21 सेमी ऊँचाई वाले लम्बवृतीय बेलन से समान त्रिज्या का एक शंकु काटा जाता है। शेष भाग का आयतन 4400 घन सेमी है तब काटे गये शंकु की ऊँचाई क्या होगी? ( $\pi = \frac{22}{7}$ )
- (a) 15 सेमी (b) 18 सेमी  
(c) 21 सेमी (d) 24 सेमी
15. एक लम्बवृतीय बेलन और शंकु के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई बराबर है यदि उनके वक्रपृष्ठ के क्षेत्रफलों का अनुपात 8 : 5 है तब त्रिज्या का ऊँचाई से अनुपात क्या होगा?
- (a) 2:3 (b) 4:3  
(c) 3:4 (d) 3:2
16. एक बेलनाकार टैंक जिसका आधार क्षेत्रिज है और आन्तरिक त्रिज्या 3.5 सेमी है। टैंक के अन्दर इतना पानी है कि जब एक गोले को टैंक के अन्दर डाला जाये तो गोला पूर्णतः डूब जाये तथा गोला टैंक में पूर्णतया फिट हो। गोला टैंक में रखने से पहले टैंक में पानी का स्तर क्या था?
- (a)  $\frac{35}{3}$  सेमी (b)  $\frac{17}{3}$  सेमी  
(c)  $\frac{7}{3}$  सेमी (d)  $\frac{14}{3}$  सेमी
17. एक 8 इंच लम्बे 11 इंच चौड़े और 2 इंच मोटाई वाले बर्फ के टुकड़े को 8 इंच व्यास वाली बेलनाकार छड़ में बदला जाता है तब छड़ की लम्बाई इंच में लगभग होगी।
- (a) 3 (b) 3.5  
(c) 4 (d) 4.5
18. एक 12 सेमी त्रिज्या वाले वृत्ताकार टब में 20 सेमी की गहराई तक पानी भरा है। जब एक लोहे की गोलाकार गेंद को इसमें डूबोया जाता है तो पानी का स्तर 6.75 सेमी बढ़ जाता है गेंद की त्रिज्या होगी-
- (a) 7.25 सेमी (b) 6 सेमी  
(c) 4.5 सेमी (d) 9 सेमी
19. एक पानी टैंक बेलनाकार है और एक सिरे पर अर्द्धगोलाकार है। बेलनाकार भाग का बाह्य व्यास 14 मीटर है और लम्बाई 50 मीटर है। तब 10 रु. प्रति वर्ग मीटर की दर से इसको पेंट कराने में कितना खर्चा आयेगा?
- (a) 38160 रु.  
(b) 28160 रु.  
(c) 39160 रु.  
(d) इनमें से कोई नहीं

20. एक बेलनाकार बाल्टी जिसकी ऊँचाई 36 सेमी और त्रिज्या 21 सेमी है, मिट्टी से भरी है। बाल्टी को मैदान पर शंकुवाकार टीले के रूप में खाली किया जाता है। टीले की ऊँचाई 12 सेमी है। तब टीले के आधार की त्रिज्या क्या होगी?
- (a) 63 सेमी (b) 53 सेमी  
(c) 56 सेमी (d) 66 सेमी
21. एक ठोस बेलन और एक ठोस शंकु के आधार व ऊँचाई समान है यदि त्रिज्या व ऊँचाई का अनुपात 4 : 3 है। तब बेलन और शंकु के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?
- (a) 10:9 (b) 11:9  
(c) 12:9 (d) 14:9
22. एक 4 सेमी त्रिज्या वाली बेलनाकार टंकी के अन्दर पानी है। एक 3 सेमी त्रिज्या वाला ठोस गोला इसके अन्दर डाला जाता है जब गोला पूर्णतया डूब जाता है तो पानी के स्तर में कितनी वृद्धि हुई?
- (a)  $\frac{9}{2}$  सेमी (b)  $\frac{9}{4}$  सेमी  
(c)  $\frac{4}{9}$  सेमी (d)  $\frac{2}{9}$  सेमी
23. एक अर्द्धगोला और एक शंकु एक बेलन के अंदर इस प्रकार हैं की शंकु तथा बेलन की ऊँचाई अर्द्धगोले की त्रिज्या के बराबर हैं, तथा इनका आधार समान है, तब बेलन, अर्द्धगोल और शंकु के आयतन का अनुपात क्या होगा?
- (a) 2:3:2 (b) 3:2:1  
(c) 3:1:2 (d) 1:2:3
24. एक शॉट पुट खेल की लोहे की गेंद का व्यास 14 सेमी है। इसकी पिघलाकर एक  $2\frac{1}{3}$  सेमी ऊँचाई वाला एक ठोस बेलन बनाया जाता है। बेलन का व्यास क्या होगा?
- (a) 14 सेमी (b) 28 सेमी  
(c)  $\frac{14}{3}$  सेमी (d)  $\frac{28}{3}$  सेमी
25. यदि 8 सेमी आन्तरिक व 12 सेमी बाह्य त्रिज्या वाली वृताकार चकती क्षेत्रफल  $R_1$  त्रिज्या व  $h$  ऊँचाई वाले बेलन के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है तब  $h$  का मान  $R_1$  के रूप में होगा-
- (a)  $\frac{3R_1^2 - 30}{7R_1}$  (b)  $\frac{R_1^2 - 40}{R_1^2}$   
(c)  $\frac{30 - R_1}{R_1^2}$  (d)  $\frac{40 - R_1^2}{R_1}$
26. एक 14 सेमी व्यास वाले पाईप से 5 सेमी/घंटे की दर से एक 50 मीटर लम्बी व 44 मीटर चौड़ाई वाली आयताकार टंकी में पानी भरा जाता है टंकी में कितने समय में पानी का स्तर 7 सेमी बढ़ जायेगा।
- (a) 2.1 घंटे (b) 2.0 घंटे  
(c) 2.5 घंटे (d) 2.2 घंटे
27. एक 16 सेमी व्यास और 15 सेमी ऊँचाई वाले वृताकार बेलन के अन्दर एक शंकुवाकार गुहा बनायी जाती है। शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई बेलन की त्रिज्या व ऊँचाई के बराबर है शेष भाग का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।
- (a)  $440\pi$  सेमी<sup>2</sup> (b)  $215\pi$  सेमी<sup>2</sup>  
(c)  $542\pi$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $376\pi$  सेमी<sup>2</sup>
28. एक बेलनाकार टंकी पानी से भरी हुई है। समान ऊँचाई और व्यास वाले शंकुओं में पानी भरना है तो कितने शंकुओं की आवश्यकता होगी?  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
- (a) 4 (b) 2  
(c) 3 (d) 5

29. एक 6 सेमी त्रिज्या वाले ठोस गोले से 3 सेमी त्रिज्या व 4 सेमी ऊँचाई वाले शंकु बनाये जाते हैं, तो कितने शंकु बनाये जा सकते हैं।  
 (a) 12 (b) 24  
 (c) 48 (d) 6
30. एक 10 सेमी ऊँचाई व 20 सेमी त्रिज्या वाले ठोस धातु के शंकु को पिघलाकर 4 सेमी व्यास वाली कितनी गेंद बनायी जा सकती है।  
 (a) 25 (b) 75  
 (c) 50 (d) 125
31. एक ठोस धातु के शंकु को पिघलाकर एक समान आधार वाले बेलन में बदला जाता है। यदि बेलन की ऊँचाई 7 सेमी है तब शंकु की ऊँचाई होगी-  
 (a) 20 सेमी (b) 21 सेमी  
 (c) 28 सेमी (d) 24 सेमी
32. एक शंकुवाकार टंकी जिसकी आन्तरिक त्रिज्या 10 सेमी और ऊँचाई 48 सेमी है पानी से भरी हुई है। यदि इस पानी को 20 सेमी आन्तरिक त्रिज्या वाली बेलनाकार टंकी के अन्दर डाला जाता है तो टंकी में पानी के स्तर में कितनी वृद्धि होगी।  $\left[ Use \pi = \frac{22}{7} \right]$   
 (a) 2 सेमी (b) 4 सेमी  
 (c) 6 सेमी (d) 8 सेमी
33. एक शंकु के आधार की त्रिज्या 2.1 सेमी और ऊँचाई 8.4 सेमी है इसको पिघलाकर एक गोले में बदला जाता है तो गोले की त्रिज्या होगी-  
 (a) 2.1 सेमी (b) 4.2 सेमी  
 (c) 3.2 सेमी (d) 1.1 सेमी
34. एक 32 सेमी ऊँचाई और 18 सेमी त्रिज्या वाली बेलनाकार टंकी मिट्टी से भरी हुई है यदि इस मिट्टी को मैदान पर शंकुवाकार टीले के रूप में जमाती है। और टीले की ऊँचाई 24 सेमी है तब टीले की त्रिज्या क्या होगी?  
 (a) 12 सेमी (b) 24 सेमी  
 (c) 36 सेमी (d) 48 सेमी
35. दो  $r_1$  व  $r_2$  त्रिज्याओं और समान ऊँचाई वाले शंकुओं को पिघलाकर एक R त्रिज्या का एक ठोस गोला बनाया जाता है तब शंकु की ऊँचाई होगी-  
 (a)  $\frac{4R^2}{r_1^2 + r_2^2}$  (b)  $\frac{4R}{r_1 + r_2}$   
 (c)  $\frac{4R^3}{r_1^2 + r_2^2}$  (d)  $\frac{R^2}{r_1^2 + r_2^2}$
36. एक ठोस लकड़ी का खिलौना शंकुवाकार में अर्द्धगोले पर बना हुआ है। यदि अर्द्धगोले की त्रिज्या 4.2 सेमी और खिलौने की कुल ऊँचाई 10.2 सेमी है। तब लकड़ी का आयतन लगभग होगा।  
 (a) 104 सेमी<sup>3</sup> (b) 162 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 427 सेमी<sup>3</sup> (d) 266 सेमी<sup>3</sup>
37. एक  $27\pi$  घन सेमी आयतन वाले ठोस शंकु को एक खोखले बेलन के अन्दर रखा जाता है जिसकी त्रिज्या व ऊँचाई शंकु की त्रिज्या व उँचाई के बराबर है। खाली भाग को भरने के लिए पानी के कितने आयतन की आवश्यकता होगी?  
 (a)  $3\pi$  सेमी<sup>3</sup> (b)  $18\pi$  सेमी<sup>3</sup>  
 (c)  $54\pi$  सेमी<sup>3</sup> (d)  $81\pi$  सेमी<sup>3</sup>
38. एक बेलन और एक शंकु के आयतनों का अनुपात 3 : 1 है। उनके व्यास की तुलना करो जबकि उनकी ऊँचाई बराबर है।  
 (a) बेलन का व्यास = शंकु के व्यास का 2 गुना  
 (b) बेलन का व्यास = शंकु का व्यास  
 (c) बेलन का व्यास > शंकु का व्यास  
 (d) बेलन का व्यास < शंकु का व्यास

39. एक 10.5 सेमी धातु के गोले को पिघलाकर 3.5 सेमी त्रिज्या व 3 सेमी ऊँचाई वाले छोटे शंकुओं में बदला जाता है। शंकुओं की संख्या ज्ञात करो।  
 (a) 140 (b) 132  
 (c) 112 (d) 126
40. एक 2 सेमी त्रिज्या और 3 सेमी ऊँचाई वाली शंकुवाकार टंकी केरोसिन से भरी है टंकी में एक छिद्र से केरोसिन बाहर निकलता है जिसको 2 सेमी त्रिज्या वाले बेलनाकार जार में संग्रह किया जाता है। जार के अन्दर केरोसिन का स्तर होगा—  
 (a)  $\pi$  सेमी (b) 1.5 सेमी  
 (c) 1 सेमी (d) 3 सेमी
41. एक 15 मीटर ऊँचाई व 16 सेमी व्यास वाले बेलन में समान त्रिज्या व ऊँचाई वाली एक गुहा बनायी जाती है, अब शेष बचे ठोस का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा—  
 (a)  $440\pi$  सेमी<sup>2</sup> (b)  $215\pi$  सेमी<sup>2</sup>  
 (c)  $542\pi$  सेमी<sup>2</sup> (d)  $376\pi$  सेमी<sup>2</sup>
42. एक कूप 10 मीटर लंबी जो धातु की बनी है, और बेलनाकार से जोड़ी गई जो 22 सेमी लंबी है। बेलनाकार का व्यास 8 सेमी है और कूप के ऊपरी हिस्से का व्यास 18 सेमी है, कूप को बनाने में लगी धातु का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



- (a) 728.57 सेमी<sup>2</sup> (b) 782.57 सेमी<sup>2</sup>  
 (c) 872.57 सेमी<sup>2</sup> (d) 827.57 सेमी<sup>2</sup>

43. एक आयताकार शंकू को घन में इस प्रकार डाला जाता है, शंकु की भुजा घन के एक फलक को स्पर्श करती है और उसके शीर्ष विपरीत फलक को स्पर्श करती है। यदि घन का आयतन 343 घन सेमी है, तो शंकु का आयतन ज्ञात करें (लगभग)  
 (a) 125 सेमी<sup>3</sup> (b) 81 सेमी<sup>3</sup>  
 (c) 90 सेमी<sup>3</sup> (d) 112.5 सेमी<sup>3</sup>
44. एक ठोस धातु के बेलन के आधार की त्रिज्या  $r$  सेमी और ऊँचाई 6 सेमी है। यदि इसको पिघलाकर समान त्रिज्या वाले शंकु में बदला जाता है, तो शंकु की ऊँचाई क्या होगी?  
 (a) 54 सेमी (b) 27 सेमी  
 (c) 18 सेमी (d) 9 सेमी
45. एक शंकुवाकार कूप के आधार की त्रिज्या  $a$  सेमी और ऊँचाई  $h$  सेमी है। यह पूर्ण रूप से दूध से भरा हुआ है। इस दूध को एक  $p$  सेमी त्रिज्या वाले बेलनाकार थर्मश में डाला जाता है। थर्मश में दूध के स्तर की ऊँचाई क्या होगी?

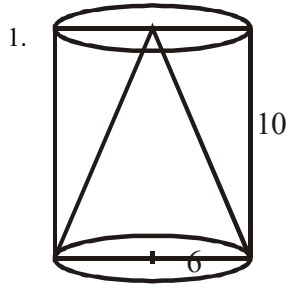
- (a)  $\frac{a^2h}{3p^2}$  सेमी (b)  $\frac{3hp^2}{a^2}$  सेमी  
 (c)  $\frac{p^2}{3h^2}$  सेमी (d)  $\frac{3a^2}{hp^2}$  सेमी

46. एक घन और एक गोले के आयतन का अनुपात ज्ञात करो जबकि गोला घन के अंदर फिट है।  
 (a) 4 :  $\pi$  (b)  $\pi$  : 4  
 (c) 6 :  $\pi$  (d)  $\pi$  : 6

## उत्तरमाला

1. (a) 2. (b) 3. (b) 4. (d) 5. (a) 6. (a) 7. (b) 8. (b) 9. (d)  
10. (c) 11. (d) 12. (a) 13. (\*) 14. (c) 15. (c) 16. (d) 17. (b) 18. (d)  
19. (d) 20. (a) 21. (d) 22. (b) 23. (\*) 24. (b) 25. (d) 26. (b) 27. (a)  
28. (c) 29. (b) 30. (d) 31. (b) 32. (b) 33. (a) 34. (c) 35. (c) 36. (d)  
37. (c) 38. (b) 39. (d) 40. (c) 41. (a) 42. (b) 43. (c) 44. (c) 45. (a)  
46. (c)





$$\begin{aligned} \text{शेष टोस का आयतन} &= \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \pi r^2 h \left(1 - \frac{1}{3}\right) \\ &= \pi r^2 h \frac{2}{3} \\ &= \pi \times 6 \times 6 \times 10 \times \frac{2}{3} \\ &= 240\pi \text{ घन मीटर} \end{aligned}$$

2. टीले का आयतन =  $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 56 = 704 \text{ मी}^3$$

घाई का आयतन =  $48 \times 165 \times 4 = 3168 \text{ मी}^3$

खाई का भरा हुआ भाग =  $\frac{704}{3169} = \frac{2}{9}$

3. बेलन की परिधी = 44

$$2\pi r = 44$$

$$r = 7 \text{ सेमी.}$$

$$h = 100 \text{ सेमी.}$$

बेलन का आयतन =  $\pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 100$

$$= 15400 \text{ सेमी}^3$$

4. बेलनाकार छड़ की ऊँचाई (h) =  $8r$

गोलाकार गेंद की त्रिज्या =  $\frac{r}{2}$

$$\begin{aligned} \text{गोलाकार गेंदों की संख्या} &= \frac{\pi r^2 h}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{r}{2}\right)^3} \\ &= \frac{\pi \times r^2 \times 8r}{\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^3} \\ &= 16 \times 3 = 48 \end{aligned}$$

5. बेलन की ऊँचाई = 3 मीटर

बेलन का व्यास = 105 मीटर

त्रिज्या (r) =  $\frac{105}{2}$  मीटर

शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 63

टेंट को बनाने में आवश्यक कपड़े का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र.

$$\begin{aligned} &= 2\pi rh + \pi rl \\ &= \pi r(2h + l) \\ &= \pi r(2h + l) \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{105}{2} (6 + 63) \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \text{ मिमी} \times 69 \\ &= 11385 \text{ मीटर}^2 \end{aligned}$$

6. पाईप की त्रिज्या (r) =  $\frac{5}{2}$  मिमी =  $\frac{1}{4}$  सेमी

शंकु की त्रिज्या (R) = 15 सेमी

पाईप द्वारा बहे पानी का आयतन = शंकु का आयतन

$$\pi r^2 \times 1000 \times T = \frac{1}{3} \pi \times 15 \times 15 \times 24$$

[∵ पानी की गति = 1000 सेमी/मिनट]

$$T = \frac{28800}{1000} \text{ मिनट} = 28 \text{ मिनट } 48 \text{ सेकेंड}$$

7. बेलन की परिधी=22सेमी

$$2\pi r = 22$$

$$r = 3.5 \text{ सेमी}$$

$$h = 8 \text{ सेमी}$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{35}{10} \times \frac{35}{10} \times 8$$

$$= 308 \text{ सेमी}^3$$

8. बेलन की परिधी=44

$$2\pi r = 44$$

$$r = 7 \text{ मी.}$$

$$h = 10 \text{ मी.}$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10$$

$$= 1540 \text{ मी}^3$$

9. गोलाकार गेंद का व्यास=9 सेमी

$$\text{त्रिज्या} = 9/2 = 9/200 \text{ मीटर}$$

$$\text{तार का व्यास} = 2 \text{ मिमी}$$

$$\text{त्रिज्या} = 1 \text{ मिमी} = 1/1000 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{गेंद का आयतन} = \text{बेलन का आयतन}$$

$$\frac{4}{3} \pi \times \frac{9}{200} \times \frac{9}{200} \times \frac{9}{200} = \pi \times \frac{1}{1000} \times \frac{1}{1000} \times h$$

$$\frac{243}{2} = h$$

$$\therefore h = 121.5 \text{ मीटर}$$

10. बेलन की त्रिज्या=6 सेमी.

$$\text{गोले की त्रिज्या} = 3 \text{ सेमी.}$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \text{गोले का आयतन}$$

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\pi \times 6 \times 6 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\text{अतः पानी की स्तर में वृद्धि } h = 1 \text{ सेमी}$$

11. I.
- $2\pi r_1 = 30$

$$\text{प्रथम बेलन की त्रिज्या } r_1 = \frac{30}{2\pi},$$

$$\text{प्रथम बेलन की ऊँचाई } h_1 = 18$$

$$\text{II. } 2\pi r_2 = 18$$

$$\text{प्रथम बेलन की त्रिज्या } r_2 = \frac{18}{2\pi}$$

$$\text{प्रथम बेलन की ऊँचाई } h_2 = 30$$

$$\text{प्रथम बेलन का आयतन} = \text{दूसरे बेलन का आयतन}$$

$$\pi \left( \frac{30}{2\pi} \right)^2 \times 18 = \pi \left( \frac{18}{2\pi} \right)^2 \times 30$$

$$30:18$$

$$5:3$$

12. आवश्यक आयतन =
- $\pi(R^2 - r^2)4$

दिया है

$$R = (3+1) = 4 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$h = 100$$

$$\text{आयतन} = \frac{22}{7} \times (4^2 - 3^2) \times 100$$

$$= 2200 \text{ घन सेमी}$$

$$\text{वजन} = 2200 \times 21 \text{ ग्राम}$$

$$= 46.2 \text{ किग्रा}$$

- 13 प्रश्न 5 के समान

14. शेष भाग का आयतन =
- $\pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\frac{2}{3} \pi r^2 h = 4400$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times h = 4400$$

$$\text{अतः, शंकु की ऊँचाई } h = 21 \text{ सेमी}$$

- 15.
- $\frac{\text{बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्र.}}{\text{शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्र.}} = \frac{2\pi r h}{\pi r l} = \frac{8}{5}$

$$\frac{2\pi r h}{\pi r \times \sqrt{h^2 + r^2}} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}} = \frac{4}{5}$$

दोनों पक्षों में वर्ग करने पर

$$\frac{h^2}{h^2+r^2} = \frac{16}{25}$$

$$\frac{h^2+r^2}{h^2} = \frac{25}{16}$$

$$\frac{r^2}{h^2} + 1 = \frac{25}{16}$$

$$\frac{r^2}{h^2} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{3}{4}$$

16. एक बेलनकार बोटल का आयतन = टोस गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\pi \times 3.5 \times 3.5 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$$

$$h = \frac{4}{3} \times 3.5$$

अतः, बोटल में पानी की गहराई  $h = \frac{14}{3}$  सेमी.

17. प्रश्नानुसार

$$l \times b \times h = \pi r^2 h_1$$

$$8 \times 11 \times 2 = \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times h_1$$

$$h_1 = \frac{7}{2}$$

$$h_1 = 3.5$$

18. गोलाकार गेंद का आयतन = बेलन का आयतन जब गहराई 26.75 सेमी है - बेलन का आयतन जब गहराई 20 सेमी है।  
 $= \pi r^2 \times 26.75 - \pi r^2 \times 20$

$$= \pi r^2 (26.75 - 20)$$

$$= \pi r^2 (6.75)$$

$$= \pi \times 12 \times 12 \times 6.75$$

लेकिन, गोलकार गेंद का आयतन =  $\frac{4}{3} \pi r^3$

$$\therefore \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi \times 12 \times 12 \times 6.75$$

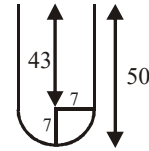
$$r^3 = \frac{12 \times 12 \times 6.75 \times 3}{4}$$

$$r^3 = 729$$

$$r = 9 \text{ सेमी}$$

$\therefore$  गोलकार गेंद की त्रिज्या = 9 सेमी.

19. टेंक का वक्र पृष्ठीय क्षे. = बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल



$$= 2 \pi r h + 2 \pi r^2$$

$$= 2 \pi r (h + r)$$

$$= 2 \pi r (43 + 7)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 50$$

$$= 2200 \text{ मी}^2$$

1 मी<sup>2</sup> के क्षेत्रफल में पेंट कराने का खर्चा = 10 रु.

2200 मी<sup>2</sup> के क्षेत्रफल में पेंट कराने का खर्चा = 22000 रु.

20. टोकरी की ऊँचाई = 36 सेमी

त्रिज्या = 21 सेमी

मिट्टी के ढेर की ऊँचाई = 12 सेमी

बाल्टी में मिट्टी का आयतन = मिट्टी के ढेर का आयतन

$$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi R^2 h_2$$

$$\Rightarrow \pi \times 21 \times 21 \times 36 = \frac{1}{3} \times \pi \times 12 \times R^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 21 \times 21 \times 9$$

$\therefore$  ढेर की त्रिज्या  $R = 21 \times 3 = 63$  सेमी

$$21. \quad \frac{r}{h} = \frac{4x}{3x}$$

$$\text{तिर्यक ऊँचाई } l = \sqrt{(4x)^2 + (3x)^2}$$

$$l = 5x$$

$$\frac{\text{बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र.}}{\text{शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र.}} = \frac{2\pi rh + 2\pi r^2}{\pi rl + \pi r^2}$$

$$= \frac{2\pi 3x \cdot 4x + 2\pi (4x)^2}{\pi 3x \cdot 5x + \pi (4x)^2}$$

$$= \frac{56x^2}{36x^2} = \frac{14}{9}$$

$$= 14:9$$

$$22. \quad \text{बेलन की त्रिज्या } r_1 = 4 \text{ सेमी}$$

$$\text{गोले की त्रिज्या } r_2 = 3 \text{ सेमी}$$

A.T.Q.

बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi r_1^2 h = \frac{4}{3} \pi r_2^3$$

$$4 \times 4 \times h = \frac{4}{3} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\text{अतः, level of water rises by } h = \frac{9}{4} \text{ सेमी}$$

$$23. \quad \text{प्रश्न 5 की तरह}$$

$$24. \quad \text{गेंद का व्यास} = 14 \text{ सेमी}$$

$$\text{त्रिज्या} = 7 \text{ सेमी}$$

$$\text{ठोस बेलन की ऊँचाई} = \frac{7}{3} \text{ सेमी}$$

प्रश्नानुसार

गेंद का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 7 \times 7 \times 7 = \pi \times r^2 \times \frac{7}{3}$$

$$r^2 = 49 \times 4$$

$$r = 7 \times 2 = 14 \text{ सेमी}$$

बेलन के आधार का व्यास

$$D = 2r = 2 \times 14 = 28 \text{ सेमी}$$

$$25. \quad \text{आन्तरिक त्रिज्या } r = 8 \text{ सेमी}$$

बाह्य त्रिज्या  $R = 12$  सेमी

$$\text{वृत्ता चक्की का क्षेत्र.} = \pi (R^2 - r^2)$$

$$= \pi (144 - 64) = 80\pi$$

प्रश्नानुसार

बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = area of shell

$$2\pi R_1 (h + R_1) = 80\pi$$

$$h + R_1 = \frac{40}{R_1}$$

$$h = \frac{40}{R_1} - R_1$$

$$h = \frac{40 - R_1^2}{R_1}$$

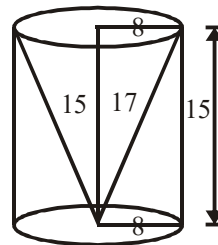
$$26. \quad l \times b \times h = \text{अनुप्रस्थ काट का क्षेत्र.} \times \text{गति} \times \text{समय}$$

$$50 \times 44 \times \frac{7}{100} = \frac{22}{7} \times \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} \times 5 \times 1000 \times t$$

$$t = 2 \text{ घंटे}$$

$$27. \quad \text{शंकु की तिर्यक ऊँचाई } (l) = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$l = \sqrt{15^2 + 8^2}$$



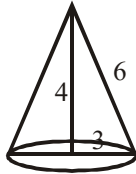
$$l = \sqrt{289}$$

$$l = 17$$

टोस का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  
 टोस के आधार का क्षे. + बेलन का वक्र पृष्ठ का क्षे. +  
 शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल  
 $= \pi r^2 + 2\pi rh + \pi rl$   
 $= \pi r(r + 2h + l)$   
 $= \pi r(8 + 30 + 17)$   
 $= \pi \times 8 \times 55$   
 $= 440\pi$  सेमी<sup>2</sup>

28. शंकुओं की संख्या =  $\frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = 3$

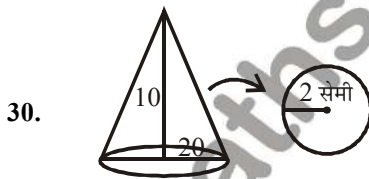
29.



A.T.Q.

$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 6 \times 6 \times 6}{\frac{1}{3}\pi \times 3 \times 5 \times 4} = 24$$

कुल शंकुओं की संख्या = 24

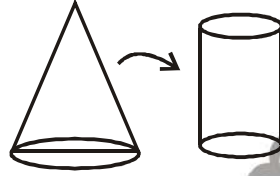


प्रश्नानुसार

$$\frac{\frac{1}{3}\pi r^2 h}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{\frac{1}{3}\pi \times 20 \times 20 \times 10}{\frac{4}{3}\pi \times 2 \times 2 \times 2}$$

अतः, गेंदों की संख्या = 125

31.



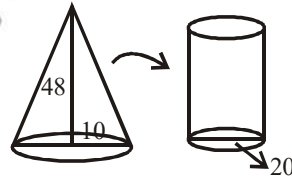
A.T.Q.

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 h_1$$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 \times 7$$

∴ शंकु की ऊँचाई = 21 सेमी

32.



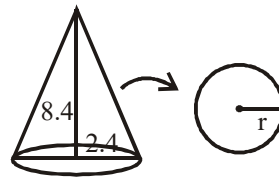
A.T.Q.

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3}\pi \times 10 \times 10 \times 48 = \pi \times 20 \times 20 \times h$$

अतः, पानी का स्तर बढ़ेगा = 4 सेमी

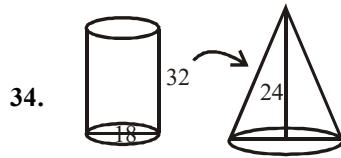
33.



$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{1}{3} \pi \times 2.1 \times 2.1 \times 8.4 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$r = 2.1 \text{ सेमी}$$

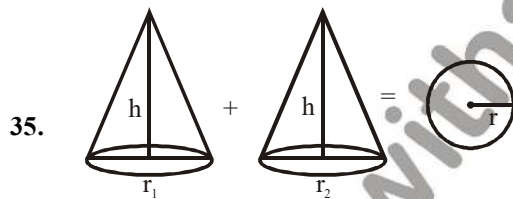


बेलनाकार टंकी का आयतन = शंकु का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1$$

$$\pi \times 18 \times 18 \times 32 = \frac{1}{3} \pi \times r^2 \times 24$$

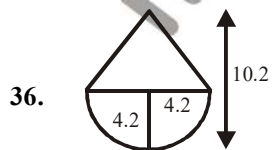
$$r = 36 \text{ सेमी}$$



$$\frac{1}{3} \pi r_1^2 h + \frac{1}{3} \pi r_2^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2) = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$h = \frac{4R^3}{r_1^2 + r_2^2}$$



शंकु की ऊँचाई

$$10.2 - 4.2 = 6$$

$$\text{लकड़ी का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{\pi r^2}{3} (h + 2r)$$

$$= \frac{\pi r^2}{3} (6 + 8.4)$$

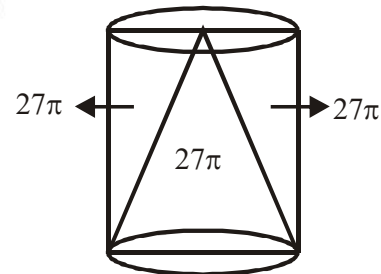
$$= \frac{22}{7} \times \frac{4.2 \times 4.2}{3} \times 14.4$$

$$= 22 \times 0.6 \times 1.4 \times 14.4$$

$$= 266.112$$

$$= 266 \text{ (निकटतम)}$$

37.



$$54\pi$$

38.  $h_1 = h_2$

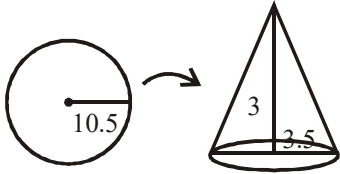
$$\frac{\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2} = \frac{3}{1}$$

$$r_1^2 = r_2^2$$

$$r_1 = r_2$$

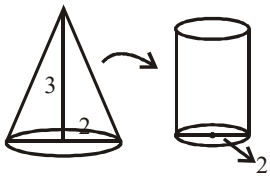
$$D_1 = D_2$$

(b) बेलन का व्यास = शंकु का व्यास

39. 

$$\text{शंकु की संख्या} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 10.5 \times 10.5 \times 10.5}{\frac{1}{3}\pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3}$$

$$= 126$$

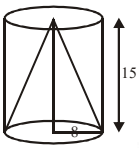
40. 

A.T.Q.

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3}\pi \times 2 \times 2 \times 3 = \pi \times 2 \times 2 \times h$$

$$h = 1 \text{ सेमी}$$

41. 

$$l = \sqrt{15^2 + 8^2}$$

$$= 17 \text{ सेमी}$$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2\pi rh + \pi r^2 + \pi rl$

$$= \pi (2 \times 8 \times 15 + (8)^2 + 8 \times 17)$$

$$= 440\pi$$



$$R = 9$$

$$r = 4$$

$$l = \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$$

$$l = 13$$

कूप का क्षेत्रफल

$$= 2\pi rh \times \pi (R + r)l$$

$$= \pi [2 \times 4 \times 10 + (9 + 4) \times 13]$$

$$= 249\pi$$

$$= 249 \times \frac{22}{7} = 782.57 \text{ सेमी}^2$$

43. घन का आयतन = 343

$$a^3 = 343$$

$$a = 7$$

तब,  $2r = a = 7$

$$r = \frac{a}{2} = \frac{7}{2}$$

घन का आयतन =  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 7$$

$$= \approx 90 \text{ सेमी}^3$$

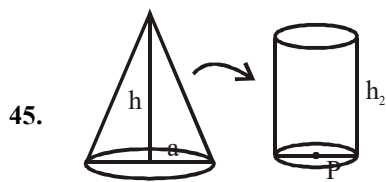
44  $r = r$  सेमी

$h = 6$  सेमी

$$\pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\pi r^2 6 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$h = 18$  सेमी



$$\pi r^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\pi P^2 h_1 = \frac{1}{3} \pi a^2 h$$

$$h_1 = \frac{a^2 h}{3P^2}$$

46.  $a =$  घन की भुजा

गोले की त्रिज्या

$$= r = \frac{a}{2}$$

अतः,  $a^3 : \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^3$

$6 : \pi$

