Nymber System
Complete Theory

⇒ What is divisible mean ?

विभाज्य का क्या अर्थ है ?

In maths, a number is said to be divisible by another number if the remainder is '0'.

गणित में, एक संख्या को दूसरी संख्या से विभाज्य कहा जाता है यदि शेष '0' है।

Ex. $\frac{30}{5}$ = 0 Remainder.

Number System (भाजकता का नियम) ⇒

We know (हम जानते हैं -)

(i) $\frac{20+24}{5} \Rightarrow \frac{44}{5}$ = 4 शेष (Remainder)

(ii) $\frac{20+24}{5}$

$\therefore$ 5 का 20, 24 में अलग-अलग भाग देने पर

$\frac{20+24}{5} \Rightarrow \frac{0+4}{5}$ = 4 Remainder

(iii) $\frac{20\times24}{5} \Rightarrow \frac{0\times4}{5}$ = 0 Remainder

(iv) $\frac{20x+30y+7}{5}$

$\Rightarrow 0 \times x + 0 \times y + 7 = 2$ Remainder

(v) If $31x + 21y$ is divided by 5, tell the Remainder.

$31x + 21y$ को 5 से भाग देने पर शेषफल बताओ।

Solution ⇒

$\frac{31x+21y}{5} \Rightarrow \frac{1\times x+1\times y}{5} = x + y$

$\therefore$ यदि $x + y$, 5 से विभाजित है तो $31x + 21y$ भी 5 से विभाजित होगा।

If $x + y$ divisible by 5 then $31x + 21y$ will also divisible by 5.

Point - (1)

2 का Rule ⇒

2 के नियम में केवल अंतिम अंक में 2 का भाग देते हैं या फिर अंतिम अंक सम संख्या हो (0, 2, 4, 6, 8)

$\Rightarrow \frac{1000d+100c+10b+a}{2}$

$\Rightarrow \frac{0\times d+0\times c+0\times b+a}{2}$ = a remainder.

Ex. ⇒ The number given below is divided by 2, then tell the remainder.

नीचे दी गयी संख्या को 2 से भाग देने पर शेषफल बताओ।

(i) 34834

(ii) 43787

Solution ⇒

(i) $\frac{34834}{2} = 0 \;\therefore$ [4 is completely divisible by 2]

(ii) $\frac{43787}{2}$ = 1 Remainder [$\therefore$ 7 is not completely divisible by 2]

Point → 2

4 का Rule ⇒

If the last 2 digits are divisible by 4 then the number will be divisible by 4.

यदि अंतिम 2 अंक 4 से विभाज्य हो तो संख्या 4 से भाग्य होगी।

$\Rightarrow \frac{1000d+100c+10b+a}{4}$

$\Rightarrow \frac{0\times d+0\times c+10b+a}{4} = 10b + a = ba$

Ex. ⇒ The number given below is divided by 4 then tell the remainder.

नीचे दी गयी संख्या को 4 से भाग देने पर शेषफल बताओ।

(i) 34678232

(ii) 462173

Solution ⇒

$\Rightarrow \frac{34678232}{4} \Rightarrow \frac{32}{4} = 0$

$\Rightarrow \frac{462173}{4} = \frac{73}{4}$ = 1 (Remainder)

Point - 3

8 का divisibility का Rule ⇒

If the last 3 digit one divisible by 8 then the number will be divisible by 8.

यदि अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हो तो संख्या 8 से भाग्य होगी।

$$\Rightarrow \frac{1000d+100c+10b+a}{8} = \frac{dcba}{8}$$

यदि question में C का मान सम संख्या है, तो अंतिम दो अंक देख सकते हैं।

Example ⇒

(i) $\frac{324622\underline{32}}{8}$ $\left[\begin{array}{l} \therefore\ 232 \\ \quad\downarrow \\ \quad \text{Even} \end{array}\right]$

$\frac{32}{8} = 0$

(ii) $\frac{624678}{8} = \frac{78}{8} = 6$ या -2 Remainder

(iii) $\frac{237848}{8} = \frac{48}{8} = 0$

यदि Question में C का मान विषम संख्या हो तो अंतिम 2 अंक में 4 जोड़ देते हैं।

Example ⇒

(i) $\frac{624324}{8}$ $\left[\begin{array}{l} \therefore\ cba \\ \quad 324 \end{array}\right]$

[c is odd number]

$\Rightarrow \frac{24+4}{8} = \frac{28}{8} = 4$ शेष

28 is not divisible by 8, so number will not divisible by 8

28, 8 से विभाज्य नहीं है इसलिए संख्या भी 8 से विभाज्य नहीं होगी।

(ii) $\frac{362712}{8} \Rightarrow \frac{12+4}{8} = \frac{16}{8} = 0$

Note ⇒ $\frac{1000d+100c+10b+a}{8} = \frac{cba}{8}$

If C = 0, 2, 4, 6, 8

$$\frac{1000d+1000c+10b+a}{8} = \frac{ba}{8} = 0$$

If C = 1, 3, 5, 7, 9

$$\frac{1000d+300c+10b+a}{8} = \text{शेष} = 4$$

So we add

similarly

divisibility rule of 16, 32, 64, 1024

$16 \rightarrow 2^4 \Rightarrow$ अन्तिम 4 digit में 16 का भाग देगें।

$32 \rightarrow 2^5 \Rightarrow$ अन्तिम 5 digit में 16 का भाग देगें।

$64 \rightarrow 2^6 \Rightarrow$ अन्तिम 6 digit में 64 का भाग देगें।

$1024 \rightarrow 2^{10} \Rightarrow$ अन्तिम 10 digit में 1024 का भाग देगें।

Point 4

5 का divisibility का Rule ⇒ If the last digit is 0 or 5 then the number will be divisible by 5.

⇒ यदि अंतिम अंक 0 तथा 5 हो तो संख्या 5 से विभाज्य होगी।

$$\Rightarrow \frac{1000d+100c+10b+a}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{0\times d+0c+0b+a}{5} = a$$

So, a should be 0, 5 for completely divisible.

Example ⇒

$\frac{6273420}{5} \Rightarrow 0$

$\frac{3245}{5} \Rightarrow 0$

Point → 5

25 का divisibilty का Rule ⇒

If the last two digit 00, 50, 75 then the number will divisible by 25.

यदि अंतिम दो अंक 00, 50, 75 हो तो संख्या 25 से विभाज्य होगी।

$$\Rightarrow \frac{1000d+100c+10b+a}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{0d+0c+10b+a}{25} \Rightarrow \frac{ba}{25}$$

[∴ ba = 00, 50, 75]

Example ⇒

(i) $\frac{324565}{25} \Rightarrow$ Not divisible by 25

(ii) $\frac{324650}{25} \Rightarrow 0$

Note :

Similarly, divisibility Rule of 125, 625

$125 \rightarrow 5^3 \Rightarrow$ अंतिम 3 अंक में 125 का भाग देगें।

$625 \Rightarrow 5^4 \Rightarrow$ अंतिम 4 अंक में 625 का भाग देगें।

Point ⇒ 6

3 का विभाजकता का नियम (divisibility Rule of 3) ⇒

If digit sum of a number is divisible by 3 then the number also will divisible by 3.

यदि संख्या के अंकों का योग 3 से विभाज्य है तो संख्या भी 3 से विभाज्य होगी।

$$\Rightarrow \frac{1000d+100c+10b+a}{3}$$

$$\frac{d+c+b+a}{3} = \text{divisible by 3}$$

Example ⇒

(i) $\frac{3621}{3} = \frac{12}{3} = \frac{3}{3} = 0$

(ii) $\frac{4621}{3} = \frac{13}{3} = \frac{4}{3} = 1$ Remainder

Point -7

7 का विभाजकता का नियम (divisibility Rule of 7) :— If Double the last digit and substract if from a Number made by the other digits then. The result must be divisible by 7.

यदि अंतिम अंक को दोगुना करें और इसे अन्य अंकों द्वारा बनायी गयी संख्या से घटाए तो परिणाम 7 से विभाज्य होना चाहिए।

$$\Rightarrow \frac{1000d + 100c + 10b + a}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{700d + 300d + 70c + 30c + 7b + 3b + 7a - 6a}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{Od + 300d + Oc + 30c + Ob + 3b + Oa - 6a}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{3(100d + 10c + b - 2a)}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{dcb - 2a}{7}$$

Example (i) 343
(ii) 34321
(iii) 3643

Sol. (i) 34$\underline{3}$ [∴ Last digit = 3]
34 – 2 × 3 = 28
28 divisible by 7

(ii) 34321
3432 – 2 × 2 = 3430
343 – 0 × 2 = 343
34 – 3 × 2 = 28
28 divisible by 7

(iii) 3643
364 – 3 × 2 = 358
35 – 8 ×2 = 19
19 is not divisible by 7

Osculator/seed number/Ekadika

एकाधिका (वैदिक गणित)

(i) Positive Ekadika (धनात्मक एकाधिका)
(ii) Negative Ekadika (ऋणात्मक एकाधिका)

(i) Positive Ekadika (धनात्मक एकाधिका)

$9 \xrightarrow{+1} 10$

$19 \xrightarrow{-1} 20$

$29 \xrightarrow{-1} 30$

$39 \xrightarrow{1} 40$

$49 \xrightarrow{-1} 50$

$59 \xrightarrow{1} 60$

Example of positive Edadika

29 का विभाजकता नियम (divisible Rute of 29)⇒

(i) 10179
From positive Ekadika
1017 + 27 = 1044
104 + 4 × 3 = 116
11 + 6 × 3 = 29
29 is divisible by 29
So 10179 is not divisible by 29

(ii) 46231
From positive Ekadika
4623 + 1 × 3 = 4626
462 + 6 × 3 = 480
48 + 0 × 3 = 48
48 isn't divisible by 29
So 46231 is not divisible by 29

divisibility Rule of 39 (39 का विभाजयकता का नियम)

(iii) 4621
From positive Ekadika
462 + 1 × 4 = 466
46 + 6 × 4 = 70
70 is not divisible by 39
So 4621 is not divisble by 39.

(iv) 176139
From positive Edadika
17631 + 9 × 4 = 17667
1766 + 7 × 4 = 1794
179 + 4 × 4 = 195
19 + 5 × 5 = 39
39 is divisible by 39
So 176139 is also divisible by 29.

(ii) Negative Ekadika (ऋणात्मक एकाधिका)

divisibility Rule of 41(41 का विभाजकता का नियम)
404465
From negative Ekadika here seed number = 4
40446 – 5 × 4 = 40426
4042 – 6 × 4 = 4018
401 – 8 × 4 = 369
36 – 9 × 4 = 0
So, 404465 is completely divisible by 41.
404465, 41 से पूर्णत विभाजित है।

⇒ divisibility Rule at 51 (51 का विभाजकता का नियम)

(i) 51102
from negative Ekadika
here seed no. = 5
5110 – 2 × 5 = 5100
5100 is divisible by 51
So, 51102 is also divisible by 51.

(ii) 4379

from negative Ekadika

here seed no. = 5

437 – 9 × 5 = 392

39' – 2 × 5 = 29

29 is not divisible by 51

So,

4379 is not divisible by 51.

Point - 8

Divisibility Rule at 13 (13 का विभाजकता का नियम)⇒

$$\Rightarrow \frac{1000d+100c+10b+a}{13}$$

$$\Rightarrow \frac{1300d-300d+130c-30c+13b-3b+13a-12a}{13}$$

$$\Rightarrow \frac{0-300d+0-306+0-3b+0-12a}{13}$$

$$\Rightarrow \frac{-3(100d+10c+b+4a)}{13}$$

$$\Rightarrow -3\left[\frac{dcb+4a}{13}\right]$$

(ii) 13 का 3 से गुणा करने पर 13 multipoly by 3.

13 × 3 = $39 \xrightarrow{+1} 40$

from positive ekadika

here seed no → 4

Note : - Similarly we were applying 17, 23 divisibility rule.

इसी प्रकार 17, 23 का भाजकता का नियम लगा सकते हैं।

Point – 9

Divisibility rule of 9 (9 का विभाजकता का नियम) ⇒

If the sum of digit is divisible by 9 then the number also divisible by 9

यदि अंको का योग 9 से विभाज्य हो तो संख्या भी 9 से विभाजित होगी।

$$\boxed{\begin{aligned}&\Rightarrow \frac{1000d+100c+10b+a}{9}\\&\Rightarrow \frac{999d+d+99c+c+9b+b+a}{9}\\&\Rightarrow \frac{d+c+b+a}{9}\end{aligned}}$$

Example ⇒

(I) 324621

digit sum 3 + 2 + 4 + 6 + 2 + 1 = 18

18 is divisible by 9

So, 324621 also divisible by 9.

Rule [10n – 1] put n = 1, 2, 3, 4

(I) [10n – 1] : - 101 – 1 = 9

[We add single-single digit/ हम एक-एक अंक को जोड़ते हैं।]

Example = 63423 ⇒ 6 + 3 + 4 + 2 + 3 = 18

18 is divisible by 9

So,

63423 is divisible by 9

$[10^n - 1]$ put n = 2

(II) $10^2 - 1 = 99$

[We make pair two digit & add it / हम दो-दो के जोड़े बनाते हैं तथा इसे जोड़ते है]

Example = $\underline{4}\ \underline{38}\ \underline{87}\ \underline{23}\ \underline{46}$

4 + 38 + 37 + 23 + 46 = 198

198 is divisible by 99

So 438872346 is also divisible by 99.

(iii) [10n – 1] put n = 3

(103 – 1) = 999

We make pair digit and add it (हम तीन-तीन के जोड़े बनाते हैं, तथा इसको जोड़ते हैं।)

Example ⇒ $\underline{6}\ \underline{534}\ \underline{459}$

459 + 344 + 65 = 999

999 is divisible by 999.

So 6534459 is also divisible by 999.

Point -10

Divisibility rule of 11(11 का विभाजकता का नियम) ⇒

If add and subtract digits in an attenating pattern then the result multiple at 11 or 0 then chek if that answer is divisible by 11.

यदि एक वैकल्पिक पैटर्न में अंकों को जोड़े और घटाएं तो परिणाम 11 और 0 का गुणनफल होगा और फिर जांच लें कि क्या उत्तर 11 से विभाज्य है।

$$\frac{1000d+100c+10b+a}{11}$$

$$\frac{1001d-d+99c+c+11b-b+a}{11}$$

$$\frac{[-d+c-b+a]}{11}$$

Example ⇒ cheek divisibility rule at 11 in given number/दी गई संख्या में 11 को विभाजकता नियम की जाँच करें।

(i) 32463

(3 + 4 + 3) – (6 + 2) = 2

2 is not divisible by 11 so the number 32463 is also not divisible by 11.

2, 11 से विभाज्य नहीं है इसलिए संख्या 32463 भी से विभाज्य नहीं है।

Example ⇒

346236

(6 + 2 + 4) – (3 + 6 + 3) = 12 – 12 = 0

So,

Number is divisible by 11.

Example ⇒

6 50 29 86

(86 + 50) – (29 + 6) = 136 – 35 = 101

101 is completely divide by 10%

So,

Number 6502986 is also divisible by 101.

a से पूर्णत विभाजित है इसलिए संख्या 6502986 भी 101 से पूर्णत विभाजित होगी।

Point - 11

Divisibility rule of 1001/1001 का विभाजकता का नियम⇒

$$\Rightarrow \frac{100000F + 10000e + 1000d + 100c + 10b + a}{1001}$$

$$\Rightarrow \frac{100100F - 100F + 10010e - 10e + 1001d - d + 100c + 10b + a}{1001}$$

$$\Rightarrow \frac{-100F - 10e - d + 100c + 10b + a}{1001}$$

$$\Rightarrow \frac{-(100F + 10e + d) + 100c + 10b + a}{1001}$$

$\Rightarrow$ – Fed + cba

∴ Factor of 1001 is 7 × 11 × 13

1001 के गुणनखण्ड 7 × 11 × 13 हैं।

So 1001 is also divisible by 7, 11, 13, 1001, (7, 11, 13)

Example ⇒ Check divisibility rule of 7, 11, 13 in given number.

दी गयी संख्याओं में 7, 11, 13 के विभाजकता नियम की जांच करें।

(i) 34342

3434 – 2 × 2= 3430

343 – 0 × 2 = 343

34 – 3 × 2 = 28

28 is divisible by 7 so 34342 also divisible by 2.

(ii) <u>34</u> <u>342</u> is divisibility by 7 (क्या 34342, 7 से विभाजित है।)

342 – 34 = 308

308 is divisible by 7, 34342 also divisible by 7,

308, 7 से विभाजित है तो 34342 भी 7 से विभाजित होगा।

(iii) What 346236 is divisble by 11.

क्या 346236, 11 से विभाजित है ?

Solution ⇒

(i) 346236 = (6 + 2 + 4) – (3 + 6 + 3)

= 12 – 12

= 0

(ii) 346 236

346 – 236 = 110

110 is divisible by 11

So, 346236 is also divisible by 11.

110, 11 से विभाजित है इसलिए 346236 भी 11 से विभाजित होगा।

(iv) What 91169 is divisible by13.

क्या 91169, 13 से विभाजित है ?

Solution ⇒

(i) 13 × 3 = 39 $\xrightarrow{\prime}$ 40(from positive ekadika)

seed number = 4

9116 + 9 × 4= 9152

915 + 2 × 4 = 923

92 + 3 × 4 = 104

104 is divisible by 13 so 91169 is also divisible by 13.

104, 13 से विभाजित है इसलिए 91169 भी 13 से विभाजित होगा।

(ii) 13 × 7 → 91 $\xrightarrow{\prime}$ 90

From negative ekadika

seed no. = 9

9116 – 9 × 9 = 9035

903 – 5 × 9 = 858

85 – 8 × 9 = 13

13 is divisible by 13 so, 91169 is also divisible by 13.

13, 13 से विभाजित है इसलिए 91169 भी 13 से विभाजित होगा।

(iii) 91169

<u>91</u> <u>169</u>

169 – 91 = 78

78 is divisible by 13 so, 91169 is also divisible by 13.

78, 13 से विभाजित है इसलिए 91169 भी 13 से विभाजित होगा।

Note : - Similarly we will applying the divisibility rule for prime numbers (Prime Number 23, 37) by positive or negative ekadika.

इसी प्रकार हम धनात्मक और ऋणात्मक एकाधिका द्वारा अभाज्य संख्या के लिए विभाजकता नियम लागू करेंगे।

Point - 12

Divisibility rule of 6, 10, 12, 24, 88

6, 10, 12, 24, 88 का विभाकता का नियम ⇒

Rule of 6 (6 का नियम) ⇒

For 6 we will apply 2013 divisibility rule.

6 के लिए 2 और 3 का विभाजकता का नियम लगाते हैं।

Example ⇒

36214

applying 2 & 3 divisibility rule.

For 2 ⇒ $\frac{36214}{2} = 0$

For 3 ⇒ $\frac{3+6+2+1+4}{3} = \frac{16}{3} = 1$ Remainder

So, 36214 is not divisible by 6.

36214, 6 से विभाज्य नहीं है।

Rule of 10 (10 का नियम) ⇒

For 10 we will apply 2 or 5 divisibility Rule.

10 के लिए 2 or 5 का विभाजकता का नियम लगाते हैं।

For 2 = Last digit (2, 4, 6, 8, 0)

For 5 = Last digit (5, 0)

Example : -

Find the last digit/अंतिम अंक ज्ञात करो $\frac{32456x}{10}$ —

Solution : -

If/यदि 32456x, 10 से विभाजित है, तो x का मान 0 होगा।

Question : - If the 11 digit number. 5678x43267y is divisible by 72, then what is the value at $\sqrt{(5x+8y)}$?

यदि 11 अंकों की संख्या 5678x43267y, से विभाज्य है, तो $\sqrt{(5x+8y)}$ का मान क्या होगा ?

Solution : -

$72 \begin{cases} 8 \\ 9 \end{cases}$

8 के नियम में अंतिम 3 अंक में 8 से विभाजित करते हैं,

Indivisibility rule of 8, last 3 digit divisible by 8.

5678x43267y ÷ 8

$\frac{67y}{8}$ Put y = 2

from here y = 2

9 के नियम में अंकों का योग 9 होता है।

In divisibility rule of 9, digit sum will 9.

$\frac{5+6+7+8+x+4+3+2+6+7+2}{9}$

$= \frac{50+x}{9}$ Put x = 4

from here x = 4

Now, $\sqrt{(5x+8y)}$

$\sqrt{(5\times4+8\times2)} = \sqrt{36} = 6$

Question : - If the 11 digit number 543247x968y is divisible by 90, then what is the value of 4x + 5y ?

यदि 11 अंकों की संख्या 543247x968y, 90 से विभाज्य है तो (4x + 5y) का मान क्या होगा ?

Solution : -

543247x968y ÷ 90

$\begin{array}{c} 90 \\ \swarrow \searrow \\ 9 \quad 10 \end{array}$

From here *y* value will zero.

and

$= \frac{5+4+3+2+4+7+x+9+6+8+0}{9}$

$= \frac{48+x}{9}$ Put x = 6

Now, (4x + 5y) ⇒ (4 × 6 + 5 × 10) = 24

Number of digits (अंको की संख्या) : -

(i) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 → 9 digits

(ii) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 → 11 digits

(iii) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 → 17 digits

1. digit number → 9
2. digit number → 90 [10 से 99 तक]
3. digit number → 900 [100 से 999 तक]

Formula to find number of digits ⇒

संख्या के अंक ज्ञात करने का सूत्र

1 digit → $9 \times 10^0 = 9$

2 digit → $9 \times 10^1 = 90$

3 digit → $9 \times 10^2 = 900$

4 digit → $9 \times 10^3 = 9000$

100 digit → 9×10^{99}

⇒ 1 digit (9 number) → 9 × 1 = 9 digits

2 digit (90 number) → 90 × 2 = 180 digits

3 digit (900 number) → 900 × 3 = 2700 digits

4 digit (90000 number) → 9000 × 4 = 36000 digits

Question : Find 1 to 99 total number of digits ?

1 से 99 तक कुल अंको की संख्या ज्ञात करो ?

Solution : -

1 to 99

1 to 9 → 9 × 1 = 9 digits

10 to 99 → 90 × 2 = 180 digits

189 digits

Question : Find the last digit of the series
1 2 3 4 5 6 ....43 digits
कोई संख्या 1 2 3 4 5 6 .... 43 का अंतिम अंक बताओ।

1 digits = 9

2 digits ← Number → 9 = 43 – 9 = $\frac{34}{2}$ = 17

Number (संख्या) = 9 + 17

= 26

Last digit = 6

Question : Find the last digit of the series
1 2 3 4 5 .... 34 digits.
कोई संख्या 1 2 3 4 5 .... 34 का अंतिम अंक बताओ।

Solution →

1 digit = 9

Number = 9

2 digit = 34 – 9 = 25

Number = $12\frac{1}{2}$

So,

Last digit (अंतिम अंक) ⇒

9 + $12\frac{1}{2}$ = 20 21 **<u>2</u>**

Question : Find the last digit of the series.
1 2 3 4 5 .... 130 digits.
कोई संख्या 1 2 3 4 5 .... 130° का अंतिम अंक बताओ।

Solution : -

1 digit = 9

Number = 9

2 digit = 130 – 9 = 121

Number = $60\frac{1}{2}$

Total Number = $69\frac{1}{2}$

So,

Last digit (अंतिम अंक)= 68 69 **<u>7</u>**

Question : Find the last number of the series 1 2 3 4 5 6 .... 192 digits.
कोई संख्या 1 2 3 4 5 6 .... 192 की अंतिम संख्या बताओ।

Solution ⇒

1 or 2 digit = 189

Number = 99

3 digit = 3

Number = 1

Total = 99 + 1 = 100

Last Number = 100

Question : Find the last two digit of the series 1 2 3 4 5 .... 194 digit.
कोई संख्या 1 2 3 4 5 .... 194 के अंतिम 2 अंक बताओ।

Solution ⇒

1 or 2 digit = 189

Number = 99

3 digit = 194 – 189 = 5

Number = $1\frac{2}{3}$

So,

Last two digit (अंतिम दो अंक)

= 100 **<u>10</u>**

Question : Find last four digit of the series 1 2 3 4 5 .... 279 digit.
कोई संख्या 1 2 3 4 5 .... 279 के अंतिम चार अंक बताओ।

Solution : -

1, 2 or 3 digit = 189

Number = 99

3 digit = 279 – 189 = 90

Number = $\frac{90}{3}$ = 30

Total = 99 + 30 = 129

Last four digit (अंतिम चार अंक) = 8129

Question : Find last digit of the series 1 2 3 4 .... 2989 digit.
कोई संख्या 1 2 3 4 .... 2989 के अंतिम चार अंक बताओ।

Solution ⇒ 1, 2 or 3 digit = 2889

Number = 999

4 digit 2989 – 2889 = 100

Number = $\frac{100}{4}$ = 25

Total Number = 999 + 25 = 1024

Last digit (अंतिम अंक) = 4

Question : Find the last five digit of the series 1 2 3 4 5 .... 52620 digits.
कोई संख्या 1 2 3 4 5 .... 52620 के अंतिम 5 अंक बताओ।

Solution : -

1 2 3 or 4 digit = 38889

Number = 9999

5 digit = 52620 – 38889 = 13731

Number = $\frac{13731}{5} = 2746\frac{1}{5}$

Total Number = $9999 + 2746\frac{1}{5} = 12745\frac{1}{5}$

Number = 12745, 12746

Last 5 digit (अंतिम 5 अंक) $\Rightarrow$ 127451

$\Rightarrow$ If two digit number repeat two times. So it makes. Four digit number and it is always divisible by 101.

यदि दो अंकों की संख्या 2 बार दोहराएँ तो यह चार अंकों की संख्या बनती है। और यह हमेशा 101 से विभाज्य होती हैं।

$\Rightarrow$ abab

ab 100 + ab

ab (100 + 1)

ab × 101

$\Rightarrow$ If three digit number repeat two times so, it makes six digit number and it is always divisible by 1001.

यदि तीन अंको की संख्या को 2 बार दोहराएं तो यह छ: अंको की संख्या बनती है। और यह हमेशा 1001 से विभाज्य होती हैं।

abc abc

abc 000 + abc

abc(1000 + 1)

abc × 1001

$\therefore$ The number which is divisible by 1001 is always divisible by 7,11, 13.

जो संख्या 1001 से विभाजित होगी वो हमेशा 7, 11, 13 से भी विभाजित होगी।

1001

7 11 13

$\Rightarrow$ If two digit number repeat three times. So it makes six digit number and it is always divisible by 10101.

यदि दो अंकों की संख्या को तीन बार दोहराएँ तो यह छ: अंको की संख्या बनती है और यह हमेशा 10101 से विभाज्य होती है।

ababab

ab × 10101

$\therefore$ The number which is divisible by 10101 is always divisible by 7 × 13 × 3 × 37.

जो संख्या 10101 से विभाजित होगी वो हमेशा 7, 13, 3, 37 से भी विभाजित होगी।

$10101 \Rightarrow 91 \times 111 \Rightarrow 7 \times 13 \times 3 \times 37$

$\Rightarrow$ If single digit number repeat six times so it makes six digit number and it is always divisible by 3, 7, 11, 13, 37.

यदि एक अंक की संख्या को 6 बार दोहराएं तो यह छ: अंको की संख्या बनती है। और यह हमेशा 3, 7, 11, 13, 37 से विभाज्य होगी।

abab $\rightarrow$ 101 abcabc $\rightarrow$ 7 / 11 / 13 ababab $\rightarrow$ 3 / 7 / 13 / 37 aaaaaa $\rightarrow$ 3 / 7 / 11 / 13 / 37

Example : - Find remainder/शेषफल बताओ ?

(i) $\frac{537537}{13} \Rightarrow$ 0 Remainder

(ii) $\frac{5375375}{13} \Rightarrow$ 5 Remainder

(iii) $\frac{53753753}{13} \Rightarrow$ 1 Remainder

Q. Find remainder $\frac{537537.........98 \text{ digits}}{13}$?

शेषफल ज्ञात करो $\frac{537537.........98 \text{ digits}}{13}$?

Solution : -

Pair of 6 = $\frac{98}{6}$ = 16 and 2 digit

$\frac{53}{13}$ = 1 Remainder

Q. Find Remainder $\frac{687687.........121 \text{digits}}{13}$?

$\Rightarrow$ शेषफल ज्ञात करो $\frac{687687.........121 \text{digits}}{13}$?

Solution : -

$\frac{121}{6}$ = 20 pair and 1 digit

$\frac{6}{13}$ = 6 remainder

Q. Given number completely divided by 11 then find value of P ?

दी गयी संख्या 11 से पूर्णत विभाजित P का मान ज्ञात करो ?

$\frac{2PPPPP..........P2 \rightarrow 99 \text{ digits}}{11}$

Solution : -

If odd number then we take last three digit.

अगर विषम संख्या हो तो हम अंतिम 3 अंक ले लेते हैं।

$\frac{2P2}{11}$

take P = 4

$\frac{242}{11}$ = 0 Remainder

⇒ 1 से 199 तक 1, 2 कितनी बार आएगा।

How many times will 1, 2 come from 1 to 199.

For 1 ⇒ Unit palace + ten palace + hundred palace.

20 + 20 + 100 = 140

For 2 ⇒ Unit palace + ten palace + hundred palace = 20 + 20 + 0

= 40

Q. 1 से 508 तक 1 कितनी बार आएगा।

How many times will I come from 1 to 508.

Solution : -

unit palace + tem palace + hundred palace

$10 \times 5 + 10 \times 5 + 100$

= 200

500 to 508

unit palace = 1

Total = 200 + 1 = 201

Place value (स्थानीय मान) & face value (जातीय मान)

Example ⇒

Find palce & face value ?

स्थानीय तथा जातिय मान ज्ञात करो ?

(i) 3764

Place value (स्थानीय मान)

$4 \rightarrow 4$

$6 \rightarrow 60$

$7 \rightarrow 700$

$3 \rightarrow 3000$

Face value (जातीय मान)

$4 \rightarrow 4$

$6 \rightarrow 6$

$7 \rightarrow 7$

$3 \rightarrow 3$

Note : - (i) If two digit numbers are reversed, their difference is always product of 9.

अगर दो अंको की संख्या को आपस में पलट दिया जाये तो उनका अंतर हमेशा 9 का गुणनफल होता है।

(i) **Number** **ba** **ab**

difference (अंतर) $(10b + a) - (10a + b)$

$10b + a - 10a - b$

$9b - 9a$

$9(b - a)$

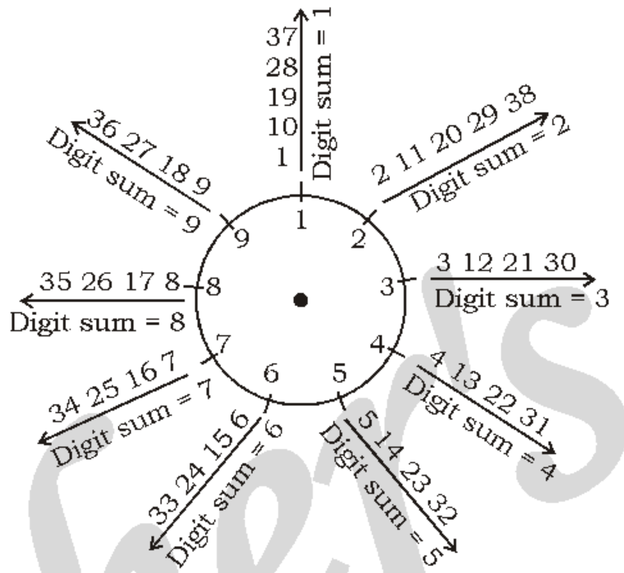
(ii) **Number** **cba** **abc**

difference (अंतर) $(100c + 10b + a) - 100a + 10b + c$

$100c + 10b + a - 100a - 10b - c$

$99(b - a)$

Digit sum ⇒



Example ⇒

(i) $29 \times 12 = 348$

⇓ Digit sum ⇓

$11 \times 3 = 15$

$2 \times 3 = 6$

$6 = 6$

(ii) $43 \times 11 = \underbrace{473}$

⇓ From digit sum

$\Rightarrow 7 \times 2 \quad \underbrace{14}$

$\Rightarrow 14 \quad 5$

$\Rightarrow 5 = 5$

Note : →

Multiple of only 9 are always in a line.

केवल 9 के गुणज हमेशा एक लाईन में होते हैं।

Addition/जोड़ना →

(i) $\underbrace{93} \rightarrow 12 \rightarrow 3$

(ii) $\underbrace{43} + \underbrace{62} = \underbrace{105}$

$7 + 8 = 6$

$\underbrace{15} = 6$

$6 = 6$

(iii) 1754 + 4321 + 26372

(A) 32457 (B) 32447

(C) 35557 (D) 32637

Solution : $17\cancel{5}4+\cancel{4}\cancel{3}\cancel{2}1+2\cancel{6}\cancel{3}\cancel{7}\cancel{2}$
= 8 + 1 + 2
= 11 (1 + 1)
= 2

(A) $3\cancel{2}\cancel{4}\cancel{5}\cancel{7}$ = 3

(B) $3\cancel{2}44\cancel{7}$ = 11 = 2

(C) $\cancel{3}\cancel{5}\cancel{5}\cancel{5}7$ = 7

(D) $3\cancel{2}\cancel{6}\cancel{3}\cancel{7}$ = 3

So, Option **B** is correct.

Subtract ⇒

(i) 32 – 21 = 11
Digit sum Digit sum
5 – 3 = 2
= 2 = 2

(ii) 32 – 17 = 15
Digit sum
5 – 8 = 6
– 3
or 6

So, Answer = **6**

Multiply/गुणा ⇒ (i) 43 × 52 = $22\cancel{3}\cancel{6}$
7 × 7 = 4
= 49
= 13
= 4

Divide/(भाग)

(i) $\frac{32}{1}$ = 32 = 5 (digit sum)

(ii) $\frac{32}{10}$ = 3.2 = 5 (digit sum)

(iii) $\frac{31}{2} = 31\times\frac{1}{2}$ = 15.5

Digit sum
31 × 0.5 = 15.5
15.5 = 15.5
2 = 2

(iv) $\frac{45}{4}$ = 11.25 ⇒9

$45 \times \frac{1}{4} = \underbrace{45} \times 0.2\underbrace{5}$
= 9 × 7
= $\underbrace{63}$
= 9

(v) $\frac{16}{2} = 8$

$\frac{7}{2} = 8$

(vi) $\frac{17}{8} = 2.125$
= 17 × 0.125 = 2.125
= 8 × 8 = 10
= 64 = 1
= 10
= 1

⇒ **Rule of 2/ 2 का नियम : -**

$\frac{35}{2}$ Multiply by 5

$\frac{33\times5}{2\times5} = \frac{6\times5}{10} = \frac{30}{10} = 3$

⇒ **Rule of 5/ 5 का नियम : -**

$\frac{33}{5}$ Multiple by 2

$\frac{33\times2}{5\times2} = \frac{6\times2}{10}$ = 12 = 3

⇒ **Rule of 4/ 4 का नियम : -**

(1) $\frac{63}{4}$ Multiple by 7

$\frac{63}{4}\times\frac{7}{7} \Rightarrow \frac{9\times7}{28} = \frac{63}{10} = 9$

⇒ **Rule of 7/ 7 का नियम : -**

(1) $\frac{63}{7}$ Multiple by 4

$\frac{63}{7}\times\frac{4}{4} \Rightarrow \frac{9\times4}{28} = \frac{36}{10} = 9$

⇒ **Rule of 8/ 8 का नियम : -**

(1) $\frac{65}{8}$

$\frac{11}{8}$ = 1.375 = 16 = 7

या $65\times\frac{1}{8}\times 11\times\frac{1}{8}$

$= 2\times\frac{1}{8}$
= 2 × 0.125
= 2 × 8
= 16
= 7

या $\dfrac{65\times 8}{8\times 8} = \dfrac{11\times 8}{64}$

$= \dfrac{2\times 8}{10} = \dfrac{16}{1} = 7$

⇒ **Rule of 3, 6, 9/ 3, 6, 9 का नियम** : -

(i) $\dfrac{63}{3} \Rightarrow \dfrac{63}{3} = \dfrac{21}{1} = 3$

(ii) $\dfrac{63}{6} \Rightarrow \dfrac{21}{2} = \dfrac{21\times 5}{2\times 5}$

$= \dfrac{3\times 5}{10} = \dfrac{15}{1} = 6$

Example : -

(1) $231 \times 542 \times 637 \times 538$

(A) 42907476612
(B) 42908316652
(C) 4567823722
(D) 42543217652

Solution : -

$231 \times 542 \times 637 \times 538$
Digit sum
$\Rightarrow 6 \times 2 \times 7 \times 7$
$\Rightarrow 12 \times 49$
$\Rightarrow 3 \times 4$
$\Rightarrow 12$
$\Rightarrow 3$
From option **(A)**
42907476612 digit sum = 3

(2) $123 \times 52 - 17 + 52 \times 26 + 13 \times 11$

(A) 6396
(B) 7874
(C) 9274
(D) 7254

Solution : -

$123 \times 52 - 17 + 52 \times 26 + 13 \times 11$
Digit Sum
$\Rightarrow 6 \times 7 - 8 + 7 \times 8 + 4 \times 2$
$\Rightarrow 42 - 8 + 56 + 8$
$\Rightarrow 6 - 8 + 11 + 8$
$\Rightarrow 6 - \cancel{8} + 2 + \cancel{8}$
$\Rightarrow 8$
From option
(A) $\cancel{6}\cancel{3}\cancel{9}6 = 6$ (B) $\cancel{7}8\cancel{7}\cancel{4} = 8$
B is correct answer

(3) $\dfrac{1119943}{65879} + \dfrac{98565}{6571}$

(A) 42 (B) 52
(C) 32 (D) 123

Solution : -

$\dfrac{1119943}{65879} + \dfrac{98565}{6571}$

Digitsum

$\dfrac{1119943}{8} + \dfrac{98565}{1}$

$\dfrac{1119943\times 8}{8\times 8} + \dfrac{98565}{1}$

$\dfrac{1\times 8}{1} + \dfrac{6}{1}$

$= 8 + 6 = 14 = 5$
From option (C) 32 = 5

(4) $28.5 + 14.7 - 7.14 + 3.62$

(A) 39.67
(B) 29.18
(C) 39.68
(D) 39.58

Solution : -

$28.5 + 14.7 - 7.14 + 3.62$
$15 + 12 - 12 + 11$
$6 + \cancel{3} - \cancel{3} + 2 = 8$
From option (C) 39.68 = 8

(5) 25% of 6932 + 30% of 7930

(A) 5112
(B) 4324
(C) 4112
(D) 5154

Solution : -

7% of 2 + 3% of 1
$7 \times 2 + 3 \times 1 = 14 + 3 = 5 + 3 = 8$
From option (C) 4112
digit sum = <u>8</u>

(6) $(4408 \div 19) - 71\%$ of $x = 19$ find $x = ?$

(A) 300
(B) 400
(C) 450
(D) 325

Solution : -

$(4408 \div 19) - 71\%$ of $x = 19$ $(9 + 1 = 10 = 1)$
$(16 \div 19) - 8\%$ of $x = 1$
$(7 \div 1) - 8 \times x = 1$
$6 = 8x$

$x = \dfrac{6}{8} \times \dfrac{8}{8} = \dfrac{48}{64} = \dfrac{12}{10} = \dfrac{3}{1} = 3$

From option (A)
300
Digit sum
$3 + 0 + 0 = 3$

Binary & Decimal Number

(1) Binary Number system ⇒

Binary number system has only two digits '0' and '1'. The base of binary number system is 2.

बाइनरी संख्या पद्धति में केवल दो अंक '0' और '1' होते हैं। बाइनरी संख्या पद्धति में आधार 2 होता है।

Example : -

Convert decimal number into Binary Number.

(1) 63

2	63	
2	31	1
2	15	1
2	7	1
2	3	1
	1	1

$(111111)_2$

Example : -

Convert Binary to Decimal Number.

बाइनरी को डेसीमल में बदलो।

$(1100111)_2$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \end{array}$$

$64+32+0+0+4+2+1$

$= (103)$

(2) Octal Number System : -

The octal number system has only eight digit 0 to 7, the base of octal number system is 8.

Octal संख्या पद्धति में केवल आठ अंक 0 से 7 होते हैं। 8 ऑक्टल संख्या पद्धति में आधार होता है।

Example ⇒ Convert octal number to decimal number./ऑक्टल संख्या को डेसीमल संख्या में बदलो।

$(77)_8$

$$\begin{array}{ccc} 7 & & 7 \\ 8^1 & & 8^0 \\ \hline 56 & + & 7 \end{array} = 63$$

Example : - Convert decimal number to octal number./डेसीमल संख्या को ऑक्टल संख्या में बदलो।

103

8	103	
8	12	7
	1	4

$(103)_{10} = (147)_8$

(3) Decimal Number System ⇒

Decimal number system has only 10 digits from 0 to 9, the base number in the decimal number system is 10.

दशमलव संख्या पद्धति में 0 से 9 तक केवल 10 अंक होते हैं। दशमलव संख्या पद्धति में आधार 10 होता है।

(4) Hexa decimal number system ⇒

The hexadecimal number system has 16 alphanumeric values 0 to 9 and A to F. The base of hexadecimal number is 16.

हेक्साडेसिमल संख्या प्रणाली में 16 अल्फान्यूमेरिक मान (Alphanumeric values) 0 से 9 और A से F होते हैं। हेक्साडेसिमल संख्या पद्धति का आधार 16 होता है।

Example ⇒

Convert decimal number to hexadecimal number.

डेसीमल संख्या को हेक्साडेसीमल संख्या में बदलो।

63

16	63	
	3	F

$(63)_{10} \rightarrow (3F)_{16}$

Example ⇒

Convert hexadecimal number to decimal number.

हेक्साडेसीमल संख्या को डेसीमल संख्या में बदलो।

3F ⇒

$$\begin{array}{ccc} 3 & & F \\ 16^1 & & 16^0 \\ \hline 48 & + & 15 \end{array} = 63$$

$(3f)_{16} = (63)_{10}$

Convert into Binary number.

(i) 0.250

$0.250 \times 2 = 0.50 = 0$

$0.50 \times 2 = 1.00 = 1$

$(0.250) = (01)_2$

(ii) 0.27

$0.27 \times 2 = 0.54 = 0$

$0.54 \times 2 = 1.08 = 1$

$0.08 \times 2 = 0.16 = 0$

$0.16 \times 2 = 0.32 = 0$

$0.32 \times 2 = 0.64 = 0$

$0.64 \times 2 = 1.28 = 1$

$(0.27) = (010001)_2$

(iii) 25.125

2	25	
2	12	1
2	6	0
2	3	0
	1	1

$0.125 \times 2 = 0.25 = 0$
$0.25 \times 2 = 0.5 = 0$
$0.5 \times 2 = 1.0 = 1$
$(25.125)_{10} = (11001.001)_2$

⇒ Convert Binary to Decimal
$(11001.001)_2 =$

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & . & 0 & 0 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 & . & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} \end{array}$$

$$16+8+0+0+1\ .\ 0+0+\frac{1}{8}$$

$(25.125)_{10}$

⇒ Convert octal number to binary number.
ऑक्टल संख्या को बाइनरी संख्या में बदलो।

Example =
$(73)_8 \rightarrow (\ )_2$

2	7	
2	3	1
2	1	1

2	3	
	1	1

Make 3 - 3 pair
111 011 ⇒ $(111011)_2$

⇒ $(111011)_2 = (\ )_{10}$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \end{array} \quad 4+2+1 = 7 \qquad \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \end{array} \quad 0+2+1 = 3$$

⇒ Convert Hexadecimal number to Binary number.
हेक्साडेसीमल संख्या को बाइनरी संख्या में बदलो।
$(789)_{16} \rightarrow (\ )_2$

2	7	
2	3	1
	1	1

0111

2	8	
2	4	0
2	2	0
	1	0

1000

2	9	
2	4	1
2	2	0
	1	0

1001

$(011110001001)_2$

⇒
$$\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \multicolumn{4}{c}{0+4+2+1} \\ \multicolumn{4}{c}{\mathbf{7}} \end{array} \quad \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \multicolumn{4}{c}{8+0+0+0} \\ \multicolumn{4}{c}{\mathbf{8}} \end{array} \quad \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \multicolumn{4}{c}{8+0+0+1} \\ \multicolumn{4}{c}{\mathbf{9}} \end{array}$$

$= (789)_{10}$

⇒ $(731)_8 \rightarrow (\ )_2$

2	7	
2	3	1
	1	1

111

2	3	
	1	1

011

2	1	

001

$(111011001)_2$

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2^2 & 2^1 & 2^0 & 2^2 & 2^1 & 2^1 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \multicolumn{3}{c|}{7} & \multicolumn{3}{c|}{3} & \multicolumn{3}{c}{1} \end{array}$$

⇒ 731

Mother's Number System Theory

1. Real Number
(वास्तविक संख्या)

→ जिसे रेखा संख्या (Number Line) के ऊपर प्रदर्शित किया जा सके

Ex : - – 1.5, 2.325 ....

$\sqrt{2}, \sqrt{11}, -9$

2. Imaginary Number
(काल्पनिक संख्या)

→ जिन्हें Number Line पर नहीं लिखा जा सकता

$i = \sqrt{-1}$

$i^2 = -1$

Ex : - $\sqrt{-9}, \sqrt{-4}, \sqrt{-3}, 6i, 7i$

3. Complex Number
(सम्मिश्र संख्या)

→ A + iB

Reat Part → Imaginary part

→ काल्पनिक संख्याओं को मिलाकर बनने वाली संख्याऐं

Ex : - 3 + 4i, 5 + 6i

Real Number (वास्तविक संख्या)

1. Decimal Number (दशमलव संख्या)

⇒ 0.15, 0.333 ......, 0.32567.......

2. Integer Number (पूर्णांक संख्या)

(......... – 1, – 2, – 3, 0, 1, 2, 3 ....)

Decimal Number (दशमलव संख्या)

1. Rational Number (परिमेय संख्या)

A. Terminating Numbers (शांत दशमलव)

Ex : - $0.25 = \frac{1}{4}$

$0.525 = \frac{21}{40}$

$3.7 = \frac{37}{10}$

B. Non Terminating Recurring digit (अशांत दशमलव पुनरावृत्ति संख्या)

Ex : - ⇒ $0.888 .... = \frac{8}{9}$

$0.\overline{91} = \frac{91}{99}$

$\frac{22}{7} = 3.\overline{142857}$

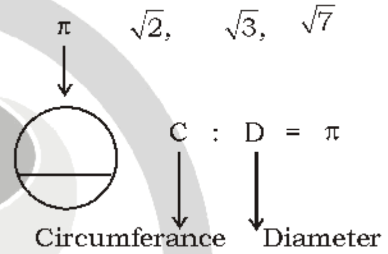
2. Irrational Number (अपरिमेय संख्या)

A. Non Terminating Non Recurring digit (अशांत दशमलव अनावर्ती संख्या)

⇒ 0.763526 ....

0.325613 ....

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$



Integer Number (all integer are rational)
(पूर्णांक संख्या)

1. Positive integer (धनात्मक पूर्णांक)

(1, 2, 3, 4 .... ∞)

Natural number(प्राकृतिक संख्या)

पूर्ण संख्या → (0,1,2,3 ...... ∞) Whole Number

2. Negative Integer (ऋणात्मक पूर्णांक)

(– 1, – 2, – 3, ... ∞)

3. Neutral Integer(उदासीन पूर्णांक)

(0)

Positive Integer (धनात्मक पूर्णांक)

1. Prime Number (अभाज्य संख्या)

⇒ A number which have only two different factors one factor is 1 and other is number it self.

Ex : - 2,5,11,17,29

2. Compositive Number (भाज्य संख्या)

⇒ A number which have more than two factor

4,6,8,12,24,15

3. 1 is neither prime nor composite (1 ना तो अभाज्य है और न ही भाज्य है ।)

4. Co-prime or Relative Prime (सह अभाज्य संख्या)
$\Rightarrow$ Two number whose HCF is 1 (7, 37), (5,12), (15,43), (12,35)

Positive Integer (धनात्मक पूर्णांक)

5. Twin Prime (अभाज्य जोड़े)
$\Rightarrow$ Two prime number whose difference is 2
(3, 5) (5, 7) (11, 13)

6. Perfect number (परिपूर्ण संख्या)
$\Rightarrow$ A number is which the sum of all factor except the number it self is equal to the number then it is perfect number.

× 5 $\longrightarrow$ 1, $\boxed{5}$

✓ 6 $\longrightarrow$ 1,2,3, $\boxed{6}$

× 14 $\longrightarrow$ 1,2,7, $\boxed{14}$

✓ 28 $\longrightarrow$ 1,2,4,7,14, $\boxed{28}$

Ex : - 6, 28, 496, 8128 ....
Formula = $2^{P-1}(2^P - 1)$ Here P = prime and $2^P - 1$ = Prime

7. Even Number (सम संख्या) divisible by 2 (2,4,6,8,10 ....)

8. (Odd number)विषम संख्या (2 K ± 1) (1,3,5,7,9,11.....)

Note : -

(i) Two is only even prime number.
केवल 2 एक सम अभाज्य संख्या है।

(ii) Only one set of prime number.
N,(N + 2), N + 4 $\Rightarrow$ 3, 5, 7

(iii) N > 3 $\boxed{6n \pm 1}$

If N > 3 Prime Number P, P + 2 = 6n –1,6n + 1

(iv) 1 से 50 तक = 15 Prime no.
50 से 100 तक = 10 Prime no.
100 से 200 तक = 21 Prime no.

(v) 1 digit prime no. = 2
2 digit prime no. = 11
3 digit prime no. = 101
4 digit prime no. = 1009

(vi) If P > 3 than (P^2 – 1) always divide by 12 if P is prime number.
P का रूप = (61 ± 1) by squaring
$36n^2 \pm 12n + 1 = 12(3n^2 \pm 2n) + 1$

Rational Number $\Rightarrow$

can be express in the form of $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$

जिनको $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है। ($q \neq 0$)

Irrational number $\Rightarrow$

can't be express in the form of $\frac{p}{q}$, q = 0

जिनको $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है। (q = 0)

Note : -

(i) Rational N '+' Rational N $\Rightarrow$ Rational Number
Rational N '–' Rational N $\Rightarrow$ Rational Number
Rational N '×' Rational N $\Rightarrow$ Rational Number
Rational N '÷' Rational N $\Rightarrow$ Rational Number

(ii) Irrational number '+' Irrational number $\Rightarrow$ Rational N/I.
Irrational number '–' Irrational number $\Rightarrow$ Rational R/I.
Irrational number '×' Irrational number $\Rightarrow$ Rational R/I.
Irrational number '÷' Irrational number $\Rightarrow$ Rational R/I.

(iii) $\left(4+\sqrt{2}\right)-\left(3+\sqrt{2}\right)$

$4+\sqrt{2}-3\sqrt{2} = 1$(R)

(iv) $\left(4+\sqrt{2}\right)-\left(3+\sqrt{3}\right)$

$4+\sqrt{2}-3-\sqrt{3}$

$1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ (I)

Exp.

(i) $4+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}$ = 7 (Rational Number)

(ii) $\sqrt{2}+\sqrt{3} = \sqrt{2}+\sqrt{3}$ (Irrational Number)

(iii) * Rational number '+' Irrational Number = Irrational number

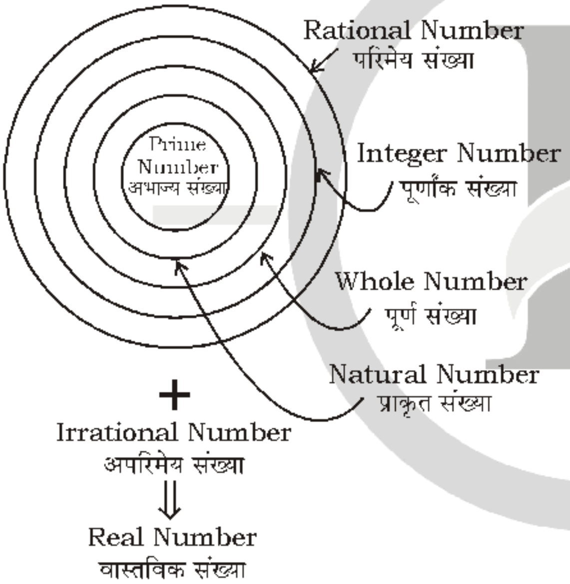
* Rational number '–' Irrational Number = Irrational number
* Rational number '+' Irrational Number = Irrational number
* Rational number '÷' Irrational Number = Irrational number

Note : -

(1) odd ± odd = even
even ± even = Even
odd ± even = odd
even ± odd = odd

(2) Even × odd = even
even × even = even
odd × odd = odd

(3) $odd^{odd} = odd$
$odd^{even} = odd$
$even^{even} = even$
$even^{odd} = even$



Recurring digit

⇒ The infinitely repeated digit sequence is called the repetend or recurring.
बार-बार दोहराएं जाने वाले अंकों के अनुक्रम को दोहराव या आवर्ती कहा जाता है।

Example ⇒

(i) $\frac{1}{3} = 0.333 = 0.\overline{3}$

(ii) $\frac{1}{7} = 0.142857142857$

(iii) $\frac{77}{600} = 0.128333 = 0.128\overline{3}$

(iv) $2.3 = \frac{23}{10}$

(v) $6.243 = \frac{6243}{1000}$

(vi) $0.33333\ .... = \frac{33333.......}{100000......} = \frac{1}{3}$

Let x = 0.33333 .... (i)
multiply by 10 both side
10x = 3.333333 .... (ii)
Now equation (ii) – (i)
9x = 3

$x = \frac{3}{9}$

(vii) $0.\overline{47}$

x = 0.47474747 .... (i)
muliply both side by 100
100x = 4747474 .... (ii)
Now equation (ii) – (i)
99x = 47

$x = \frac{47}{99}$

(viii) $0.43\overline{27}$

x = 0.43272727 .... (i)
both side multiply by 100
100x = 43.272727 .... (ii)
Again both side multiply by 100
10000x = 4327.272727 .... (iii)
Now equation (iii) – (ii)
9900x = 4327 – 43

$x = \frac{4327 - 43}{9900}$

(ix) $0.32\overline{463}$

$\frac{32463 - 32}{99900}$

(x) $463.\overline{43}$

$463 + \frac{43}{99} = 463\frac{43}{99}$

(xi) $3.1\overline{23}$

$= 3 + \frac{123 - 1}{990}$

$= 3\frac{122}{990}$

(xii) $3.46\overline{78}$

$$3 + \frac{4678 - 46}{9900}$$

(xiii) $2.1\overline{243}$

$$2 + \frac{1243 - 1}{9990}$$

(xiv) $2.624\overline{3}$

$$2 + \frac{6243 - 624}{9000}$$

(xv) $3.2\overline{36} + 4.2\overline{37}$

$$\begin{array}{r} 3.23636 \\ 4.23737 \\ \hline 7.47373 \end{array}$$

$7.4\overline{73}$

(xvi) $3.2\overline{678} + 4.23\overline{64}$

$$\begin{array}{r} 3.2678678678 \\ 4.2364646464 \\ \hline 7.5043325142 \end{array}$$

$7.50\overline{433251}$

Unit Digit/(इकाई अंक)

Unit digit of a number is the digit in the one's place of a number. For example, the units digit of 243 is 3.

किसी संख्या का इकाई अंक, इकाई के स्थान पर आने वाला अंक होता है उदाहरण के लिए 243 का इकाई अंक 3 है।

Find unit digit/इकाई अंक ज्ञात करो —

(i) $346 \times 343 = 6 \times 3 = 18 = 8$

(ii) $473 \times 621 \times 622$

$= 3 \times 1 \times 2$

$= 6$

x	x^1	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	x^8	x^9	x^{10}
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	4	8	6	2	4	8	6	2	4
3	3	9	7	1	3	9	7	1	3	9
4	4	6	4	6	4	6	4	6	4	6
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	9	3	1	7	9	3	1	7	9
8	8	4	2	6	8	4	2	6	8	4
9	9	1	9	1	9	1	9	1	9	1

Note : -

(1) The unit digit of any power of 0, 1, 5, 6 will always be 1, 5, 6 .

0, 1, 5, 6 की कितनी भी घात का इकाई अंक हमेशा 0, 1, 5 , 6 ही रहेगा।

$0^n \to 0$

$1^n \to 1$

$5^n \to 5$

$6^n \to 6$

(2) If 4 power is odd then 4 will come and if 4 power is even then 6 will come.

यदि 4 की घात विषम हो तो 4 आएगा और 4 की घात सम हो तो 6 आएगा।

$4^{odd} \to 4$

$4^{even} \to 6$

Example ⇒

$4^{273} \to 4$

$4^{9628} \to 4$

(3) If 9 power is odd the 9 will come and if 9 power is even then 1 will come.

यदि 9 की घात विषम हो तो 9 आएगा और 9 की घात सम हो तो 1 आएगा।

$9^{odd} \to 9$

$9^{even} \to 1$

(4) Will always divide by 4 whatever the power of any number

किसी भी संख्या की घात कितनी भी हो हमेशा 4 से भाग देंगें।

Example ⇒ 3^{85}

Solution ⇒ $3\frac{85}{4} \Rightarrow 3^1 = 3$

(5) If 5 multiply by even number then unit digit 0 and 5 multiply by odd number then unit digit will 5.

यदि 5 को संख्या से गुणा किया जाए तो इकाई अंक 0 और 5 को विषम संख्या से गुणा किया जाए तो इकाई अंक 5 होगा।

$5 \times$ even number = 0

$5 \times$ odd number = 0

Example ⇒

(i) $91 \times 92 \times 93 \times 94 \times$ .... 98 find will digit.

इकाई अंक ज्ञात करो।

Solution ⇒ Unit digit = 0

$\therefore$[5 × even number = 5]

(ii) Find unit digit/इकाई का अंक ज्ञात करो।

$1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11$ ....

Solution : ⇒

Unit digit = 5

[∴ 5x odd number = 5]

(6) $|\underline{4}$ के बाद सभी संख्याओं का इकाई अंक' शून्य होता है।

$|\underline{1} = 1$

$|\underline{2} = 2\times1 = 2$

$|\underline{3} = 3\times2\times1 = 6$

$|\underline{4} = 4\times3\times2\times1 = 24$

$|\underline{5} = 5\times4\times3\times2\times1 = 120$

$|\underline{6} = 6\times5\times4\times3\times2\times1 = 720$

(7) $|\underline{4}$ तथा $|\underline{4}$ के बाद जितनी भी संख्या होगी हमेशा 4 से विभाजित होगी।

$\boxed{|\underline{4} \leq |\underline{n} \div 4}$

$|\underline{4} = 4\times3\times2\times1 = 24$

$|\underline{5} = 5\times4\times3\times2\times1 = 120$

(8) $|\underline{2}$ तथा $|\underline{2}$ के बाद जितनी भी संख्या होगी सभी सम संख्या होगी।

$|\underline{2} \leq |\underline{n} \rightarrow$ even (सम)

(9) $|\underline{1} + |\underline{2} + |\underline{3} + |\underline{4} + |\underline{5} + |\underline{6}$ .... इनका योग हमेशा एक विषम संख्या होगी।

Ten's Digit/(इकाई अंक)

A number of tens digit is repeated as follows.
किसी संख्या में दहाई अंक की पुनरावृत्ती निम्न प्रकार से होती है।

(i) The number 2, 3, 8 in a number is repeated after 20 power of that number.
किसी संख्या में अंक 2, 3, 8 की पुनरावृत्ति उस संख्याकी 20 घात के बाद होती है।

(ii) The number 4, 9 is repeated after 10 power.
अंक 4, 9 की पुनरावृत्ति 10 घात के बाद होती है।

(iii) The number 5 is repeated after 1 power.
अंक 5 की पुनरावृत्ति 1 घात के बाद होती हैं।

(iv) The number 6 is repeated after 5 power.
अंक 6 की पुनरावृत्ति 5 घात के बाद होती है।

(v) The number 7 in a number is repeated after the 4 power of that number.
किसी संख्या में अंक 7 की पुनरावृत्ति उस संख्या की 4 घात के बाद होती है।

Example ⇒

$5^2 \rightarrow 125$　　$7^1 \rightarrow 7$

$5^3 \rightarrow 125$　　$7^2 \rightarrow 49$

$5^4 \rightarrow 625$　　$7^3 \rightarrow 43$

$7^4 \rightarrow 01$

$7^5 \rightarrow 07$

$7^6 \rightarrow 49$

$7^8 \rightarrow 43$

$7^9 \rightarrow 01$

Example ⇒

(i) $(21)^{43} = 61$　　$[\therefore 6 = 2\times3]$

(ii) $(11)^{74629} = 91$　　$[\therefore 9 = 1\times9]$

(iii) $(31)^{6242} = 61$　　$[\therefore 6 = 3\times2]$

यह तरीका केवल उन प्रश्न में लागू होगा जिनकी इकाई का अंक 1हो।

Ten's digit of Binomial number (बहुपदीय संख्या का दहाई अंक) ⇒

$(x + a)^n = x^n + {}^nc_1\, x^{n-1}a^1 + {}^nc_2\, x^{n-2}a^2 + \ldots\ldots + {}^nc_{n-2}\, x^2a^{n-2} + {}^nc_{n-1}\, x^1a^{n-1} + a^n$

⇒ Find ten's digit/दहाई का अंक ज्ञात करो।

(i) $\mathbf{(11)^{43}}$

Solution ⇒ $(11)^{43} \Rightarrow (10 + 1)^{43}$

$(10 + 1)^{43} = 10^{43} + {}^{43}c_1 \times 10^{42} \times 1 + {}^{43}c_2 \times 10^{41} \times 1^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + {}^{43}c_{41} \times 10^2 + 1^{41} + {}^{43}c_{42} \times 10^1 \times 1^{42} + 1^{43}$

Last two digit $= 43 + 10 \times 1 + 1$
$= 430 + 1$
$= 431$
$= 31$

(ii) 43×62

$4\underline{3} \times 6\underline{2}$

$\dfrac{(2\times4+6\times3)}{2\times3}$

266
= 66

(iii) 4362×7421

$436\underline{2} \times 742\underline{1}$

$\dfrac{(1\times6+2\times2)}{1\times2}$

= 102
= 02

⇒ Find last two digit $(13)^{404} = ?$
$(13)^{404}$ में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$\mathbf{(13)^{404}}$

$= [13^4]^{101}$

$= [169 \times 169]^{101}$

$= [(9\times6 + 9\times6) \mid 9\times9]^{101}$

$= [108 \mid 81]^{101}$

$= [116 \mid 1]^{101}$

$= [61]^{101}$

$= 61$

Q. Find last two digit $(13)^{405} = ?$

$(13)^{405}$ में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

$\Rightarrow$ $(13)^{405}$

$13 \times [13^4]^{101}$

$13 \times 61 = (1 \times 1 + 6 \times 3) | 1 \times 1$

$= 19 | 1$

$= 91$

Q. Find last two digit $(17)^{48} = ?$

$(17)^{48}$ में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

Solution $\Rightarrow$

$(17)^{48}$

$(17^4)^{12}$

$(289 \times 289)^{12}$

$[(9 \times 8 + 9 \times 8) | 9 \times 9]^{12}$

$$\left[\frac{144}{81}\right]^{12}$$

$$\left[\frac{152}{1}\right]^{12}$$

$[21]^{12} = 41$

Q. Find last two digit $(29)^{42} = ?$

$(29)^{42}$ में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

Solution $\Rightarrow$

$(29)^{42}$

$= (29^2)^{21}$

$= (841)^{21}$

$= (41)^{21}$

$= 41$

Q. Find last two digit in $(59)^{84} = ?$

$(59)^{84}$ में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

Solution $\Rightarrow$

$(59)^{84}$

$= (595)^{42}$

$= (3481)^{42}$ $[\therefore (81)^{42} = 161 = 61]$

Last two digit $= 61$

Note : - If/यदि

$[2^{10}]$odd = 24 [last two digit]

$[2^{10}]$even = 76[last two digit]

Q. Find last two digit in $2^{541} = ?$

2^{541} में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

Solution $\Rightarrow$

(i) $(2)^{541}$	**(ii)** $(2^{10})^{54} \times 2$
$(2^{20})^{27} \times 2$	$= 76 \times 2$
$= 76 \times 2$	$= 152$
$= 152$	
Last two digit = 52	Last two digit = 52

Q. Find last two digit in $(4)^{541}$

$(4)^{541}$ में अंतिम दो अंक ज्ञात करो।

Solution $\Rightarrow$

4^{541}

$= (2^2)^{541}$

$= 2^{1082}$

$= (2^{10})^{108} \times 2^2$

$= 76 \times 4$ $\therefore [(2^{10})^{even} = 76]$

$= 304$

Last two digit = 04

Q. Find last two digit 8^{541} ?

8^{541} में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

Solution $\Rightarrow$

8^{541}

$= (2^3)^{541}$

$= (2)^{1623}$

$= (2^{10})^{162} \times 8$

$= 76 \times 8$

$= 608$

$= 08$

Last two digit = 08

Q. Find last two digit in $(15)^{73}$?

$(15)^{73}$ में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

$3^{73} \times 5^{73}$

$3 \times 3^{72} \times 5^{73}$ [5 की घात में अंतिम दो अंक 25 होता है]

$3 \times (3^4)^{18} \times 25$

$3 \times (81)^{81} \times 25$

$3 \times 41 \times 25$

$1 \times 23 \times 25$

23×25

Last two digit = 75

Q. Find last two digit in $(26)^{44} = ?$

$(26)^{44}$ में अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

Solution $\Rightarrow$

$(26)^{44}$ **Divide into two co-prime factor**

$(2)^{44} \times (13)^{44}$

$(2)^{20} \times 2^4 \times (13^4)^{11}$

$76 \times 16 \times (169 \times 169)^{11}$

$(6 \times 7 + 6 \times 1)/6 \times 6 \times (61)^{11}$

$45/36 \times 61$

$5/6 \times 61$

Last two digit $\Rightarrow 16 \times 61 = 76$

⇒ **Point that will be covered in Remainder theorem.**

(1) Basic
(2) Bionomial theorem
(3) Fermat remainder theorem
(4) Euler remainder theorem
(5) Wilson remainder therorem
(6) Chinese remainder therorem
(7) Form $a^n + b^n$
(8) Algebric expression
(9) Special conditions

Basic ⇒

(i) When divide a number by 10, we see the last digit Remainder = $\frac{324\underline{7}}{10} = 7$.

जब किसी संख्या में 10 से भाग देते हैं, तो अंतिम अंक देखते हैं।

(ii) When divide a number by 100, we see the last two digit.

जब किसी संख्या में 100 से भाग देते हैं, तो अंतिम दो अंक देखते हैं।

Remainder = $\frac{32\underline{46}}{100} = 46$

(iii) When divide a number by 5, we see the last digit.

जब किसी संख्या में 5 से भाग देते हैं, तो अंतिम अंक देखते हैं।

Remainder = $\frac{326\underline{7}}{5} = 2$

(iv) When divide a number by 25, we see the last two digit.

जब किसी संख्या में 25 से भाग देते हैं तो अंतिम दो अंक देखते हैं।

Remainder = $\frac{624\underline{37}}{25} = 12$

(v) Remainder = $\frac{64\underline{3}}{2} = 1$

Remainder = $\frac{3241}{3} = \frac{3+2+4+1}{3} = \frac{10}{3} = \frac{1}{3} = 1$

Remainder = $\frac{32462}{9} = \frac{8}{9} = 8$

Remainder = $\frac{63+64}{15} = 3 + 4 = 7$

Remainder = $\frac{1718+1719+1720+1721}{17} =$

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

Remainder = $\frac{22}{8} = \frac{11}{4} = 3 \times 2 = 6$

(2) Binomial theorem ⇒

$(x+a)^n = x^n + {}^nc_1 x^{n-1}a^1 + {}^nc_2 x^{n-2}a^2 \ldots\ldots + {}^nc_{n-1}x^1a^{n-1} + {}^nc_n x^0 a^n$

$= x^n + {}^nc_1 x^{n-1}a^1 + {}^nc_2 x^{n-2}a^2 + \ldots\ldots + {}^nc_{n-1}x^1a^{n-1} + a^n$

divide by x.

$$= \frac{x^n + {}^nc_1 x^{n-1}a^1 + {}^nc_2 x^{n-2}a^2 + \ldots\ldots + {}^nc_{n-1}x^1a^{n-1} + a^n}{x}$$

$$= \frac{0+0+0+\ldots\ldots 0+a^n}{x}$$

Now,

$$\frac{(x+a)^n}{x} = \frac{a^n}{x}$$

Example : - Find remainder/शेषफल ज्ञात करो ?

(i) $\frac{18^{205}}{17} = \frac{(17+1)^{205}}{17} = \frac{1^{205}}{17} = 1$ Remainder

(ii) $\frac{16^{205}}{17} = \frac{(17-1)^{205}}{17} = \frac{(-1)^{205}}{17} = -1 = 16$ Remainder

(iii) $\frac{36^{4623}}{7} = \frac{(35+1)^{4623}}{7} = \frac{1^{4623}}{7} = 1$ Remainder.

(iv) $\frac{64^{501}}{21} = \frac{1^{501}}{21} = 1$ Remainder

(v) $\frac{62^{500}}{21} = \frac{(63-1)^{500}}{21} = \frac{(-1)^{500}}{21} = \frac{1}{21} = 1$ Remainder

(vi) $\frac{62^{407}}{21} = \frac{(63-1)^{407}}{21} = \frac{-1^{407}}{21} = \frac{-1}{21} = 20$ Remainder

(vii) $\frac{2^{33}}{9} = \frac{(2^3)^{11}}{9} = \frac{8^{11}}{9} = \frac{(-1)^{11}}{9} = \frac{-1}{9} = 8$ Remainder

(viii) $\frac{2^{33}}{18} = \frac{2 \times 2^{32}}{18} = \frac{2^2 \times 2^{30}}{9} = \frac{2^2 \times (2^3)^{10}}{9} = \frac{4 \times 8^{10}}{9}$

$= \frac{4 \times (-1)^{10}}{9} = \frac{4}{9} \times \frac{2}{2} = \frac{8}{18} = 8$ Remainder

(ix) $\frac{3^{93}}{80} = \frac{3^1 \times 3^{92}}{80} = \frac{3 \times (3^4)^{23}}{80} = \frac{3 \times 81^{23}}{80} = \frac{3 \times 1}{80} =$

3 Remainder

(x) $\frac{7^{124}}{100} = \frac{(7^4)^{31}}{100} = \frac{(2401)^{31}}{100} = \frac{(2400+1)^{31}}{100} = \frac{(1)^{31}}{100} =$

1 Remainder

(xi) $\frac{85^{100}}{9} = \frac{4^{100}}{9} = \frac{4^1 \times 4^{99}}{9} = \frac{4 \times (4^3)^{33}}{9} = \frac{4 \times (1)^{33}}{9} =$

$\frac{4}{9}$ = 4 Remainder

(xii) $\frac{21^{201}}{400} = \frac{(20+1)^{201}}{400}$

$\therefore (20+1)^{201} =$

$$\frac{20^{201} + {}^{201}c_1\, 20^{200} \times 1^1 + {}^{20}c_2\, 20^{199} \times 1^2 + \ldots\ldots \ldots\ldots + {}^{201}c_{199} \times 20^2 \times 1^{199} + {}^{201}c_{200} \times 20^1 \times 1^{200} + 1^{200}}{20^2}$$

$(20+1)^{201} =$

$$\frac{20^{201} + {}^{201}c_1 20^{200} \times 1^1 \ldots\ldots 201 \times 20 + 1}{20^2}$$

$= \frac{4021}{400}$ = 21 remainder

3. Fermat theorem ⇒

Fermat theorem is used to reduce the power of a number.

फरमेट प्रमेय किसी नंबर की घात को कम करने के काम आती है।

$\frac{n^{(P-1)}}{P}$ = Remainder = 1

$\therefore$ P = Prime number (अभाज्य संख्या)

Example : -

Find remainder/शेषफल ज्ञात करो ?

(i) $\frac{7^{12}}{13}$ = 1 Remainder

(ii) $\frac{7^{13}}{13} = \frac{7 \times 7^{12}}{13} = \frac{7}{13}$ = 7 Remainder

(iii) $\frac{7^{14}}{13} = \frac{7^2 \times 7^{12}}{13} = \frac{72}{13} = \frac{49}{13}$ = 10 Remainder

(iv) $\frac{7^{25}}{13} = \frac{7^{12} \times 7^{12} \times 7^1}{13} = \frac{7}{13}$ = 7 Remainder

(v) $\frac{7^{121}}{13}$

Fermat number = 12

$\frac{121}{12}$ = 1

Now, $\frac{7^1}{13}$ = 7 Remainder

(vi) $\frac{21^{361}}{19}$

From bionomial theoram

$\frac{2^{361}}{19}$

From fermat theorem

fermal number = 18

$\frac{361}{18}$ = 1

Now, $\frac{2^1}{19} = \frac{2}{19}$ = 2 Remainder

(vii) $\frac{59^{121}}{13}$

By bionomial theorem

$\frac{59^{121}}{13} = \frac{7^{121}}{13}$

By fermat theorem

fermat number = 12

$\frac{121}{12}$ = 1

Now $\frac{7^1}{13}$ = 7 Remainder

(viii) $\frac{17^{73}}{19}$ fermat number = 18

$\frac{73}{18}$ = 1

Now, $\frac{17^1}{19}$ = 17 remainder

(ix) $\frac{11^{145}}{37}$

Fermat number = 36

$\frac{145}{36}$ = 1

Now, $\frac{11^1}{37}$ = 11 Remainder

(x) $\frac{53^{105}}{17}$

By bionomial theorem

$\frac{2^{105}}{17}$

By fermat theorem

Fermat number = 16

$\frac{105}{16}$ = 9

Now

$$\frac{2^9}{17} = \frac{2^4 \times 2^4 \times 2}{17} = \frac{-1 \times -1 \times 2}{17} = 2 \text{ remainder}$$

(xi) $\frac{2^{95}}{33}$

∴ 33 is not a prime number so using bionomial theorem.

33 अभाज्य संख्या नहीं है इसलिए bionomial theorem से।

$$\frac{(2^5)^{19}}{33} = \frac{(32)^{19}}{33} = \frac{(33-1)^{19}}{33} = \frac{-1}{33} = 32 \text{ Remainder}$$

4. Eular theorem ⇒

Eular number is a co-prime number of any number.

Eular संख्या किसी भी संख्या की एक सह-अभाज्य संख्या होती है।

(i) $16 = 2^4$

for euler number

$$16 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 16 \times \frac{1}{2} = 8$$

Co-prime no. of 16 = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15

(ii) $18 = 2 \times 3^2$

for euler number

$$18 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$= 18 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$$

$= 6$

Co-prime no. of 18 = 1, 5, 7, 11, 13, 17

(iii) $100 = 2^2 \times 5^2$

For euler number

$$100 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = 40$$

Note : -

The eular number of the prime number is a smaller number than the prime number.

अभाज्य संख्या का Euler Number उस अभाज्य एक संख्या से छोटी संख्या होती है।

17 is a prime number (17 एक अभाज्य संख्या है)

Euler number of 17 = 16

17 का Euler number = 16

Example : -

Find Remainder/शेषफल ज्ञात करो ?

(i) $\frac{6^{181}}{25}$ [∴6,25 are co-prime number]

Euler number = 25 = 5^2

$$= 25 \times \frac{4}{5} = 20$$

Now,

$$\frac{6^{\left(\frac{181}{20}\right)}}{25} = \frac{6^1}{25} = 6 \text{ Remainder}$$

(ii) $\frac{2^{16}}{15}$

2, 15 are co-prime number.

Euler number = 3 × 5

$$15 \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = 8$$

Now,

$$\frac{2^{\left(\frac{16}{8}\right)}}{15} = \frac{2^0}{15} = 1 \text{ Remainder}$$

(iii) $\frac{13^{418}}{40}$

13, 40 are co-prime number.

So, Euler number = 40 = $2^3 \times 5^1$

$$\Rightarrow 40 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$$

$\Rightarrow 16$

Now,

$$\frac{13^{418}}{40} = \frac{13^{\left(\frac{418}{16}\right)}}{40} = \frac{13^2}{40} = \frac{169}{40} = 9 \text{ Remainder}$$

(iv) $\frac{23^{541}}{27}$

23,27 are co-prime number.

Euler number = 27 = 3^3

$$= 27 \times \frac{2}{3}$$

$= 18$

Now,

$$\frac{23^{541}}{27} = \frac{23^{\left(\frac{541}{18}\right)}}{27} = \frac{23^1}{27} = 23 \text{ Remainder}$$

(v) $\dfrac{5^{500}}{2000}$

$\Rightarrow \dfrac{5^3 \times 5^{497}}{2000}$

$\Rightarrow \dfrac{5^{497}}{16}$

5, 16 are co-prime number.
So,
Euler number = 16 = 2^4

$\Rightarrow 16 \times \dfrac{1}{2}$

= 8
Now,

$\dfrac{5^{497}}{16} = \dfrac{5\left(\dfrac{497}{8}\right)}{16} = \dfrac{5^1}{16} = 5 \times 125 = 625$ Remainder

(vi) $\dfrac{55^{80}}{100}$

55, 100 are co-prime number.

$\dfrac{5^{80} \times 11^{80}}{100}$

$\dfrac{5^2 \times 5^{78} \times 11^{80}}{100} =$

$= \dfrac{5^{78} \times 11^{80}}{4} = \dfrac{(4+1)^{78} \times (12-1)^{80}}{4}$

$= \dfrac{1 \times 1}{4} = 1$

= 1 × 25 = 25 Remainder

(vii) $\dfrac{45^{82}}{110}$

$= \dfrac{5^{82} \times 9^{82}}{110}$

$= \dfrac{5 \times 5^{81} \times 9^{82}}{110}$

$= \dfrac{5^{81} \times 9^{82}}{22}$

Euler number of 22 ⇒ 22 ⇒ 2 × 11

$22 \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{10}{11}$

= 10

Now,

$\dfrac{5^{81} \times 9^{82}}{22}$

$= \dfrac{5\left(\dfrac{81}{10}\right) \times 9\left(\dfrac{82}{10}\right)}{22}$

$= \dfrac{5^1 \times 9^2}{22}$

$= \dfrac{5 \times 81}{22}$

$= \dfrac{405}{22} = 9 \times 5 = 45$ Remainder

5. Wilson remainder theorem and Chinese remainder theorem ⇒

(1) Prime Number (अभाज्य संख्या)

$\dfrac{\lfloor P-1}{P} = -1$ Remainder $\therefore$ [P = Prime Number]

Example : -

(i) $\dfrac{\lfloor 3-1}{3} = \dfrac{\lfloor 2}{3} = -1 = 2$ Remainder

(ii) $\dfrac{\lfloor 11-1}{11} = \dfrac{\lfloor 10}{11} = -1 = 10$ Remainder

(iii) $\dfrac{\lfloor 17-1}{17} = \dfrac{\lfloor 16}{17} = -1 = 16$ Remainder

(iv) $\dfrac{\lfloor 73-1 + 8}{73} = \dfrac{\lfloor 72 + 8}{73} = \dfrac{-1+8}{73} = \dfrac{7}{73}$

= 7 Remainder

(v) $\dfrac{\lfloor 101-1 - 10}{101} = \dfrac{\lfloor 100 - 10}{101} = \dfrac{-1-10}{101} = \dfrac{-11}{101}$

= 90 Remainder

2. Composite number/ भाज्य संख्या

$\dfrac{\lfloor N-1}{N} = 0$ Remainder

[$\therefore$ N > 4]

Example : -

(i) $\dfrac{\lfloor 10-1}{10} = 0$ Remainder

(ii) $\dfrac{\lfloor 100-1}{100} = 0$ Remainder

Q. $\frac{\lfloor 5}{7}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

S. $\frac{\lfloor 5}{7}$

We know

$= \frac{\lfloor 6}{7} = 6$ Remainder

$\frac{6 \times \lfloor 5}{7} = 6$

So, $\frac{\lfloor 5}{7} = 1$

Q. $\frac{\lfloor 9}{11}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

S. We know

$\frac{\lfloor 10}{\lfloor 11} = 10$ Remainder

$\frac{10 \times \lfloor 9}{11} = 10$

So, $\frac{\lfloor 9}{11} = 1$

Q. $\frac{\lfloor 14}{17}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

S. We know,

$\frac{\lfloor 16}{17} = 16$ Remainder

$\frac{16 \times 15 \times \lfloor 14}{17} = 16$ Remainder

$\frac{-1 \times -2 \times \lfloor 14}{17} = 16$ Remainder

So,

$\frac{\lfloor 14}{17} = 8$ Remainder

6. Chinese Remainder theorem ⇒

Example ⇒ $\frac{71}{10}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

Solution ⇒ $\frac{71}{2 \times 5}$

$\Rightarrow \frac{71}{2} = 1$ Remainder, $\frac{71}{5} = 1$ Remainder

So, $\frac{71}{10} = 1$ Remainder

Example ⇒ $\frac{(227)^{25}}{15}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

Solution ⇒ $\frac{(227)^{25}}{3 \times 5}$

$\frac{(227)^{25}}{3}$ Applying bionomial theorem

$\frac{(2)^{25}}{3}$

For reducing power

if divisor is prime number then we take one small number from prime number.

$\frac{(2)^{25}}{3} \left[\therefore \frac{25}{2} = 1 \text{ Remainder}\right]$

$= \frac{(2)^{1}}{3} = 2$ Remainder

Example ⇒ $\frac{(719)^{240}}{143}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$\frac{(719)^{240}}{11 \times 13}$

For reducing power we divide by one small number from the divisor

$\frac{(719)^{240}}{11}$ $\frac{(719)^{240}}{13}$

$\left[\therefore \frac{240}{10} = 0 \text{ Remainder}\right] \left[\therefore \frac{240}{12} = 0 \text{ Remainder}\right]$

$\frac{(719)^{\circ}}{11}$ $\frac{(719)^{\circ}}{13}$

Remainder = 1 Remainder = 1

So,

$\frac{(719)^{240}}{143} =$ Remainder = 1

Q. $\frac{2^{736}}{117}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

S. $\frac{2^{736}}{9 \times 13}$

$\frac{2^{736}}{9} =$ Remainder

$\frac{2^{736}}{13}$ = Remainder

By Euler Theorem

$\left[\therefore \frac{736}{6} = 4\,\text{Remainder}\right]$

$\frac{2^{4}}{9}$ = 7 Remainder

By Fermat Theorem

$\left[\therefore \frac{736}{12} = 4\,\text{Remainder}\right]$

$\frac{2^{4}}{13}$ = 3 Remainder

ऐसी कोई संख्या जिसमें 9 से भाग देने पर 7 शेष बचे व 13 से भाग देने पर 3 शेष बचे वह शेषफल होगा।

Remainder = 16

Special Rule = 1

If divisor is prime number and dividend repeat less than one time from divisor then remainder will be zero.

यदि भाजक एक अभाज्य संख्या हो और भाज्य, भाजक से एक बार कम पुनरावृत्ती हो तो शेषफल शून्य होगा।

Example : - Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

(i) $\frac{55555 \ldots\ldots\ldots 12\,\text{times}}{13}$ = 0 Remainder

(ii) $\frac{7777 \ldots\ldots\ldots (16\,\text{times})}{17}$ = 0 Remainder

Solution : -

$\frac{5555 \ldots\ldots\ldots (12\,\text{times})}{13}$ = 0 Remainder

$$\frac{5 \times (1111 \ldots\ldots\ldots 12\text{times})}{13}$$

$$\frac{5}{13} \times \left(\frac{10^{12} - 1}{10 - 1}\right)$$

$\therefore$ 1 + 10 + 100 + 1000 ....

$$\frac{1(10^{12} - 1)}{10 - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{5 \times (10^{12} - 1)}{13 \times 9}$$

By Chinese Remainder Theorem

$\Rightarrow \frac{5(10^{12} - 1)}{9}$	$\frac{5(10^{12} - 1)}{13}$
$\Rightarrow \frac{5(1 - 1)}{9}$	Applying Fermat Theorem
$\Rightarrow 0$	$\frac{5(10^{12/12} - 1)}{13}$

$= \frac{5(-1)}{13} = 0$

Example $\Rightarrow \frac{666666 \ldots\ldots\ldots (14\,\text{times})}{13}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$= \frac{66666666666666}{13} \left[\therefore \frac{14}{12} = 2\,\text{Remainder}\right]$

$= \frac{66}{13}$ Remainder = 1

Example $\Rightarrow$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$$\frac{77777 \ldots\ldots\ldots (56\,\text{times})}{19}$$

Make pair 18

$\frac{777 \ldots\ldots 777}{19} \left[\frac{56}{18} = 2\,\text{Remainder}\right]$

$= \frac{77}{19}$ = 1 Remainder

Example $\Rightarrow \frac{88888 \ldots\ldots\ldots (723\,\text{times})}{37}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

Here divisor is a prime number so,

$\frac{723}{36}$ = 3 Remainder

We take

$\frac{888}{37}$ = 0 Remainder

Special Rule - 2

$$\boxed{\frac{4}{6} = \text{Remainder } 4}$$

Example $\Rightarrow \frac{4^5}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$\frac{4^5}{6} = 4$ Remainder

Example $\Rightarrow \frac{4^{504}}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$\frac{4^{504}}{6} = 4$ Remainder

Example $\Rightarrow \frac{16^{24}}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

By Bionomial Theorem

$\frac{4^{24}}{6} = 4$ Remainder

$\frac{2^{odd}}{6} = 2$ Remainder | $\frac{2^{even}}{6} = 4$ Remainder

Q. $\frac{16^{503}}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$\frac{16^{503}}{6}$

By Bionomial Theorem

$\frac{4^{503}}{6} = 4$ Remainder

Q. $\frac{100^{100} + 100^{99} + 100^{98} + \ldots\ldots\ldots.100^1}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

By Bionomial Theorem

S. $\frac{4^{100} + 4^{99} + 4^{98} + 4^{97}\ldots\ldots\ldots.100}{6} = \frac{4+4+4+4+\ldots.100}{6}$

$\frac{400}{6} = 4$Remainder

Q. $\frac{10^{10} + 10^{100} + 10^{1000} + 10^{10000}}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

S. **By Bionomial Theorem**

$\frac{4^{10} + 4^{100} + 4^{1000} + 4^{10000}}{6}$

$= \frac{4+4+4+4}{6}$

$= \frac{16}{6} = 4$ Remainder

Q. $\frac{10^{10} + 10^{100} + 10^{1000} + 10^{10000}}{7}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$\frac{10^{10} + 10^{100} + 10^{1000} + 10^{10000}}{7}$

If divisor is prime number applying fermat theorem.

$\Rightarrow \frac{10^{\frac{10}{6}} + 10^{\frac{100}{6}} + 10^{\frac{1000}{6}} + 10^{\frac{10000}{6}}}{7}$

$\Rightarrow \frac{10^4 + 10^4 + 10^4 + 10^4}{7}$

$\Rightarrow$ By Bionomial theorem

$\Rightarrow \frac{3^4 + 3^4 + 3^4 + 3^4}{7}$

$\Rightarrow \frac{4+4+4+4}{7}$

= Remainder 2

Q. $\frac{64^{64^{64}}}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$\frac{(4^3)^{64^{61}}}{6} = 4$ Remainder

or

$\frac{(2^6)^{64^{61}}}{6} = \frac{2^2}{6} = 4$ Remainder

Q. $\frac{128^{77}}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

$\frac{(2^7)^{77}}{6} = \frac{2^{odd}}{6} = 2$ Remainder

Q. $\frac{20^1 + 20^2 + 20^3\ldots\ldots.+20^{44}}{6}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

S. **By Bionomial Theorem**

$= \frac{2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots\ldots\ldots 2^{44}}{6}$

$= \frac{2+4+2+4+2+4\ldots\ldots\ldots\ldots 2^{44}}{6}$

$= \frac{6+6+6\ldots\ldots\ldots(22\ \text{time})}{6}$

= 0 Remainder।

8. Algebric expression ⇒

$a^n - b^n \Rightarrow (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b^1 + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$

if n is even (यदि n सम हो)

(i)	(ii)
$(a^2 - b^2) = (a - b)(ab^\circ + a^\circ b)$ $= (a - b)(a + b)$	$a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$

If 'n' is odd (यदि 'n' विषम हो)

(i) $(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(ii) $(a^5 - b^5) = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$
$(a^5 + b^5) = (a + b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$

(iii) $(a^7 - b^7) = (a - b)(a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$
$(a^7 + b^7) = (a + b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$

Note : -

(i) $a^n - b^n$ if n is odd number then it will be always divide by $(a - b)$.
$a^n - b^n$ यदि n विषम संख्या हो तो यह हमेशा $(a - b)$ से विभाजित होगा।

(ii) $a^n + b^n$ if n is odd number then it will be always divide by $(a + b)$.
$a^n + b^n$ यदि n संख्या हो तो यह हमेशा $(a + b)$ से विभाजित होगा।

(iii) $a^n - b^n$, if n is even number then it will be always divide by $(a - b)/(a + b)$.
$a^n - b^n$ यदि n सम संख्या हो तो यह हमेशा $(a + b)/(a - b)$ से विभाजित होगा।

(iv) $a^n + b^n$ if n is even number then it will be not divisible by $(a + b)/(a - b)$.
$a^n + b^n$ यदि n सम संख्या हो तो यह $(a + b)/(a - b)$ से विभाजित नहीं होगा।

(v) $a^b + b^a$ if a, b odd number then it will be always divisible by $(a + b)$.
$a^b + b^a$ यदि a, b विषम संख्या हो तो यह हमेशा $(a + b)$ से विभाजित होगा।

Questions ⇒

1. $59^{15} - 1^{15}$

Solution ⇒

$a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 + ab)$
It is divide by $(a - b)$
यह $(a - b)$ से विभाजित होगा।
$(a - b) = (59 - 1)$
= 58 and its factor 29, 2.

2. $13^{10} - 1024$

Solution ⇒

$13^{10} - 2^{10}$
Power is even
So,
घात सम है, तो
$(a - b)(a + b) = (13 - 2)(13 + 2)$
= 11, 15 and its factor 3, 5.

3. $7^{40} - 27^{20}$

Solution ⇒

$(7^2)^{20} - 27^{20}$
Power is even (घात सम है)
So,
$(a + b)(a - b) = (49 + 27)(49 - 27)$
= 66, 22 and its factor 6,33,11,2

4. $\frac{15^{13} + 13^{15}}{7}$ Find remainder/शेषफल ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$15^{13} + 13^{15}$ it is divisible by $(a + b)$ $a + b = (15 + 13) =$ 28 and its factor 14, 7, 2
So,
Remainder is 0. /शेषफल 0 होगा ?

5. $3^{14} + 3^{13} - 12$ Find largest prime factor ?
सबसे बड़ा अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$3^{13} + (3+1) - 12$
$3^{13} \times 4 - 12$
$12(3^{12} - 1)$ (Power even)$(a^{12} - b^{12}) = (a^6 - b^6)(a^6 + b^6)$
$12(3^6 - 1)(3^6 + 1)$
$12 \times (729 - 1)(729 + 1) \Rightarrow 12 \times 728 \times 730$
Largest prime factor = 73

6. $11^{41} + 12^{41} + 13^{41} + 14^{41}$ always divide by ?

Solution ⇒

$11^{41} + 12^{41} + 13^{41} + 14^{41}$
$(11^{41} + 14^{41})(12^{41} + 13^{41})$
$(11 + 14)(x) + (12 + 13)(y)$
$25(x + y) \Rightarrow 25 \times 2(x + y)$
Divide by 50 and its factor.

Note : -

$a^n + b^n + c^n + c^n$ is always divide by $(a + b + c + d)$.
$a^n + b^n + c^n + d^n$ हमेशा $(a + b + c + d)$ से विभाजित होता है।

odd even odd even
a^n b^n c^n d^n $(a^n + b^n + c^n + d^n)$
even even
even + even = even

Example ⇒

$15^{71} + 16^{71} + 17^{71} + 18^{71}$

$= (15 + 16 + 17 + 18)$

$= 66$

7. $1^{203} + 2^{203} + 3^{203} + 4^{203} + 5^{203} + \ldots\ldots\ldots + 917^{203} + 918^{203}$.

Solution ⇒

$(1 + 918)a + (2 + 917)b + \ldots\ldots\ldots$

$919a + 919b + \ldots\ldots$

$919(a + b)$ it is divisible by 919.

8. $\dfrac{1^{49} + 2^{49} + 3^{49} + 4^{49} + \ldots\ldots\ldots + 49^{49}}{50}$

Find Remainder/शेषफल ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$\dfrac{1^{49} + 2^{49} + 3^{49} + 4^{49} + \ldots\ldots\ldots + 49^{49}}{50}$

$\Rightarrow \dfrac{(1+49)a + (2+48)b\ldots\ldots\ldots 25^{49}}{50}$ ($\because$ odd term)

$\Rightarrow \dfrac{50 \times a + 5ab\ldots\ldots\ldots + 25^{25}}{50}$

$\Rightarrow \dfrac{0 + 0 + \ldots\ldots\ldots + 25^{25}}{50}$

$\Rightarrow \dfrac{25 \times 25}{50} \quad \Rightarrow \dfrac{25^{24}}{2}$

$= 1 \times 25 = 25$

Find remainder/शेष ज्ञात करो ?

(1) $\dfrac{32^{32^{32}}}{3} = ?$

Solution ⇒ $\dfrac{(-1)^{32^{32}}}{3} = \dfrac{(-1)^{\text{even}}}{3} = 1$

(2) $\dfrac{32^{32^{32}}}{5} = ?$

By binomial theorem.

Solution ⇒ $\dfrac{2^{32^{32}}}{5} = \dfrac{2^{32 \times 32 \ldots\ldots\ldots 32}}{5}$

Here, Fermat number = 4

$= \dfrac{2^{\frac{32 \times 32\ldots\ldots\ldots 32}{4}}}{5} = \dfrac{2^{0}}{5}$

$= 1$ Remainder

(3) $\dfrac{32^{32^{32}}}{6} = ?$

Solution ⇒ By Bionomial theorem

$\dfrac{32^{32^{32}}}{6} = \dfrac{2^{32^{32}}}{6} = \dfrac{2^{\text{even}}}{6} = 4$ remainder

(4) $\dfrac{32^{32^{32}}}{7} = ?$

Solution ⇒ By Bionomial theorem

$\dfrac{32^{32^{32}}}{7} = \dfrac{4^{32^{32}}}{7}$

By fermat theorem

fermat number = 6

$\dfrac{32^{32}}{6} = \dfrac{2^{32}}{6} = 4 \qquad [2^{\text{even}} = 4]$

Now,

$\dfrac{4^{4}}{7} = \dfrac{16 \times 16}{7} = 4$

(5) $\dfrac{32^{32^{32}}}{9} = ?$

By Bionomial theorem

$\dfrac{32^{32^{32}}}{9} = \dfrac{5^{32^{32}}}{9}$

By Euler therem

Euler number = 6

$\dfrac{32^{32}}{6} = \dfrac{2^{32}}{6} = 4 \qquad [2^{\text{even}} = 4]$

Now,

$\dfrac{5^{4}}{9} = \dfrac{25 \times 25}{9} = \dfrac{-2 \times -2}{9} = 4$ Remainder

Question ⇒

$\dfrac{7^{5} + 77^{5} + 777^{5} + 7777^{5} + \ldots\ldots\ldots\ldots 100\,\text{terms}}{8}$

Find remainder/शेषफल ज्ञात करो।

Solution ⇒

$\dfrac{(-1)^{5} + 5^{5} + 1^{5} + 1^{5} + \ldots\ldots\ldots \text{terms}}{8}$

$\dfrac{-1 + (25 \times 25 \times 5) + 1 + 4 + \ldots\ldots\ldots \text{terms}}{8}$

$\dfrac{7 + 5 + 1 + 1\ldots\ldots\ldots 100\,\text{terms}}{8}$

$\dfrac{7 + 5 + 98}{8} = 6$ Remainder

Question ⇒

$$\frac{13^{112}+133^{116}+1333^{120}+13333^{124}+........+(1000\,\text{terms})}{8}$$

Find remainder/शेषफल ज्ञात करो?

Solution ⇒

By using Bionomial & Euler theorem
here euler Number = 4

$$=\frac{1+1+1+1+..........1000\,\text{times}}{8}$$

$$=\frac{1000}{8}=0\text{ Remainder}$$

Question ⇒

$$\frac{6+66+666+6666+.........1000\,\text{terms}}{8}$$

Find remainder/शेष ज्ञात करो?

Solution ⇒

$$\frac{6+66+666+6666+.........1000\,\text{terms}}{8}$$

$$\frac{6+2+2+2+2.........1000\,\text{terms}}{8}$$

$$\frac{6+999\times 2}{8}=\frac{6+1998}{8}=\frac{2004}{8}=4\text{ Remainder}$$

Question ⇒

$\frac{4+44+444}{9}$ Find remainder/शेष ज्ञात करो?

Solution ⇒

$$\frac{4+44+444}{9}=\frac{4+8+12}{9}=\frac{4+8+3}{9}=\frac{15}{9}=6$$

Question ⇒

$\frac{32+4231}{9}$ Find remainder/शेष ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$$\frac{32+4231}{9}=\frac{5+10}{9}=\frac{5+1}{9}=6\text{ Remainder}$$

Question ⇒

$\frac{1^2+11^2+111^2+1111^2+11111^2}{9}$ Find remainder/शेष ज्ञात करो?

Solution ⇒

$$\frac{1^2+11^2+111^2+1111^2+11111^2}{9}$$

from digit sum.

$$\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2}{9}$$

$$=\frac{1+4+9+16+25}{9}$$

$$=\frac{1+4+9+7+7}{9}=\frac{1}{9}=1\text{ Remainder}$$

Question ⇒

$$\frac{1^2+11^2+111^2+1111^2+.......28\text{terms}}{9}$$

Find remainder/शेष ज्ञात करो?

Solution ⇒

By digit sum

$$\Rightarrow\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2.........+28^2}{9}$$

लगातार

↓ Square digit sum ⇒ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Consecutive

$\frac{28\times 29\times 57}{6}=14\times 29\times 19$
$=5\times 11\times 10$
$=5\times 2\times 1$
$=10$
$=1$

Now,

$$\frac{1^2+2^3+3^2+4^2+5^2........28^2}{9}$$

$$=\frac{1}{9}=1\text{ Remainder}$$

Question ⇒

$\frac{4^2+44^2+444^2+4444^2+........(28\,\text{terms})}{9}$ Find remainder/शेष ज्ञात करो?

Solution ⇒

$$\frac{4^2+44^2+444^2+4444^2+........(28\,\text{terms})}{9}$$

$$\frac{(4\times1)^2+(4\times11)^2+(4\times111)^2+(4\times1111)^2+........(28\text{terms})}{9}$$

$$\frac{4^2\left[1^2+11^2+111^2+1111^2+.......+(28\,\text{terms})\right]}{9}$$

$$\frac{16\left[1+11^2+111^2+1111^2+.......+(28\,\text{terms})\right]}{9}$$

Now digit sum,

$$=\frac{16\left[1+2^2+3^2+4^2+.........28\,\text{terms}\right]}{9}$$

$$=\frac{16\left[\frac{28\times29\times57}{6}\right]}{9}=\frac{16(1)}{9}=\frac{7\times1}{9}=7\text{ Remainder}$$

Question ⇒

$$\frac{\lfloor\underline{1} + \lfloor\underline{2} + \lfloor\underline{3}}{12}$$ Find remainder/शेष ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$$\frac{1+2+6}{12} = \frac{9}{12} = 9 \text{ Remainder.}$$

Question ⇒

$$\frac{\lfloor\underline{1} + \lfloor\underline{2} + \lfloor\underline{3} + \lfloor\underline{4} + \lfloor\underline{5}}{12}$$ Find remainder/शेष ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$$\frac{\lfloor\underline{1} + \lfloor\underline{2} + \lfloor\underline{3} + \lfloor\underline{4} + \lfloor\underline{5}}{12}$$

$$= \frac{1+2+6+24+120}{12}$$

$$= \frac{1+2+6+0+0}{12}$$

$$= \frac{9}{12} = 9 \text{ Remainder}$$

Question ⇒

$$\frac{\lfloor\underline{1} + \lfloor\underline{2} + \lfloor\underline{3} + \lfloor\underline{4} + \lfloor\underline{5} + \ldots\ldots\ldots + \lfloor\underline{100}}{12}$$ Find remainder/शेष ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$$\frac{\lfloor\underline{1} + \lfloor\underline{2} + \lfloor\underline{3} + \lfloor\underline{4} + \lfloor\underline{5} + \ldots\ldots\ldots + \lfloor\underline{100}}{12}$$

$$\frac{1+2+6+24+120\ldots\ldots\ldots}{12}$$

$$\frac{1+2+6+0+0}{12}$$

= 9 Remainder

Question ⇒

$$\frac{\lfloor\underline{1} + \lfloor\underline{2} + \lfloor\underline{3} + \lfloor\underline{4} + \lfloor\underline{5} + \ldots\ldots\ldots + \lfloor\underline{100}}{20}$$ Find remainder/शेष ज्ञात करो ?

Solution ⇒

$$\frac{\lfloor\underline{1} + \lfloor\underline{2} + \lfloor\underline{3} + \lfloor\underline{4} + \lfloor\underline{5} + \ldots\ldots\ldots + \lfloor\underline{100}}{20}$$

$$\frac{1+2+6+24+120+\ldots\ldots\ldots\ldots}{20}$$

$= 1 + 2 + 6 + 4 + 0 + 0 \ldots\ldots\ldots$

= 13 Remainder

Maximum power/(अधिकतम घात)

Q. Find maximum power of 2 / 2 की अधिकतम घात ज्ञात करो —

(i) $2 \times 6 \times 5 \times 4$

$2^1 \times 2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 2^2$

$2^4 \times 3^1 \times 5^1$

maximum power of 2 = 2^4

(ii) $\lfloor\underline{100}$

2	100
2	50
2	25
2	12
2	6
2	3
	1

50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1

Maximum power at 2 = 2^{97}

Q. Find maximum power of 5.

5 की अधिकतम ज्ञात करो।

Solution :-

$\Rightarrow 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$

$\Rightarrow 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \underline{5} \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times \underline{5} \times 2$

$\Rightarrow 5^2$

Maximum power of 5 = 2

Q. Find 3 maximum power in $\lfloor\underline{100}$.

$\lfloor\underline{100}$ में 3 की अधिकतम घात ज्ञात करो।

Solution :-

3	100
3	33
3	11
3	3
	1

⇒ Maximum power of 3 = 3^{48}

Q. Find 5 maximum power in $\lfloor\underline{100}$.

$\lfloor\underline{100}$ में 5 की अधिकतम घात ज्ञात करो।

Solution :-

5	100
5	20
3	4

Maximum power at 5 = 5^{24}

Q. Find 6 maximum power in $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$.

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ में 6 की अधिकतम घात ज्ञात करो।

Solution :-

6 का Prime factor में तोड़ने पर $6 = 3 \times 2$

Now

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$

$1 \times 2^1 \times 3^1 \times 2^2 \times 5^1 = 2^3 \times 3^1$

Maximum power of 6 = 6^1

Notes : -

Find maximum power in $\lfloor 100$.

$\lfloor 100$ में अधिकतम घात ज्ञात करो।

(i) maximum power of 2 = 2^{97}

(ii) maximum power of 3 = 3^{48}

(iii) maximum power of 4 = $(2^2)^{48} \times 2^1$

$= 4^{48} \times 2^1$

$= 4^{48}$

(iv) maximum power of 8 = $(2^3)^{32} \times 2^1$

$= 8^{32}$

(v) maximum power of 16 = $(2^4)^{24} \times 2^1$

$= (16)^{24} \times 2^1$

$= 16^{24}$

(vi) maximum power of 6 = $(6 = 2 \times 3)$

$2^{97} \times 3^{48}$

$= 6^{48}$

(vii) maximum power of 10 = $2^{97} \times 5^{24}$

$= 10^{24}$

$\therefore (10 = 2 \times 5)$

Q. $\lfloor 200$ find number of zeros.

$\lfloor 200$ में शून्य को की संख्या ज्ञात करो।

Solution:-

5	200
5	40
5	8
	1

$\rightarrow 5^{49}$

Number of zero = 49

Number of zeros (शून्याकों की संख्या) —

1. $64 \times 105 \times 62 \times 125 \times 45 \times 41 \times 43 \times 45 \times 125$

Solution : -

$2^6 \times 5^1 \times 2^1 \times 5^3 \times 5^1 \times 5^1 \times 5^3$

$2^7 \times 5^9$

Number of zero = 7

2. $\lfloor 100$ number of zero.

$\lfloor 100$ में शून्यांकों की संख्या ज्ञात करो ?

Solution : -

5	100
5	20
2	4

$\rightarrow 5^{24}$

Number of zero = 24

3. $\lfloor 22$ first non zero number.

$\lfloor 22$ में पहली गैर शून्य संख्या ?

Solution : -

$\lfloor 22$

$2^A \times \lfloor A \times \lfloor B$

$2^4 \times \lfloor 4 \times \lfloor 2$

$$\therefore 5)\,22\,(4 \leftarrow A$$
$$\underline{20}$$
$$2 \quad \leftarrow B$$

Now find unit digit

$2^4 \times \lfloor 4 \times \lfloor 2$

$6 \times 4 \times 2 = 48 = 8$

First non zero number = 8

4. $\lfloor 26$ First non zero digit.

$\lfloor 26$ में पहली गैर शून्य संख्या।

Solution : -

$\lfloor 26$

$\Rightarrow 2^A \times \lfloor A \times \lfloor B$

$2^5 \times \lfloor 5 \times \lfloor 1$

$$\therefore 5)\,26\,(5 \leftarrow A$$
$$\underline{25}$$
$$1 \quad \leftarrow B$$

Now from unit digit

$2 \times 2 \times 1$

$= 4$

5. $\lfloor 33$ first non zero digit.

$\lfloor 33$ में पहली गैर शून्य संख्या।

Solution : -

$\lfloor 33 = 2^A \times \lfloor A \times \lfloor B$

$= 2^6 \times \lfloor 6 \times \lfloor 3$

$$\therefore 5\overline{)33}(6 \leftarrow A$$
$$\underline{30}$$
$$3 \quad \leftarrow B$$

Non from unit digit
$= 4 \times 2 \times 6$
$= 8$

6. $\lfloor 100$ first non zero digit.

$\lfloor 100$ में पहली गैर शून्य संख्या।

Solution : -

$\lfloor 100 = 2^A \times \lfloor A \times \lfloor B$

$= 2^{20} \times \lfloor 20 \times \lfloor 0$

$$\therefore 5\overline{)100}(20 \leftarrow A$$
$$\underline{100}$$
$$2 \quad \leftarrow B$$

Now from unit digit

$= 2^{20} \times \lfloor 20 \times \lfloor 0$
$= 6 \times 4$
$= 4$

$$\therefore 5\overline{)20}(4$$
$$\underline{20}$$
$$1$$

$\lfloor 20 = 2^A \times \lfloor A \times \lfloor B$

$= 2^1 \times \lfloor 4 \times \lfloor 0$

7. **Note** : - (A) किसी भी संख्या को जोड़ो पर शून्य मिनिमम लेते हैं।

$\lfloor 100 + \lfloor 105 + \lfloor 110 + \lfloor 115$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$24 \quad 25 \quad 26 \quad 27$

Number of zero = 24

(B) किसी भी संख्या को गुणा करने पर शून्य की संख्या जुड़ जाती है।

(i) $10 \times 100 \Rightarrow 1000$

(ii) $\lfloor 20 \times \lfloor 25 = 4 + 6 = 10$

Number of zero = 10

(iii) $1^{\lfloor 1} \times 2^{\lfloor 2} \times 3^{\lfloor 3} \times 4^{\lfloor 4} \times 5^{\lfloor 5} \times 6^{\lfloor 6} \times 7^{\lfloor 7} \times 8^{\lfloor 8} \times 9^{\lfloor 9} \times 10^{\lfloor 10}$

$\Rightarrow 5^{\lfloor 5} \times 10^{\lfloor 10}$

$\Rightarrow 5^{\lfloor 5 + \lfloor 10}$

Number of zero = $\lfloor 5 + \lfloor 10$

(C) भाग में

$\dfrac{\lfloor 30}{\lfloor 25} = \dfrac{6}{5} = 6 - 5 = 1$

Number of zero = 1

Q. $1^5 \times 2^5 \times 3^5 \times 4^5 \times 5^5 \times 6^5 \times 7^5 \times 8^5 \times 9^5 \times 10^5$ find number of zero/शून्य की संख्या ज्ञात करो ?

Solution : -

$1^5 \times 2^5 \times 3^5 \times 4^5 \times 5^5 \times 6^5 \times 7^5 \times 8^5 \times 9^5 \times 10^5$

$\Rightarrow 5^5 \times 5^5$

$\Rightarrow 5^{10}$

Number of zero = 10

Q. $1^1 + 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times 6^6 \times 7^7 \times 8^8 \times 9^9 \times 10^{10}$ find the number of zeros/शून्य की संख्या ज्ञात करो ?

Solution : -

$\Rightarrow 5^5 \times 5^{10}$

$\Rightarrow 5^{15}$

Number of zero = 15

Q. $1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times 6^6$ .... $\times 25^{25}$ find the number of zeros/शून्य की संख्या ज्ञात करो ?

Solution : -

$1^1 \times 2^2 \times 3^3$ .... $\times 25^{25}$

$\Rightarrow 5^5 \times 5^{10} \times 5^{15} \times 5^{20} \times 5^{50}$

$\Rightarrow 5^{100}$

Number of zero = 100

Q. $1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5$ .... $\times 50^{50}$ find number of zeros/शून्य की संख्या ज्ञात करो ?

Solution : -

$1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5$ .... $\times 50^{50}$

$\Rightarrow 5^5 \times 5^{10} \times 5^{15} \times 5^{20} \times 5^{50} \times 5^{30} \times 5^{35} \times 5^{40} \times 5^{45} \times 5^{100}$

$$\Rightarrow \left(\frac{5+50}{2}\right) \times 10 \times 25 + 50$$

$\Rightarrow 350$

Number of zero = 350

Q. $1^3 \times 2^4 \times 3^5 \times 5^7 \times 6^8 \times 7^9$ .... 25^{27} find number of zeros/शून्य की संख्या ज्ञात करो ?

Solution : -

$\Rightarrow 5^7 \times 5^{12} \times 5^{17} \times 5^{22} \times 5^{54}$

$$\Rightarrow \frac{(7+27)}{2} \times 5 + 27$$

$\Rightarrow 85 + 27$

$\Rightarrow 112$

Factor

1. (A) Find the number of prime factor/अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या ?

(i) $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3^1$

Add power (घातों को जोड़ने पर)

$= 3 + 1 = 4$

(ii) $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$

Add power (घातों को जोड़ने पर)

$= 2 + 1 + 1$

$= 4$

Example ⇒ 24 $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3^1$.

(i) Number of prime factor (अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या) ⇒

sum of power (घातों का योग) $3 + 1 = 4$

(ii) Total number of factor (कुल गुणनखण्डों की संख्या) ⇒

$x^p \times y^q$

$\Rightarrow (P + 1)(q + 1)$

$(3 + 1)(1 + 1)$

$4 \times 2 = 8$

(iii) Number of odd factor (विषम गुणनखण्डों की संख्या) ⇒

$1 \times (q + 1)$

1×2

$= 2$

(iv) Number of even factor (सम गुणनखण्डों की संख्या) ⇒

= Total factor – odd factor

$= 8 - 2$

$= 6$

Or

$P(q + 1)$

$= 3 \times (1 + 1) = 6$

(v) Sum of factor (गुणनखण्डों का योग) ⇒

$(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)\ (3^0 + 3^1)$

$(1 + 2 + 4 + 8)\ (1 + 3)$

$= 15 \times 4 = 60$

(vi) Sum of odd factor (विषम गुणनखण्डों का योग)⇒

$2^0(3^0 + 3^1)$

$1 \times 4 = 4$

(vii) Sum of even factor (सम गुणनखण्डों का योग)⇒

Sum of factor – sum of odd factor

$= 60 - 4$

$= 56$

or

$(2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1)$

14×4

$= 56$

(viii) Product of factor (गुणनखण्डों का गुणनखण्ड)⇒

$$(\text{Number})^{\frac{\text{Total Factor}}{2}}$$

$$\Rightarrow (24)^{\frac{8}{2}} = 24^4$$

$$\Rightarrow 3,31,776$$

(ix) Average of factor (गुणनखण्ड का औसत) ⇒

$$\frac{\text{Sum of factor}}{\text{Total number of factor}}$$

$$= \frac{(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1)}{4 \times 2}$$

$$= \frac{15 \times 4}{4 \times 2} = 7.5$$

(x) Multiple of 4 (4 के गुणज) ⇒

$2^2 \times 2^1 \times 3^1$

$(1 + 1)(1 + 1)$

$= 4$

(xi) Multiple of 8 (8 के गुणज) ⇒

$2^3 \times 3^1$

$(1 + 1)$

$= 2$

(xii) Multiple of 10 (10 के गुणज) ⇒ 0

(xiii) Perfect square (पूर्ण वर्ग) ⇒

$(2^2)^1 \times 2^1 \times 3^1$

$1 + 1 = 2$

(xiv) Pefect cube (पूर्ण घन) ⇒

$(2^3)^1 \times 3^1$

$(1 + 1)$

$= 2$

(xv) Sum of reciprocal of factor (गुणनखण्डों के व्युत्क्रमों का योग) ⇒

$$\frac{\text{Sum of Factor}}{\text{Number}} = \frac{(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1)}{24}$$

$$= \frac{60}{24} = 2.5$$

(xvi) Sum of prime factor (अभाज्य गुणनखण्डों का योग) ⇒

$2^3 + 3^1$

$= 2 + 3 = 5$

(xvii) Sum of composite factor(भाज्य गुणनखण्डों का योग) ⇒

sum of factor – sum of prime factor – 1

$= 60 - 5 - 1$

$= 54$

(xviii) Perfect square but not perfect cube (पूर्ण वर्ग हो परंतु पूर्ण घन न हो) ⇒

$128 \to 2^7$

for squre divide by 2 in power and add 1

$2^7 = \frac{7}{2} = (3+1) = 4$ .... (1)

for power 6 divide by 6 and add 1

$2^7 = \frac{7}{6} = 1 + 1 = 2$ ....(ii)

From (i) & (ii)

$4 - 2 = 2$

Q. $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 (x^p \times y^q \times z^r)$

(i) Number of Prime factor (अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या) ⇒

⇒ (p + q + r)

⇒ (2 + 1 + 1)

⇒ 4

(ii) Total number of factor ⇒

$(p + 1)(q + 1)(r + 1)$

$= 3 \times 2 \times 2$

$= 12$

(iii) Number of odd factor (विषम गुणनखण्डों की संख्या) ⇒

$1 \times (q + 1) \times (r + 1)$

$= 1 \times 2 \times 2$

$= 4$

(iv) Number of ever factor (विषम गुणनखण्डों की संख्या) ⇒

Total factor – odd factor

= 12 – 4

= 8

Or

$P \times (q+1)(r+1)$

$= 2(1+1)(1+1)$

$= 2 \times 2 \times 2 = 8$

(v) Sum of factor(गुणनखण्डों का योग) ⇒

$2^2 \times 3^1 \times 5^1$

$(2^0 + 2^1 + 2^2)(3^0+3^1)(5^0 + 5^1)$

$(1 + 2 + 4)(1 + 3)(1 + 5)$

$7 \times 4 \times 6$

$= 168$

(vi) Sum of odd factor (विषम गुणनखण्डों का योग)⇒

$2^0(3^0 + 3^1)(5^0 + 5^1)$

$1 \times 4 \times 6$

$= 24$

(vii) Sum of even factor (सम गुणनखण्डों का योग) ⇒

sum of factor – sum of odd factor

168 – 24

= 144

or

$(2^1 + 2^2)+(3^0 + 3^1)(5^0 + 5^1)$

$= 6 \times 4 \times 6$

$= 144$

(viii) Product of factor (गुणनखण्डों का गुणनखण्ड)⇒

$(\text{Number})^{\frac{\text{Total of Factor}}{2}}$

$= (60)^{\frac{12}{2}}$

$= 60^6$

(ix) Average of factor (गुणनखण्डों का औसत) ⇒

$\frac{\text{Sum of factor}}{\text{Total of factor}}$

$= \frac{(2^0 + 2^1 + 2^2)(3^0 + 3^1)(5^0 + 5^1)}{3 \times 2 \times 2}$

$= \frac{7 \times 4 \times 6}{3 \times 2 \times 2} = 14$

(x) Multiple of 4 (4 के गुणज) ⇒

$2^2 \times 3^1 \times 5^1$

$(1 + 1)(1 + 1)$

$= 4$

(xi) Multiple of 8 (8 के गुणज) ⇒ 0

(xii) Multiple of 10 (10 के गुणज) ⇒

$10 \times 2^1 \times 3^1$

$(1 + 1)(1 + 1)$

$= 4$

(xiii) Perfect square (पूर्ण वर्ग) ⇒

$(2^2)^1 \times 3^1 \times 5^1$

↓

$(1 + 1) = 2$

(xiv) Perfect cube (पूर्ण घन) ⇒

$2^2 \times 3^1 + 5^1$

$(0 + 1)(0 + 1)(0 + 1)$

$= 1 \times 1 \times 1$

$= 1$

(xv) Sum of reciprocal of factor (गुणनखण्डों के व्युत्क्रमों का योग) ⇒

$\frac{\text{Sum of factor}}{\text{Number}}$

$\frac{2^0 + 2^1 + 2^2 (3^0 + 3^1)(5^0 + 5^1)}{60}$

$= \frac{168}{60} = 2.8$

(xvi) Sum of prime factor (अभाज्य गुणनखण्डों का योग) $\Rightarrow 2^2 \times 3^1 \times 5^1$

$\Rightarrow 2 + 3 + 5 = 10$

(xvii) Sum of composite factor (भाज्य गुणनखण्डों का योग) $\Rightarrow$

Sum of factor – sum of prime factor – 1

$\Rightarrow 168 - 10 - 1$

$\Rightarrow 157$

(xviii) Perfect square but not perfect cube (पूर्ण वर्ग हो परंतु पूर्ण घन न हो) $\Rightarrow$

$2^7 \times 3^8 \times 5^9$

for square divide by 2 in power and add 1

$2^7 \times 3^8 \times 5^9$

$(3 + 1)(4 + 1)(4 + 1) = 100$ .... (i)

for power 6 divide by 6 and add 1

$2^7 \times 3^8 \times 5^9$

$(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 8$ ....(ii)

from equation (i) & (ii)

$100 - 8 = 92$

Note : -

(1) यदि कोई विषम संख्या वर्गमूल के रूप में हो तो उसका कोई भी गुणनखण्ड हमेशा विषम होगा।

$x^2 \xrightarrow{\text{Factor}} \text{odd}$

Ex.$\Rightarrow$ N^2 Factor नहीं है।

(A) 9 (B) 11

(C) 13 (D) 10

Ans.$\Rightarrow$ 10(sum number)

Q. 400 से पहले कितनी संख्याएँ है जिनके विषम गुणनखण्ड हो।

Solution : -

$(19)^2 = 361$

Numbers = 19

(ii) अभाज्य संख्या के वर्ग के हमेशा 3 गुणनखण्ड होते हैं।

(Prime Number)^2 = odd/3 factor.

$$P \longrightarrow P^2 \begin{cases} 1 \\ P \\ P^2 \end{cases}$$

Ex $\Rightarrow$ 2 digit के कितने Number होंगे जिनके 3 factor हैं ?

Solution : -

$5^2 \Rightarrow 25$

$7^2 \Rightarrow 49$

So 2 Number which have 3 factor.

Ex $\Rightarrow$3 digit के कितने number होंगे जिनके 3 factor हो ?

$11^2 \rightarrow 121$

$13^2 \rightarrow 169$

$17^2 \rightarrow 289$

$19^2 \rightarrow 361$

$23^2 \rightarrow 529$

$29^2 \rightarrow 841$

$31^2 \rightarrow 961$

So 7 number which have 3 factor.

1. digit number which have 3 factor = 1
2. digit number which have 3 factor = 2
3. digit number which have 3 factor = 7
4. digit number which have 3 factor = 14

Q. $1440 \rightarrow 2^5 \times 3^2 \times 5^1$

(i) Number of Prime factor (अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या) $\Rightarrow$

$5 + 2 + 1$

$= 8$

(ii) Number of total factor (कुल गुणनखण्डों की संख्या) $\Rightarrow$

$(P + 1)(q + 1)(r + 1)$

$(5 + 1)(2 + 1)(1 + 1)$

$= 6 \times 3 \times 2$

$= 36$

(iii) Number of odd factor (विषम गुणनखण्डों की संख्या)$\Rightarrow$

$1(q + 1)(r + 1)$

$1 \times 3 \times 2$

$= 6$

(iv) Number of even factor (सम गुणनखण्डों की संख्या)$\Rightarrow$

$P(q + 1)(r + 1)$

$= 5 \times 3 \times 2$

$= 30$

(v) Sum of factor (गुणनखण्डों का योग)$\Rightarrow$

$2^5 \times 3^2 \times 5^1$

$(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1)$

$= 63 \times 13 \times 6$

$= 4914$

(vi) Sum of odd factor (विषम गुणनखण्डों का योग)$\Rightarrow$

$2^0 (3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1)$

$= 1 \times 13 \times 6$

$= 78$

(vii) Sum of even factor (सम गुणनखण्डों का योग)$\Rightarrow$

$\Rightarrow (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1)$

$\Rightarrow 62 \times 13 \times 6$

$\Rightarrow 4836$

(viii) Product of factor(गुणनखण्डों का गुणनफल) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow (\text{Number})^{\frac{\text{Total Factor}}{2}}$$

$$\Rightarrow (1440)^{\frac{36}{2}}$$

$\Rightarrow 1440^{18}$

(ix) Average of factor (गुणनखण्डों का औसत) $\Rightarrow$

$$\frac{\text{sum of factor}}{\text{No. of factor}} \Rightarrow \frac{4914}{36} = 136.5$$

(x) Multiple of 4 (4 के गुणज) ⇒

$2^5 \times 3^2 \times 5^1$

$4 \times 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

$(3 + 1)(2 + 1)(5 + 1) = 24$

(xi) Multiple of 8 (8 के गुणज) ⇒

$= 2^5 \times 3^2 \times 5^1$

$= 8 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^1$

$(2 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 18$

(xii) Multiple of 10 (10 के गुणज) ⇒

$= 2^5 \times 3^2 \times 5^1$

$2 \times 5 \times 2^4 \times 3^2$

$(4 + 1)(2 + 1) = 5 \times 3 = 15$

(xiii) Perfect square (पूर्ण वर्ग) ⇒

$2^5 \times 3^2 \times 5^1$

divide by 2 in power and add 1

$(2 + 1)(1 + 1)(0 + 1)$

$= 3 \times 2 \times 1$

$= 6$

(xiv) Perfect cube (पूर्ण घन) ⇒

$2^5 \times 3^2 \times 5^1$

divide by 3 in power and add

$(1 + 1)(0 + 1)(0 + 1)$

$= 2 \times 1 \times 1$

$= 2$

(xv) Sum of reciprocal of factor (गुणनखण्डों को व्युत्क्रमों का योग) ⇒

$= \dfrac{\text{Sum of factor}}{\text{Number}}$

$= \dfrac{4914}{1440}$

$= 3.4125$

(xvi) Sum of prime factor (अभाज्य गुणनखण्डों का योग) ⇒

$x + y + z$

$2 + 3 + 5 = 10$

(xvii) Sum of composite factor (भाज्य गुणनखण्डों का योग) ⇒

Sum of factor – Sum of prime factor – 1

$= 4914 - 10 - 1$

$= 4903$

(xviii) Perfect square but not perfect cube (पूर्ण वर्ग हो लेकिन पूर्ण घन नहीं हो) ⇒

$2^5 \times 3^2 \times 5^1$

Power 2

$(2 + 1)(1 + 1)(0 + 1) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

Power 6

$(0 + 1)(0 + 1)(0 + 1)$

$1 \times 1 \times 1$

$= 1$

Now

$6 - 1 = 5$

(xix) Sum of multiple of 8 (8 के गुणज का योग) ⇒

$2^5 \times 3^2 \times 5^1$

$\Rightarrow 8 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^1$

$\Rightarrow 8 \times (2^0 + 2^1 + 2^2)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1)$

$\Rightarrow 8 \times 7 \times 13 \times 6$

$\Rightarrow 4368$

(xx) Sum of multiple of 10 (10 के गुणज का योग) ⇒

$2^5 \times 3^2 \times 5^1$

$= 10 \times 2^4 \times 3^2$

$= 10 \times (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)$

$= 10 \times 31 \times 13$

$= 4030$

Divisor/Dividend/Quotient/Remainder

भाजक/भाज्य/भागफल/शेषफल

Divisor (भाजक)) Dividend (भाज्य) (Quotient (भागफल)

Remainder (शेषफल)

⇒ Dividend = Divisor × Quotient + Remainder

(भाज्य) = भाजक × भागफल + शेषफल

Ex. ⇒ $\dfrac{\text{Number}}{\text{Divisor}} = 2$ Remainder

यदि किसी संख्या (N) को भाजक (D) से विभाजित किया जाए तो शेषफल 2 शेष बचता है तो वह संख्या ज्ञात करो।

Solution ⇒ D) N (X

2

$N = Dx + 2$